

## DÖRT ROTORLU BİR İNSANSIZ HAVA ARACI YÖNELİM DAVRANIŞININ KARARLI KILINMASI İÇİN AYRIK ZAMANLI DOĞRUSAL OLMAYAN KONTROLCÜ TASARIMI

Fatih ADIGÜZEL \*  
İstanbul Üniversitesi - Cerrahpaşa, İstanbul

### ÖZET

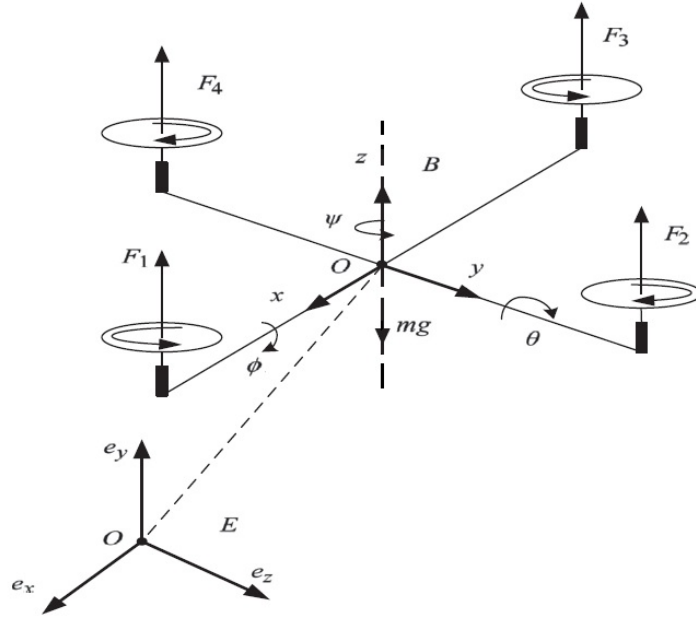
*Bu çalışmada dört rotorlu bir insansız hava aracının yönelim davranışının kararlı kılınması ele alınmaktadır. Yönelim davranışının kararlı kılınması için Lyapunov tabanlı bir ayrik zamanlı kontrolcü tasarımı gerçekleştirilmektedir. Yönelim alt sisteminin asimptotik kararlılığı gösterilmiştir. Parametrik belirsizlik ve sabit dış bozucu etkilerinin reddi kontrolcüye eklenen integral etkili yapı ile sağlanmaktadır. Son olarak, önerilen ayrik zamanlı kontrol yapısının etkinliği göstermek için başarılı benzetim çalışması gerçekleştirilmektedir.*

### GİRİŞ

İnsansız Hava Araçları (İHA) gözetleme, seyrüsefer ve keşif gibi insan etkileşiminin yetersiz/sınırlı kaldığı veya tehlikeli olduğu yerlerde kullanılabilir. Günümüzde İHA'nın askeri, ulaşım, eğlence gibi sektörlerde birçok uygulaması bulunmaktadır. İHA'lar arasında, çoklu rotorlu olanlar çoğunlukla çeviklikleri ve havada asılı kalabilmeleri nedeniyle seçilmektedir. Bu sistemlerde temel denetim anlayışı, sistemin yönelim davranışının kontrolü ve kararlı kılınması üzerinedir. Bu amaçla, İHA'lar üzerinde uygulanan doğrusal olmayan geri adımlı [Basri, Husain ve Danapalasingam , 2015], kayan kip [Xiong ve Zheng , 2014], bunların kombinasyonları [Fethalla, Saad, Michalska ve Ghommam , 2018] ve giriş-çıkış geri besleme doğrusallaştırma [Haidar, Nicolau, Barbot ve Aggoune , 2020] gibi kontrol yöntemleri literatürde mevcuttur. Ayrıca, uygulamada İHA sistemlerinin kontrolü için dijital kontrolcüler gerekmektedir ve sürekli zamanlı tasarım sonrasında ayrik zamanlı kontrol sinyalinin uygulanmasında kontrolcü parametrelerinin ayarlanması zor olabilmektedir. Ayrıca emülatör tabanlı bazı yöntemler sistemin performansını ve hatta kararlılığını bile etkileyebilmektedir. Bu nedenle literatürde İHA üzerine birçok doğrudan ayrik zamanlı kontrolcü çalışması gerçekleştirilmiştir [Xiong ve Zhang , 2016; Shao, Chen ve Shi , 2020; Adiguzel ve Mumcu , 2021].

