

GENEL MAKSAT BİR HELİKOPTER İÇİN ALT UZAY ESASLI DİNAMİK SİSTEM TANIMLAMA YÖNTEMİNİN UYGULAMASI

Sevil Avcıoğlu¹
TUSAŞ, Ankara

Ali Türker Kutay²
Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

ÖZET

Bu bildiri, alt uzay esaslı sistem tanımlama yönteminin bir genel maksat helikopter üzerinde uygulamasını anlatmaktadır. Sistem tanımlama için gerekli veriler helikopter uçuş testlerinden elde edilmiştir. Test pilotu tarafından saykik, kolektif ve pedal komutları üretilmiş, manevra sırasında oluşan hız ve pozisyon bilgileri pilot komutları ile birlikte kaydedilmiştir. Toplanan veriler eğik iz düşüm ve tekil değerlerin ayrıştırılması algoritmalarında kullanılmış; elde edilen matrisler en küçük kareler yaklaşımı ile çoklu girdi çoklu çıktı durum uzay matrislerine dönüştürülmüştür. Bu çalışmada kullanılan veriler gerçek bir sisteme ait olduğundan ve gerçek sistemler doğası gereği hem deterministik hem de stokastik özellik gösterebileceğinden; durum uzay modeli hesaplamalarında deterministik (girdi vektörü kaynaklı) ve stokastik (gürültü kaynaklı) bileşenler bir arada çözdürülmüştür. Örnek bir veri setinin söz konusu algoritmaya uygulanmasından elde edilen sayısal sonuçlar çerçevesinde, yöntemin kullanılabilirliğine yönelik bir değerlendirme yapılmıştır.

GİRİŞ

Doğrusal olmayan helikopter dinamiği çoklu giriş ve çoklu çıkışa sahip doğrusal sistemler şeklinde ifade edilebilir [Padfield, Gareth, 1996; Remple, R. K., Tischler, M. B., 2012,]. Bu modeller, doğrusal olmayan hareket denklemlerinin belli varsayımlar doğrultusunda sadeleştirilmesinden ve / veya gerçek test verilerinin girdi olarak kullanıldığı sistem tanımlama yöntemlerinden elde edilirler. Mevcut sistem tanımlama çalışmaları içerisinde, alt uzay esaslı sistem tanımlama yöntemi [De Moor B., Van Overschee, P., 1996] helikopter tasarım ve modelleme camiası için oldukça yeni bir uygulama alanıdır. Ancak; dikey iz düşüm, eğik iz düşüm ve tekil değerlerin ayrıştırılması gibi güçlü doğrusal cebir tekniklerinin uygulanması nedeniyle alt uzay esaslı sistem tanımlama yöntemine yönelik ilgi her geçen gün artmaktadır. Literatürde, çeşitli helikopterler için simülasyon verileri kullanılarak, N4SID [De Moor B., Van Overschee, P., 1996; Bittanti S., Lovera M., 1997] ve MOESP [A. Varga, M. Verhaegen, 1994; Lovera M., 2003; I. Ping Li, 2007] gibi bazı alt uzay esaslı sistem tanımlama algoritmalarının uygulamalarının yapıldığı bilinmektedir. Tüm helikopter seviyesinde, gerçek test verileri kullanılarak yapılmış, bilinen tek çalışma ise [Seher-Weiss S., Wartmann J., 2013] DLR'ın (araştırma amacıyla kullanılan) ACT/FHS helikopteri üzerinde yaptığı çalışmadır. Söz konusu araştırma faaliyeti kapsamında; alt uzay sistem tanımlamanın bir alt dalı olan en iyileştirilmiş kestirimci tabanlı alt uzay sistem tanımlama yöntemi ile bir uygulama yapılmıştır.

Bu bildiride ise; orta sınıf genel maksat bir helikopterden elde edilen uçuş test verileri ile yapılan alt uzay sistem tanımlama yöntemi uygulama faaliyeti anlatılmaktadır. Teori, yöntem ve sayısal sonuçlar aşağıdaki paragraflarda açıklanacaktır.

Alt Uzay Sistem Tanımlama Teorisi

¹ Tasarım Uzmanı, E-posta: savcioglu@tai.com.tr

² Assist. Prof. Dr, Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: kutay@metu.edu.tr

Bu bildiride yer alan çalışmanın temel amacı gerçek bir helikopter sistemi için alt uzay tabanlı sistem tanımlama uygulama faaliyeti olduğundan; literatürde bulunan alt uzay esaslı sistem tanımlama yöntemleri içerisinde endüstriyel uygulamalar için kullanabilecek algoritmalar araştırılmıştır. Yapılan araştırmalar neticesinde, endüstriyel veriler ile doğrulanmış bir birleştirilmiş deterministik-stokastik sistem tanımlama algoritması olan gürbüz alt uzay esaslı sistem tanımlama algoritması [De Moor B., Van Overschee, P., 1996, Chapter 4] ile çalışmalar sürdürülmüştür. Söz konusu algoritmanın ana adımları aşağıdaki gibi özetlenebilir:

