

UYDULARIN BELİRLİ BİR BÖLGEDEN GÖRÜNÜR GEÇİŞLERİNİN SAPTANMASI

Mehmet Fatih Ertürk*
Şahin Ulaş Köprücü†
Uzay Tuğcular‡
Türk Hava Kurumu
Üniversitesi, Ankara

İbrahim Arda§
Yılmaz Barış Erkan¶
Türk Hava Kurumu
Üniversitesi, Ankara

Tahsin Çağrı Şişman||
Türk Hava Kurumu
Üniversitesi, Ankara

ÖZET

Bu çalışma herhangi bir uydunun Dünya'nın herhangi bir bölgesinden optik olarak gözlemlenebilir geçişlerini tespit etmeyi amaçlamaktadır. Bu bağlamda çıplak göz ile en kolay görülebilen yapay uydusu olan Uluslararası Uzay İstasyonu (UUI) örnek olarak incelenmiştir. Geliştirilen MATLAB koduyla örnek olarak incelenen UUI'nin Ankara üzerinden optik olarak gözlemlenebilir geçişleri tespit edilmiştir. Bu kodun çıktıları NASA'nın UUI gözlemleriyle ilgili internet sitesindeki veriler ile karşılaştırılarak test edilmiştir.

*Öğrenci, Uzay Müh. Böl., E-posta: mehmetfatih.erturk@stu.thk.edu.tr

†Öğrenci, Uzay Müh. Böl., E-posta: sahinulas.koprucu@stu.thk.edu.tr

‡Öğrenci, Uzay Müh. Böl., E-posta: uzay.tugcular@stu.thk.edu.tr

§Araştırma Görevlisi, Uzay Müh. Böl., E-posta: iarda@thk.edu.tr

¶Araştırma Görevlisi, Uzay Müh. Böl., E-posta: yberkan@thk.edu.tr

||Doç. Dr., Uzay Müh. Böl., E-posta: tcsisman@thk.edu.tr

GİRİŞ

Uyduların optik gözlemleri yörünge belirleme ve yörünge tedirgemeleri (pertürbasyonları) çalışmaları için uydu izi verileri sağlayan bir faaliyettir. Optik gözlemlerden gelen veriler ile yörüngesi bilinmeyen bir uydunun yörüngesi belirlenebileceği gibi yörüngesi bilinen bir uydunun optik olarak gözlemlenebilir geçişleri öngörülmeyle çalışarak yörünge tedirgemelerinin etkilerinin analizi de yapılabilir.

Bu çalışmada herhangi bir uydunun Dünya'nın herhangi bir bölgesinden optik olarak gözlemlenebilir geçişlerini tespit etmeye yarayan bir uygulama geliştirilmesi ana hedeftir. Bu temel yörünge mekaniği bilgilerinin uygulanmasını içeren bir çalışma olduğu kadar öngörülerin hassasiyetlerinin derecesi arttıkça yörünge tedirgemelerine dair analizleri de içeren bir araştırmaya evrilmektedir.

Bir uydunun optik olarak gözlemlenebilir geçişlerinin tespiti uydunun, Güneş'in ve Dünya'nın göreceli konumlarının analizinin yapılmasını gerektirir. Bir uydunun Dünya üzerindeki bir konumdan gözlemlenebilir olması için üç kriterin sağlanması gereklidir:

1. Uydunun o konum için ufuk çizgisinin üstünde olması,
2. Uydunun görülebileceği kadar karanlığın oluşması için Güneş'in ufuk çizgisinin altında olması,
3. Uydunun görülmesine imkân tanıyacak şekilde Güneş ışığını yansıtabilmesi için uydunun Dünya'nın gölgesinde kalmaması yani Güneş'i gören bir pozisyonda yer alması.

Bu üç kriter de aynı anda sağlanırsa ancak o zaman gözlemlemek istediğimiz uyduyu optik olarak görebiliriz. Bu kriterlerin sağlandığı zaman aralıklarının tespit edilmesi için yapılması gereken ilk işlem gözlemlenmesi amaçlanan uydunun iki-satır veri setinin¹ (İVS'nin) elde edilmesidir. Bu veri sayesinde uydu yörüngesinde ilerletilebilir ve istenilen kriterlere ulaşılabilir. Bu işlemlerin hepsi yöntem ve uygulamalar bölümlerinde daha detaylı bir şekilde anlatılacak olup takip eden bölümde ise gerekli temel kavramların tanımlamaları yapılacaktır.

TEMEL KAVRAMLAR

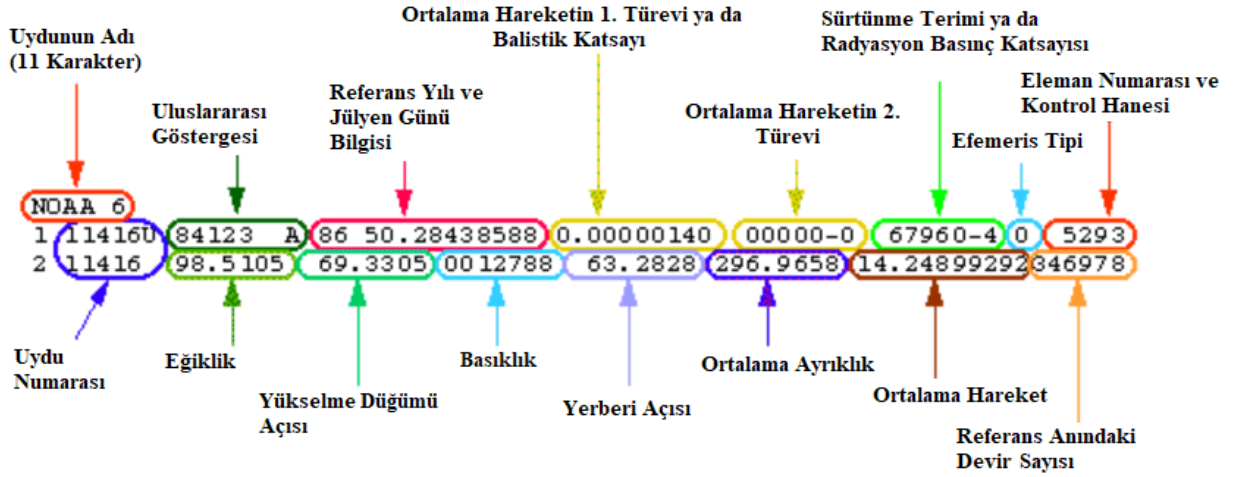
Bu bölümde NORAD iki-satır veri seti (İVS), yıldız zamanı, yörünge tedirgemeleri üzerine temel açıklamalar yapılacaktır.

NORAD İki-Satır Veri Seti

İki-satır veri seti, Dünya yörüngesindeki cisimlerin belirli bir zamandaki klasik yörünge elemanlarını tanımlamak için Kuzey Amerika Havacılık Savunma Komutanlığı [North American Aerospace Defense Command (NORAD)] tarafından özel olarak kodlanmış bir formattır. 138 karakterden oluşan bu format Görsel 1'de görüldüğü üzere uydu katalog numarası, referans anı, eğiklik i , yükselme düğümü açısı Ω , basıklık e , yerberi açısı ω , ortalama ayıklık M_e ve ortalama hareket n vb. gibi uyduya ve yörüngesine ait bilgileri içermektedir. İVS'de verilen açıların birimi derecedir. Basıklık değeri verilirken de sadece değerin ondalıklı kısmı verilir. Örneğin, Görsel 1'de basıklık için verilen 0012788 değeri, 0,0012788 şeklindeki basıklık değerinin ondalık kısmıdır.

İVS'de referans anını birinci satırdaki üçüncü veri belirtir. Bu sayısal verinin ilk iki karakteri yılı, sonraki üç karakter o yıldaki gün bilgisini, virgülden sonrası ise referans anının evrensel zamanını [universal time (UT)] bir Güneş gününün kesri olarak ifade eder. Örnek olarak, Görsel 1'deki İVS'nin referans anını yıl, tam gün sayısı, saat, dakika, saniye olarak ifade etmek için şu işlemler

¹ "İki-satır veri seti", "two-line elements" ifadesinin karşılığı olarak kullanılmıştır.



Görsel 1: İVS bileşenleri ([Kauderer, 2011] internet sayfasındaki şekil değiştirilerek kullanılmıştır.)

uygulanır: Yıl bilgisini elde etmek için 86 ile 1900 toplanır ve 1986 elde edilir.² Tam gün sayısını bulmak için yıl rakamlarını takip eden ondalıklı sayının tam sayı kısmı olan 50 alınır.³ Noktadan sonraki kısım ise evrensel zamanın Güneş günü birimindeki ifadesidir; mesela, $a : b : c$ olarak verilmiş bir evrensel zaman anının gün birimindeki karşılığı

$$a \text{ saat} \times \left(\frac{1 \text{ gün}}{24 \text{ saat}} \right) + b \text{ dakika} \times \left(\frac{1 \text{ gün}}{24 \times 60 \text{ dakika}} \right) + c \text{ saniye} \times \left(\frac{1 \text{ gün}}{24 \times 60 \times 60 \text{ saniye}} \right), \quad (1)$$

şeklinde. Bu şekilde, 0.28438588 sayısı

$$0,28438588 \text{ gün} \times \left(\frac{24 \text{ saat}}{1 \text{ gün}} \right) = 6,8252611 \text{ saat}, \quad (2)$$

değerine, bu saat değerinin ondalıklı kısmı

$$0,8252611 \text{ saat} \times \left(\frac{60 \text{ dakika}}{1 \text{ saat}} \right) = 49,51567 \text{ dakika}, \quad (3)$$

değerine, bu dakika değerinin ondalıklı kısmı

$$0,51567 \text{ dakika} \times \left(\frac{60 \text{ saniye}}{1 \text{ dakika}} \right) = 30,940 \text{ saniye}, \quad (4)$$

değerine karşılık gelmektedir. Böylelikle referans anının evrensel zamanı 06:49:30,940 şeklinde hesaplanmış olur. Tekrar vurgulamak gerekirse bu saat Greenwich meridyenindeki saattir. Dolayısıyla gözlemcinin konumundaki zamanı tespit etmek için evrensel zamana ekleme veya çıkarma yapmak UTC+0 haricinde gereklidir.

İVS bir uydunun referans anındaki durumunu tam olarak tanımlayacak bilgileri içerir. Bir uydunun durumunun herhangi bir anda tam olarak tanımlanması uydunun o anda konum ve hız vektörlerinin bilinmesi, yani bu iki vektörün birlikteliğinin tanımladığı durum vektörünün bilinmesi demektir.

²2000 sonrası yıllar için basitçe 1900 yerine 2000 ile toplama yapılır.

³1 Ocak günü 00:00:00 evrensel zamanı İVS'de 1.00000000 olarak gözüktür ve tam gün sayısı artık yıl durumuna göre 1 ile 366 arasında değişir.

Durum vektörü iki adet üç boyutlu vektörü tanımlayacak kadar bilgi ile yani 6 adet skaler nicelik ile tanımlanır. İVS'de bu altı skaler niceliği tanımlayan nicelik grubu $i, \Omega, e, \omega, M_e$ ve n değerleridir. İVS'deki bu nicelik seti klasik yörünge elemanları olarak adlandırılır ve M_e hariç bu fiziksel nicelikler "Temel Problem: İki cisim problemi" Bölümünde de tartışılacağı üzere iki cisim probleminin korunan nicelikleridir.

Klasik yörünge elemanlarının İVS'de verilen setten farklı şekilde verildiği durumlar da mevcuttur. Klasik yörünge elemanı olarak ortalama hareket n yerine zaman zaman özgül açısıl momentum h ya da yarı-büyük eksen a değerleri de kullanılır. Ortalama hareket n değeri ile yarı-büyük eksen a değeri arasındaki ilişki

$$a = \left(\frac{\mu}{n^2} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

şeklindedir. Bu ifadede n 'nin birimi rad/s şeklindedir. Ortalama hareket n değeri ile özgül açısıl momentum h değeri arasındaki ilişki

$$h = \left(\frac{\mu^2}{n} \right)^{1/3} \sqrt{1 - e^2}, \quad (6)$$

şeklindedir ve yine bu ifadede n rad/s birimindedir. İVS'de n devir/gün biriminde verilmektedir ve a ile h için yukarıdaki iki ifade kullanılmak istendiğinde İVS'den elde edilen n değeri $1 \text{ devir/gün} = \pi/43200 \text{ rad/s}$ ilişkisi ile rad/s birimine dönüştürülebilir.

Klasik yörünge elemanları verilirken İVS'de verilen ortalama ayırıklık M_e yerine gerçek ayırıklık θ değeri de zaman zaman kullanılır. M_e ile θ arasındaki ilişki "Yörünge İlerletici" Bölümünde tartışılmıştır.

Yıldız Zamanı

Güneş'in gözlemciye göre en yüksek noktasından geçmesiyle başlayıp tekrar o noktaya ulaşana kadar geçen zamana Güneş günü denir. Bir Güneş günü 24 saatten oluşur. Evrensel zaman Güneş'in Greenwich merkez meridyeni üzerinden geçiş anı ile tanımlanır ve bu an evrensel zaman için öğle vaktine 12:00 UT saatine karşılık gelir. Yerel saat ise Greenwich'e göre doğuya gittikçe her zaman bölgesi için bir saat eklenerek, batıya gittikçe bir saat çıkartılarak hesaplanır.

Yıldız zamanı Dünya'nın sabit bir yıldız göre dönüş hareketi üzerinden tanımlanır. Çok uzak bir (sabit) yıldızın gökyüzündeki belirlenmiş bir noktaya tekrar gelmesi için geçen süre bir yıldız günüdür ve 23 saat 56 dakika 4,2 saniye sürmektedir. 360 derece dönüşünü bir yıldız gününde tamamlayan Dünya, bir Güneş gününde ise 360,986 derece döner.

Yerel yıldız zamanı, yerel meridyenin ilkbahar gündönümü doğrultusundan geçtiği andan itibaren geçen zamandır. İlkbahar gündönümü doğrultusu ile yerel meridyen arasındaki açı ise saat biriminde verilen yerel yıldız zamanının 15 ile çarpılmasıyla bulunabilir. Dünya üzerinde bir noktanın verilen bir anda yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde konumunu bilmek için o noktanın o ana karşılık gelen yerel yıldız zamanını bilmek gereklidir. Yerel yıldız zamanını bulmak için öncelikle Greenwich yerel yıldız zamanı hesaplanır. Ardından doğu meridyenleri için gerekli ekleme, batı meridyenleri için gerekli çıkarma işlemleri yapılır.

