

Uyarlamalı Genişletilmiş Kalman Süzgeci ile Nano Uydu Yönelim ve Yönelim Hızı Kestirimi

Hasan Kınataş* ve Cengiz Hacızade †
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Normal çalışma koşulları altındaki bir nano uydu için standart bir Genişletilmiş Kalman Süzgeci (GKS) yeterince iyi bir şekilde yönelim kestirim sonuçları vermektedir. Ancak kestirim sistemindeki herhangi bir arıza nedeniyle ölçümlerin güvenilirliğini yitirdiği durumlarda süzgeç hatalı sonuçlar vermekte ve zamanla iraksamaktadır. Bu çalışma, algılayıcılardaki ani gürültü artışı durumlarında filtrenin iraksamasını önlemek için Uyarlamalı Genişletilmiş Kalman Süzgeci (UGKS) ile bütünleşmiş bir yaklaşım kullanılarak nano uydu yönelim ve yönelim hızı kestirimini konu edinmektedir. Bütünleşmiş yönelim belirleme işlem süreci, bir nano uydunun yönelimini belirlemek için TRIAD yöntemini UGKS ile birleştirmektedir. TRIAD yöntemi, işlem sürecinin ilk aşaması olarak manyetometre ve Güneş algılayıcısı ölçümlerini kullanır ve her zaman adımında nano uydunun yönelimini kestirir. Daha sonra bu yönelim kestirimi, UGKS'ye girdi olarak verilir. Standart GKS ve önerilen UGKS'nin performansı iki farklı benzetim ile uydu yönelim ve yönelim hızı kestirim sonuçları kullanılarak karşılaştırılmıştır.

GİRİŞ

Küçük uydu endüstrisi gün geçtikçe hızlı bir şekilde gelişmekte ve daha fazla insanın ve şirketin uzay teknolojileri alanında çalışma yapmasına imkan sağlamaktadır. Küçük uydular sayesinde mevcut sorunlara daha akıllıca çözümler sunulmuş ve yeni uzay görevi tasarımları ortaya çıkmaya başlamıştır. Ancak, maliyet, kütle ve boyut konularında katı kısıtlamalara tabi olan bu uydular tasarım aşamasında yeni zorlukları da beraberinde getirmiştir. Özellikle, piyasadan hazır temin edilebilen Ticari Kullanıma Hazır (TKH) bileşenlerin kullanımı, uzay ortamının zorlu koşullarında bileşen arızası olasılığını yükseltmektedir. Fırlatma sonrası herhangi bir algılayıcı/bileşen arızasının tamir edilebilme olasılığının düşük olduğu düşünüldüğünde, bu durum, görev kaybına kadar varabilen vahim sonuçlara yol açabilmektedir.

Tarihte kayıt altına alınmış uzay aracı arızalarına bakıldığında, bu arızaların daha çok Yönelim Belirleme ve Kontrol Alt Sisteminin (YBKSA) bileşenlerinden kaynaklandığı görülmektedir [Tafazoli, 2008]. Yönelim belirleme algılayıcılarındaki herhangi bir hata, yönelim kestirim sürecinin

*Yüksek lisans öğrencisi, Uçak ve Uzay Müh., E-posta: kinatas16@itu.edu.tr

†Prof. Dr., Uçak Müh. Böl., E-posta: cingiz@itu.edu.tr

doğruluğunu azaltabilir ve bunun sonucunda hatalı kontrol eylemlerinin gerçekleştirilmesine sebebiyet vererek araç için ölümcül sonuçlara yol açabilmektedir. Bu nedenle, bu çalışma, özellikle algılayıcılardan kaynaklı hatalı yönelim kestirim problemini ele almaktadır. Bu sorunu çözmek nano uydular için özellikle zordur, çünkü boyut, kütle ve maliyet açısından katı bir şekilde sınırlandırılmış olduklarından dolayı donanım yedekliliği gibi geleneksel çözümler çoğunlukla bu tip uydular için uygulanabilir değildirler.

Bir nano uydu için yönelim kestirim yöntemleri, tek çerçeve yöntemleri (single-frame) ve süzgeçleme (filtering) yöntemleri olarak iki ana kategoriye ayrılabilir. Tek çerçeveli (veya vektör tabanlı) yöntemler, referans çerçevesinde ifade edilen referans vektörleri (Güneş yönü, Dünya manyetik alanı vb.) ve bu referans vektörlerinin yönelim algılayıcıları (Güneş algılayıcıları, manyetometreler vb.) tarafından gövde çerçevesinde elde edilen ölçüm vektörlerini kullanarak yönelimi kestirim eder. Amaç, bu iki çerçeve arasındaki dönüşüm (yönelim) matrisini bulmaktır. Bugüne kadar birçok tek çerçeve tutum belirleme yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin örnekleri arasında, TRIAD [Black, 1964], q-yöntemi [Davenport, 1968], QUaternion ESTimator (QUEST) [Shuster and OH, 1981] ve Tekil Değer Ayrışımı (TDA) [Markley, 1988] yer almaktadır.

