

## YILDIZ İZLER ÖLÇÜMÜ KULLANILARAK UZAY ARACI CAYROSKOP KALİBRASYONU

Kaan Ege Tırman\* , Özgür Akça†ve Halil Ersin Söken‡  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

### ÖZET

*Bu çalışmada, uzay araçlarında yer alan cayroskop ölçümlerindeki deterministik hataların kestirilmesi amacıyla, Çarpımsal Genişletilmiş Kalman Filtresi(ÇGKF) temelli bir algoritma geliştirilmiştir. Geliştirilen Kalman filtresinde matematiksel model olarak kinematik denklemler kullanılırken yardımcı sensör ölçümü olarak yıldız izler ölçümleri kullanılmıştır. Ayrıca, filtreye temel oluşturması ve algoritma performansını değerlendirebilmek amacıyla yıldız izler ve cayroskop ölçümleri modellenmiştir. Geliştirime süreci tamamlandığında filtre koşturulmuş, hata kestirimlerine göre cayroskop ölçümleri düzeltilmiş, gerçek değerlerle karşılaştırılmış ve kestirim algoritmasının oldukça isabetli çalıştığı gözlenmiştir.*

### GİRİŞ

Neredeyse her uzay aracında belli bir açısız doğrultuda bulunması gereken ekipmanlar mevcuttur. İster derin uzayı gözlemleyen bir uzay teleskopu olsun, ister bir iletişim uydusu, faydalı yükün yönelimi, dolaylı olarak aracın yönelimi, görevin başarısını doğrudan etkilemektedir. Bu sebeple uzay görevleri için yönelim kontrolü hayati önem taşımaktadır. Yönelimi kontrol etmek ve gerekli manevraları belirlemek için aracın anlık yönelimi olabildiğince kesin olarak bilinmelidir. Bu durumda, problem bir navigasyon problemi haline gelmektedir. Bir uzay aracının yönelimi kesin olarak gözlemlenemeyeceğinden, üzerindeki sensörlerden alınan ölçümlere dayanan bir yönelim kestirimi yapıp kontrol manevraları bu kestirime dayalı olarak gerçekleştirilir. Sensörlerin doğasından ve üretim sürecinde ortaya çıkabilecek problemlerden ötürü, ölçümler çoğunlukla gerçek değerlerle örtüşmez. Ölçümlerdeki hatalardan dolayı da, yönelim kestirimi doğruluktan uzaklaşır. Sensör hatalarını gidermek için sensörler kalibre edilmelidir. [O'Shaughnessy, 2007] 'da da bahsedildiği üzere, uzay aracının yörüngeye yerleştirilene kadar yaşadığı titreşim ve ısı değişimi gibi hadiselerden dolayı başlangıçtaki hizalama hataları ve ölçek katsayısı hataları görece büyüktür. Ayrıca, görevin ilerleyen aşamalarında, radyasyon ve değişen ısı koşullar gibi sebeplerden ötürü hata parametrelerinde değişimler gözlenebilir [O'Shaughnessy, 2007; Chen, 2006]. Bahsedilen durumlar sebebiyle yerde yapılan kalibrasyon çalışmaları her zaman gerekli doğruluğu

\*Öğrenci, ODTÜ Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: keetirman@gmail.com

†Öğrenci, ODTÜ Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: ozgur.akca@metu.edu.tr

‡Doçent Doktor, ODTÜ Havacılık ve Uzay Müh., E-posta: esoken@metu.edu.tr

sağlayamamaktadır. Bu yüzden, yönelim kestiriminin doğruluğunu arttırmak için sensörlerin yörünge üzerinde tekrar kalibre edilmesi gerekmektedir. Bu problemleri gidermek, kestirim kalitesi ve kesinliğini arttırabilmek amacıyla belli cayroskop hatalarını yörünge üzerinde kestirebilen algoritmalar kullanılmaktadır [Chen, 2006].

Kalibrasyon algoritmaları girdi olarak uzay aracı üzerindeki sensörlerden elde edilen verileri kullanmaktadırlar. Görev gereksinimine göre, cayronun yanında farklı tiplerde sensörler kullanılabilir. Bunlara örnek olarak manyetometre, güneş sensörü ve dünya sensörü verilebilir. Bu çalışmada yardımcı sensör olarak yıldız izler sensörü seçilmiştir. Bunun sebebi [Tan, 2018]'da bahsedildiği gibi yıldız izlerden alınan yönelim verisinin yüksek doğrulukta olmasıdır. Ayrıca, yıldız izlerin oldukça düşük hata miktarını oldukça düşük ağırlıkla sunması bu tip sensörlerin fazlaca kullanılmasına önayak olmuştur [Tan, 2018].