Jülyen günü 1 Ocak M.Ö. 4713 öğleninden beri geçen gün sayısıdır. Belirli iki tarih arasında Jülyen günü olarak çıkarma işlemi yapıldığında o iki tarih arasında geçen gün sayısı hesaplanmış olur. Bir Jülyen yılı 365,25 gün içerir. Günümüzde geçerli olan Jülyen zamanı 1 Ocak 2000 öğleni ile başlamaktadır. Bu zamana J2000 de denir ve bu tarih aslında 2451545,0 Jülyen gününe karşılık gelir.

Dünya üzerindeki bir noktanın yerel yıldız zamanını hesaplamak için öncelikle istenilen tarihte 0 UT saatine ait Jülyen gün sayısı J_0 ,

$$J_0 = 367y - \text{TAM} \left\{ \frac{7 \left[y + \text{TAM} \left(\frac{m+9}{12} \right) \right]}{4} \right\} + \text{TAM} \left(\frac{275m}{9} \right) + d + 1.721.013,5, \quad (7)$$

formülü ile bulunur [Boulet, 1991]. Bu formülde y sayısı $1901 \leq y \leq 2099$ aralığındaki yıl, m sayısı $1 \leq m \leq 12$ aralığındaki ay ve d sayısı $1 \leq d \leq 31$ aralığındaki gün değerlerine karşılık gelir. $\text{TAM}(x)$ ise x değerinin tam sayı kısmını alma işlemini yapar. J_0 ile J2000 arasında geçen Jülyen yüzyılları

$$T_0 = \frac{J_0 - 2451545,0}{36.525}, \quad (8)$$

şeklinde hesaplanır. Evrensel zamanın 0 UT saatine eşit olduğu ana ait Greenwich yıldız zamanı

$$\Theta_{G0} = 100,4606184 + 36.000,77004T_0 + 0,000387933T_0^2 - 2,583 \times 10^{-8}T_0^3, \quad (9)$$

ile derece cinsinden bulunur. (9) ile 0 UT saatindeki Greenwich yıldız zamanı hesaplandıktan sonra herhangi bir zamandaki Greenwich yerel yıldız zamanı basitçe

$$\Theta_G = \Theta_{G0} + 360,98564724 \frac{\text{UT}}{24}, \quad (10)$$

derece cinsinden hesaplanabilir. Son olarak gözlemcinin dünya üzerinde bulunduğu boylam Λ kullanılarak gözlemcinin yerel yıldız zamanı Θ ,

$$\Theta = \Lambda + \Theta_G, \quad (11)$$

ile yine derece cinsinden hesaplanır.

Bu bölümdeki tartışmalarda [Curtis, 2013] referansının ilgili bölümü takip edilmiştir.

Yörünge Tedirgemeleri

“Temel Problem: İki cisim problemi” Bölümünde tartışılmakla beraber, Dünya ve uydu sistemi, fiziksel olarak en temel seviyede iki cisim problemi ile tanımlanır. Bu problemde iki cismin kütleçekim kuvveti ile etkileştikleri kabul edilir. Ancak, Dünya ve uydu sisteminde uydunun üzerinde Dünya’nın noktasal⁴ kütleçekim etkisinin yanında diğer uzay cisimlerinin kütleçekimleri, atmosferik sürtünme, güneş ışınımı basıncı ve Dünya’nın mükemmel bir küresel simetrik kütle dağılımı olmaması nedeniyle bir çok etki bulunmaktadır. Bu etkilerin yarattığı kuvvetler, Dünya’nın noktasal kütleçekim kuvvetine göre çok küçüktür. Bu sebeple, bu etkiler iki cisim problemi çözümü etrafındaki tedirgemeler olarak ele alınır. Yörünge tedirgemeleri olarak adlandırılan bu etkiler hesaba katıldığında iki cisim problemi çözümüne göre uydu-Dünya sistemi için daha fazla hassasiyete sahip uydu yörüngeleri elde edilir.

J_2 tedirgemesi: Bu bölümde [Curtis, 2013] referansının 4.7 ve 12.5 bölümleri takip edilmiştir.

Dünya’nın kendi etrafında dönüşü nedeniyle küresel simetrik bir kütle dağılımındaki her parçacık üzerinde bir merkezci ivme vardır. Aynı açısız hızla dönen bu parçacıklardan dönme eksenine uzak olanların merkezci ivmesi yakın olanlara göre daha fazladır. Dolayısıyla, Newton’un ikinci kanununa $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ göre bu merkezci ivmeyi yaratmak için dönme eksenine uzak olan parçacıkların üzerinde daha büyük bir merkezci kuvvet olması gerekir. Böyle bir durumda, akışkan bir yapının varlığında her zaman için ekvator da şişkin bir kütle dağılımı elde edilecektir. Bu sebeple Dünya’nın şekli mükemmel bir küreden uzaklaşıp ekvator da şişkin, kutuplardan ise basık bir hale gelmiştir.

⁴Dünya en temel yaklaşımda küresel simetrik kütleçekim dağılımı olarak kabul edilir ve böyle bir kütle dağılımının yarattığı kütleçekim kuvveti bütün kütle, kütle merkezinde toplanmış kabul edilerek incelenebilir.

Küresel simetrik bir kütle dağılımında kütleçekimi etkisi sadece kütle dağılımının merkezinden olan uzaklığa göre değişir. Ancak, Dünya için küresel simetriyi bozan kutuplardaki bu basıklık nedeniyle kütleçekim kuvveti merkezden olan uzaklığın yanında enlemle beraber de değişecektir. Yani, Dünya'nın kütleçekim alanı en temel seviyede küresel simetrik kabul edildiği halde, gerçekte Dünya'nın ekvatoral şişkin, kutuplardan ise basık şekli dikkate alındığında silindirik simetridir.

Dünya'nın silindirik simetrik kütleçekim alanını ifade etmek için *kuşak harmonikler* kullanılır. Kuşak harmonikler birimsiz olup, evrensel değildirler; yani her gezegenin kendine özel kuşak harmonik katsayıları vardır. Bu bağlamda harmonik katsayılar herhangi bir matematiksel çıkarımın sonucu değil, gezegenlerin etrafındaki yörünge hareketlerinin gözlemlenmesinin sonucudur. Kütleçekimi silindirik simetrik olduğu için bu tedirgeme kütleçekim potansiyelinin aşağıdaki gibi radyal uzaklık r 'ye ve kutup açısı ϕ 'ye bağlı alınması ile verilir [Battin, 1999]:

$$V(r, \phi) = \frac{\mu}{r} \sum_{k=0}^{\infty} J_k \left(\frac{R}{r} \right)^k P_k(\cos \phi). \quad (12)$$

Kutup açısı ϕ açısı yermerkezli ekvatorial koordinat sistemindeki $\hat{Z}$ yönü ile kütleçekim potansiyelini hesaplamak istediğimiz noktanın konum vektörü arasındaki açıdır. ϕ açısı kuzey kutbu için 0 güney kutbu için π değerini alır, diğer enlemler için ise $(0, \pi)$ aralığındadır. Böyle olunca da Legendre polinomlarının argümanı $\cos \phi$ kuzey yarım kürede sıfırdan büyük güney yarım kürede sıfırdan küçük olur. Ek olarak, J_k seçili gezegenin kuşak harmoniklerini, μ gezegenin kütlesi ile evrensel kütleçekim sabitinin çarpımı olarak tanımlanan gezegenin kütleçekim parametresini, R ekvator yarıçapını ve P_k Legendre polinomlarını ifade eder.

$k = 0$ Legendre polinomu basitçe bire eşittir, $P_0(\cos \phi) = 1$, ve J_0 harmonik katsayısı da eksi bire eşittir, $J_0 = -1$. Bu şekilde (12) ifadesindeki ilk terim olan $k = 0$ terimi iki-cisim kütleçekim potansiyelini verir.

Kütleçekim potansiyeli (12)'de $k \geq 1$ terimleri ise tedirgeme terimleridir. P_1 Legendre polinomu $P_1 = \cos \phi$ şeklinde verilir, dolayısıyla kuzey yarımkürede pozitif bir potansiyel güney yarım kürede ise negatif bir potansiyel tedirgemesine karşılık gelir. Dünya için kuzey ve güney yarımküreler arasında kütle dağılımı eş olduğundan $J_1 = 0$ alınarak kuzey ve güney yarımküreler arasında asimetri veren $k = 1$ katkısı ortadan kaldırılır.

Bu şekilde ilk tedirgeme katkısı $k = 2$ ile başlar. Dünya için J_2 'den J_7 'ye kadar kuşak harmonik değerleri aşağıdaki gibi verilir [Vallado, 2007]:

$$J_2 = 0.00108263, \quad (13)$$

$$J_3 = -2.33936 \times 10^{-3} J_2, \quad (14)$$

$$J_4 = -1.49601 \times 10^{-3} J_2, \quad (15)$$

$$J_5 = -0.20995 \times 10^{-3} J_2, \quad (16)$$

$$J_6 = 0.49941 \times 10^{-3} J_2, \quad (17)$$

$$J_7 = 0.32547 \times 10^{-3} J_2. \quad (18)$$

Yukarıda yer alan kuşak harmonik değerleri J_2 kuşak harmoniğinin açıkça en baskın değer olduğunu ve diğer katsayıların etkisinin J_2 değerinin yanında ihmal edilebileceğini göstermektedir. Bu sebeple Dünya'nın şekli sonucu oluşan yörünge tedirgemesi hesabında sadece J_2 kuşak harmonik katsayısı ile ifade edilen ilk tedirgeme kullanılmıştır.

J_2 tedirgemesi ile Ω yükselme düğümü açısı ve ω yerberi açısı zamana bağlı olarak yörünge belirleme hassasiyetine önemli ölçüde etki edecek şekilde değişirler. Ω açısı yörünge düzleminin üç boyuttaki yönelimini tanımladığından, bu açı J_2 tedirgemesi kaynaklı değiştikçe yörünge düzlemi yermerkezli ekvatorial referans çerçevesindeki $\hat{Z}$ etrafında döner. Yine yörünge elipsinin yörünge

düzlemindeki yönelimini tanımlayan ω açısı J_2 tedirgemesi kaynaklı değiştikçe yörünge elipsi uydu-Dünya sisteminin açısal momentum vektörü etrafında döner. Bu iki açının J_2 tedirgemesi nedeniyle bir periyottaki ortalama değişim hızları

$$\dot{\Omega} = - \left[\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\mu} J_2 R^2}{(1-e^2)^2 a^{\frac{7}{2}}} \right] \cos i, \quad (19)$$

$$\dot{\omega} = - \left[\frac{3}{2} \frac{\sqrt{\mu} J_2 R^2}{(1-e^2)^2 a^{\frac{7}{2}}} \right] \left(\frac{5}{2} \sin^2 i - 2 \right), \quad (20)$$

şeklinde rad/s biriminde verilir. Bu denklemlerde R Dünya'nın yarıçapını belirtmektedir.

Bu iki denklem için de $i = 0$ değeri en büyük değişimi vermektedir. Dolayısıyla eğiklik açısı minimum olan ekvatorial yörüngeler bu tedirgemeye en fazla maruz kalan yörüngelerdir.

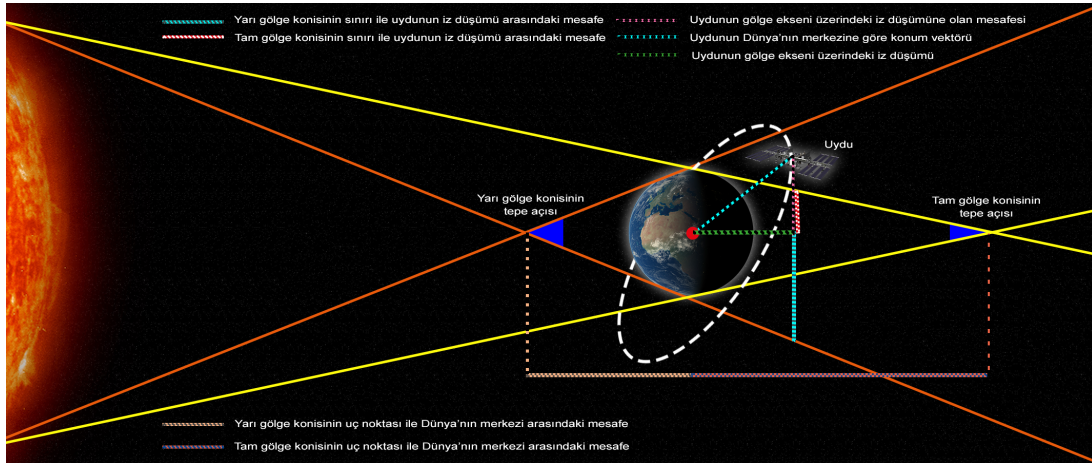
Bu çalışmada J_2 tedirgemesinin katkıları (19) ve (20) denklemleri kullanılarak hesaplara dahil edilmiştir.

YÖNTEM

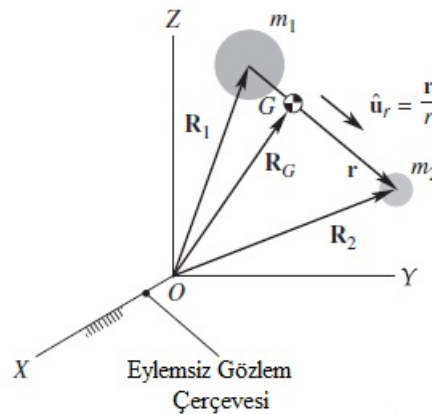
Bu çalışmada temel olarak İVS kullanılarak başta Uluslararası Uzay İstasyonu (UUI) olmak üzere alçak Dünya yörüngesinde bulunan uyduların, görünür geçişlerinin hesaplanması amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda İVS'den referans zamanı, eğiklik i , yükselme düğümü açısı Ω , basıklık e , yerberi açısı ω , ortalama ayırıklık M_e ve ortalama hareket n elde edilmiştir. Kepler denklemi Newton-Raphson metodu uygulanarak sayısal olarak çözülmüş ve her saniye uydunun doğru ayırıklık θ değeri hesaplanmıştır. Doğru ayırıklık değeri bulunduktan sonra uydunun konum vektörü yermerkezli eylemsiz bir gözlem çerçevesi olan yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde yazılmıştır. Bu işlemler sırasında J_2 tedirgemeleri kaynaklı etkiler de göz önüne alınmıştır.