Literatürdeki çalışmaların çoğu, sürekli zaman alanında tasarlanır ve ardından tasarlanan kontrolcünün ayriklaştırılmasını ele almaktadır. Bu durum göz önünde bulundurularak, bu çalışmada ele alınan doğrudan ayrik zamanlı kontrolör yaklaşımı hala büyük ölçüde açık problemlere

\*Araştırma Görevlisi Dr., Elektrik Elektronik Müh. Böl., E-posta: fatihadiguzel1@istanbul.edu.tr



Şekil 1: Bir insansız dört rotorlu hava aracı

sahiptir. Bu çalışmada, integral etkili doğrudan ayrık zamanlı kontrolcü yapısı dört rotorlu İHA sisteminin yönelim alt sistemi için Lyapunov tabanlı olarak tasarlanmaktadır. Bu tasarım sonrasında asimptotik kararlılık gösterilmiş ve başarılı bilgisayar tabanlı benzetim çalışması gerçekleştirilmektedir.

Bu çalışmanın devamı şu şekilde organize edilmiştir. Bir sonraki başlıkta dört rotorlu bir insansız hava aracının dinamik modeli verilmektedir, sonrasında ileri Euler yaklaşımı ile ayrık zamanlı model elde edilmektedir. Diğer başlıkta ise insansız hava aracının yönelim davranışını kararlı kılan ayrık zamanlı Lyapunov tabanlı kontrol yapısı inşa edilmektedir. Ayrıca, kararlılık analizlerine yer verilmektedir ve sabit belirsiz parametrik belirsizliklere karşı dayanıklılık için kontrol sinyallerine integral etki eklenmektedir. Başarılı benzetim çalışmaları bir sonraki başlıkta gerçekleştirilmektedir. Son olarak, bazı genel sonuçlar ile bu çalışma sonlanmaktadır.

## DÖRT ROTORLU İNSANSIZ HAVA ARACI DİNAMİK MODELİ

Dört rotorlu bir insansız hava aracı temsili gösterimi Şekil 1'de verilmektedir. Şekilde  $B$  ve  $E$  sırasıyla gövde çerçevesi ve yer çerçevesini göstermektedir. Ayrıca dinamik model için yapılan varsayımlar; (i) konfigürasyon yapısı rijit ve simetriktir ve pervaneler rijittir, (ii) ağırlık merkezinin gövde-çerçeve orijiniyle çakışmaktadır, (iii) sistemin itki ve sürükleme kuvvetleri pervanenin hızının karesiyle orantılıdır.

$T : E \rightarrow B$  tanımlanırsa, insansız hava aracı yuvarlanma, yunuslama ve sapma Euler açılarını simgeleyen  $[\phi, \theta, \psi]^T$  vektöründen, insansız hava aracı açısal hızlarını simgeleyen  $[p, q, r]^T$  vektörüne dönüşüm matrisi gövde çerçevesinde

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi)\cos(\theta) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (1)$$

biçiminde yazılabilmektedir ki  $[\phi, \theta, \psi]'$  yönelim açıları sırasıyla  $(-\pi/2, \pi/2)$ ,  $(-\pi/2, \pi/2)$  ve  $(-\pi, \pi)$  aralıklarında tanımlanmaktadır. Hava aracının dinamik modeli

$$\ddot{x} = \frac{1}{m}(\cos(\phi)\sin(\theta)\cos(\psi) + \sin(\phi)\sin(\psi))u_1 - \frac{K_1\dot{x}}{m} \quad (2)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{m}(\cos(\phi)\sin(\theta)\sin(\psi) - \sin(\phi)\cos(\psi))u_1 - \frac{K_2\dot{y}}{m} \quad (3)$$

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(\cos(\phi)\cos(\theta))u_1 - g - \frac{K_3\dot{z}}{m} \quad (4)$$