Tek çerçeveli yöntemlerin en büyük dezavantajı, algılayıcılardan vektör ölçümleri alındığı sürece yönelimin belirlenebilmesidir. Eğer herhangi bir nedenden dolayı vektör ölçümleri mevcut değilse, yönelimi belirlemek mümkün değildir. Bu, yönelimin genellikle yalnızca manyetometre ve Güneş algılayıcısı ölçümleriyle belirlendiği nano uydular için önemli bir sorundur, çünkü uydu bir kez tutulmaya girdiğinde Güneş algılayıcılarından vektör ölçümleri alınamaz. Tek çerçeve yöntemlerinin aksine, süzgeçleme yöntemlerinde böyle bir sorun yoktur, çünkü süzgeçleme yöntemleri, algılayıcı ölçümlerine ek olarak uydunun matematiksel modelini ve geçmişteki yönelim bilgilerini de kullanır. Bu nedenle, mevcut bir ölçüm olmasa dahi yine de bir yönelim kestirimi sağlanabilir. Günümüzde uzay aracı yönelim tespiti için birçok farklı süzgeçleme yöntemi bulunmaktadır. İnceleme makalesi [Crassidis vd., 2007], Genişletilmiş Kalman Süzgeci (GKS) ve Parçacık Filtreleri (PF) gibi en popüler olanlar da dahil, uzay aracı yönelim kestirimi için doğrusal olmayan süzgeçleme yöntemleri hakkında kapsamlı bir çalışma sunmaktadır.

Uydunun matematiksel modeli ve bazı yönelim algılayıcı ölçüm modelleri (örneğin manyetometre) doğrusal olmadığı için, yönelim kestirim sistemi doğrusal olmayan bir süzgeçleme gerektirmektedir. Bu, hesaplama yükünü artıracak için özellikle nano uydular için istenmeyen bir durumdur. Bu problemle başa çıkmak için tek çerçeve yöntemleri ve süzgeçleme yöntemleri birleştirilebilir ve bütünleşmiş bir yönelim kestirim sistemi oluşturulabilir [Hacıyev ve Bahar, 2003]. Bütünleşmiş yöntemlerde, tek çerçeve yöntemlerinden biri kullanılarak bir başlangıç kaba yönelim kestirimi elde edilir ve daha sonra bu ilk kestirim Kalman Süzgeci (KS) girdi olarak verilir. Ölçümlerin tek çerçeve yöntemiyle ön işleme tabii tutulması ve elde edilen kaba yönelim kestiriminin KS'ye doğrudan girdi olarak verilmesi, ölçüm modelini doğrusal hale getirir ve doğal olarak hesaplama yükünü azaltır. Bütünleşmiş yöntemler, geleneksel KS'lerin aksine, algılayıcı ölçümlerini doğrudan girdi olarak kullanmadıkları için geleneksel olmayan yöntemler olarak da bilinmektedirler. Literatürde farklı tek çerçeve yöntemleri kullanılarak oluşturulmuş çeşitli bütünleşmiş yönelim kestirim sistemlerine rastlamak mümkündür [Ainscough, 2015; Hacıyev vd., 2015; Castellanos ve Lilia, 2014].

Standart KS/GKS kullanılan uydu yönelim kestirim sistemlerinde karşılaşılan en büyük zorluklardan biri, uydu modelini değiştirebilecek büyüklükte bir çevre değişikliği ya da algılayıcılarda herhangi bir arıza olması durumlarında süzgecin izleme performansının önemli ölçüde düşmesidir. Yörünge boyunca bozucu torkların değişmesi, uydunun tutulmaya girmesi veya yönelim algılayıcılarında meydana gelebilecek arızalar süzgecin hatalı sonuçlar vermesine ve zamanla ıraksamasına neden olabilir. Bu sorunla başa çıkabilmek için değişen çevre koşullarına veya algılayıcılarda oluşabilecek arızalara uyum sağlayabilen Uyarlamalı Kalman Süzgeçleri (UKS'ler) geliştirilmiştir. Bir KS'yi uyarlanabilir hale getirmek için farklı yöntemler vardır ve referans kitabı [Hacıyev ve Soken, 2021],

bunların bazılarında bahsetmekte ve ayrıntılı olarak açıklamaktadır. Kovaryans eşleştirme tekniği, KS'nin gerçek ve teorik yenilik vektörlerini izleme ve karşılaştırma fikrine dayanan en popüler uyarlama tekniklerinden biridir. Anormal bir davranışın gözlemlenmesi durumunda, uyarlanabilir süzgeç, tek bir ölçekleme faktörü veya çoklu ölçeklendirme faktörleri kullanarak gürültü kovaryans matrislerini yeniden ayarlar. Arızanın kaynağına göre bu teknikler Q (süreç gürültü kovaryans matrisi) uyarlama ve R (ölçüm gürültü kovaryans matrisi) uyarlama olarak ikiye ayrılabilir.

Bu çalışmada, bütünleşmiş bir TRIAD/Uyarlamalı Genişletilmiş Kalman Süzgeci (UGKS) yönelim kestirim sistemi sunulmaktadır. TRIAD yöntemi, basit ve hızlı işlem süreci nedeniyle seçilmiştir. Bütünleşmiş sistemi algılayıcı hatalarına karşı uyarlanabilir hale getirmek için çoklu ölçeklendirme faktörlerinin (ÇÖF) kullanıldığı bir kovaryans eşleştirme tekniği tercih edilmiştir. Aynı zamanda, sunulan bütünleşmiş yönelim kestirim sisteminin performansı çeşitli benzetimlerle doğrulanmaya çalışılmıştır. Yalnızca yönelim ile ilgili algılayıcılarda arızaların olduğu durumlar incelendiği için R-uyarlama yöntemine odaklanılmış ve Q-uyarlama yöntemi ile ilgili herhangi bir çalışma sunulmamıştır.