Uydunun görünürlüğünün belirlenebilmesi için Güneş'in konum vektörü, yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde yazılmıştır ve ayrıca gözlemcinin konum vektörü de yine yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde tanımlanmıştır. Bu tanımlamada Dünya'nın jeodezik yapısı ve gözlemcinin bulunduğu yerin rakımı da hesaba katılmıştır. Çalışmada örnek olarak Ankara'nın enlem ve boylamı esas alınmıştır. Fakat Dünya üzerindeki herhangi bir nokta için o noktanın enlem ve boylam verileri girdi olarak alınarak bu hesaplama basitçe genişletilebilir. Uydunun ve Güneş'in, gözlemciye göre konum vektörleri yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde hesaplanmış, daha sonra yükselme açısı ve yön açısı (azimut) değerlerinin belirlenebilmesi için yüzey-merkezli ufuk gözlem çerçevesine geçilmiştir. Gözlemciye göre bağıl konum vektörleri yüzey-merkezli ufuk gözlem çerçevesinde yazıldıktan sonra uydunun ve Güneş'in yükselme ve yön açıları hesaplanmıştır. Bu veriler kullanılarak uydunun gözlem noktası üzerinden görünür geçiş zamanları hesaplanmıştır.

Bir uydunun görünürlüğünün belirlenmesi için üç şartın sağlanması gerekmektedir. İlk şart olarak uydunun ufukta görünebilir olması için yükselme açısının 10 dereceden fazla olması gerektiği kabul edilmiştir. İkinci şart Güneş'in pozisyonuyla ilgilidir ve günlük tan değeri ile bağlantılıdır. Günlük tan değeri tanım olarak Güneş'in geometrik merkezinin ufuktan 6 derece aşağıda olduğu zamanı ifade eder. Bu şart gökyüzünün, uyduyu gözlemlemeye uygun karanlıkta olduğunu belirtir. Üçüncü şart ise uydunun Dünya'nın gölgesine girip, girmemesiyle ilgilidir. Uydunun gölgede kalması durumu için önemli bir varsayımda bulunmak gerekmektedir. Uydu tam gölge konisi içerisinde olduğu gibi yarı gölge konisi içinde kaldığı durumlarda da yeryüzünden görünmemektedir. Şekil 2 ile bu kabule göre yarı gölge konisi içerisinde yeryüzünden görünmez olarak kabul edilmiş olan UUI temsili olarak gösterilmiştir. Bu varsayım ile uyuşan bir şekilde tam gölge ve yarı gölge bölgelerinin ayrılmadığı nokta Güneş kabulü ile uydunun Dünya'nın gölgesinde olup olmadığı hesaplanmıştır. Görünebilmenin sağlanması için üç şartın da aynı anda gerçekleşmesi gerekmektedir.



Görsel 2: Bir uydunun Dünya'ya ve Güneş'e göre konumunun geometrik gösterimi



Görsel 3: Sabit yıldızlara göre eylemsiz gözlem çerçevesinde tanımlanmış iki cisim problemi. ([Curtis, 2013]’deki Şekil 2.1)

Temel Problem: İki cisim problemi

Dünya ve uydu sistemi, fiziksel olarak en temel seviyede iki cisim problemi ile tanımlanır. İki cisim probleminde, noktasal olarak kabul edilen cisimlerin birbiriyle etkileşimi kütleçekim kuvveti ile gerçekleşir. Kütleçekim kuvveti etki-tepki çifti olarak bu iki cisim üzerinde bulunur ve bu kuvvetler bir cismin diğerine göre olan bağıl konum vektörü doğrultusundadır. Dünya ve uydu sistemi için noktasal cisim kabulünün kaynağı Dünya'nın birinci mertebede küresel simetrik kütle dağılımı olarak kabul edilmesinden dolayıdır.⁵ Uydunun noktasal cisim kabul edilmesinin nedeni ise Dünya ile uydu arasındaki mesafeye göre uydu boyutlarının çok küçük olmasıdır.

İki cisim probleminin çözümü sonucunda uydunun izi Kepler yörüngesi olarak bulunur. Kepler yörüngesi uydunun herhangi bir andaki durum vektörünü oluşturan konum vektörü ile hız vektörünün tanımladığı düzlem üzerinde yer alır ve temelde iki boyuta sınırlandırılmış bir hareketi tanımlar.

İki cisim problemini detaylandırmak için ilk olarak bu iki cismin konumunu sabit yıldızlara göre eylemsiz bir gözlem çerçevesine oturtmak gereklidir. İki noktasal cisim sırasıyla m_1 ve m_2 olarak isimlendirilirse, bu cisimlerin eylemsiz bir Kartezyen koordinat sistemine göre konum vektörleri Görsel 3’de verilmiştir.

⁵“ J_2 tedirgemesi” Bölümünde birinci mertebeden ötesi için silindirik simetrik tedirgemeler tartışılmıştır.

Problemin çözümü için başlangıç noktası bir cismin diğerine göre bağlı konum vektörüne, $\vec{r} \equiv \vec{R}_2 - \vec{R}_1$, ait

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\vec{r}, \quad (21)$$

şeklinde ikinci dereceden doğrusal olmayan bir adi diferansiyel denklemdir. Bu denklemde iki nokta zamana göre ikinci türevi tanımlamaktadır. μ ise sistemin kütleçekim parametresidir ve

$$\mu \equiv G(m_1 + m_2), \quad (22)$$

şeklinde tanımlanır. Bu denklemde G evrensel kütleçekim sabitidir.

Üç boyutlu bir vektörün ikinci dereceden adi diferansiyel denklemini çözebilmek için ilk konum ve ilk hız vektörlerinin tanımladığı altı adet başlangıç koşulu parametresine ihtiyaç duyulur. Bu parametrelerle de denklemin integrasyonundan gelen altı adet integral sabitinin belirlenmesi mümkün olur. Bu altı integral sabitini belirlemenin diğer bir yolu ise sisteme ait korunan nicelikleri bulmakla mümkün olur.

İki cisim problemindeki korunan nicelikler özgül açısal momentum vektörü, $\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{r}}$, ile basıklık vektörü⁶, $\vec{e} = \frac{\dot{\vec{r}} \times \vec{h}}{\mu} - \frac{\vec{r}}{r}$, şeklindedir. Özgül açısal momentum vektörü yörünge düzlemine diktir, ve dolayısıyla özgül açısal momentum birim vektörü, $\hat{h} = \vec{h}/h$, yörünge düzlemini tanımlar. Yörünge düzlemi üzerinde eliptik yörüngenin yönelimini, yani yerberi noktasının doğrultusunu, ise basıklık birim vektörü, $\hat{e} = \vec{e}/e$, tanımlar. Yani, (eliptik) kapalı yörüngenin üç boyutlu uzaydaki yönelimini $\hat{h}$ ile $\hat{e}$ birim vektörleri tam olarak ifade eder. Öte yandan, eliptik yörüngenin basıklığını e , büyüklüğünü ise yarı-büyük eksen $a = h^2/\mu(1 - e^2)^{-1}$ belirler.

Özgül açısal momentum vektörü $\vec{h}$ ile basıklık vektörü $\vec{e}$, üç boyutlu vektörler olarak toplam altı skaler değişkene karşılık gelen bilgi içerir. Ancak, $\vec{e}$ vektörü yörünge düzlemine kısıtlanmış bir vektör olduğu için, yani $\vec{h} \cdot \vec{e} = 0$ şartı sağlandığı için, $\vec{h}$ ile $\vec{e}$ vektörleri beş bağımsız skaler değişken ile ifade edilirler.

Bu beş bağımsız değişken klasik yörünge elemanlarından h , i , Ω , e , ω elemanlarıdır. h ve e parametrelerinin özgül açısal momentum ile basıklık vektörlerinin büyüklükleri olduğu açıktır. Eğiklik i ile yükselme düğümü açısı Ω , $\hat{h}$ birim vektörünü tam olarak üç boyutta tanımlar. Yerberi açısı ω ise $\hat{e}$ birim vektörünü yörünge düzlemi üzerinde tam olarak tanımlar.

Bir uydunun durum vektörünü $(\vec{r}, \vec{v})$ tanımlamak için gerekli olan doğrusal bağımsız toplam altı değişkenden beşi $\vec{h}$ ve $\vec{e}$ korunan vektörleri ile tanımlanmış olur. Yani, $\vec{h}$ ile $\vec{e}$ vektörleri ile eliptik yörünge üç boyutlu uzayda konumlandırılmış durumdadır. Geriye kalan değişken ise klasik yörünge elemanlarının sonuncusu gerçek ayıklık θ açısıdır ve bu açının başlangıç koşulu değeri ile uydunun uzaydaki konumu tam olarak belirlenmiş olur. Konum ile beraber diğer korunan nicelikler ile de uydunun hızı tam olarak bulunabilir. Böylece de uydunun durum vektörü tanımlanmış olur.

Sonuç olarak uydunun başlangıç anındaki klasik yörünge elemanları h , i , Ω , e , ω , θ bilinirse hareket denklemi (21) için tek çözüm vardır. Bu çözüm de uydunun başka herhangi bir andaki konum vektörünü tam olarak tanımlar.

Yörünge İlerletici

Bu bölümde (21) ile verilen iki cisim hareket denklemini İVS ile verilen başlangıç anına ait klasik yörünge elemanları verisini kullanılarak çözmek için, yani uydunun başka bir andaki konum vektörünü bulmak için, kullandığımız yörünge ilerletici tartışılacaktır. Bu yörünge ilerletici tercihini yaparken göz önüne aldığımız en önemli nokta iki cisim probleminde $\vec{h}$ ile $\vec{e}$ korunan vektörlerinin bulunmasıdır.

⁶Basıklık vektörü, Laplace-Runge-Lenz vektörü, $\vec{C} = \dot{\vec{r}} \times \vec{h} - \mu \frac{\vec{r}}{r}$, ile $\vec{e} = \frac{\vec{C}}{\mu}$ şeklinde bağlıdır.

Korunan niceliklerin bulunduğu problemler için sayısal metot uygulamaları üzerine bir çok çalışma yapılmış (örneğin [Mohamed, Hirani ve Samtaney 2016; Shampine, 1986]) ve kitaplar yazılmış (örneğin [Leveque, 2005]) bir konudur. İki cisim problemindeki gibi bir adi diferansiyel denklem için standart bir sayısal çözücü uygulandığında sistemin korunan niceliklerinin değişmesi sıklıkla karşılaşılan bir problemidir. Ek olarak, büyük sayıların birbirini çıkarma sonucu götürmesi nedeniyle ortaya çıkan “anamlı hane sayısı azalması” (“catastrophic cancellation”) problemi de korunan niceliklerin sıfıra yakın olduğu durumlarda ortaya çıkan bir sorundur. İki cisim problemi için basıklığın sıfıra yakın olduğu durumlarda durum vektöründen basıklık elde edilmek istendiğinde, anlamlı hane sayısı azalması gerçekleşmekte ve basıklık korunan niceliğinin fiziksel olmayan, sayısal çözüm kaynaklı nedenlerle değişimi gerçekleşmektedir.

İki cisim probleminde altı skaler integrasyon sabitinden beşi korunan niceliklerle belirlenmektedir. Korunan niceliklerin çözümü büyük ölçüde tanımladığı bu durumda yukarıda bahsedilen sayısal çözüm kaynaklı sorunlardan kaçınmak, korunan niceliklerin yörünge ilerleticinin zaman adımları ile değişmesine engel olmak için bu çalışmada analitik⁷ bir ilerletici kullanılmıştır. İlerletme, yörünge düzlemi üzerindeki eliptik yörünge boyunca, zamana bağlı tek klasik yörünge elemanı olan gerçek ayrıklık θ için gerçekleştirilmiştir. Böyle olunca da yörünge düzlemini ve üzerindeki eliptik yörüngeyi tanımlayan diğer beş yörünge elemanı h, i, Ω, e, ω zamandan bağımsız sabit değerler olarak kalmıştır.

Yörüngeyi başlangıç anı t_0 'dan sonraki Δt süresi boyunca ilerletmek için ilk olarak İVS'den elde edilen, başlangıç anına ait ortalama ayrıklık değeri M_{e0} ile bir saniye için ortalama hareket n kullanılarak $t_0 + \Delta t$ anındaki ortalama ayrıklık değeri

$$M_e = M_{e0} + n\Delta t, \quad (23)$$

şeklinde bulunmuştur. Uydunun pozisyonunu, yörünge üzerinde belirlemek için ortalama ayrıklık değerinden doğru ayrıklık değerine geçilmesi gerekmektedir. Bunun için bulmuş olduğumuz M_e ile Kepler denklemini

$$E - e \sin E = M_e, \quad (24)$$

basıklık ayrıklığı⁸ E için çözmek gerekir. Kepler denklemi cebirsel olmayan bir yapıya sahip olduğundan dolayı denklemin köklerini bulmak için sayısal bir metot olan Newton-Raphson metodu kullanılmıştır. Elde edilen basıklık ayrıklığı değerinden doğru ayrıklık θ değerine

$$\theta = 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{E}{2} \right), \quad (25)$$

denklemini ile geçilmiştir. Bulunan bu θ değeri $t_0 + \Delta t$ anında uydunun konumunu yörünge düzlemindeki eliptik yörünge üzerinde tam olarak tanımlar.

Bu işlemler sonucunda uydu $t_0 + \Delta t$ anına ilerletilmiş, yani iki cisim problemi bağlamında uydunun klasik yörünge elemanları cinsinden durumu $t_0 + \Delta t$ zamanı için tam olarak bulunmuş olur. Klasik yörünge elemanları konum ve hız vektörlerine dönüştürüldüğünde ise $t_0 + \Delta t$ zamanı için durum vektörü elde edilmiş olur.

İki cisim problemi çerçevesinde yörünge ilerletme yukarıdaki basamaklarla gerçekleştirilirken, ele alınan problemin gerektirdiği hassasiyete göre yörünge tedirgemelerinden gelen düzeltmeler önem kazanır. Bu çalışmada, yörünge ilerletilirken sadece J_2 tedirgemesinden gelen katkı dikkate alınmıştır. Bu katkı hesaplanırken basitçe J_2 tedirgemesi nedeniyle Ω ve ω açılarının bir periyottaki

⁷Yörünge ilerleticinin analitik olmayan tek kısmı Kepler denkleminin köklerinin Newton-Raphson metodu kullanılarak bulunmasıdır.