Bu aşamadan sonra ise kestirim algoritmasının belirlenmesi gerekmektedir. Uzay araçlarında, yönelim kestirim algoritması olarak Kalman filtresi sıklıkla kullanılmaktadır [Söken, 2012]. Fakat, Kalman filtresi doğrusal olmayan sistemler için ideal sonucu vermeyi başaramaz [Söken, 2012]. Bu çalışma için de uzay aracının dinamik ve kinematik davranışı doğrusallıktan oldukça uzaktır. Bu sebeple, kestirim algoritması olarak Kalman filtresinin doğrusal olmayan sistemler için uyarlanmış hali olan Genişletilmiş Kalman Filtresi tercih edilmiştir. Yıldız izler ölçümlerinin kuaterniyon formatında olması, artık (residual) hesaplamak için farklı ve elverişli bir yöntemin önünü açmıştır. Bahsi geçen yöntem Genişletilmiş Kalman Filtresinin (GKF) bir modifikasyonu olan Çarpımsal Genişletilmiş Kalman Filtresi (ÇGKF) olarak adlandırılır ve bu çalışmada kullanılacak kestirim filtresi olarak seçilmiştir. Ayrıca [TQin, 2018]'da GKF yerine Sezgisel Kalman Filtresi (SGK) kullanılmasının daha isabetli sonuçlar vereceğinden bahsedilmiştir. Fakat SKF kullanımı hesaplama yükünü daha da arttıracığı için tercih edilmemiştir. Bu duruma ek olarak ÇGKF'nin hesaplama yükünü azaltmak için Murrell'in ÇGKF varyasyonu (MÇGKF)'da önerilmiştir [TQin, 2018]. MÇGKF temel olarak ÇGKF'nin hesaplama yükünü azaltmak için tasarlanmış olup ÇGKF'nin doğruluk seviyesini geliştirmemektedir [TQin, 2018]. Sonuç olarak cayroskoptan gelen açısız hız ölçümleri ve yıldız izlerden gelen yönelim verisi ÇGKF aracılığıyla birleştirilmiş ve cayroskop hatalarını kestirebilen ve cayroskopya kalibre eden bir algoritma geliştirilmiştir.

## YÖNTEM

**Hareket modellemesi:** Bu kısımda, kestirim filtresine girdi olarak verilecek sensör ölçümlerine temel oluşturacak uydu hareketi modellenmiştir. Sensör ölçümlerinin oluşturulabilmesi için uydunun belirli başlangıç koşullarında gerçekleştireceği açısız hareketin benzetimi yapılmalıdır.

Açısız hız modellemesi: Açısız hareket modellemesinin ilk adımı uydunun gövde eksen takımı etrafındaki açısız hızlarının bulunmasıdır. Açısız hız modellemesi için Euler'in Dönüş Denklemi aşağıdaki gibi verilebilir [Markley, 2014]:

$$\dot{\omega}_B^{BI} = (J_B^c)^{-1} [\mathbf{L}_B^c - \omega_B^{BI} \times (J_B^c \omega_B^{BI})] \quad (1)$$

Yukarıdaki denklemde görülen  $\mathbf{L}_B^c$  sistem üzerine etkileyen dış tork vektörü,  $\omega$  açısız hız vektörü,  $J_B^c$  ise uzay aracının atalet tensörüdür.

Denklem 1 açısız hız için sürekli bir model sağlamaktadır. Bu uygulamada, sensörlerin örnekleme oranları belirli olduğu için sürekli model yerine aşağıda gösterilen ayrık model kullanılmıştır:

$$\dot{\omega}_{B_k}^{BI} = (J_B^c)^{-1} [\mathbf{L}_{B_k}^c - \omega_{B_k}^{BI} \times (J_B^c \omega_{B_k}^{BI})] \quad (2)$$

Yukarıdaki denklemde k alt indisi, adım numarasını belirtmektedir. Atalet tensörü zamandan bağımsız olduğu için herhangi bir ek alt indise sahip değildir.

Açısal hız vektörünün  $k$ 'inci adımdaki türevi elde edildikten sonra Euler integrasyonu kullanılarak  $k + 1$ 'inci adımdaki açısal hız değeri hesaplanabilir

$$\boldsymbol{\omega}_{B_{k+1}}^{BI} = \boldsymbol{\omega}_{B_k}^{BI} + \dot{\boldsymbol{\omega}}_{B_k}^{BI} \Delta t \quad (3)$$

Yönelim modellemesi:

Bu çalışmada yönelim temsili için kuaterniyonlar kullanılmıştır. Yönelim verisini farklı adımlarda elde etmek için Kuaterniyon Kinematik Denklemi kullanılmıştır [Auman, 2015]:

$$\mathbf{q}_{k+1} = \left( \cos \frac{\Delta \boldsymbol{\omega}_k}{2} I_4 + \sin \frac{\Delta \boldsymbol{\omega}_k}{2} \begin{bmatrix} -\Omega_{e_k} & \mathbf{e}_k \\ -\mathbf{e}_k^T & 0 \end{bmatrix} \right) \mathbf{q}_k \quad (4)$$

Ara elemanlar olan  $\Delta \boldsymbol{\omega}$  ve  $e$  aşağıda görüldüğü gibi ifade edilebilir. Ayrıca  $\Omega$  buradaki ve buradan sonraki kullanımlarda alt indisindeki vektörün ayrık simetrik matrisini temsil etmektedir ve 6. denklemden de görüldüğü gibi bulunabilir.

$$\begin{aligned} \Delta \boldsymbol{\omega}_k &= \|\boldsymbol{\omega}_k\| \Delta t \\ \mathbf{e} &= \frac{\boldsymbol{\omega}_k}{\|\boldsymbol{\omega}_k\|} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\Omega_A = \begin{bmatrix} 0 & -A_3 & A_2 \\ A_3 & 0 & -A_1 \\ -A_2 & A_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Buna ilaveten, kuaterniyonların doğasından ötürü, her kuaterniyonun Öklid normu 1 olmak zorundadır. Denklem 4 ile elde edilen kuaterniyonun normu kendiliğinden 1 olduğu için, ek bir normalizasyon işlemi yapılmamıştır

**Ölçüm modellemesi:** Bu bölümde, gerçek hareket verilerine sapma, veri gürültüsü, ölçek katsayısı gibi hatalar eklenerek sensör ölçümleri elde edilmiştir.