UYDU YÖNELİM HAREKETİNİN MATEMATİKSEL MODELİ

Nano uydunun kinematik denklemleri kuaterniyonlar kullanılarak oluşturulmuştur. Bir kuaterniyon seti ve referans çerçevesine göre gövde açısız hız vektör bileşenlerinden oluşan 7×1 boyutundaki durum vektörü şu şekilde yazılır:

$$\mathbf{x} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ \omega_{br_x} \ \omega_{br_y} \ \omega_{br_z}]^T \quad (1)$$

Burada q_4 , kuaterniyon setindeki sayıl bileşendir. Kuaterniyonlara dayalı uydunun kinematik denklemleri kısa formda aşağıdaki şekilde ifade edilebilir [Wertz, 1978]:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \Omega(\boldsymbol{\omega}_{br}) \bar{\mathbf{q}} \quad (2)$$

Burada $\bar{\mathbf{q}}$ kuaterniyon setini ve $\boldsymbol{\omega}_{br}$ ilgili referans çerçevesine göre gövde açısız hız vektörünü temsil etmektedir. $\Omega(\boldsymbol{\omega}_{br})$ ise $\boldsymbol{\omega}_{br}$ vektör elemanlarını içeren bir eksi bakışimli matristir ve açık formda şu şekilde ifade edilir:

$$\Omega(\boldsymbol{\omega}_{br}) = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{br_z} & -\omega_{br_y} & \omega_{br_x} \\ -\omega_{br_z} & 0 & \omega_{br_x} & \omega_{br_y} \\ \omega_{br_y} & -\omega_{br_x} & 0 & \omega_{br_z} \\ -\omega_{br_x} & -\omega_{br_y} & -\omega_{br_z} & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Kinematik denklemlere ek olarak uydunun dinamik denklemleri, açısız momentum korunumu kanunu kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{N} - \boldsymbol{\omega}_{bi} \times \mathbf{L} = J \frac{d\boldsymbol{\omega}_{bi}}{dt} \quad (4)$$

$$\mathbf{L} = J\boldsymbol{\omega}_{bi} \quad (5)$$

Burada \mathbf{L} açısız momentum vektörünü, \mathbf{N} uyduya uygulanan tork vektörünü, J atalet momenti matrisini ve $\boldsymbol{\omega}_{bi}$ eylemsiz bir çerçeveye göre gövde açısız hız vektörünü temsil etmektedir. Nano uyduya yalnızca eğimin yerçekimi torkunun etki ettiği varsayılırsa, Denklem (5) kullanılarak Denklem (4) şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$\frac{d\boldsymbol{\omega}_{bi}}{dt} = J^{-1} [\mathbf{N}_{gg} - \boldsymbol{\omega}_{bi} \times (J\boldsymbol{\omega}_{bi})] \quad (6)$$

Burada \mathbf{N}_{gg} eğimin yerçekimi torkudur ve yörünge boyunca şu şekilde hesaplanabilir:

$$\mathbf{N}_{gg} = -3 \frac{\mu}{r_0^3} \begin{bmatrix} (J_y - J_z) A_{23} A_{33} \\ (J_z - J_x) A_{13} A_{33} \\ (J_x - J_y) A_{13} A_{23} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Burada μ Dünya yerçekimi parametresini, r_0 uydu merkezi ile Dünya merkezi arasındaki uzaklığı, A_{ij} ise yönelim matrisinin ilgili elemanını temsil etmektedir. Denklem (6), Alçak Dünya Yörüngesinde (ADY) bulunan bir nano uyduya etki eden en baskın tork eğimin yer çekimi torku olduğu için nispeten geçerli bir ifadedir. Denklem (6)'ya dikkat edilirse gövde çerçevesinde elde edilen açısız hız vektörü eylemsiz çerçeveye göredir. Ancak Denklem (2) için gerekli olan gövde açısız hız vektörü referans çerçevesine göre yazılmalıdır. Bu nedenle, eğer referans çerçevesi olarak yörünge çerçevesi seçilirse ω_{br} ve ω_{bi} vektörleri birbirleri ile aşağıdaki ifade kullanılarak ilişkilendirilmelidir:

$$\omega_{br} = \omega_{bo} = \omega_{bi} - A [0 \quad -\omega_o \quad 0]^T \quad (8)$$

Burada ω_{bo} yörünge çerçevesine göre gövde açısız hız vektörünü, ω_o ise yörünge açısız hızını temsil etmektedir. Yörünge açısız hızı, dairesel bir yörünge için şu şekilde hesaplanabilir:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{\mu}{r_0^3}} \quad (9)$$

Diğer yandan, eğer referans çerçevesi olarak Dünya Merkezli Eylemsiz (DME) koordinat çerçevesi seçilirse, o zaman Denklem (6) aracılığı ile elde edilen gövde açısız hız vektörü direkt olarak Denklem (2)'deki kinematik denklemde kullanılabilir.

ALGILAYICI ÖLÇÜM MODELLERİ

Bu çalışmada benzetimi yapılan nano uydunun bir adet üç-eksenli manyetometre (ÜEM) ve bir adet Güneş algılayıcısı olmak üzere toplam iki adet yönelim algılayıcısı vardır. Nano uydu ek olarak gövde açısız hız vektörünün ölçülebilmesi için bir adet jiroskopa sahiptir. Bahsi geçen algılayıcılar, ölçüm modellerinde herhangi bir bayaş terimi olmaması için uçuş sırasında kalibre edilmiş olduğu varsayılmıştır.