⁸Basıklık ayrıklığı E , doğru ayrıklıktan basıklık e 'nin sıfırdan farklı olması nedeni ile farklılaşır. O nedenle E açısı, basıklık ayrıklığı olarak adlandırılmıştır.

ortalama değişim hızları $\dot{\Omega}$ ve $\dot{\omega}$ değerlerini veren (19) ve (20) ifadeleri kullanılmıştır. Bu şekilde $t_0 + \Delta t$ zamanına ait Ω ile ω değerleri, başlangıç anına ait Ω_0 ve ω_0 değerleri kullanılarak

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}\Delta t, \quad (26)$$

$$\omega = \omega_0 + \dot{\omega}\Delta t, \quad (27)$$

şeklinde bulunmuştur. Ω ile ω açılarının J_2 tedirgemesi kaynaklı anlık değişim hızlarını kullanmak yerine bir periyottaki ortalama değişim hızlarına ait bir formülasyonun kullanılmasının nedeni; başlangıç koşullarını tanımlayan bir IVS ile ilk görünür geçiş tespit edilmek istendiğinde genellikle bir çok periyot tamamlandıktan sonra bu görünür geçişin gerçekleşmesidir. Dolayısıyla Δt süresi bir çok periyot barındıran uzunlukta olunca Ω ile ω açılarındaki değişimleri bir periyottaki ortalama değişim hızları üzerinden hesaplamak uzun zamanlı bu değişimlere yeterli hassasiyette bir kestirim sağlamaktadır.

İki cisim problemi temelli J_2 tedirgemesini de içeren bu ilerletici basamakları yörünge ilerletildiği süre boyunca her saniye hesaplanmıştır. Böylece uyduların görünür geçişlerinin saniye hassasiyetinde bulunması hedeflenmiştir.

Dünya Üzerindeki Bir Noktadan Geçiş

Bir uydunun Dünya üzerindeki bir noktadan geçişini tanımlamak için en doğal gözlem çerçevesini, Dünya üzerindeki bu noktaya merkezi yerleştirilmiş olan yüzey-merkezli ufuk gözlem çerçevesi oluşturur. Uydunun Dünya üzerindeki bir noktadan geçmesi, uydunun o noktanın görüş hattında oluşu ile ifade edilir. Bu da yüzey-merkezli ufuk gözlem çerçevesinde uydunun ufuk hattının üzerine yükselmiş olması ile mümkün olur. Bu durumun matematiksel ifadesi yüzey-merkezli ufuk gözlem çerçevesinde yükselme açısının pozitif oluşudur. Ancak, gözlem noktası çevresindeki olası fiziksel engeller nedeniyle ve ek olarak atmosferik kırılımların etkisinden uzak olmak için genellikle asgari yükselme açısı 10° olarak kabul edilir.

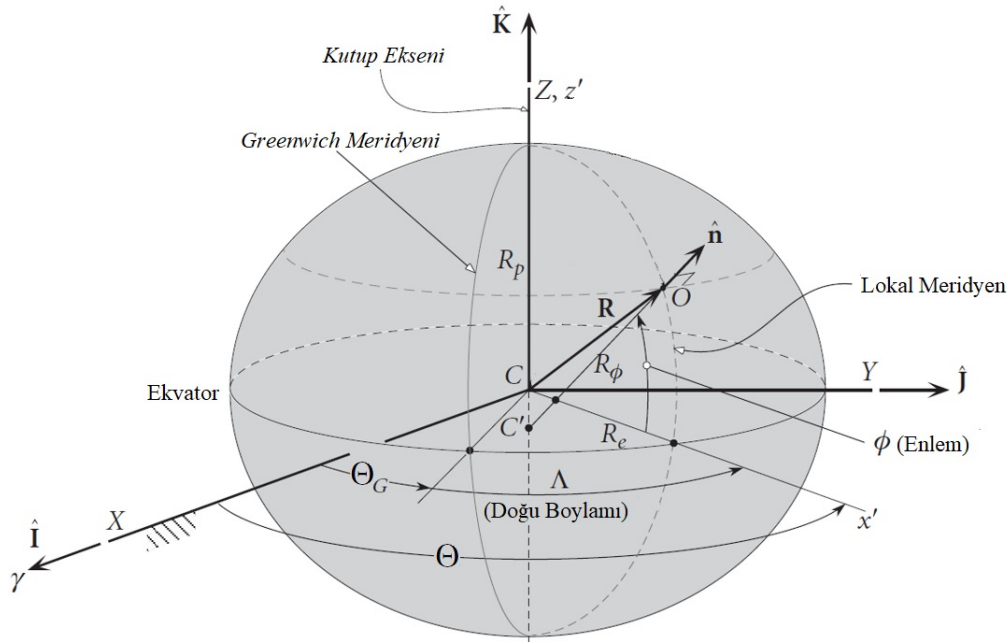
Bu çerçevede, bir t zamanında klasik yörünge elemanları bilinen bir uydunun Dünya üzerindeki bir nokta üzerinden geçiş yapıp yapmıyor olduğunun tespit edilebilmesi için o anda uydunun bu noktaya göre yükselme açısını hesaplamak bunun için de aşağıdaki adımları takip etmek gerekir:

1. Uydu konum vektörünün hesaplanması,
2. Gözlemcinin konum vektörünün hesaplanması,
3. Uydunun gözlemciye göre bağıl konum vektörünün hesaplanması,
4. Yükselme ve yön (azimut) açılarının hesaplanması.

Yükselme açısını hesaplamak için uydunun gözlem noktasına göre bağıl konum vektörünü bilmek gereklidir. Bağıl konum vektörünün bulunması için de uydunun hareketinin tanımlandığı eylemsiz gözlem çerçevesi olan yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde hem uydunun hem de Dünya üzerindeki gözlem noktasının konum vektörlerini tanımlamak gereklidir. Bu basamaklar aşağıdaki alt bölümlerde tartışılmıştır.

Uydu konum vektörü: Bir t zamanında klasik yörünge elemanları h , i , Ω , e , ω , θ ile ifade edilen uydu durum bilgisi ile uydunun yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesindeki konum vektörünü

$$\vec{r} = X\hat{I} + Y\hat{J} + Z\hat{K}, \quad (28)$$



Görsel 4: Gözlemci konumu ([Curtis, 2013]’deki Şekil 5.8 değiştirilerek kullanılmıştır.)

hesaplamak için

$$r = \frac{h^2}{\mu} \left(\frac{1}{1 + e \cos \theta} \right), \quad (29)$$

$$X = r[(\cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \cos i \sin \omega) \cos \theta - (\cos \Omega \sin \omega + \sin \Omega \cos i \cos \omega) \sin \theta], \quad (30)$$

$$Y = r [(\sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \cos i \sin \omega) \cos \theta - (\sin \Omega \sin \omega - \cos \Omega \cos i \cos \omega) \sin \theta], \quad (31)$$

$$Z = r (\sin i \sin \omega \cos \theta + \sin i \cos \omega \sin \theta). \quad (32)$$

denklemleri kullanılabilir. Bu denklem setindeki ilk denklem yörünge denklemidir ve yörünge düzlemi üzerinde, dolu odak noktası ile yerberi doğrultusuna göre tanımlı kutupsal koordinatlarda yörüngeyi ifade eder. Takip eden yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesindeki kartezyen koordinatları veren denklemleri ise yörünge düzlemindeki kutupsal koordinatların taban vektörlerini yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde yazarak elde etmek mümkündür.

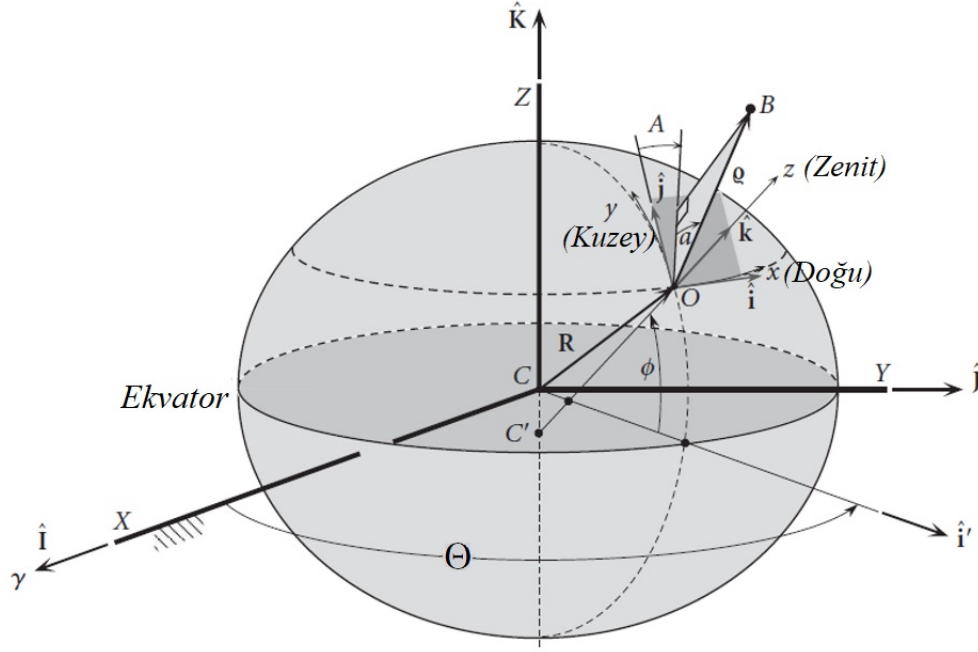
Gözlemcinin konum vektörü: Dünya üzerinde bir noktanın konumu yermerkezli yer sabit gözlem çerçevesinde tanımlamak için boylam Λ ve jeodezik (coğrafi) enlem ϕ verileri gereklidir. Eğer bu nokta deniz seviyesinde değilse deniz seviyesine göre yükseklik H 'a da ihtiyaç duyulur. Noktanın konumunu Görsel 4'deki gibi yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde tanımlamak içinse yıldız zamanı Θ değerine ihtiyaç duyulur.

Gözlemcinin yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesindeki konum vektörü [Curtis, 2013]

$$\begin{aligned} \vec{R} = & \left[\frac{R_E}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi}} + H \right] \cos \phi (\cos \Theta \hat{I} + \sin \Theta \hat{J}) \\ & + \left[\frac{R_E(1 - f)^2}{\sqrt{1 - (2f - f^2) \sin^2 \phi}} + H \right] \sin \phi \hat{K}, \end{aligned} \quad (33)$$

şeklinde verilir. Bu ifadede R_E Dünya'nın ekvatorial yarıçapını, f ise Dünya'nın yassılığını göstermektedir. f

$$f \equiv \frac{R_E - R_K}{R_K}, \quad (34)$$



Görsel 5: Yüzey-merkezli ufuk gözlem çerçevesi. Uydunun konumu B noktası ile gösterilmiştir. ([Curtis, 2013]'deki Şekil 5.11 değiştirilerek kullanılmıştır.)

şeklinde tanımlanır ve tanımda R_K kutupsal yarıçapı gösterir. Dünya için f 'in değeri 0,00335'dir.

Uydunun gözlemciye göre bağlı konum vektörü: Uydu ve gözlemci konum vektörleri yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde hesaplandıktan sonra uydunun gözlemciye göre bağlı konum vektörü yine aynı gözlem çerçevesinde basitçe

$$\vec{\rho}_X = \vec{r}_X - \vec{R}_X, \quad (35)$$

şeklinde verilir. Bu denklemde vektörlerin yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde, yani XYZ koordinatlarında, yazılmış olduğunu göstermek için vektörlere X alt indeksi eklenmiştir.

Uydunun gözlemciye göre açısal konumunu belirlemek için $\vec{\rho}_X$ bağlı konum vektörünü yüzey-merkezli ufuk gözlem çerçevesinde yazmak gerekmektedir. Görsel 5'de görüleceği üzere yüzey-merkezli ufuk gözlem çerçevesi, yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesinde tanımlanabilecek küresel koordinatlar ile yakından ilintilidir. Bu gözlemlerle beraber kartezyen koordinatların taban vektörleri ile küresel koordinatların taban vektörleri arasındaki dönüşümler kullanılarak, XYZ koordinatları ile yüzey-merkezli ufuk gözlem çerçevesine ait xyz koordinatları arasındaki dönüşüm matrisi

$$Q_{Xx} = \begin{bmatrix} -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ -\sin \phi \cos \Theta & -\sin \phi \sin \Theta & \cos \phi \\ \cos \phi \cos \Theta & \cos \phi \sin \Theta & \sin \phi \end{bmatrix}, \quad (36)$$

olarak bulunabilir. Bu dönüşüm matrisi kullanılarak

$$\vec{\rho}_X = \rho_X \hat{I} + \rho_Y \hat{J} + \rho_Z \hat{K}, \quad (37)$$

vektörüne ait koordinat sütun matrisi

$$\{\vec{\rho}\}_X = \begin{Bmatrix} \rho_X \\ \rho_Y \\ \rho_Z \end{Bmatrix}, \quad (38)$$

xyz koordinatlarındaki $\{\vec{\rho}\}_x$ koordinat sütun matrisine

$$\{\vec{\rho}\}_x = \begin{Bmatrix} \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{Bmatrix} = Q_{Xx} \cdot \{\vec{\rho}\}_X, \quad (39)$$

denklemleri ile dönüştürülebilir. Elde edilen $\{\vec{\rho}\}_x$ koordinat sütun matrisiyle $\vec{\rho}_x$ bağıl konum vektörü

$$\vec{\rho}_x = \rho_x \hat{i} + \rho_y \hat{j} + \rho_z \hat{k}, \quad (40)$$

şeklinde xyz koordinatlarında yazılmış olur.

Yükselme ve yön açıları: Artık xyz koordinatlarında yazılmış olan bağıl konum vektörü $\vec{\rho}$ 'nin bileşenleri yükselme açısı α ve yön açısı A kullanılarak

$$\vec{\rho}_x = \rho \cos \alpha \sin A \hat{i} + \rho \cos \alpha \cos A \hat{j} + \rho \sin \alpha \hat{k}, \quad (41)$$

şeklinde yazılabilir. Bağıl konum vektörü $\vec{\rho}$ 'nin xyz koordinatları kullanılarak α ve A açıları

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{\rho_z}{\rho} \right), \quad A = \arctan \left(\frac{\rho_x}{\rho_y} \right), \quad (42)$$

denklemleri ile hesaplanabilir. A açısı hesaplanırken çeyrek belirsizliği dikkate alınmalıdır.