Cayro modellemesi: Cayro ölçümlerini modellemek için, "Hareket modellemesi" kısmında elde edilmiş açısal hız verileri kullanılmıştır. Gerçek değerlere hataları eklemek için aşağıdaki denklem kullanılmıştır [Markley, 2014]:

$$\boldsymbol{\omega}(t) = (1 + S^{true}) \boldsymbol{\omega}^{true}(t) + \boldsymbol{\beta}^{true}(t) + \boldsymbol{\eta}(t) \quad (7)$$

"Hareket modellemesi" kısmında da bahsedildiği gibi, sürekli denklemler yerine ayrık denklemler bu çalışmaya uygundur. Bu sebeple denklem 7 yerine ayrıştırılmış versiyonu kullanılmıştır. Ayrıca sapma hatası da zamanda iletmiştir:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\omega}_{k+1} &= (I + S^{true}) \boldsymbol{\omega}_{k+1}^{true} + \frac{1}{2} (\boldsymbol{\beta}_{k+1}^{true} + \boldsymbol{\beta}_k^{true}) + \left( \frac{\sigma_v^2}{\Delta t} + \frac{1}{12} \sigma_u^2 \Delta t \right)^{1/2} N_{v_k} \\ \boldsymbol{\beta}_{k+1}^{true} &= \boldsymbol{\beta}_k^{true} + \sigma_u \Delta t^{1/2} N_{u_k} \end{aligned} \quad (8)$$

Yukarıdaki denklemlerde  $\boldsymbol{\beta}$  sapma hatasını,  $N_v$  ve  $N_u$  sıfır ortalamalı Gauss beyaz gürültüsünü,  $I$  birim matrisi ve  $S$  ölçek katsayılarını içeren matrisi temsil etmektedir.

Yıldız izler modellemesi: Yıldız izler ölçümleri modellenirken, sensör hatası kuaterniyon olarak modellenmiştir:

$$\delta \mathbf{q} = \left[ \frac{\sigma_1}{2} N_{q_k}, \quad \frac{\sigma_2}{2} N_{q_k}, \quad \frac{\sigma_3}{2} N_{q_k}, \quad 1 \right]^T \quad (9)$$

$\sigma_1, \sigma_2$  ve  $\sigma_3$  yıldız izlerin kendi eksen takımı üzerindeki hata standart sapmalarını temsil etmektedir. Ayrıca  $N_{q_k}$  sıfır ortalamalı Gauss beyaz gürültüsünü temsil etmektedir. Hata kuaterniyonu elde edildikten sonra, gerçek yönelime eklemek için kuaterniyon çarpaz çarpımı kullanılmıştır. Daha sonra elde edilen ölçüm normalize edilmiştir:

$$\mathbf{q}_{str} = \frac{\delta \mathbf{q} \otimes \mathbf{q}_{actual}}{\|\delta \mathbf{q} \otimes \mathbf{q}_{actual}\|} \quad (10)$$

**ÇGKF algoritma tasarımı:** Doğrusal sistemlerde, standart Kalman filtresi en ideal kestirimi sunmaktadır. Bu çalışmada doğrusal bir ölçüm modeli kullanılmasına karşın doğrusal olmayan bir matematiksel model kullanılmaktadır. Bundan dolayı standart bir Kalman filtresi en iyi sonucu vermeyecektir. Bu sebeple de standart filtre yerine genişletilmiş Kalman filtresi kullanılmıştır. Ayrıca yönelim gösteriminin kuaterniyonlar olması ve ölçümlerin doğrudan kuaterniyon olarak gelmesi, "artık" (residual) hesabının kuaterniyon işlemleriyle hesaplanabilmesine olanak sağlamaktadır. Artık hesabının bahsi geçen yöntemle yapıldığı filtreler ÇGKF adı verilmektedir ve bu çalışmada, Giriş kısmında da belirtildiği üzere, kestirim algoritması olarak ÇGKF kullanılmıştır. Geliştirilen algoritma için temel olarak Crassidis tarafından önerilen çayro kalibrasyon algoritması kullanılsa da, o çalışmadaki algoritma bu problemle direkt uyuşmamaktadır. Bunun sebebi Crassidis'in kullandığı algoritmanın artık hesaplamasını çıkarma yöntemiyle yapmasıdır. Bu sebeple, Auman'ın "Geometric Attitude Estimation" tezi tarafından sunulmuş algortima da değerlendirilmiş fakat direkt olarak kullanılamamaktadır bunun sebepleri ise ayrı bir ÇGKF kullanması ve sadece yönelim ile sapma hatası kestirimi için yazılmış bir algoritma olmasıdır. Bu durumlardan ötürü iki algoritma birleştirilmiş ve bir takım modifikasyonlar yapılmıştır. Bunun sonucunda elde edilen algoritma temel seviyede bekleneni verse de üzerinde belirli iyileştirmeler yapılmış ve algoritmanın son hali elde edilmiştir. Algoritmanın son halinde yönelim, sapma hatası ve ölçek katsayısı kestirilmektedir. Ayrıca çayro ölçümleri kestirilen sapma hatası ve ölçek katsayısı sayesinde tahmin aşamasında kalibre edilmektedir.