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{J_r}{I_x}\dot{\theta}\Omega_r + \frac{l}{I_x}u_2 - \frac{K_4l}{I_x}\dot{\phi} \quad (5)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi}\dot{\psi}\frac{I_z - I_x}{I_y} + \frac{J_r}{I_y}\dot{\phi}\Omega_r + \frac{l}{I_y}u_3 - \frac{K_5l}{I_y}\dot{\theta} \quad (6)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi}\dot{\theta}\frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{1}{I_z}u_3 - \frac{K_6}{I_z}\dot{\psi} \quad (7)$$

şeklinde verilebilmektedir [Xiong ve Zheng , 2014]. Verilen denklem grubunda  $x, y$  ve  $z$  hava aracı sisteminin ağırlık merkezinin konumunu temsil etmektedir.  $m, l$  ve  $g$  sırasıyla toplam kütle, her rotorun merkezinden ağırlık merkezine olan mesafeyi ve yerçekimi ivmesini göstermektedir.  $I_x, I_y$  ve  $I_z$  hava aracına ait konum açılarının ataletlerini göstermektedir,  $K_i, (i = (1, \dots, 6))$  pozitif sürüklenme katsayısı sabitleridir,  $\Omega_r = \Omega_1 - \Omega_2 + \Omega_3 - \Omega_4$ ,  $\Omega_j, (j = 1, \dots, 4)$  olmak üzere  $j$ . pervane hızını temsil etmektedir.  $J_r$  eylemsizlik momentidir.  $u_1, u_2, u_3$  ve  $u_4$  sırasıyla  $z$  ekseninde gövde üzerindeki toplam itki kuvveti, yuvarlanma momenti, yunuslama momenti ve yalpalama momenti anlamına gelmektedir. Ayrıca,  $F_j = b\Omega_j^2$  dört rotor tarafından üretilen itki olmak üzere  $u_1, u_2, u_3$  ve  $u_4$  arasındaki ilişki

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{d}{b} & \frac{d}{b} & \frac{d}{b} & \frac{d}{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

olarak verilebilmektedir ki burada  $b$  ve  $d$  sırasıyla, kaldırma katsayısı ve momente göre ölçekleme faktörünü ifade etmektedir. Ayrıca,  $F_j$  ifadeleri hava aracı sisteminde gerçek kontrol girdileri olarak kabul edilmektedir [Xiong ve Zheng , 2014].

## AYRIKLAŞTIRILMIŞ DİNAMİK MODEL

Ayrık zaman ortamında kontrolcü tasarımı yapabilmek için, hava aracı sisteminin sürekli zaman denklemlerinden elde edilecek ayrıklaştırılmış dinamik modele ihtiyaç vardır. Bu bağlamda, ayrık model elde etmek için bu çalışmada ileri-Euler yaklaşımı seçilmektedir. Ayrık zamanlı yönelim kontrolcüsü tasarımı yapılmak istendiğinden yuvarlanma, yunuslama ve sapma açılarının ayrıklaştırılması yeterli olmaktadır. İlk olarak  $\phi = x_1, \dot{\phi} = x_2, \theta = x_3, \dot{\theta} = x_4, \psi = x_5, \dot{\psi} = x_6$  biçiminde durum değişkenlerini tanımlayalım. Sonrasında (5),(6) ve (7) denklemleri kullanılarak

$$x_1^+ = x_1 + Tx_2 \quad (9)$$

$$x_2^+ = x_2 + Tx_4x_6\frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{TJ_r}{I_x}x_4\Omega_r + \frac{Tl}{I_x}u_2 - \frac{TK_4l}{I_x}x_2 \quad (10)$$

$$x_3^+ = x_3 + Tx_4 \quad (11)$$

$$x_4^+ = x_4 + Tx_2x_6\frac{I_z - I_x}{I_y} + \frac{TJ_r}{I_y}x_2\Omega_r + \frac{Tl}{I_y}u_3 - \frac{TK_5l}{I_y}x_4 \quad (12)$$

$$x_5^+ = x_5 + Tx_6 \quad (13)$$

$$x_6^+ = x_6 + Tx_2x_4\frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{T}{I_z}u_3 - \frac{TK_6}{I_z}x_6 \quad (14)$$

şeklinde ayrık dinamik denklemler elde edilmektedir [Adiguzel ve Mumcu , 2021]. Burada,  $x_i$  ve  $x_i^+$ , ( $i = (1, \dots, 6)$ ) sırasıyla  $x_i(k)$  ve  $x_i(k+1)$ 'i göstermektedir. Ayrıca, bu yayının tümünde kolay okunabilirlik için bağımsız değişkenler atılmaktadır.  $T$  örnekleme periyodudur ve  $k = (0, 1, 2, \dots)$  örnekleme değerlerini göstermektedir.