Yükselme ve yön açılarının bulunmasıyla gözlemciye göre uydunun açısal konumu belirlenmiş olur. Yukarıda da bahsedildiği gibi bu çalışmada yükselme açısı 10° ve üzerinde olduğunda uydu Dünya üzerindeki bir noktadan geçiş yapıyor kabul edilmiştir.

Güneş'in Konumu

Bu çalışmada Güneş'in konumu iki sebepten dolayı önemlidir. İlk olarak, bir uydunun görünür geçişinin gerçekleşebilmesi için Güneş'in gözlemcinin ufuk çizgisinin altında konumlanmış olması gerekmektedir. Böylece, gökyüzünde Güneş haricindeki cisimler de görünür hale gelmiş olur. İkinci olarak da uydu Güneş'in ışınlarını yansıtarak görünür hale geldiği için Güneş'in uydunun görüş hattında olması gerekmektedir. Yukarıda da tartışıldığı gibi bu iki durumun gerçekleşmesi görünür geçişin temel gereklerindendir.

Güneş'in konumunu belirleyen Dünya'nın Güneş etrafındaki hareketidir. Dünya'nın Güneş etrafındaki yörüngesinin tanımlandığı düzlem ekliptik düzlemidir. Bu düzlem ile ekvatorial düzlem arasındaki açı ekliptik eğikliği ε olarak adlandırılır. Diğer bir ifadeyle, ekliptik eğikliği, Dünya'nın kendi etrafındaki dönme eksenini ile ekliptik düzleminin normali arasındaki açıdır. Ekliptik eğikliği zamana bağlı bir değişim gösterir ve bu değişim

$$\varepsilon = 23,4393 - 0,01300T, \quad (43)$$

denklemleri ile ifade edilir [Seidelmann, 1992]. Bu denklemde T , J2000'den beri geçen yüzyıl sayısıdır ve

$$T = \frac{J_0 + \text{UT}/24 - 2451545,5}{36525}, \quad (44)$$

şeklinde hesaplanır. Bu tanımda J_0 , (7) formülü ile hesaplanan 0 UT saatine ait Jülyen gün sayısını ve UT ise saat biriminde evrensel zamanı ifade eder.

İki cisim probleminde bir cismin diğerine göre devinimini tanımlayan (21) denklemi $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$ dönüşümü altında değişmezdir. Yani, ikinci cismin birinci cisme göre hareketi ile birinci cismin ikinci cisme göre hareketi aynıdır. Bu gözlem üzerine Güneş-Dünya sistemindeki hareket Güneş'in

Dünya etrafında dönüşü olarak tasavvur edilebilir.⁹ Bu bakış açısı, bu çalışmada ele alınan uydu-Dünya-Güneş sistemini analiz etmek için de en uygun yaklaşımdır. Bu yaklaşımla *Güneş'in Dünya etrafındaki yörüngesine* ait yörünge düzleminin, yani ekliptik düzlemin, yönelimi yine i ve Ω açılarının tanımlanması ile belirlenir. Eğiklik i açısı ile ekliptik eğiklik ε tanım gereği aynı açıdır. Bahar gündönümünde Güneş güney yarımküreden kuzey yarımküreye geçiş yapar, yani ekvator düzlemini yukarı yönlü keser. Bu şekilde yine tanım gereği bahar gündönümü doğrultusu ile yükselme düğümü doğrultusu aynıdır, yani $\Omega = 0$ 'dır. Ekliptik düzlem üzerinde Güneş'in açısal konumu ekliptik boylam λ ile tanımlanır ve bu açı bahar gündönümü referans doğrultusuna göre ölçülür. Klasik yörünge elemanlarından ω yörünge düzlemindeki referans doğrultusunun (yani yerberi doğrultusunun) yükselme düğümü doğrultusu ile yaptığı açığı ifade eder. Güneş için ekliptik düzlemdeki referans doğrultusu bahar gündönümü doğrultusu olduğundan $\omega = 0$ 'dır. Ekliptik boylam durum vektörünü tanımlama bağlamında gerçek açıklığın karşılığıdır. Bu durumda Güneş için açısal klasik yörünge elemanları $i = \varepsilon$, $\Omega = 0$, $\omega = 0$, $\theta = \lambda$ şeklindedir. Bu klasik yörünge elemanlarıyla da Güneş'in konum vektörü, verilen klasik yörünge elemanları için yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesindeki konum vektörü bileşenlerini tanımlayan (30-32) denklemleri kullanılarak

$$\vec{R}_G = R_G \cos \lambda \hat{I} + R_G \cos \varepsilon \sin \lambda \hat{J} + R_G \sin \varepsilon \sin \lambda \hat{K}, \quad (45)$$

olarak bulunur. Bu denklemde R_G Güneş ile Dünya arasındaki mesafedir.

Verilen bir T anı için ekliptik boylam λ 'nın elde edilebileceği ifadeler [Seidelmann, 1992]'nin 9.311 bölümünde verilmiştir. Ekliptik boylamı elde etmek için öncelikle sapınca göre düzeltilmiş ortalama boylam L ve ortalama ayırlıklık G değerlerinin verilen T değeri için

$$L = \text{mod} [(280,460^\circ + 36000,770^\circ T), 360^\circ], \quad (46)$$

$$G = \text{mod} [(357,520^\circ + 35999,050^\circ T), 360^\circ], \quad (47)$$

ifadelerinden bulunması gerekir. L ve G değerleri kullanılarak, λ

$$\lambda = \text{mod} [(L + 1.915^\circ \sin G + 0.020^\circ \sin 2G), 360^\circ], \quad (48)$$

ifadesiyle hesaplanır.

Güneş ile Dünya arasındaki mesafe R_G , ortalama ayırlıklık değeri (47) ifadesinden bulunduktan sonra [Curtis, 2013]

$$R_G = (1,00014 - 0,01671 \cos G - 0,000140 \times \cos 2G) \text{ AB}, \quad (49)$$

denklemleri kullanılarak bulunabilir. Bu denklem R_G 'yi astronomik birim cinsinden verir ve $1 \text{ AB} = 149.597.870,691 \text{ km}$ 'dir.

Güneş'in yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesindeki konum vektörü yukarıdaki basamaklarla belirlendikten sonra bir uydunun görünür geçişi ile ilgili olarak Güneş'in gözlem noktasına göre konumunu belirlemek mümkün hale gelir. Bu çalışmada görünür geçiş için Güneş'in ufuk çizgisinin altında olması gereğinin nicel ifadesi olarak, günlük tana karşılık gelecek şekilde, Güneş'in gözlem noktasına göre yükselme açısının üst sınır değerinin -6° olması kabul edilmiştir. Güneş'in gözlem noktasına göre yükselme açısı, bir önceki bölümde uydunun yükselme açısını hesaplamak için takip edilen adımların aynısı, uydunun yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesindeki konum vektörü yerine

⁹Bu yaklaşım Galileo görelilik prensibi ile de ilintilidir. Dünya'nın Güneş etrafında dönüşüne dair ortalama açısal hız $360^\circ / 365,25 \text{ gün} = 0,98563 \text{ derece/gün} = 1,9910 \times 10^{-7} \text{ radyan/s}$ şeklindedir. Dünya'nın Güneş etrafındaki yörüngesinin ortalama yarıçapı bir astronomik birimdir, yani yaklaşık 150 milyon km'dir. Bu değerlerle Dünya'nın Güneş etrafındaki dönüşü için ortalama merkezci ivme $\omega^2 r = 5,94 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$ 'dir. Bu küçük ivmeyle Dünya, *anlık* olarak uzay boşluğunda Güneş'e göre $\omega r = 29,9 \text{ km/s}$ sabit (ortalama) hızla ilerliyor kabul edilebilir ya da hareketin göreliliğinden dolayı Güneş Dünya'ya göre aynı $29,9 \text{ km/s}$ hızla zıt yönde ilerliyor şeklinde düşünülebilir.

bu bölümde aynı gözlem çerçevesinde bulunmuş olan Güneş'in konum vektörü koyulup takip edilerek hesaplanabilir.

Bu çalışma çerçevesinde geliştirilen bilgisayar kodunda uydunun geçişi tespit edildikten sonra bu geçiş esnasında Güneş'in gözlem noktasına göre yükselme açısı hesaplanmaktadır. Yükselme açısının değeri günlük tan değeri olan -6° ve daha altında olması durumunda, uydunun Dünya'nın gölgesinde olup olmadığı görünür geçiş bağlamında değerlendirilmesi gereken son noktadır. Bu değerlendirme için uydu-Dünya-Güneş sisteminde, üç gök cisminin göreceli konumları önem kazanmaktadır ve ilgili hesaplamalar bir sonraki bölümde tartışılacaktır.

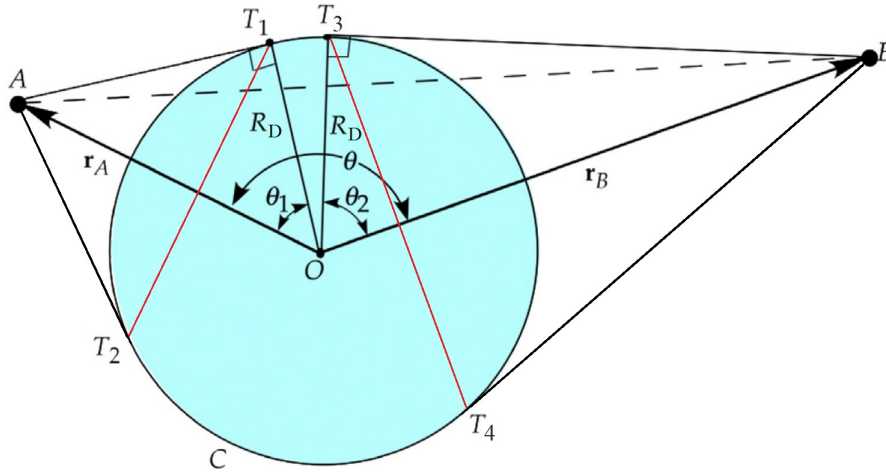
Dünya'nın Gölgesine Göre Uydunun Konumu

Bu bölüme kadar bir uydunun bir gözlem noktası üzerinden görünür geçişi için gerekli üç şarttan ikisi olan verilen bir anda, belirli bir gözlem noktası için uydunun ufuk çizgisinin üstünde olması ve Güneş'in ufuk çizgisinin altında olması şartlarının nicel analizlerine yönelik hesaplamalar tartışılmıştır. Bu bölümde ise uydunun görülmesine imkân tanıyacak şekilde Güneş ışığını yansıtabilmesi için uydunun Dünya'nın gölgesinde kalmaması yani Güneş'i gören bir pozisyonda yer alması şartını analiz etmek için gerekli hesaplamalar tartışılacaktır.

Dünya'nın oluşturduğu gölge bölgesinin tanımlanması ve bir uydunun bu bölgede bulunup bulunmadığının hesaplanması için farklı yöntemler mevcuttur. Dünya'nın oluşturduğu gölge bölgesi en basit şekilde Dünya'nın silindirik projeksiyonu alınarak bulunur. Bu yöntem alçak dünya yörüngesinde dairesel yörüngeye sahip uyduların, gölgeye giriş ve çıkış zamanlarının hesaplanmasında düşük hataya sahip sonuçlar verse de yüksek dünya yörüngesinde büyük basıklık değerlerine sahip yörüngeleri olan uydular için düşük kesinlikte sonuçlar üretir [Longo ve Rickman, 1995]. Silindirik projeksiyon ışık kaynağının gölgesi bulunan R yarıçaplı cisimden uzaklığı ℓ arttıkça ($\ell/D \gg 1$ durumunda) doğruluğu yüksek bir yöntemdir ve uzaklık sonsuz limitine gittiğinde ($\ell/D \rightarrow \infty$ durumunda) bu yaklaştırma tam doğru hale gelir. Güneş ile Dünya arasındaki mesafe çok büyük ($1 \text{ AB}/R_D = 23460$) olsa da sonludur ve kesinlik artırılmak istendiğinde silindirik projeksiyon yerine konik projeksiyon kullanmak daha uygun hale gelir. Konik projeksiyonun en temel halinde, Güneş'in (uzamını ifade eden) çapı D_G 'nin Güneş ile Dünya arasındaki ortalama mesafe olan 1 AB 'lik uzaklığa oranı $D_G/1 \text{ AB} = 9.298 \times 10^{-3}$ gibi küçük bir sayı olduğundan, Güneş noktasal bir cisim olarak kabul edilir ve Güneş'in noktasal konumu projeksiyon konisinin tepe noktasını tanımlar. Kesinlik daha da artırılmak istendiğinde Güneş'i noktasal cisim kabul etmek yerine Güneş'in uzamı dikkate alınır. Bu şekilde Dünya'nın gölge bölgesindeki tam gölge ve yarı gölge ayrışmaları ele alınmış olur. Tam gölge ve yarı gölge bölgeleri ele alınarak uyduların Dünya'nın gölgesine giriş ve çıkış durumlarına dair detaylı hesaplamalar [Longo ve Rickman, 1995]'de bulunabilir.

Bu çalışmada Dünya'dan gözle görülebilir geçişe sahip uydulara odaklanılmış olduğundan temelde alçak dünya yörüngesindeki uydularla ilgilenilmiştir. Bu uyduların büyük çoğunluğunun yörüngesi de dairesel yörüngeye yakındır. Bu durumlardan dolayı bir uydunun Dünya'nın gölgesinde olup olmadığının analizi için yukarıda da belirtildiği gibi silindirik projeksiyon yöntemini kullanmak uygundur. Ancak, bunun yerine [Curtis, 2013; Vallado, 2007]'de verilmiş olan Güneş'in nokta cisim kabul edildiği (yani tam gölge ve yarı gölge bölgelerinin ayrışımının ele alınmadığı) temel bir konik projeksiyon yönteminin kullanılması tercih edilmiştir. Bu yöntem aşağıda [Curtis, 2013] kaynağı takip edilerek tartışılmış ve bu tartışmaya yöntemle dair kavramsal detaylarla birlikte silindirik projeksiyon yöntemine UUI örneği için hangi kesinlik derecesinde yakınsandığına dair hesaplar da eklenmiştir.