Aşağıda elde edilen algoritma görülebilir:

Başlangıç koşulları:

$$\hat{\mathbf{q}}(t_0) = \mathbf{q}_0, \hat{\boldsymbol{\beta}}(t_0) = \boldsymbol{\beta}_0, \hat{\mathbf{S}}(t_0) = \mathbf{S}_0 \quad (11)$$

$$P(t_0) = P_0 \quad (12)$$

Durum vektörü:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = [\hat{\mathbf{q}}_{1:3}, \hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\mathbf{S}}]^T \quad (13)$$

Kazanç katsayısı: Kalman kazanç katsayısını hesaplamak için aşağıdaki ilişki kullanılmıştır:

$$K_k = P_k^- H_k^T (\hat{\mathbf{x}}_k^-) [H_k (\hat{\mathbf{x}}_k^-) P_k^- H_k^T (\hat{\mathbf{x}}_k^-) + R_k]^{-1} \quad (14)$$

Denklem 14 sonucunda elde edilen Kalman kazanç katsayısını hesaplamak için  $H$  ve  $R_k$  matrislerine ihtiyaç vardır.  $H$  matrisi gözlemlenebilirlik matrisidir ve ölçümleri durumlarla ilişkilendirir.  $R_k$  matrisi ise ölçüm gürültüsü kovaryans matrisi olarak adlandırılır.  $H$  matrisi aşağıdaki şekilde bulunabilir:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}_{3 \times 9} \quad (15)$$

$R$  matrisini hesaplamak için yıldız izler sensör gürültüsü standart sapması kullanılmaktadır.  $R$  matrisi aşağıda görülen şekilde kullanılmıştır:

$$R_k = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Ölçüm güncellemesi: Kalman kazancı hesaplandıktan sonra kovaryans matris tahmini güncellenir. Gerçek ölçümler ve kestirilmiş ölçümler arasındaki fark (artık), kuaterniyon çapraz çarpımı ile hesaplanır. Durum vektörü de bu artışa göre güncellenir. Bahsi geçen süreç aşağıda görülebilir:

$$\begin{aligned} P_k^+ &= [I - K_k H_k ((\hat{\mathbf{x}}_k^-))] P_k^- \\ \Delta \mathbf{q} &= \tilde{\mathbf{q}} \otimes \hat{\mathbf{q}} \\ \mathbf{e}^* &= \begin{bmatrix} 2 \frac{\Delta q_1}{\Delta q_4} \\ 2 \frac{\Delta q_2}{\Delta q_4} \\ 2 \frac{\Delta q_3}{\Delta q_4} \end{bmatrix} \\ \hat{\mathbf{x}}_k^+ &= \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k \mathbf{e}^* \\ \hat{\mathbf{q}}^* &= \hat{\mathbf{q}}_k^- + \frac{1}{2} \Xi(\hat{\mathbf{q}}_k^-) \delta \hat{\boldsymbol{\vartheta}}_k^+ \\ \delta \hat{\boldsymbol{\vartheta}}_k^+ &= \hat{\mathbf{x}}_{k,1:3}^+ \\ \hat{\mathbf{q}}_k^+ &= \frac{\mathbf{q}^*}{\|\mathbf{q}^*\|} \end{aligned} \quad (17)$$

Tahmin: Kuaterniyon ve kovaryans matris ötelemesi için kullanılan matematiksel model aşağıda görülebilir. Ayrıca, hatadan arındırılmış açısız hız ölçümü de aşağıdaki gibi hesaplanabilir:

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\omega}}(t) &= [I_3 - \hat{S}(t)] [\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) - \hat{\boldsymbol{\beta}}(t)] \\ \hat{\mathbf{q}}_{k+1}^- &= \left( \cos \frac{\Delta \hat{\boldsymbol{\omega}}_k^+}{2} I_4 + \sin \frac{\Delta \hat{\boldsymbol{\omega}}_k^+}{2} \begin{bmatrix} -\Omega_{e_k} & \mathbf{e}_k \\ -\mathbf{e}_k^T & 0 \end{bmatrix} \right) \hat{\mathbf{q}}_k^+ \\ P_{k+1}^- &= \Phi P_k^+ \Phi^T + G_k Q_k G_k^T \end{aligned} \quad (18)$$

Yukarıda bulunan ara elemanlar  $\Delta \hat{\boldsymbol{\omega}}_k^+$ ,  $\mathbf{e}$  ve  $\Phi$  aşağıdaki şekilde bulunabilir:

$$\begin{aligned} \Delta \hat{\boldsymbol{\omega}}_k^+ &= \|\hat{\boldsymbol{\omega}}_k^+\| \Delta t \\ \mathbf{e}_k &= \frac{\hat{\boldsymbol{\omega}}_k^+}{\|\hat{\boldsymbol{\omega}}_k^+\|} \\ \Phi &= I_9 + F(t) \\ F(t) &= \begin{bmatrix} -\Omega_{\hat{\boldsymbol{\omega}}(t)} & -(I_3 - \hat{S}) & -diag(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) - \hat{\boldsymbol{\beta}}) \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (19)$$

Ayrıca,  $G_k$  ve  $Q_k$  matrisleri :

$$G_k(t) = \begin{bmatrix} -(I_3 - \hat{S}) & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & I_3 & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & I_3 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$Q_k = blkdiag([\sigma_v^2 I_3, \sigma_u^2 I_3, \sigma_s^2 I_3])$$

## UYGULAMALAR VE DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada uydu 10000 saniye için simule edilmiş. Elde edilen sonuçlarla beraber filtre de 10000 saniye çalıştırılmıştır. Filtrenin ve sensörlerin örnekleme hızı eşit ve 0.1 saniye olarak alınmıştır.