Manyetometre Algılayıcı Ölçüm Modeli

Algılayıcı gürültüsünün de dahil olduğu manyetometre algılayıcı ölçüm modeli şu şekilde yazılabilir:

$$\tilde{\mathbf{B}}_b = A\mathbf{B}_r + \boldsymbol{\eta}_m \quad (10)$$

Burada $\tilde{\mathbf{B}}_b$ ölçülen manyetik alan vektörünü, \mathbf{B}_r referans çerçevesindeki gerçek manyetik alan vektörünü ve $\boldsymbol{\eta}_m$ manyetometre gürültü vektörünü temsil eder. Gürültü vektörünün sıfır ortalamalı bir Gauss beyaz gürültüsü olduğu varsayılmıştır ve aşağıdaki özelliğe sahiptir:

$$E\{\boldsymbol{\eta}_{m_k} \boldsymbol{\eta}_{m_j}^T\} = I_{3 \times 3} \sigma_m^2 \delta_{kj} \quad (11)$$

Burada σ_m manyetometre gürültüsünün standart sapmasını temsil etmektedir. $I_{3 \times 3}$ matrisi 3×3 boyutlarına sahip bir birim matristir, δ_{kj} Kronecker delta sembolü olarak bilinmekte ve $E\{\cdot\}$ beklenen değeri temsil etmektedir. Gerçek manyetik alan vektörü, \mathbf{B}_r , tam doğrulukta bilinemese de bir nano uydu için şu şekilde yaklaşık olarak modellenebilir [Sekhavat et al., 2007]:

$$\mathbf{B}_{r_x}(t) = \frac{M_e}{r_0^3} \left\{ \cos(\omega_o t) [\cos(\varepsilon) \sin(i) - \sin(\varepsilon) \cos(i) \cos(\omega_e t)] - \sin(\omega_o t) \sin(\varepsilon) \sin(\omega_e t) \right\} \quad (12a)$$

$$\mathbf{B}_{r_y}(t) = \frac{-M_e}{r_0^3} [\cos(\varepsilon) \cos(i) + \sin(\varepsilon) \sin(i) \cos(\omega_e t)] \quad (12b)$$

$$\mathbf{B}_{r_z}(t) = \frac{2M_e}{r_0^3} \left\{ \sin(\omega_o t) [\cos(\varepsilon) \sin(i) - \sin(\varepsilon) \cos(i) \cos(\omega_e t)] - 2 \sin(\omega_o t) \sin(\varepsilon) \sin(\omega_e t) \right\} \quad (12c)$$

Burada B_{r_x} , B_{r_y} ve B_{r_z} gerçek Dünya manyetik alan vektörü bileşenleridir. $M_e = 7.71 \times 10^{15}$ Wb.m Dünya manyetik çiftücauy momentini, $\varepsilon = 9.3^\circ$ manyetik çiftücauy eğiklik açısını, $\omega_e = 7.29 \times 10^{-5}$ Dünya'nın dönüş hızını ve i yörünge eğikliğini temsil etmektedir.

Güneş Algılayıcı Ölçüm Modeli

Algılayıcı gürültüsünün de dahil olduğu Güneş algılayıcı ölçüm modeli şu şekilde yazılabilir:

$$\tilde{S}_b = AS_r + \eta_s \quad (13)$$

Burada \tilde{S}_b ölçülen Güneş yönü vektörünü, S_r eylemsiz çerçevedeki gerçek Güneş yön vektörünü ve η_s Güneş algılayıcı gürültü vektörünü temsil eder. Gürültü vektörünün sıfır ortalamalı bir Gauss beyaz gürültüsü olduğu varsayılmıştır ve aşağıdaki özelliğe sahiptir:

$$E\{\eta_{s_k} \eta_{s_j}^T\} = I_{3 \times 3} \sigma_s^2 \delta_{kj} \quad (14)$$

Burada σ_s Güneş algılayıcı gürültüsünün standart sapmasını temsil etmektedir. Eylemsiz çerçevedeki gerçek Güneş yön vektörü bir Güneş modeli kullanılarak yaklaşık olarak hesaplanabilir. Standart bir Güneş yön vektörü hesaplama işlem süreci [Vallado, 2013] kaynağında detaylıca açıklanmıştır ve burada tekrar edilmeyecektir.

Jiroskop Algılayıcı Ölçüm Modeli

Algılayıcı gürültüsünün de dahil olduğu jiroskop algılayıcı ölçüm modeli şu şekilde yazılabilir:

$$\tilde{\omega}_{br} = A\omega_{br} + \eta_\omega \quad (15)$$

Burada $\tilde{\omega}_{br}$ ölçülen gövde açısal hız vektörünü, ω_{br} gerçek gövde açısal hız vektörünü ve η_ω jiroskop gürültü vektörünü temsil eder. Gürültü vektörünün sıfır ortalamalı bir Gauss beyaz gürültüsü olduğu varsayılmıştır ve aşağıdaki özelliğe sahiptir:

$$E\{\eta_{\omega_k} \eta_{\omega_j}^T\} = I_{3 \times 3} \sigma_\omega^2 \delta_{kj} \quad (16)$$

Burada σ_ω jiroskop gürültüsünün standart sapmasını temsil etmektedir.

TRIAD Yöntemi

TRIAD yöntemi (*iki vektör işlem süreci veya cebirsel yöntem* olarak da bilinir), uydu yönelim tespiti için sunulmuş olan ilk yöntemlerden biridir. İşlem süreci, referans çerçevesindeki iki referans yön vektörü ve bu yön vektörlerinin gövde çerçevesindeki ölçümlerini gerektirir. Bir nano uydu için bu iki vektör genellikle Dünya'nın manyetik alanı ve Güneş yönündeki birim vektörler olarak seçilir. Amaç, verilen iki referans birim vektörü \hat{V}_1 ve \hat{V}_2 ve bu referans birim vektörlerine karşılık gelen ölçüm birim vektörleri \hat{W}_1 ve \hat{W}_2 kullanılarak dikey yönelim matrisinin (A) bulunmasıdır. Yönelim matrisi esas olarak gövde ve referans koordinat çerçeveleri arasındaki dönüşümü temsil eden bir yön kosinüs matrisidir. Bu nedenle, ölçüm gürültüsünün olmadığı ve referans birim vektörlerinin kesin olarak bilindiği bir sistemde, ölçüm ve referans birim vektörleri arasındaki ilişki şu şekilde ifade edilebilir [Shuster and OH, 1981]:

$$A\hat{V}_1 = \hat{W}_1, \quad A\hat{V}_2 = \hat{W}_2 \quad (17)$$

A matrisi artık belirtilmiştir, bu nedenle, iki adet ortonormal referans ve ölçüm birim vektörü üçlüsü aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$\hat{r}_1 = \hat{V}_1 \quad (18a)$$

$$\hat{r}_2 = (\hat{V}_1 \times \hat{V}_2) / |\hat{V}_1 \times \hat{V}_2| \quad (18b)$$

$$\hat{r}_3 = (\hat{V}_1 \times (\hat{V}_1 \times \hat{V}_2)) / |\hat{V}_1 \times \hat{V}_2| \quad (18c)$$

ve

$$\hat{s}_1 = \hat{W}_1 \quad (19a)$$

$$\hat{s}_2 = (\hat{W}_1 \times \hat{W}_2) / |\hat{W}_1 \times \hat{W}_2| \quad (19b)$$

$$\hat{s}_3 = (\hat{W}_1 \times (\hat{W}_1 \times \hat{W}_2)) / |\hat{W}_1 \times \hat{W}_2| \quad (19c)$$

Oluşturulan bu iki üçlü arasındaki dönüşümü sağlayan benzersiz bir dikey yönelim matrisi vardır ve bu matris şu şekilde ifade edilebilir:

$$A\hat{r}_i = \hat{s}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (20)$$

Denklem (20) TRIAD çözümü olarak bilinmektedir. Bu çözümün geçerli olabilmesi için gerekli ve yeterli koşul ise şu şekildedir:

$$\hat{V}_1 \cdot \hat{V}_2 = \hat{W}_1 \cdot \hat{W}_2 \quad (21)$$

Denklem (18c) ve (19c)'ye bakıldığında \hat{V}_2 ve \hat{W}_2 vektörlerinde bulunan bilgilerin tamamının kullanılmadığı görülmektedir. Bu, TRIAD çözümünün bakışimsız olmasına neden olmaktadır. Bu nedenle, çözümün doğruluğunun artırılması için daha yüksek doğruluğa sahip referans ve ölçüm vektörlerinin birinci vektör çifti (\hat{V}_1 ve \hat{W}_1) olarak seçilmesi tavsiye edilmektedir.

TRIAD Yöntemi Kovaryans Analizi

Kalman süzgeci için gerekli olan ölçüm gürültü kovaryans matrisinin oluşturulabilmesi için TRIAD yöntemi sonucunda elde edilen yönelim parametrelerinin kovaryans matrisine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu kovaryans matrisi hata açısı vektörü elemanları cinsinden aşağıdaki şekilde verilir [Shuster ve Oh, 1981]:

$$P_{\theta\theta} = \sigma_1^2 I_{3 \times 3} + \frac{1}{|\hat{W}_1 \times \hat{W}_2|^2} \left[(\sigma_2^2 - \sigma_1^2) \hat{W}_1 \hat{W}_1^T + \sigma_1^2 (\hat{W}_1 \cdot \hat{W}_2) (\hat{W}_1 \hat{W}_2^T + \hat{W}_2 \hat{W}_1^T) \right] \quad (22)$$

Denklem (22) ile verilen kovaryans matrisini aynı zamanda Euler açıları (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) cinsinden de yazabilmek mümkündür. İki kovaryans matrisi arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde verilir:

$$P_{\phi\phi} = H P_{\theta\theta} H^T \quad (23)$$

Bu denklemdeki H matrisi ise aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$[H^{-1}]_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^3 \left(\frac{\partial A_k}{\partial \phi_j} \times A_k \right)_i \quad (24)$$

Burada k göstergesi yönelim matrisinin ilgili sütununu temsil etmektedir. Bu çalışmada sunulan yönelim belirleme işlem süreci yönelim parametresi olarak kuaterniyonları kullanmaktadır. TRIAD yöntemi sonucunda elde edilen kuaterniyon seti için gerekli olan 4×4 boyutundaki kovaryans matrisi, 3×3 boyutundaki Euler açıları cinsinden olan kovaryans matrisini ve iyi bilinen kovaryans yasasını kullanarak şu şekilde bulunabilir [Vanicek ve Krakiwsky, 1986]:

$$P_{qq} = B P_{\phi\phi} B^T \quad (25)$$

Buradaki B matrisi ise aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial q_1} & \frac{\partial \phi_1}{\partial q_2} & \frac{\partial \phi_1}{\partial q_3} & \frac{\partial \phi_1}{\partial q_4} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial q_1} & \frac{\partial \phi_2}{\partial q_2} & \frac{\partial \phi_2}{\partial q_3} & \frac{\partial \phi_2}{\partial q_4} \\ \frac{\partial \phi_3}{\partial q_1} & \frac{\partial \phi_3}{\partial q_2} & \frac{\partial \phi_3}{\partial q_3} & \frac{\partial \phi_3}{\partial q_4} \end{bmatrix} \quad (26)$$

UYARLAMALI GENİŞLETİLMİŞ KALMAN SÜZGEÇİ

Nanouydu yönelim kestirim problemi, doğrusal olmayan dinamik denklemleri ve ölçüm modelleri içerir. Bu nedenle, sürekli zamanda aşağıdaki doğrusal olmayan modeli göz önünde bulundurun:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) + G(t)\mathbf{w}(t) \quad (27a)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t) + \mathbf{v}(t) \quad (27b)$$

Burada sırasıyla \mathbf{x} durum, \mathbf{u} girdi ve $\tilde{\mathbf{y}}$ ölçüm vektörlerini temsil etmektedir. \mathbf{w} ve \mathbf{v} , kovaryansları aşağıdaki şekilde verilmiş sıfır ortalamalı Gauss beyaz gürültü süreçleridir:

$$E\{\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(\tau)\} = Q(t)\delta(t - \tau) \quad (28a)$$

$$E\{\mathbf{v}(t)\mathbf{v}^T(\tau)\} = R(t)\delta(t - \tau) \quad (28b)$$

$$E\{\mathbf{v}(t)\mathbf{w}^T(\tau)\} = 0 \quad (28c)$$

Denklem (28c) $\mathbf{w}(t)$ ve $\mathbf{v}(t)$ süreçlerinin ilişkisiz olduğunu belirtmektedir.