Bu çalışmada bir uydunun Dünya'nın gölgesinde bulunup bulunmadığını hesaplamak için takip edilen yöntemde uydu ve Güneş noktasal cisimler olarak kabul edilmektedir. Yöntemin temel mantığı hem uydu hem de Güneş Dünya'nın yüzeyinde en az bir nokta için yerel ufuk çizgisinin



Görsel 6: A ve B noktasal cisimlerinin $\vec{r}_A$ ve $\vec{r}_B$ konum vektörlerinin tanımladığı düzlem ([Curtis, 2013]'teki Şekil 12.15 (a) değiştirilerek kullanılmıştır.)

üzerindeyse uydu Güneş'in görüş hattındadır şeklinde ifade edilebilir. Yöntemin anlatımı için Dünya etrafında A ve B noktasal cisimlerini ele alalım. Bu iki cismin yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesine göre konum vektörleri $\vec{r}_A$ ve $\vec{r}_B$ bir düzlem tanımlar. Görsel 6'de bu düzlem ve Dünya'nın bu düzlem ile dairesel kesiti gösterilmiştir. Yine şekilde A cismi için konik projeksiyonu tanımlayan Dünya'ya teğet $\vec{AT}_1$ ve $\vec{AT}_2$ ışınları ile B cismi için konik projeksiyonu tanımlayan Dünya'ya teğet $\vec{BT}_3$ ve $\vec{BT}_4$ ışınları da gösterilmiştir.

Üç boyutlu uzayda A cisminin görüş hattında olmayan noktalar, A cisminin tepe noktası olduğu projeksiyon konisi içinde A cismine göre Dünya'nın arkasında kalan noktalardır. Bu noktalar haricindeki bütün noktalar A cisminin görüş hattındadır. Örneğin, Görsel 6 için düzlemde $2\theta_1 R_D$ uzunluğundaki T_1T_2 küçük yayı üzerindeki bütün noktalar A cisminin görüş hattında iken $(2\pi - 2\theta_1) R_D$ uzunluğundaki T_1T_2 büyük yayı üzerindeki bütün noktalar A cisminin görüş hattı dışındadır; yani A cismi bir ışık kaynağı olmuş olsa Dünya'nın gölgesinde, gölge konisindedir. Aynı şekilde B cismi için B cisminin tepe noktası olduğu projeksiyon konisi içinde B cismine göre Dünya'nın arkasında kalan noktalar B cisminin görüş hattı dışında, diğer bütün noktalar ise B cisminin görüş hattındadır. Yine Görsel 6 için düzlemde $2\theta_2 R_D$ uzunluğundaki T_3T_4 küçük yayı üzerindeki bütün noktalar B cisminin görüş hattında iken $(2\pi - 2\theta_2) R_D$ uzunluğundaki T_3T_4 büyük yayı üzerindeki bütün noktalar B cisminin görüş hattı dışındadır.

Görsel 6 ile verilen kurguda A ve B cisimleri birbirlerinin görüş hattı dışındadır. Bu durumun en basit anlatımla ifadesi " A ve B cisimlerini birleştiren doğru Dünya'nın dairesel kesitinin içinden geçer, yani Dünya iki cismin birbirini görüş hattını keser" şeklindedir. Projeksiyon konilerini temel alan bir anlatımla B cismi A cisminin tanımladığı projeksiyon konisinin içinde Dünya'nın ardında kalır şeklinde ya da aynı ifadenin A ile B yer değiştirmiş hali ile ifade edilir.

A cisminin B cisminin görüş hattında olmaması durumunun bilgisayar kodunda kullanacağımız diğer bir ifadesi Dünya yüzeyinde hiç bir nokta için A ve B cisimlerinin ikisi birden yerel ufuk çizgisinin üzerinde olmadığından birbirlerinin görüş hattı dışındadırlar. Bu ifadeyi biraz daha detaylandırarak olursak, Dünya yüzeyinde bir nokta için Dünya bütünüyle ufuk çizgisinin altındadır ve eğer iki cisim de bu nokta için ufuk çizgisinin üstünde ise bu iki cisim bir doğru ile birleştiren görüş hattını Dünya kesemez.

Bu son anlatımın geometrik ifadesi şu şekildedir: A cisminin görüş hattındaki $2\theta_1 R_D$ uzunluğundaki T_1T_2 küçük yayı üzerindeki bütün noktalar için A cismi yerel ufuk çizgisinin üstündedir; aynı şekilde $2\theta_2 R_D$ uzunluğundaki T_3T_4 küçük yayı üzerindeki bütün noktalar için B cismi yerel ufuk çizgisi üzerindedir; bu iki yay kesişmediğinden dolayı da Dünya üzerinde hiç bir

nokta için bu iki cisim ufuk çizgisi üzerinde değildir.

T_1T_2 küçük yayının T_3T_4 küçük yayı ile kesişmemesinin nicel ifadesi Görsel 6 ile tanımlanmış θ_1 , θ_2 ve θ açılarını kullanarak [Curtis, 2013]

$$\theta > \theta_1 + \theta_2, \quad (50)$$

şeklinde verilir. AOT_1 ve BOT_3 dik üçgenleri kullanılarak θ_1 ve θ_2 açıları

$$\theta_1 = \arccos\left(\frac{R_D}{r_A}\right), \quad (51)$$

$$\theta_2 = \arccos\left(\frac{R_D}{r_B}\right), \quad (52)$$

ifadeleri ile bulunabilir. θ açısı ise $\vec{r}_A$ ve $\vec{r}_B$ konum vektörleri arasındaki açıdır ve

$$\theta = \arccos(\hat{r}_A \cdot \hat{r}_B), \quad (53)$$

şeklinde bulunabilir.

A cisminin B cisminin görüş hattında olması T_1T_2 küçük yayı ile T_3T_4 küçük yayının kesişmesiyle mümkündür. A cisminin tanımladığı projeksiyon konisinin Dünya'ya teğet olduğu noktaların kümesi bir çemberdir ve Görsel 6 ile tanımlanan T_1 ile T_2 noktaları bu çember üzerindedir. Aynı şekilde, B cisminin tanımladığı projeksiyon konisinin Dünya'ya teğet olduğu noktalar kümesi üzerinde T_3 ile T_4 noktalarını barındıran bir çemberdir. Bu iki çember birbirlerinin içine geçerek kesiştiklerinde, $\vec{r}_A$ ve $\vec{r}_B$ vektörlerinin tanımladığı düzlemde T_1T_2 küçük yayı ile T_3T_4 küçük yayı kesişir. Kesişen iki çemberin arasında Dünya'nın küre yüzeyi üzerinde kalan noktalar için A ve B cisimlerinin ikisi de yerel ufuk çizgisinin üstünde kalır. İki çemberin kesişmesinin limit durumu bu çemberlerin teğet olmasıdır. Bu limit durum $\vec{r}_A$ ve $\vec{r}_B$ vektörlerinin tanımladığı düzlemde T_1 ile T_3 noktalarının çakışması demektir ve bu kurgu Görsel 7 ile verilmiştir.

A cisminin B cismine görünür hale geldiği, görüş hattı doğrusunun Dünya'ya teğet olduğu Görsel 7 ile verilen limit durumun θ_1 , θ_2 ve θ açılarını kullanarak nicel ifadesi [Curtis, 2013]

$$\theta = \theta_1 + \theta_2, \quad (54)$$

şeklinde verilir. Projeksiyon konilerinin teğetlerinin birbirleri içine geçtiği, T_1T_2 küçük yayının T_3T_4 küçük yayı ile kesişmesinin T_1T_3 küçük yayı olduğu durumun nicel ifadesi ise [Curtis, 2013]

$$\theta < \theta_1 + \theta_2, \quad (55)$$

şeklindedir.

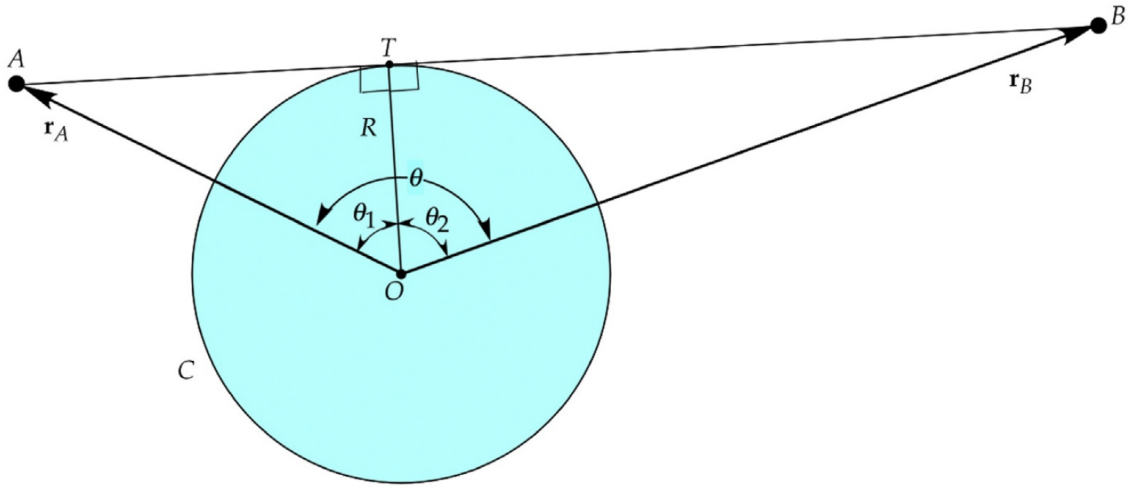
Sonuç olarak

$$\theta \leq \theta_1 + \theta_2, \quad (56)$$

şartı sağlandığında Dünya'nın etrafındaki A cismi B cisminin görüş hattında bulunur. B cismi Güneş, A cismi uydu olarak alınırsa, bu şart altında uydu Dünya'nın gölge konisinde değildir ve görünür geçiş için Güneş'ten gelen ışığı yansıtacak bir konumdadır.

Bu yöntem uygulanırken θ açısının hesaplanması için belirli bir ana ait uydu ve Güneş konum vektörlerinin yermerkezli ekvatorial gözlem çerçevesindeki değerlerine ihtiyaç duyulsa da θ_1 ile θ_2 açılarının değerlerine dair hesaplamalar yapmak için bu vektörlere ihtiyaç yoktur. θ_2 açısı hesaplanırken ihtiyaç duyulan fiziksel nicelikler Dünya'nın yarıçapı R_D ve Güneş ile Dünya arasındaki mesafe, yani Güneş'in konum vektörünün büyüklüğü R_G 'dir. Dünya'nın yarıçapı [Williams, 2017]'te $R_D = 6378,1$ km olarak verilmiştir. Dünya'nın Güneş etrafındaki yörüngesinin yerberi ve yeröte mesafeleri [Williams, 2017], R_G 'nin alabileceği değerlerin aralığını

$$147,09 \times 10^6 \text{ km} \leq R_G \leq 152,10 \times 10^6 \text{ km}, \quad (57)$$



Görsel 7: A cisminin B cisminin görünür hale geldiği, görüş hattı doğrusunun Dünya'ya teğet olduğu limit durum ([Curtis, 2013]'deki Şekil 12.15 (b))

olarak belirler. Bu değerlerle θ_2 'nin alabileceği değerlere ait aralık $\theta_2 = \arccos(R_D/R_G)$ ifadesinden

$$89,997515^\circ \leq \theta_2 \leq 89,997597^\circ, \quad (58)$$

olarak bulunabilir.¹⁰ Yöntemde tanımlı açılardan θ_1 açısının hesaplanması için uydunun konum vektörünün büyüklüğü r değerine ihtiyaç duyulur ve bu değer uydunun yüksekliği z ile Dünya'nın yarıçapı R_D 'nin toplamıdır. Örnek olarak UUI alınır, UUI'nin yerberi ve yeröte mesafeleri SpaceTrack.org'da sırasıyla 402 km ve 409 km olarak verilmiştir. Bu durumda UUI'nin yüksekliği z , $402 \text{ km} \leq z \leq 409 \text{ km}$ aralığındadır. Bu yükseklik aralığı için θ_1 açısının alabileceği değerlerin aralığı $\theta_2 = \arccos(r/R_G)$ ifadesiyle

$$19,8^\circ \leq \theta_1 \leq 20,0^\circ, \quad (59)$$

olarak bulunur. UUI yüksekliği $\pm 1 \text{ km}$ hassasiyetine sahipken θ_1 açısının değerinde yukarıdaki alt ve üst sınırlarda belirtildiği gibi virgülden sonra 1 basamak hassasiyete ulaşılmaktadır. Bu hassasiyet seviyesinde θ_2 açısının değeri (58)'den görülebileceği üzere 90.0 derece olmaktadır. Bu gözlem, nokta Güneş kabulü ile Dünya'nın silindirik projeksiyonunu alarak gölge durumu hesaplama yaklaşımının alçak dünya yörüngeleri için neden tutarlı sonuçlar verdiğine dair bir örnek teşkil eder.

Son olarak, uyduların Dünya gölgesinde bulunup bulunmadıklarını hesaplamakta takip edilen bu yöntemdeki kabullerle ihmal edilen noktalar Güneş'in uzamı, Dünya'nın şeklinin küresel olmayışı, atmosferik kırılmaların etkisidir.

UYGULAMALAR

Yöntem bölümünde değinilen teorik bilgiler ışığında hazırlanmış olan özgün bilgisayar kodu, MATLAB yazılımı kullanılarak geliştirilmiştir. Bu kod ile gözlenen yapay uydular ile ilgili elde edilen bilgiler:

1. gözlenen cismin, görünür geçişinin başladığı zaman ve yön,
2. gözlenen cismin, görünür geçişi esnasında ulaştığı en büyük yükselme açısı, bu açıya ulaşılan zaman ve yön,

¹⁰ $R_G \gg R_D$ olduğundan $\cos \theta_2$ sıfıra çok yakın olmakta ve 5 anlamlı haneye sahip mesafe değerleri, 8 anlamlı haneye karşılık gelen açı değerleri verebilmektedir.

3. gözlenen cismin, görünür geçişinin sona erdiği zaman ve yön,

şeklindedir.