**Modelleme başlangıç değerleri:** Hareket ve sensör modellemesinde kullanılan başlangıç değerleri aşağıda madde madde verilmiştir.

Sistem üzerine etkiyen dış torklar üç ekseninde de sıfır olarak varsayılmış ve benzetimi yapılan uydu için aşağıdaki atalet tensörü seçilmiştir:

$$J_B^c = \begin{bmatrix} 2.0 & 1.2 & 0.9 \\ 1.2 & 17 & 1.4 \\ 0.9 & 1.4 & 15 \end{bmatrix}, kg m^2 \quad (21)$$

Başlangıç açısal hızları:

$$\omega = [0.0524, -0.0698, 0.0524]^T, Rad/sn \quad (22)$$

Kuaterniyon formatında başlangıç yönelim bilgisi:

$$q = [0, 0, 0, 1]^T \quad (23)$$

Başlangıç sapma değerleri:

$$\beta = [0.8700, 0.8700, 0.8700]^T \times 10^{-3}, Rad/sn \quad (24)$$

Başlangıç ölçek katsayısı:

$$S = \begin{bmatrix} 1500 & 0 & 0 \\ 0 & 1000 & 0 \\ 0 & 0 & 1500 \end{bmatrix}, ppm \quad (25)$$

Cayro ölçümlerinde kullanılan standart sapma miktarları:

$$\sigma_u = 6.6554 \times 10^{-6}, Rad/sn^{3/2} \quad (26)$$

$$\sigma_v = 2.3271 \times 10^{-5}, Rad/sn^{1/2}$$

Yıldız izler ölçümlerinde kullanılan standart sapma miktarları:

$$\sigma_{1,2,3} = 1.7460 \times 10^{-4}, Rad \quad (27)$$

**Filtre başlangıç değerleri:** Filtrede kullanılan başlangıç değerleri aşağıda madde madde sıralanmıştır.

Başlangıç açısal hızları:

$$\omega = [0, 0, 0]^T, Rad/sn \quad (28)$$

Kuaterniyon formatında başlangıç yönelim bilgisi:

$$q = [0, 0, 0, 1]^T \quad (29)$$

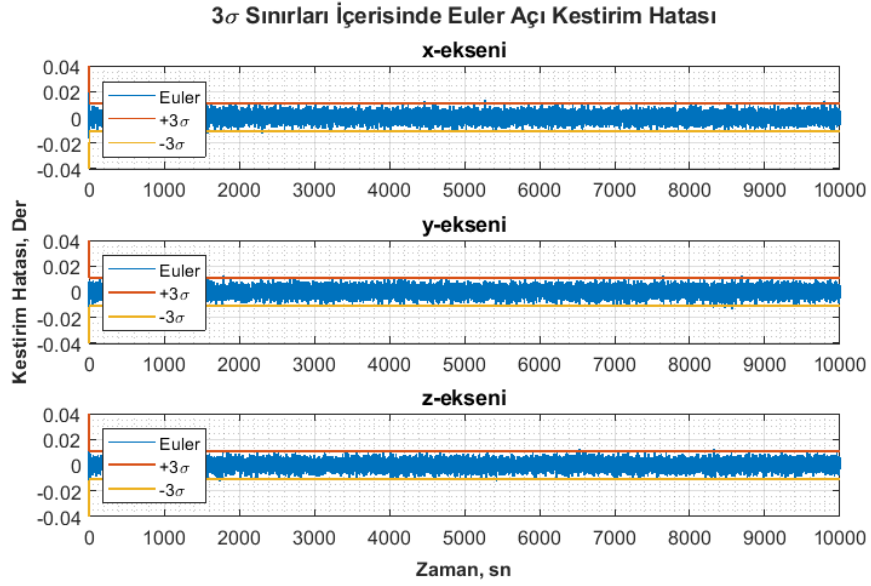
Başlangıç sapma değerleri:

$$\beta = [0, 0, 0]^T, \text{ Rad/sn} \quad (30)$$

Başlangıç ölçek katsayısı:

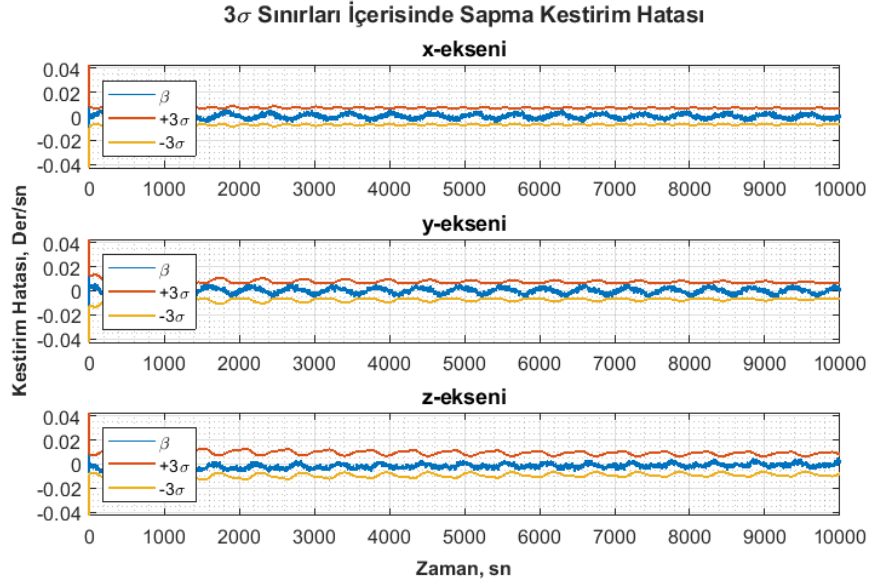
$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ ppm} \quad (31)$$