Standart Genişletilmiş Kalman Süzgeci

Denklem (27a) ve (27b)'de verilen doğrusal olmayan model, bir Gauss girdisi için mutlaka bir Gauss çıktısı üretmez. Ancak, birçok model için (yüksek düzeyde doğrusal olmayan olanlar hariç), çıktılar kısa zaman aralıklarında Gauss olarak yaklaşımlandırılabilir. Bu yaklaşıma dayanarak GKS, doğrusal KS işlem sürecinin doğrusal olmayan modeller için de kullanılabilmesine olanak sağlar. Bu süreçte, filtredeki hata dinamiklerinin temsil edilebilmesi için doğrusal olmayan $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ ve $\mathbf{h}(\mathbf{x}(t), t)$ fonksiyonlarının birinci dereceden Taylor serisi açılımları kullanılır. GKS'nin ayrıntılı türetilişi [Crassidis ve Junkins, 2012]'de detaylı bir şekilde açıklanmıştır ve işlem sürecinin bir özeti ayrık zamanda aşağıda verilmiştir. Burada $\hat{\mathbf{x}}$ kestirilen durum vektörünü temsil eder.

İklendir:

$$\hat{\mathbf{x}}(t_0) = \hat{\mathbf{x}}_0 \quad (29a)$$

$$P_0 = E\{\hat{\mathbf{x}}(t_0)\hat{\mathbf{x}}^T(t_0)\} \quad (29b)$$

Kazanç:

$$K_k = P_k^- H_k^T (\hat{\mathbf{x}}_k^-) [H_k (\hat{\mathbf{x}}_k^-) P_k^- H_k^T (\hat{\mathbf{x}}_k^-) + R_k]^{-1} \quad (30a)$$

$$H_k (\hat{\mathbf{x}}_k^-) \equiv \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}_k^-} \quad (30b)$$

Güncelle:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = \hat{\mathbf{x}}_k^- + K_k [\tilde{\mathbf{y}}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-)] \quad (31a)$$

$$P_k^+ = [I - K_k H_k (\hat{\mathbf{x}}_k^-)] P_k^- \quad (31b)$$

İlerlet:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad (32a)$$

$$\dot{P}(t) = F(t)P(t) + P(t)F^T(t) + G(t)Q(t)G^T(t) \quad (32b)$$

$$F(t) \equiv \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}(t), \mathbf{u}(t)} \quad (32c)$$

Uyarlamalı Genişletilmiş Kalman Süzgeci

Yönelim algılayıcılarının beklendiği gibi çalıştığı ve ölçümler verdiği normal çalışma koşulları altında, yukarıda özeti verilmiş olan standart GKS işlem süreci yeterince iyi yönelim kestirimleri sağlamaktadır. Ancak, doğası gereği nano uydular algılayıcı arızalarına eğilimlidir, bu nedenle standart GKS işlem süreci bu arızalara karşı uyarlanabilir hale getirilmelidir. Bu bölümde sunulmuş olan Uyarlamalı Genişletilmiş Kalman Süzgeci (UGKS), arıza durumlarında her bir R-matrisi köşegen elemanını o elemana özel olarak hesaplanmış bir ölçekleme faktörü ile ölçeklendirerek arızalı ölçümlerin süzgece olan etkisini azaltmayı amaçlar. Bu şekilde ölçümlerden ziyade modele güvenerek süzgeci iraksamadan korur. Ölçüm gürültüsü veya algılayıcı bayası olmaması durumunda, gerçek ve teorik yenilik kovaryanslarının şu şekilde birbirlerine eşit olması beklenir [Hajiyev and Soken, 2021]:

$$\frac{1}{\xi} \sum_{k=m-\xi+1}^m \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T = H_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-) P_k^- H_k^T(\hat{\mathbf{x}}_k^-) + R_k \quad (33)$$

Burada ξ pencere boyutunu yani işleme alınacak toplam ölçüm sayısını temsil eder ve kullanıcı tarafından belirlenir. \mathbf{e}_k GKS'nin yenilik dizisidir ve aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\mathbf{e}_k = \tilde{\mathbf{y}}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^-) \quad (34)$$

Ölçümlerde gürültü/hata olması durumunda Denklem (33)'deki eşitlik geçerliliğini yitirir. Eşitliği tekrar sağlamak için, denkleme, R-matrisini yeniden ölçeklendiren bir ölçeklendirme faktörü matrisi (S_k) şu şekilde eklenir:

$$\frac{1}{\xi} \sum_{k=m-\xi+1}^m \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T = H_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-) P_k^- H_k^T(\hat{\mathbf{x}}_k^-) + S_k R_k \quad (35)$$

Denklem (35), S_k için çözüldüğünde şu ifade elde edilir:

$$S_k = \left\{ \frac{1}{\xi} \sum_{k=m-\xi+1}^m \mathbf{e}_k \mathbf{e}_k^T - H_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-) P_k^- H_k^T(\hat{\mathbf{x}}_k^-) \right\} R_k^{-1} \quad (36)$$