### AYRIK ZAMANLI KONTOLCÜ TASARIMI

Bu alt başlıkta, dört rotorlu bir insansız hava aracında yönelim davranışını kararlı kılıcı ayrık zamanlı Lyapunov fonksiyonu tabanlı bir ayrık zamanlı kontrolcü tasarımına yer verilmektedir. İlk olarak, yuvarlanma alt sistemi için tasarımlar verilmektedir. Sonrasında, diğer yönelim açıları (yunuslama ve sapma) için aynı tasarım adımlarının işletilmesi sonucunda doğrudan kontrolcü sinyalleri verilmektedir.

Doğrudan ayrık zamanlı kontrolcü tasarımına başlamak için ilk olarak, yarı pozitif tanımlı aday Lyapunov fonksiyonu

$$V_1 = (x_1 + x_2)^2 \geq 0 \quad (15)$$

biçiminde seçilsin. Aday Lyapunov fonksiyonun bir örneklemedeki farkı

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= V_1^+ - V_1 \\ &= (x_1^+ + x_2^+)^2 - (x_1 + x_2)^2 \\ &= \left( T x_2 + T x_4 x_6 \frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{T J_r}{I_x} x_4 \Omega_r + \frac{T l}{I_x} u_2 - \frac{T K_4 l}{I_x} x_2 \right) * \\ &\quad * \left( 2x_1 + T x_2 + 2x_2 + T x_4 x_6 \frac{I_y - I_z}{I_x} + \frac{T J_r}{I_x} x_4 \Omega_r + \frac{T l}{I_x} u_2 - \frac{T K_4 l}{I_x} x_2 \right) \end{aligned} \quad (16)$$

şeklinde elde edilmektedir. Bu nokta kontrol işareti,  $c_1$ ,  $0 < c_1 < 2$  aralığında olan kontrolcü kazancı olmak üzere,

$$u_2 = -\frac{I_x x_2}{l} - x_4 x_6 \frac{I_y - I_z}{l} + \frac{J_r}{l} x_4 \Omega_r - \frac{T K_4 l x_2}{l} - c_1 I_x \frac{x_1 + x_2}{T l} \quad (17)$$

biçiminde tasarlanırsa, (16) ifadesi

$$\Delta V_1 = -c_1(2 - c_1)V_1 \leq 0 \quad (18)$$

negatif yarı tanımlı olarak elde edilebilmektedir ki (18) negatif yarı tanımlı fonksiyonun sıfır olması ancak  $\alpha \neq 0$  olmak üzere  $S = \{(x_1, x_2) = \{(0, 0), (-\alpha, \alpha)\} | \Delta V_1 = 0\}$  denge noktalarında değer alması ile mümkün olmaktadır. Kontrol işareti (17), (10) dinamik denkleminde yerine konulduğunda ve  $(-\alpha, \alpha)$  noktası (9) ile beraber düşünüldüğünde  $0 < T$  şartı altında (9) denkleminde  $x_1$  durumu sıfıra yakınsamaktadır. Böylece,  $S$  ile verilen değişmez kümede denge noktası olarak sadece  $(0, 0)$  ikilisi kalmaktadır. Ayrıca, LaSalle'in teoremine [Lakshmikantham ve Trigiante, 1988] göre kapalı çevrim sistem asimptotik kararlı kılınmaktadır. Aynı kontrol tasarım adımları yunuslama açısı için  $V_2 = (x_3 + x_4)^2$  ve sapma açısı için  $V_3 = (x_5 + x_6)^2$  Lyapunov fonksiyonları üzerinden tekrarlandığında,

$$u_3 = -\frac{I_y x_4}{l} - x_2 x_6 \frac{I_z - I_x}{l} + \frac{J_r}{l} x_2 \Omega_r - \frac{T K_5 l x_4}{l} - c_2 I_y \frac{x_3 + x_4}{T l} \quad (19)$$

$$u_4 = -I_z x_6 - x_2 x_4 (I_x - I_y) - T K_6 l x_6 - c_3 I_z \frac{x_5 + x_6}{T} \quad (20)$$