**Filtre kestirimleri:** 10000 saniye içerisinde elde edilen filtre kestirimlerindeki hata miktarları  $3\sigma$  sınırları içerisinde aşağıda gösterilmiştir.



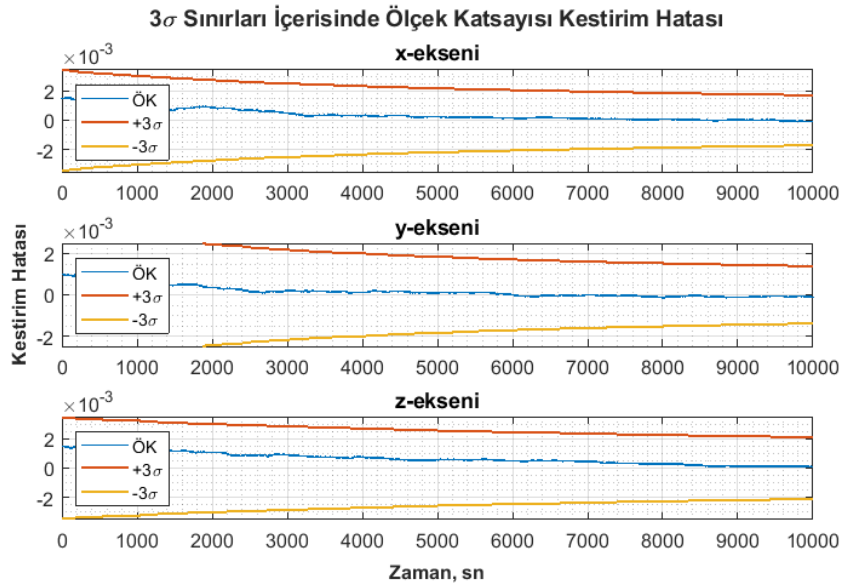
Şekil 1:  $3\sigma$  sınırları içerisinde Euler açıları için kestirim hataları.

Yukarıdaki şekilden görüleceği üzere Euler açıları kestirimi  $3\sigma$  sınırları içerisinde ve sınırlandırılmıştır. Kestirimdeki hatanın bu sınırlar içerisinde kalması algoritmanın ideal bir biçimde çalıştığını göstermektedir. Bu durum sadece açı kestirim hatasında değil diğer kestirim hatalarında da gözlemlenmektedir ve bu çıkarımı diğer kestirim hataları da desteklemektedir. Hata miktarı  $1.0995 \times 10^{-2}$  derece ve  $-1.0995 \times 10^{-2}$  derece arasında değişim göstermektedir.



Şekil 2: 3 $\sigma$  sınırları içerisinde sapma kestirim hataları.

Sapma miktarı kestiriminde ise birkaç problemle karşılaşmıştır. Karşılaşılan problemler raporun ilerleyen kısımlarında detaylandırılmıştır. Şekil 2'e bakacak olursak, sapma kestirim hatasının neredeyse 3 $\sigma$  sınırları içerisinde kaldığı gözlemlenmektedir. Ayrıca sapma kestirimindeki hata miktarının sınırlanmış olduğu gözlemlenmektedir. Kestirimdeki hata miktarı  $-6.500 \times 10^{-3}$  derece/sn ve  $6.500 \times 10^{-3}$  derece/sn arasında değişim göstermektedir.



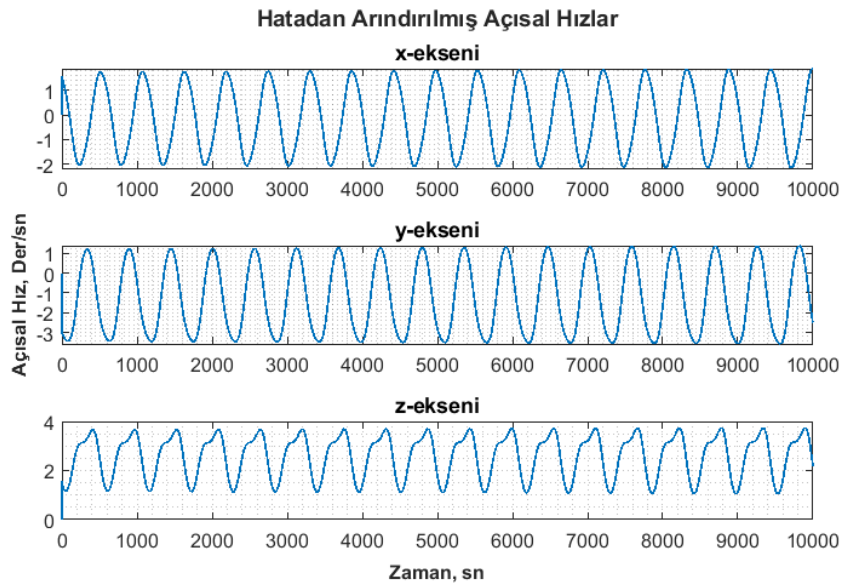
Şekil 3: 3 $\sigma$  sınırları içerisinde ölçek katsayısı kestirim hataları.