Daha sonrasında Denklem (36) ile elde edilen ölçekleme matrisi aşağıdaki şekilde düzeltilir ve köşegenleştirilir (köşegen elemanları hariç diğer matris elemanları sıfıra eşitlenir):

$$S^* = \text{diag}(s_1^*, s_2^*, \dots, s_z^*) \quad (37a)$$

$$s_i^* = \max\{1, S_{k_{ii}}\} \quad i = 1 \text{ 'den } z \text{ 'ye kadar} \quad (37b)$$

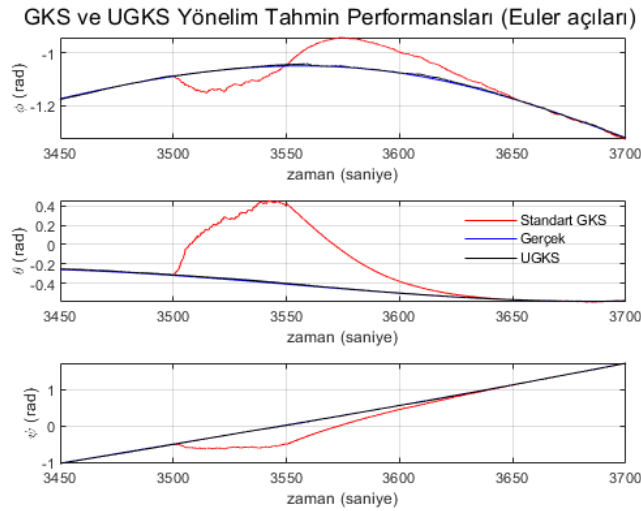
Nihai ölçekleme matrisi S^* elde edildikten sonra R-matrisi aşağıdaki şekilde yeniden ölçeklendirilir ve böylece Kalman kazancı da güncellenmiş olur:

$$K_k = P_k^- H_k^T(\hat{\mathbf{x}}_k^-) \left[H_k(\hat{\mathbf{x}}_k^-) P_k^- H_k^T(\hat{\mathbf{x}}_k^-) + S^* R_k \right]^{-1} \quad (38)$$

UYGULAMALAR VE DEĞERLENDİRME

Önerilen kestirim sisteminin performansını doğrulamak için iki farklı benzetim gerçekleştirilmiştir. Benzetimler, bozucu tork olarak yalnızca eğimin yerçekimi torkunun var olduğu bir ortam varsayılarak dairesel bir ADY'de gerçekleştirilmiştir. Yörünge irtifası 626 km olarak alınmıştır ve yörünge eğikliği ve yükselen düğümün boylamı sırasıyla 111.5° ve 15° olarak seçilmiştir. Ayrıca, uydunun yörünge boyunca hiçbir zaman tutulmaya girmediği düşünülmüş ve böylelikle Güneş algılayıcısından sürekli olarak ölçüm alınabildiği varsayılmıştır.

İlk benzetimde, x-ekseni manyetometre gürültü değeri benzetimin 3500. saniyesinde 30 katına çıkarılmış ve bu etki 50 saniye boyunca sürdürülmüştür. Hem standart GKS hem de UGKS'nin yönelim kestirim performansları Euler açıları cinsinden (ϕ : yalpa, θ : yunuslama, ψ : sapma) Şekil 1'de gösterilmektedir.



Şekil 1: X-ekseni manyetometre gürültü artışı durumunda yönelim kestirim sonuçları

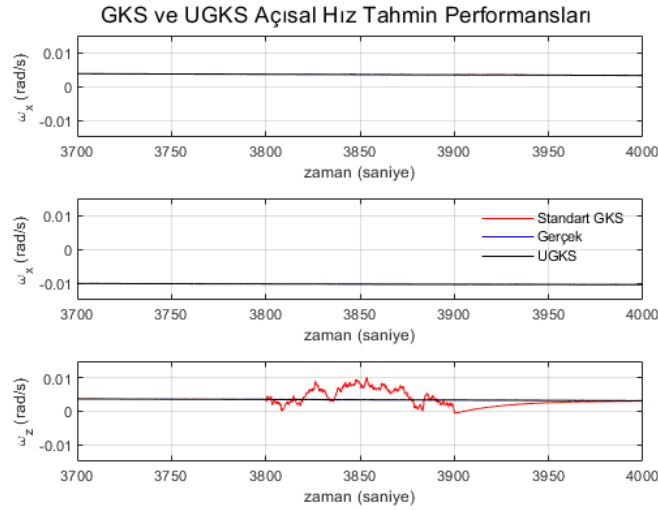
Şekil 1'de görülebileceği üzere manyetometre gürültüsünün aniden arttırıldığı zaman aralığında GKS oldukça hatalı yönelim kestirimleri yapmakta ve yönelim kestirim sistemi güvenilirliğini yitirmektedir. Ancak, UGKS gürültü artışına rağmen gerçek değeri takip etmeye devam etmektedir. Performans farkının derecesini daha iyi anlayabilmek için, gürültü artırım yapıldığı süre boyunca hem GKS hem de UGKS için Kök Ortalama Kare Hatası (KOKH) değerleri Tablo 1'de gösterilmektedir.