Parlaklığı ve Ankara üzerinden görünür geçişlere imkan veren yörüngesi nedeni ile gözlemlenecek olan yapay uydu olarak UUI belirlenmiştir. UUI için İVS bilgisi Space-Track.org internet sitesinden elde edilmiş ve geliştirilen özgün kod içinde bu veriler kullanılarak yukarıda belirtilen üç gözlenebilirlik verisine UUI için ulaşılmıştır. Bu gözlenebilirlik verileri, NASA'nın "Spot the Station" internet sitesi ile Heavens-Above internet sitesi tarafından sağlanan veriler ile takip eden bölümde karşılaştırılmıştır.

Uygulama Çıktıları ve Değerlendirilmesi

Bu bölümde çalışmamızın uygulama çıktıları detaylıca incelenip değerlendirilmiştir. Bu çalışma ile geliştirilen kodda temelde iki cisim problemine J_2 tedirgemesi eklenerek çözüm yoluna gidilmiş olup, problem tamamıyla MATLAB yazılımı ile analitik olarak çözülmüştür.

Geliştirilen MATLAB kodunun doğrulanması için iki ana adım bulunmaktadır:

1. İlerleticinin doğrulanması,
2. Görünür geçiş sonuçlarının doğrulanması.

İlerleticinin doğrulanması için UUI örnek olarak ele alınmış ve UUI'nin yörüngesini tanımlamak için Space-Track.org'dan elde edilen İVS verileri kullanılmıştır. Space-Track.org İVS verileri gözlem verilerine dayandığı için referans olarak alınmıştır, ancak bu verilerin her zaman için gözlemlerle bütünleşik ölçüm hataları barındıracağı dikkate alınmalıdır. Doğrulama için ilk olarak bir başlangıç İVS'sinden ardışık olan İVS, yörünge ilerletici kullanılarak elde edilmeye çalışılmıştır. Daha uzun süreli ilerletici doğrulanması içinse yine bir başlangıç İVS'sinden yaklaşık dört gün sonraki İVS yörünge ilerletici ile elde edilmeye çalışılmıştır. Takip eden İVS verilerini elde etmede ilerleticinin başarımı "System Tools Kit" (STK) ve "General Mission Analysis Tool" (GMAT) yazılımları ölçüt alınarak değerlendirilmiştir. STK, mühendislerin ve bilim insanlarının kara, hava, deniz ve uzay ortamlarında karmaşık analizler yapmasını mümkün kılan, açık sürümü mevcut olan, bu tarz analizlerde sıkça kullanılan, kesinliği yüksek bir yazılımdır. GMAT ise açık kaynak kodlu, geliştirilmesine NASA'nın önemli katkı yaptığı, uzay misyonlarının analizlerinde kullanılan, yine kesinliği yüksek bir yazılımdır.

Görünür geçiş sonuçlarının doğrulanması içinse NASA'ya ait "Spot the Station" [Keaton, 2018] internet sayfasındaki görünür geçiş verileri ile uydu takibi ile gözleminde uluslararası seviyede yaygın olarak kullanılan, makale yazarları tarafından da gözlem verileri birçok kez test edilmiş olan Heavens-Above [Peat, 2018] internet sayfasındaki görünür geçiş verileri kullanılmıştır.

İlerleticinin doğrulanması: İlerleticinin doğrulanması için ilk olarak ardışık iki İVS ele alınmıştır. İlk İVS başlangıç koşulu olarak kabul edilerek iki İVS arasındaki süre boyunca yörünge ilerletilmiş ikinci İVS'ye ne ölçüde yakın sonuçlar elde edildiği incelenmiştir. İlk İVS Tablo 1 ile verilmiştir. Bu ilk İVS 01 Temmuz 2018 tarihinde 13:42:19 UT için UUI'nin durumunu tanımlamaktadır. Bu İVS'yi takip eden ikinci İVS ise Tablo 2 ile verilmiştir ve UUI Dünya etrafında yaklaşık dört tur daha attıktan sonra 01 Temmuz 2018 tarihinde 19:46:03 UT zamanında UUI'nin durumunu vermektedir.

1	25544U	98067A	18182.57105324	+.00001714	+00000-0	+33281-4	0	9991
2	25544	051.6426	307.0095	0003698	252.8831	281.8833	15.53996196120757	

Tablo 1: 01 Temmuz 2018 tarihine 13:42:19 UT zamanına ait başlangıç koşulu İVS'si

1	25544U	98067A	18182.82365002	+.00001702	+00000-0	+33102-4	0	9999
2	25544	051.6426	305.7534	0003492	251.5586	257.2723	15.53997847	120798

Tablo 2: 01 Temmuz 2018 tarihine 19:46:03 UT zamanına ait başlangıç koşulu İVS'si

Başlangıç Zamanı	1 Temmuz 2018 / Saat: 13:42:19				
Bitiş Zamanı	1 Temmuz 2018 / Saat: 19:46:03				
	İki-Cisim Problemi İlerleticisi				
	i	e	Ω	ω	M_e
Bitiş Zamanı İVS'si	51,6426°	0,0003492	305,7534°	251,5586°	257,2723°
MATLAB Kodu	51,6426°	0,0003698	307,0095°	252,8831°	254,984°
STK	51,6430°	0,000376	307,010°	253,079°	254,797°
GMAT	51,6426°	0,0003698	307,0095°	252,8831°	254,985°

Tablo 3: İki cisim problemi ilerleticilerinin $\Delta t = 21.824$ s için karşılaştırması

İlerleticinin iki cisim problemi seviyesinde doğrulanması için iki İVS arasındaki $\Delta t = 21.824$ s'lik süre boyunca yörünge ilerletmeleri yapılmış ve Tablo 3 ile bu sonuçlar karşılaştırılmıştır. Geliştirilen MATLAB kodu iki cisim problemindeki korunan nicelikleri değiştirmede için yörünge tedirgemeleri nedeniyle değişen e , Ω ve ω değerleri bitiş zamanı İVS'sinden farklılaşmıştır. STK ile GMAT yazılımları ile varsayılan iki cisim problemi tercihleri kullanılarak yörünge ilerletmeleri yapılmıştır. MATLAB kodunun sonuçları, klasik yörünge elemanlarının hepsi için GMAT yazılımının sonuçları ile tam olarak, STK yazılımının sonuçları ile de büyük oranda uyuşmaktadır. Ancak, iki cisim problemi bağlamında tam doğru olan korunan nicelikler olan i , e , Ω , ω değerlerinin geliştirilen MATLAB kodunda olduğu gibi değişmeden kalmasıdır, bu bağlamda bu değerlerde farklılaşma olduğunda hata barındıran sonuçlar STK yazılımından elde edilenlerdir. M_e değeri için elde edilen sonuçlar üç anlamlı haneye kadar aynıdır ve bitiş zamanı İVS'sinden elde edilen değere en yakın sonuç MATLAB kodundan ve GMAT yazılımından gelen sonuçtur.

İki cisim problemi seviyesindeki yörünge ilerleticisi sonuçları yörünge tedirgemelerini dikkate alma gerekliliğini ortaya koymuştur. J_2 tedirgemesinin etkisi eklenerek yapılan yörünge ilerletmelerinin sonuçları Tablo 4 ile verilmiştir. Geliştirilen MATLAB kodunda J_2 tedirgemesinin etkileri, Ω ile ω açılarının bir periyottaki ortalama değişim hızları üzerinden eklenmiştir. Ω değeri için İVS değerine çok yakın bir sonuç elde edilmiş olsa da ω değeri için İVS değeri ile farkın artması söz konusu olmuştur. J_2 tedirgemesinin ω üzerine etkisi $i < 63,4^\circ$ iken her periyotta artma şeklindedir. Başlangıç İVS'sine göre ω değerinde bir azalma olmuş olması dikkate alınmamış olan ve J_2 tedirgemesinin etkisini ters yönde aşan bir tedirgemenin varlığına işaret etmektedir. J_2 tedirgemesinin e üzerine etkisi olmadığından dolayı e 'deki değişimi yakalamak yönünden bir katkı vermemiştir. STK yazılımının varsayılan tercihleri ile J_2 tedirgemesi etkisi ilerleticiye eklendiğinde MATLAB kodu ile büyük oranda örtüşen sonuçlar elde edilmiştir. Ancak, GMAT yazılımının

Başlangıç Zamanı	1 Temmuz 2018 / Saat: 13:42:19				
Bitiş Zamanı	1 Temmuz 2018 / Saat: 19:46:03				
	J_2 Tedirgemesini İçeren İlerletici				
	i	e	Ω	ω	M_e
Bitiş Zamanı İVS'si	51,6426°	0,0003492	305,7534°	251,5586°	257,2723°
MATLAB Kodu	51,6426°	0,0003698	305,750°	253,822°	254,984°
STK	51,6430°	0,000376	305,750°	254,018°	254,955°
GMAT	51,6320°	0,0004123	305,7287°	358,6428°	152,1718°

Tablo 4: J_2 tedirgemesini içeren ilerleticilerinin $\Delta t = 21.824$ s için karşılaştırması

1	25544U	98067A	18193.03368770	.00017025	00000-0	26522-3	0	9991
2	25544	51.6400	254.8734	0003828	304.8064	121.0878	15.53982012122386	

Tablo 5: 12 Temmuz 2018 tarihine 00:48:30 UT zamanına ait başlangıç koşulu İVS'si

1	25544U	98067A	18197.15821884	.00001156	00000-0	24838-4	0	9995
2	25544	51.6393	234.3067	0003896	320.1180	154.9205	15.53978220123021	

Tablo 6: 16 Temmuz 2018 tarihine 03:47:49 UT zamanına ait başlangıç koşulu İVS'si

varsayılan tercihleri ile J_2 tedirgemesi etkisi ilerleticiye eklendiğinde sonuçlar İVS'den ve MATLAB kodu ile STK sonuçlarından büyük ölçüde farklılık göstermiştir.

Geliştirilen yörünge ilerletici ardışık iki İVS arasındaki yaklaşık dört periyotluk bir süre için STK yazılımı ile örtüşen ve J_2 tedirgemesi eklendiğinde bitiş anı İVS'sine yakınsayan sonuçlar üretmiştir.

Daha uzun süreler için yörünge ilerleticisinin başarımını test etmek adına 12 Temmuz 2018, 00:48:30 UT zamanına ait Tablo 5 ile verilen İVS'yi başlangıç koşulu yaparak 16 Temmuz 2018, 03:47:49 UT zamanına ait Tablo 6 ile verilen İVS'yi elde etmek için yörünge ilerletmeleri yapılmıştır. Bu yörünge ilerletmelerine karşılık gelen zaman aralığı $\Delta t = 356.359$ s'dir ve yukarıdaki iki ardışık İVS arasındaki zaman aralığından yaklaşık 16 kat fazladır. Bu zaman aralığı UUI'nin dünya etrafında yaklaşık 64 tur atışına karşılık gelmektedir.

Geliştirilen yörünge ilerleticinin iki cisim problemi seviyesinde daha uzun süreler için doğrulanması adına $\Delta t = 356.359$ s'lik süre boyunca yörünge ilerletmeleri yapılmış ve sonuçlar Tablo 7 ile verilmiştir. STK ve GMAT yazılımları ile yine varsayılan iki cisim problemi tercihleri kullanılarak yörünge ilerletmeleri yapılmıştır. Geliştirilen MATLAB kodundan elde edilen sonuçlar ile GMAT yazılımından elde edilen sonuçlar M_e değerlerindeki ufak farklılaşma hariç tam olarak uyuşmaktadır. STK yazılımından elde edilen sonuçlar, ω ile M_e değerlerindeki ufak farklılaşmalar hariç büyük oranda MATLAB kodundan ve GMAT yazılımından elde edilen sonuçlarla uyuşmaktadır. ω değerindeki farklılaşmada ω iki cisim problemi için korunan nicelik olduğundan dolayı bu değeri değişmez bırakan MATLAB kodunun ve GMAT yazılımının sonucu STK yazılımının sonucuna göre daha doğrudur. M_e değeri içinse MATLAB kodundan elde edilen sonuç bitiş zamanı için İVS'den elde edilen sonuca en yakın sonuçtur. İki-cisim probleminin korunan nicelikleri i ve e iki İVS arasında fazla değişmemekle beraber diğer korunan nicelikler Ω ve ω görece büyük değişikliğe uğramışlardır. Bu iki değerdeki yaklaşık 64 periyot sonrasında gerçekleşen büyük değişiklikler J_2 tedirgemesinin etkisine işaret etmektedir.

Başlangıç İVS'sinden bitiş İVS'sine kadar Ω ile ω değerlerinde gerçekleşen değişimlerin işaret ettiği gibi iki cisim problemi seviyesindeki yörünge ilerleticisi sonuçlarını iyileştirmek için J_2 tedirgemesinin etkisi eklenmelidir. J_2 tedirgemesi etkileri eklenerek yapılan yörünge ilerletmelerinin sonuçları Tablo

Başlangıç Zamanı	12 Temmuz 2018 / Saat: 00:48:30				
Bitiş Zamanı	16 Temmuz 2018 / Saat: 03:47:49				
	İki-Cisim Problemi İlerleticisi				
	i	e	Ω	ω	M_e
Bitiş Zamanı İVS'si	51,6393°	0,0003896	234,3067°	320,1180°	154,9205°
MATLAB Kodu	51,6400°	0,0003828	254,8734°	304,8064°	155,066°
STK	51,6400°	0,000382	254,873°	305,634°	153,899°
GMAT	51,6399°	0,0003828	254,8734°	304,8064°	155,0788°

Tablo 7: İki cisim problemi ilerleticilerinin $\Delta t = 356.359$ s için karşılaştırması

Başlangıç Zamanı	12 Temmuz 2018 / Saat: 00:48:30				
Bitiş Zamanı	16 Temmuz 2018 / Saat: 03:47:49				
	J_2 Tedirgemesini İçeren İlerletici				
	i	e	Ω	ω	M_e
Bitiş Zamanı İVS'si	51,6393°	0,0003896	234,3067°	320,1180°	154,9205°
MATLAB Kodu	51,6400°	0,0003828	234,314°	320,140°	155,066°
STK	51,6400°	0,000382	234,312°	320,969°	156,473°
GMAT	51,6488°	0,0008710	234,3393°	325,5185°	131,6543°

Tablo 8: J_2 tedirgemesini içeren ilerleticilerinin $\Delta t = 356.359$ s için karşılaştırması

8 ile verilmiştir. Geliştirilen MATLAB kodu bitiş zamanı İVS'sine en yakın sonuçları vermiştir. Bunda yörünge ilerletme süresi $\Delta t = 356.359$ s boyunca UUI'nin Dünya etrafında 64 tur atmış olması etkindir. Böylece bir periyottaki ortalama değişim hızları kullanılarak bulunan J_2 etkisi bir periyot içindeki salınımlara göre çok daha büyük olmuş ve J_2 kaynaklı toplam gerçek etkiye daha fazla kesinlikle yakınsama sağlanmıştır. STK yazılımının varsayılan tercihleri ile J_2 tedirgemesi etkisi ilerleticiye eklendiğinde yine MATLAB kodu ile büyük oranda örtüşen sonuçlar elde edilmiştir. Ancak, GMAT yazılımının varsayılan tercihleri ile J_2 tedirgemesi etkisi ilerleticiye eklendiğinde sonuçlar yine İVS'den ve MATLAB kodu ile STK sonuçlarından büyük ölçüde farklılık göstermiştir.