Yukarıdaki şekilden anlaşılacağı üzere ölçek katsayısı kestiriminin hata miktarı zaman geçtikçe azalmaktadır. 10000 sn'nin sonunda hata miktarımız  $[-0.0740, -0.1101, 0.0896]^T \times 10^{-3}$  olarak gözlemlenmektedir. Elde edilen sonuçlar yaklaşık 3 saat süren bir kalibrasyon için ideal durumdadır. Daha önce de bahsedildiği gibi sapma ve ölçek katsayısı kestirimini aynı anda gerçekleştirirken bir takım sıkıntılar ile karşılaşmıştır. Filtrenin ilk denemelerinde simülasyon süresi yaklaşık 1000 saniye



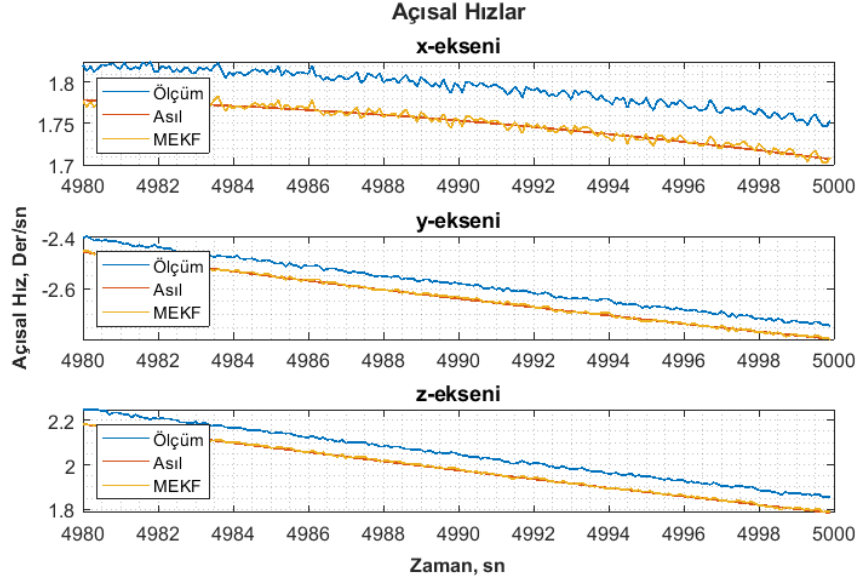
olarak alınmış ve ölçek katsayısı kestiriminin beklenen sonucu vermediği gözlenmiştir. Bu durum 3. şekilde de gözlemlenebilmektedir. 1000. saniyeye bakıldığında ölçek katsayısı kestirim hatasının asıl kestirimin neredeyse yarısına eşit olduğu görülmektedir. Bu durumu gidermek amacıyla simülasyon süresi arttırılmıştır. Bundan sonra ise algoritmanın sapma ve ölçek katsayısını birbirine karıştırmaması amacı ile ölçek katsayısı daha yüksek bir değer alınmıştır. Bunun sebebi ise ölçek katsayısının etkisini daha da arttırmaktır. Tüm bunlara ek olarak ise filtrenin daha iyi çalışabilmesi için kovaryans matrislerinde bir takım ayarlamalar yapılmıştır. Bu neticede yukarıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

**Hatadan arındırılmış cayro ölçümü:** Kestirim sonucunda elde edilen hatalar, ölçümlerden çıkarılmış, ve yeni açısız hız ölçümleri elde edilmiştir.

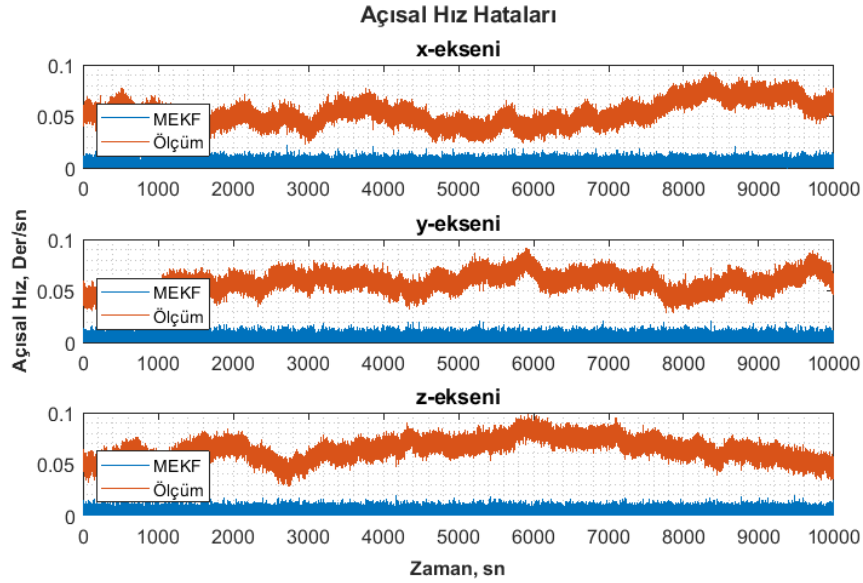


Şekil 4: Kalibrasyon sonucunda elde edilen açısız hız değerleri.