Euler Açısı	GKS	UGKS
ϕ (yalpa)	0.0670 rad	0.0034 rad
θ (yunuslama)	0.4518 rad	0.0055 rad
ψ (sapma)	0.2796 rad	0.0045 rad

Table 1: X-ekseni manyetometre gürültü artışı durumunda GKS ve UGKS için KOKH değerleri

İkinci benzetimde ise, z-ekseni jiroskop gürültü değeri benzetimin 3800. saniyesinde 100 katına çıkarılmış ve bu etki 100 saniye boyunca sürdürülmüştür. Şekil 2 ve Tablo 2, bu durumda da UGKS'nin GKS'ye olan üstünlüğünü doğrular niteliktedir. Ek olarak, Şekil 2'de açıkça görülebileceği üzere z-ekseni jiroskop gürültü değeri artırıldığında açısız hız vektörünün yalnızca z-bileşeninde bozulmalar meydana gelmiştir. Bu durum, jiroskoplar için hata tespitinin mümkün olduğunu göstermektedir. Hangi açısız hız bileşeninin bozulmalar yaşadığına bakılarak, hangi

jiroskopun arızalı olduğu anlaşılabilir. Ancak, kolayca farkedilebileceği üzere bu durum yönelim algılayıcıları için geçerli değildir. Şekil 1'e bakılarak hangi manyetometrenin arızalı olduğunu tespit edebilmek maalesef mümkün değildir. Bu durum, algılayıcı ölçümlerinin TRIAD yöntemi ile birbirlerine karıştırılarak bir yönelim kestirimi elde edilmesinden kaynaklanmaktadır. Süzgeç, manyetometre ve Güneş algıyıcıları için yenilik takibi yapamaz ve bütünleşmiş yönelim kestirim sistemlerinin dezavantajlarından birini gözler önüne serer.



Şekil 2: Z-ekseni jiroskop gürültü artışı durumunda açısız hız kestirim sonuçları

Açısız Hız Bileşeni	GKS	UGKS
ω_x	1.4967×10^{-5} rad/s	2.6853×10^{-5} rad/s
ω_y	2.0180×10^{-5} rad/s	2.2918×10^{-5} rad/s
ω_z	0.0028 rad/s	2.6004×10^{-5} rad/s

Table 2: Z-ekseni jiroskop gürültü artışı durumunda GKS ve UGKS için KOKH değerleri

SONUÇ

Bu çalışmada, bir nano uydunun yönelim ve açısız hız kestirimi için kullanılmak üzere bütünleşmiş bir TRIAD/Uyarlamalı Genişletilmiş Kalman Süzgeci (UGKS) durum kestirim sistemi sunulmuştur. Manyetometre ve Güneş algılayıcı ölçümlerine dayanan TRIAD işlem süreci UGKS'ye girdi olarak verilmek üzere öncelikle bir kaba yönelim kestirimi yapar. Bu kaba yönelim kestirimi, süzgeç için ölçüm modelini doğrusal bir hale getirdiği için sunulmuş olan bütünleşmiş sistem hesaplama yükünü de azaltmaktadır. GKS'ye dayalı uyarlamalı süzgeç, algılayıcılarda bir arıza gelmesi durumunda, ölçüm gürültü kovaryans matrisini (R) çoklu ölçeklendirme faktörleri kullanarak yeniden ölçeklendirir ve kestirim sistemini arızalara karşı daha dirençli hale getirir. Sunulan kestirim sisteminin doğrulanması için x-ekseni manyetometre ve z-ekseni jiroskop gürültü değerlerinin artırıldığı iki farklı benzetim yapılmıştır. Benzetimler sonucunda standart GKS'nin aksine, UGKS'nin algılayıcılarda gürültü artışı olması durumunda sapmadığı ve güvenilir kestirim sonuçları vermeye devam ettiği görülmüştür.

Kaynaklar

- Ainscough, T. ve Zanetti, R., 2014. *Q-Method Extended Kalman Filter*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics 38.4, s. 752-760
- Black, H. D., 1964. *Passive System for Determining the Attitude of a Satellite*, AIAA Journal 2.7, s. 1350-1351
- Castellanos, C. A. ve Lilia, P., 2014. *Design and Simulation of an Attitude Determination System Based on the Extended Kalman Filter for Cube-Sat Colombia I*, Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia 70, s. 146-154
- Crassidis, J. L., Markley, F. L., ve Cheng, Y., 2007. *Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics 30.1, s. 12-28.
- Davenport, P. B., 1968. *A Vector Approach to the Algebra of Rotations with Applications*, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, USA, Tech. Rep. NASA-TN-D-4696
- Hajiyev, C. ve Bahar, M., 2003. *Attitude Determination and Control System Design of the ITU-UUBF LEO1 Satellite*, Acta Astronautica, 52, s. 493-499
- Hajiyev, C., Cilden, D., ve Somov, Y., 2015. *Integrated SVD/EKF for Small Satellite Attitude Determination and Rate Gyro Bias Estimation*, IFAC-PapersOnLine 48.9, s. 233-238
- Hajiyev, C. ve Soken, H. E., 2021. *Fault Tolerant Attitude Estimation for Small Satellites*, Boca Raton (Fla.): Crc Press Taylor & Francis Group
- Markley, F.L., 1988. *Attitude Determination Using Vector Observation and the Singular Value Decomposition*, Journal of the Astronautical Sciences 38.3, s. 245-258
- Vanicek, P. ve Krakiwsky, E. J., 1986. *Geodesy: The Concepts 2nd Edition*, Elsevier Science Publishers, North-Holland
- Sekhvat, P., Gong, Q., ve Ross, I.M., 2007. *NPSAT1 Parameter Estimation Using Unscented Kalman Filtering*, American Control Conference IEEE, s. 4445-4451
- Shuster, M. D. ve Oh, S. D., 1981. *Three-Axis Attitude Determination from Vector Observations*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics 4.1, s. 70-77
- Tafazoli, M., 2008. *A Study of On-orbit Spacecraft Failures*, Acta Astronautica 64, s. 195-205
- Vallado, D. A., 2013. *Fundamentals of Astrodynamics and Applications 4th Edition*, Hawthorne (CA): Microcosm Press
- Wertz, J. R., 1978. *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Springer, Dordrecht