şeklinde kontrol işaretleri tasarlanmaktadır ki burada  $c_2$ ,  $c_3$  kontrolcü tasarım kazançlarıdır. Ayrıca, tasarlanan kontrol sinyalleri ile

$$\Delta V_2 = V_2^+ - V_2 = -c_2(2 - c_2)V_2 \leq 0 \quad (21)$$

$$\Delta V_3 = V_3^+ - V_3 = -c_3(2 - c_3)V_3 \leq 0 \quad (22)$$

biçiminde eşitsizlikler elde edilmektedir ve kararlılık analizleri ilk tasarımla benzer şekildedir. Bunlara ek olarak, kapalı çevrim sistem üzerinde istenmeyen performans sonuçlarına neden olan sistem parametrik belirsizlikler ve dış bozucuların üstesinden gelmek için kontrol işaretlerine  $(u_2, u_3, u_4)$  integral etki sinyalleri

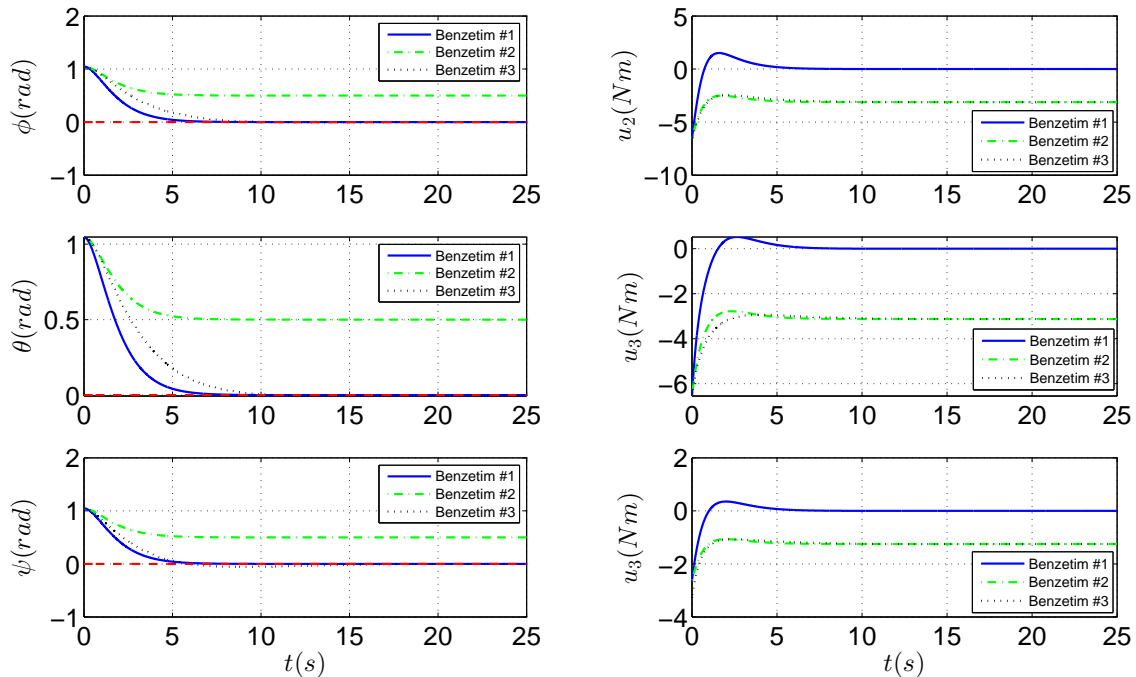
$$k_1 \sum_{n=1}^k x_1(k), \quad k_2 \sum_{n=1}^k x_3(k), \quad k_3 \sum_{n=1}^k x_5(k) \quad (23)$$

sırasıyla eklenmektedir.