Şekil 4’da hatadan arındırılmış açısız hız değerleri gösterilmiştir. Algoritmanın başarısının daha iyi anlaşılması için aşağıda 4980 ve 5000 sn aralığında modellenmiş cayro ölçümleri, hatadan arındırılmış cayro ölçümleri ve asıl değerler beraber çizdirilmiştir:



Şekil 5: Kestirim sonucunda elde edilen açısal hız değerlerinin asıl değerler ve cayro ölçümleriyle karşılaştırılması.



Şekil 6: Cayro ölçümü hata miktarları ile kestirim sonucunun hata miktarlarının karşılaştırılması.

Şekil 5'den ve şekil 6'dan görüleceği üzere algoritma sapma ve ölçek katsayısı hatalarını yüzde yüz kesinlikle olmasa da başarıyla kestirebilmektedir. Fakat gürültü sonucunda oluşan stokastik hata hala algoritma çıktısında görülmektedir. Algoritmanın amacının deterministik hataları kestirmek olduğu göz önüne alınırsa bu beklenen bir durumdur.

## SONUÇ

Bu projede, bir uyduda kullanılan cayroskobun deterministik hatalarını kestiren ÇGKF tabanlı bir algoritma geliştirilmiştir. Kalman filtresi için cayroskop ölçümleri matematik modelin bir parçası olarak ve yıldız izler ise yardımcı sensör olarak kullanılmıştır. Algoritma tasarlanmadan önce cayro

ve yıldız izler ölçümleri filtreyi çalıştırmak ve filtre performansını değerlendirmek amacıyla modellenmiştir. Daha sonra ise ÇGKF algoritması geliştirilmiş ve daha fazla durumu kestirebilmesi için adım adım güncellenmiştir. Başlangıçta sadece uydunun yöneliminin kuaterniyon formatında kestirirken, sapma ve ölçek katsayısı kestirimleri de eklenmiştir. Kestirim algoritması tam anlamıyla geliştirildikten sonra farklı başlangıç değerleri için çalıştırılmıştır. Bunun sonucunda algoritmanın çayro hatalarını epey iyi kesitirdiği ve açısal hız verisinin doğruluk miktarını büyük ölçüde arttırdığı gözlemlenmiştir. Ayrıca filtreyi ayarlarken sapma ve ölçek katsayısı kestirimlerinin arasında bir seçim yapmak durumunda kalınmıştır. Filtre sadece sapma miktarını ve yönelimi kestirirken daha iyi kestirim sonuçları vermektedir. Fakat ölçek katsayısı kestirimi de eklendikten sonra sapma miktarındaki kestirimin doğruluğu azalmıştır. Bu durumun sebebi filtrenin çayro ölçümündeki sapma miktarını ve ölçeğe katsayısını kısa aralıklarda birbirine karıştırmaması olabilir. Gürültü kovaryans matrisi değiştirildikten, ölçek katsayısı arttırıldıktan ve filtrenin çalıştırıldığı zaman aralığı arttırıldıktan sonra sapma ve ölçek katsayısı kestiriminde kabul edilebilir hata miktarlarına ulaşılmıştır. Sonuç olarak filtrenin şu anki durumunda kestirim hataları yeterince iyi durumdadır. Gelecek çalışmalar için, bahsedildiği üzere, kestirilen durumlara hizalama hataları eklenebilir. Buna ek olarak filtre için daha iyi bir ayarlama her zaman imkanlar dahilindedir. Son olarak ise farklı bir ÇGKF modeli olan MÇGKF işlem yükünü azaltmak için algoritmaya eklenip uygulanabilir.

**Dipnot:** Bu bildiriye Kaan Ege Tırman ve Özgür Akça eşit miktarda katkı sağlamıştır.

## Kaynaklar

- Auman, A. J.(2015). *Geometric attitude estimation & orbit modelling*. University of Surrey (United Kingdom).
- Chen, X., Wang, F., Geng, Y., & Zhang, Y. (2006, Ocak). *An on-orbit calibration system for satellite attitude control*. 1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics, IEEE.
- Markley, F. L., & Crassidis, J. L. (2014). *Fundamentals of spacecraft attitude determination and control*. Springer, New York, USA.
- O'Shaughnessy, D., & Pittelkau, M. E. (2007, Eylül). *Attitude sensor and gyro calibration for messenger*. Proceedings of the 20th International Symposium on Space Flight Dynamics.
- Söken, H. E., Hajiyeve, C., & Sakai, S. I. (2012, Ekim). *Robust Kalman filtering with single and multiple scale factors for small satellite attitude estimation*. Itzhack Y. Bar-Itzhack Memorial Symposium on Estimation, Navigation, and Spacecraft Control. Springer, Berlin, Heidelberg, s. 391-411.
- Tan, W., Dai, D., Wu, W., Wang, X., & Qin, S. (2018). *A comprehensive calibration method for a star tracker and gyroscope units integrated System*. Sensors, 18(9), 3106.
- TQin, F., Chang, L., Jiang, S., & Zha, F. (2018). *A sequential multiplicative extended Kalman filter for attitude estimation using vector observations*. Sensors, 18(5), 1414.