Sonuç olarak geliştirilen yörünge ilerletici yaklaşık dört günlük görece uzun süreler için J_2 tedirgemesi eklendiğinde STK ve GMAT yazılımlarına göre bitiş anı İVS'sine en yakın sonuçları üretmiştir.

Görünür geçiş sonuçlarının doğrulanması: Görünür geçiş sonuçlarının doğrulanması için NASA "Spot The Station" [Keaton, 2018] internet sitesinde Ankara için verilen görünür geçiş başlangıç zamanı, geçiş süresi, geçiş için en büyük yükselme açısı, geçişin başlangıç yükselme açısı ve yönü, geçişin bitiş yükselme açısı ve yönü değerleri ile karşılaştırmalar yapılmıştır. [Keaton, 2018]'den elde edilen zaman verilerindeki hassasiyet dakika, yükselme açılarındaki hassasiyet derece, yön açılarındaki hassasiyet de coğrafi yön ile arayön bileşimleri seviyesindedir. Geliştirilen MATLAB kodundan elde edilen sonuçlar ile [Keaton, 2018]'nin zaman verileri tam olarak elde edilebilmektedir. Yükselme açılarına ait değerler ± 1 derece aralığında kalmaktadır. Yön açıları ise her zaman için doğru bir şekilde bulunabilmektedir.

Sonuçların doğrulanması için [Keaton, 2018] yanında uydu görünür geçiş gözleminde uluslararası seviyede yaygın olarak kullanılan, makale yazarları tarafından da görünür geçiş gözlem verileri birçok kez test edilmiş olan Heavens-Above [Peat, 2018] internet sayfasındaki veriler de

	Tarih	Başlangıç			Bitiş		
		Zaman	Yükselme	Yön	Zaman	Yükselme	Yön
MATLAB	27 Tem	22:01:07	10°	339°	22:03:15	10°	17°
HA	27 Tem	22:01:15	10°	341°	22:03:06	10°	14°
MATLAB	27 Tem	23:37:31	10°	336°	23:39:15	16°	7°
HA	27 Tem	23:37:34	10°	336°	23:39:09	16°	4°
MATLAB	28 Tem	21:08:34	10°	327°	21:11:21	10°	17°
HA	28 Tem	21:08:39	10°	328°	21:11:15	10°	15°
MATLAB	28 Tem	22:45:52	10°	341°	22:48:53	11°	37°
HA	28 Tem	22:45:56	10°	342°	22:48:50	11°	36°

Tablo 9: Geliştirilen MATLAB kodu ile Heavens-Above (HA) internet sitesinden alınan sonuçların karşılaştırılmasıdır. Zaman verileri yerel saatte verilmiştir.

1	25544U	98067A	18208.71319792	.00016717	00000-0	10270-3 0	9038
2	25544	51.6392	176.7268	0005177	353.8799	6.2290 15.53762294	4815

Tablo 10: Heavens-Above internet sitesince kullanılan 27 Temmuz 2018 tarihine 17:07:00 UT zamanına ait başlangıç koşulu İVS'si

1	25544U	98067A	18222.55435481	.00001222	00000-0	25998-4 0	9994
2	25544	51.6418	107.7535	0005717	46.0572	28.1320 15.53819785126972	

Tablo 11: Heavens-Above internet sitesince kullanılan 10 Ağustos 2018 tarihine 16:18:16 UT zamanına ait başlangıç koşulu İVS'si

kullanılmıştır. [Peat, 2018] kaynağı ile yapılan karşılaştırmaların ilkinde 27 Temmuz 2018 tarihinde 17:07:00 UT zamanından sonra Ankara üzerinde UUI'nin yaklaşık bir gün boyunca gerçekleştirdiği dört görünür geçişe ait başlangıç ve bitiş zamanı verileri incelenmiştir. Karşılaştırmaya ait veriler Tablo 9 ile verilmiştir. Bu karşılaştırma için [Peat, 2018] referansının kendi verilerini ürettiği Tablo 10 ile verilen İVS seti kullanılmıştır. Bu sonuçlar incelendiğinde zaman değerlerinin ± 10 saniye hassasiyet ile örtüştüğü, yükselme açısı değerlerinin tam olarak örtüştüğü, yön açısı değerlerinin ise ± 3 derece hassasiyet ile örtüştüğü gözlenebilmektedir.

Yapılan diğer bir karşılaştırmada ise 10 ve 11 Ağustos 2018 tarihlerinde Ankara üzerinde UUI'nin gerçekleştirdiği her gün için birer görünür geçişe dair [Peat, 2018]'de verilen veriler kullanılmıştır. Bu veriler [Peat, 2018] tarafından elde edilirken Tablo 11 ve Tablo 12 ile verilen İVS verileri sırasıyla kullanılarak Tablo 13 ve Tablo 14 ile gösterilen sonuçlar elde edilerek internet sayfasından yayınlanmıştır.

Geliştirilen MATLAB kodu ile Tablo 11 ile verilen İVS verisi kullanılarak 10 Ağustos geçişine dair Tablo 15 ile gösterilen sonuçlar elde edilmiştir. Yine, Tablo 12 ile verilen İVS verisi kullanılarak 11 Ağustos geçişine dair Tablo 16 ile gösterilen sonuçlara ulaşılmıştır.

Tablo 13 ile Tablo 15 ve Tablo 14 ile Tablo 16 karşılaştırıldığında görülebileceği üzere zaman değerleri ± 6 s, açı değerleri ± 1 derece, uzaklık değerleri ise ± 15 km hassasiyetle örtüşmektedir. Zaman, açı ve uzaklık değerlerindeki bu farklılaşmalar birbiri ile bağlantılıdır. Zaman değerlerinde oluşan 5 saniyelik bir fark uydunun 8 km/s mertebesindeki sürati dikkate alındığında, uydu hızının gözlemciye göre bileşenlerine bağlı olarak 10 km mertebesinde bir konum farkını işaret etmektedir ki bu uzaklık değerlerindeki farklılığın mertebesidir. Uydu ile gözlemci arasındaki mesafe 1000 km mertebesinde iken 10 km mertebesindeki konum hassasiyeti 0,01 radyanlık bir açı hassasiyetine işaret eder ki bu da $0,6 \approx 1^\circ$ mertebesinde bir açı hassasiyetine karşılık gelir. Bu durum [Peat, 2018] tarafından kullanılan yörünge ilerleticisi ile geliştirilen MATLAB kodundaki yörünge ilerleticisi sonuçları arasında 10 km mertebesinde bir konum hassasiyeti farkı olduğunu işaret etmektedir. Bu durumun ilerleticiye eklenen yörünge tedirgemelerine ait etkiler nedeniyle olma ihtimali çok yüksek ve beklenen bir durumdur. Her durumda söz konusu farklar gözle yapılan bir görünür geçiş gözlemi sırasında fark edilemeyecek mertebededir.

Güneş'in yükselme açılarında MATLAB kodu ile bulunan değerler [Peat, 2018] tarafından verilen değerlerden her zaman için daha düşüktür. Bu şekildeki sistematik bir farkın MATLAB kodunda

1	25544U	98067A	18222.88149787	.00001229	00000-0	26097-4 0	9999
2	25544	51.6415	106.1232	0005715	47.2470	58.1155 15.53821164127024	

Tablo 12: Heavens-Above internet sitesince kullanılan 11 Ağustos 2018 tarihine 00:09:21 UT zamanına ait başlangıç koşulu İVS'si

Olay	Zaman	Yükselme	Yön	Uzaklık (km)	Güneş Yükselme
Başlangıç	21:10:01	10°	266°	1457	-14.0°
En Büyük Yükselme	21:11:54	15°	230°	1208	-14.2°
Bitiş	21:13:48	10°	194°	1453	-14.5°

Tablo 13: 10 Ağustos 2018 tarihinde Ankara üzerindeki UUI'nin görünür geçişe dair Heavens-Above internet sitesinden alınan veriler

Olay	Zaman	Yükselme	Yön	Uzaklık (km)	Güneş Yükselme
Başlangıç	20:17:20	10°	286°	1457	-5.4°
En Büyük Yükselme	20:20:11	28°	226°	798	-5.9°
Bitiş	20:23:01	10°	165°	1452	-6.4°

Tablo 14: 11 Ağustos 2018 tarihinde Ankara üzerindeki UUI'nin görünür geçişe dair Heavens-Above internet sitesinden alınan veriler

Olay	Saat	Yükselme	Yön	Uzaklık (km)	Güneş Yükselme
Başlangıç	21:10:02	10°	266°	1472	-14.5°
En Büyük Yükselme	21:11:59	14.8°	230°	1210	-14.8°
Bitiş	21:13:54	10°	194°	1458	-15.1°

Tablo 15: 10 Ağustos 2018 tarihinde Ankara üzerindeki UUI'nin görünür geçişe dair MATLAB kodu sonuçları

Olay	Saat	Yükselme	Yön	Uzaklık (km)	Güneş Yükselme
Başlangıç	20:17:21	10°	286°	1470	-6.1°
En Büyük Yükselme	20:20:14	27.9°	225°	800	-6.6°
Bitiş	20:23:05	10°	165°	1459	-7.1°

Tablo 16: 11 Ağustos 2018 tarihinde Ankara üzerindeki UUI'nin görünür geçişe dair MATLAB kodu sonuçları

dikkate alınmayan ve fark yönünde düzeltme etkisi olan atmosferik kırılmalar nedeni ile olma ihtimali yüksektir.

Sonuç olarak hem [Keaton, 2018] hem de [Peat, 2018] ile yapılan karşılaştırmalarda görünür geçiş gözleminin takibi esnasında fark edilemeyecek hata payları dahilinde görünür geçiş verilerinin örtüştüğü tespit edilmiştir.

SONUÇ

Geliştirilen MATLAB kodu ile NORAD İVS bilgisine sahip olunan uyduların Dünya üzerinde belirli bir noktadan gerçekleştireceği optik olarak gözlemlenebilir geçişlerin tespiti sağlanmıştır. Örnek olarak çalışılan UUI için elde edilen veriler NASA'nın "Spot the Station" internet sayfasındaki ve Heavens-Above internet sayfasındaki veriler ile görünür geçiş gözleminin takibi esnasında fark edilemeyecek hata payları dahilinde örtüşmektedir. Ek olarak, MATLAB kodundaki yörünge ilerletici iki cisim problemi seviyesinde ve J_2 tedirgemelerinin eklendiği seviyede STK ve GMAT yazılımları ile karşılaştırılmıştır. Verilen bir başlangıç İVS'sinden daha sonraki İVS'yi elde etmek üzere yapılan testlerde yazılan yörünge ilerleticinin en az STK ve GMAT yazılımları kadar başarılı olduğu görülmüştür. Elde edilen sonuçların hassasiyetini daha da artırmak için aerodinamik sürüklenme etkileri gibi diğer yörünge tedirgemeleri kaynaklı etkiler ve atmosferik kırılmalarla dair düzeltmeler eklenerek görünür geçiş zamanlarına dair verilerin saniye hassasiyetine ulaştırılması hedeflenmekte ve bu sonuçların optik gözlemlerle daha detaylı test edilmesi planlanmaktadır. Hedeflenen saniye seviyesi hassasiyet sağlandığında ise uyduların optik gözlem öngörülerinin yayınlanacağı Türkçe bir internet sitesi de oluşturulması planlanmaktadır. Böylece uzay merakının ve farkındalığının yaygınlaşmasına bir katkı sağlanması hedeflenmektedir.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın değişik basamaklarında Burak Yağlıoğlu ile yapılmış olan yörünge mekaniği üzerine tartışmaların direkt ya da dolaylı bir çok katkısı olmuştur kendisine teşekkür ederiz.

Kaynaklar

- Battin, R. H. (1999). *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*. Gözden Geçirilmiş Basım, AIAA Education Series.
- Boulet, D. L. (1991). *Methods of Orbit Determination for the Microcomputer*. 1. Baskı, Willmann-Bell.
- Curtis, H. D. (2013). *Orbital Mechanics for Engineering Students*, 3. Baskı, Elsevier.
- Kauderer, A. (2011, 23 Eylül). *Definition of Two-line Element Set Coordinate System*. <https://spaceflight.nasa.gov>
- Keaton, J. (2018). *Sighting Opportunities / Sighting Location: Ankara, Turkey*. <https://spotthestation.nasa.gov>
- Leveque, R. (2005), *Numerical Methods for Conservation Laws*, 2. Baskı, Birkhauser.
- Longo, C. R. O., Rickman, S. L. (1995). *Method for the Calculation of Spacecraft Umbra and Penumbra Shadow Terminator Points*. NASA Technical Paper 3547. Lyndon B. Johnson Space Center, Houston, Texas.

Mohamed, M. S. , Hirani, A. N. , Samtaney, R. (2016). *Discrete exterior calculus discretization of incompressible Navier–Stokes equations over surface simplicial meshes*. Journal of Computational Physics, Cilt 312, 175-191.

Peat, C. (2018). *ISS - Visible Passes*.
<https://www.heavens-above.com/PassSummary.aspx?satid=25544>

Shampine L. F. (1986). *Conservation laws and the numerical solution of ODEs*. Computers & Mathematics with Applications, Cilt 12, 1287-1296.

Seidelmann, P. K. (1992). *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*. 2. Baskı, University Science Books.

Vallado, D. A. (2007). *Fundamentals of Astrodynamics and Applications*. 3. Baskı. Microcosm Press ve Springer.

Williams, D. R. (2017, 16 Mart). *Earth Fact Sheet*.
<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>