## UYGULAMALAR VE DEĞERLENDİRME

Dört rotorlu bir insansız hava aracı yönelim davranışının kararlı kılınması için gerçekleştirilen doğrudan ayrık zamanlı kontrolcü tasarımının etkinliğini göstermek için MATLAB ortamında benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Benzetim çalışmalarında çözücü adım süresi  $1 \mu s$ , kontrolcü örnekleme süresi ise  $1 ms$  olarak ayarlanmıştır. Benzetimlerde kullanılan sistem parametre değerleri [Xiong ve Zheng, 2014] çalışmasından alınmıştır. Kontrolcü kazançları  $c_1 = c_2 = c_3 = 0,001$  ve integral etki kazançları  $k_1 = k_2 = k_3 = 0,005$  olarak atanmıştır. Önerilen yöntemin etkinliği  $[\phi, \theta, \psi] = [\pi/3, \pi/3, \pi/3]$  başlangıç değerlerinden başlatılarak test edilmiştir.

Benzetim çalışmasında Şekil 1a'da sırasıyla yuvarlanma, yunuslama ve sapma açılarını ve Şekil 1b'de bu açılara ait kontrol sinyalleri  $(u_1, u_2, u_3)$  sunulmaktadır. Benzetim #1 sistemde parametrik belirsizlik ve bozucu olmadığı durumda sadece ayrık zamanlı kontrolcü olduğu durumu, Benzetim #2 %80 parametrik belirsizlik ve kontrol işaretlerinde  $[0,05; 0,05; 0,05](Nm)$  bozucu olduğu durumda sadece ayrık zamanlı kontrolcü olduğu durumu, Benzetim #3 ise Benzetim #2'ye ek olarak integral etkili kontrol sinyallerinin kontrolcüde olduğu durumu göstermektedir. Teorik analizler ışığında benzetim sonuçlarından gözlemlenilmektedir ki her bir Euler açısı denge noktasına başarıyla ulaşmaktadır ve kararlı kalmaktadır. Ayrıca, integral etki ile beraber kararlı hal hatası silinmektedir.



(a) Açısal konum değişimleri

(b) Kontrol işaretlerin değişimleri

## SONUÇ

Bu çalışmada, dört rotorlu bir insansız hava aracının yönelim davranışının kararlı kılınması için ayrık zamanlı integral etkili kontrolcü tasarımı gerçekleştirilmiştir. Teorik analizleri destekleyen başarılı benzetim çalışması MATLAB ortamında yürütülmüştür. Bu çalışma sonrasında, insansız hava aracı yönelim alt sisteminde zamanla değişen yörüngeler için kontrolcü tasarımının yapılması ve yönelim davranışına ek olarak parametrik belirsizlikler ve dış bozucular dikkate alınarak konum kontrolünün yapılması hedeflenmektedir.

## Kaynaklar

- Adiguzel, F., ve Mumcu, T. V. 2021. *Robust discrete-time nonlinear attitude stabilization of a quadrotor UAV subject to time-varying disturbances*, Elektron. Elektrotech Cilt. 27, s. 4-12
- Basri, M. A. M. Husain, A. R. ve Danapalasingam, K. A. 2015. *Enhanced backstepping controller design with application to autonomous quadrotor unmanned aerial vehicle*, J Intell Robot Syst, Cilt. 79, s. 295-321
- Fethalla, N. Saad, M. Michalska, H. ve Ghommam, J. 2018. *Robust observer-based dynamic sliding mode controller for a quadrotor UAV*, IEEE Access, Cilt. 6, s. 45846-45859
- Haidar, I. Nicolau, F. Barbot, J. P. ve Aggoune, W. 2020. *Input-output linearization of non-linear time-varying delay systems: the single-input single-output case*, IMA J. Math. Control. Inf. Cilt. 37, s. 831-854
- Lakshmikantham, V. ve Trigiante, D., 1988. *Theory of Difference Equation: Numerical Methods and Applications*, Academic Press, New York
- Shao, S. Chen, M. ve Shi, P. 2020. *Robust Discrete-Time Flight Control of UAV with External Disturbances*, Springer Publishing
- Xiong, J. J. ve Zhang, G. 2016. *Discrete-time sliding mode control for a quadrotor UAV*, Optik Cilt. 127, s. 3718-3722
- Xiong, J. J. and Zheng, E. H. 2014. *Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV*, ISA Trans., Cilt. 53, s. 725-731