İlk olarak test verilerinden oluşan Blok Hankel matrislerinin eğik iz düşümü yapılır. Eğik iz düşüm matrisi O_i (1) Y_f (3) matrisinin W_p (4) boyunca U_f (2) matrisi üzerine eğik iz düşümünün alınması ile elde edilmektedir. Burada Y_f gelecek çıktılarından oluşan Blok Hankel matrisini, U_f gelecek girdilerinden oluşan Blok Hankel matrisini, W_p ise geçmiş girdi ve çıktılarından oluşan Blok Hankel matrisini tanımlamaktadır [De Moor B., Van Overschee, P., 1996].

$$O_i = Y_f / U_f W_p \quad (1)$$

$$U_{0|2i-1} = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & u_2 & u_3 & \cdot & \cdot & \cdot & u_{j-1} \\ u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & \cdot & \cdot & \cdot & u_j \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ u_i & u_{i+1} & u_{i+2} & u_{i+3} & \cdot & \cdot & \cdot & u_{j+i-1} \\ u_{i+1} & u_{i+2} & u_{i+3} & u_{i+4} & \cdot & \cdot & \cdot & u_{j+i} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ u_{2i-1} & u_{2i} & u_{2i+1} & u_{2i+2} & \cdot & \cdot & \cdot & u_{2i+j-2} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} U_{0|i-1} \\ U_{i|2i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_p \\ U_f \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$Y_{0|2i-1} = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & y_2 & y_3 & \cdot & \cdot & \cdot & y_{j-1} \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & \cdot & \cdot & \cdot & y_j \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ y_i & y_{i+1} & y_{i+2} & y_{i+3} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{j+i-1} \\ y_{i+1} & y_{i+2} & y_{i+3} & y_{i+4} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{j+i} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ y_{2i-1} & y_{2i} & y_{2i+1} & y_{2i+2} & \cdot & \cdot & \cdot & y_{2i+j-2} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{0|i-1} \\ Y_{i|2i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_p \\ Y_f \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$W_p = W_{0|i-1} = \begin{pmatrix} U_{0|i-1} \\ Y_{0|i-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_p \\ Y_p \end{pmatrix} \quad (4)$$

"i" ise blok satır sayısını tanımlamaktadır.

Tekil değerlerin ayrıştırılması yöntemi ile sistemin derecesi belirlenir (5). Genişletilmiş gözlemlenebilirlik matrisi Γ_i (8) ile durum dizilim matrisi, X_i (7) hesaplamaları Denklem (6)'da verildiği gibi yapılır [De Moor B., Van Overschee, P., 1996].

$$O_i = USV^T = US^{1/2}S^{1/2}V^T \quad (5)$$

$$\begin{aligned} O_i &= \Gamma_i X_i \\ \Gamma_i &= US^{\frac{1}{2}}, X_i = S^{1/2}V^T \end{aligned} \quad (6)$$

$$X_i = (x_i \quad x_{i+1} \quad x_{i+2} \quad x_{i+3} \quad \dots \quad x_{i+j-1}) \in \mathbb{R}^{n \times j} \quad (7)$$

$$\Gamma_i = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{i-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{li \times n} \quad (8)$$

Burada n sistemin derecesini, l ise ölçüm vektörünün boyutunu ifade etmektedir.

Diğer bir eğik iz düşün hesabı ise geleceğin çıktıların (Y_f) en iyileştirilmiş tahminini veren matristir. Tanımı Denklem (9)'da verilen tahmin matrisi Z_i , Denklem (10)'daki yapıya getirilip küçük kareler yaklaşımı ile sistem matrislerinden A ve C 'nin hesabında kullanılır [De Moor B., Van Overschee, P., 1996].

$$Z_i = Y_f / \begin{pmatrix} W_p \\ U_f \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} \Gamma_{i-1}^\dagger Z_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \Gamma_i^\dagger Z_i + \kappa U_f + \begin{pmatrix} \rho_w \\ \rho_v \end{pmatrix} \quad (10)$$

Burada kullanılan κ matrisi tanımı denklem (11)'de verilmiştir. ρ_w, ρ_v ise sırasıyla süreç ve ölçüm gürültüsü kovaryans değerleridir (sistem stokastik bileşenleri).

$$\kappa = \begin{pmatrix} B|\Gamma_{i-1}^\dagger H_{i-1}^d - A\Gamma_i^\dagger H_i^d \\ D|0 - C\Gamma_i^\dagger H_i^d \end{pmatrix} \quad (11)$$

Tanımı denklem (12)'de verilen H_i^d ise durum uzay matrislerinden elde edilen Toeplitz matrisini ifade etmektedir.

$$H_i^d = \begin{pmatrix} D & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & 0 & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & D & 0 & \dots & 0 \\ CA^2B & CAB & CB & D & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^{i-2}B & CA^{i-3}B & CA^{i-4}B & CA^{i-5}B & \dots & D \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{li \times mi} \quad (12)$$

Burada girdi vektörü boyutu m ile gösterilmektedir. Denklem (13)'te verilen azaltma probleminin çözülmesi ile diğer sistem matrislerinden B ve D elde edilir.

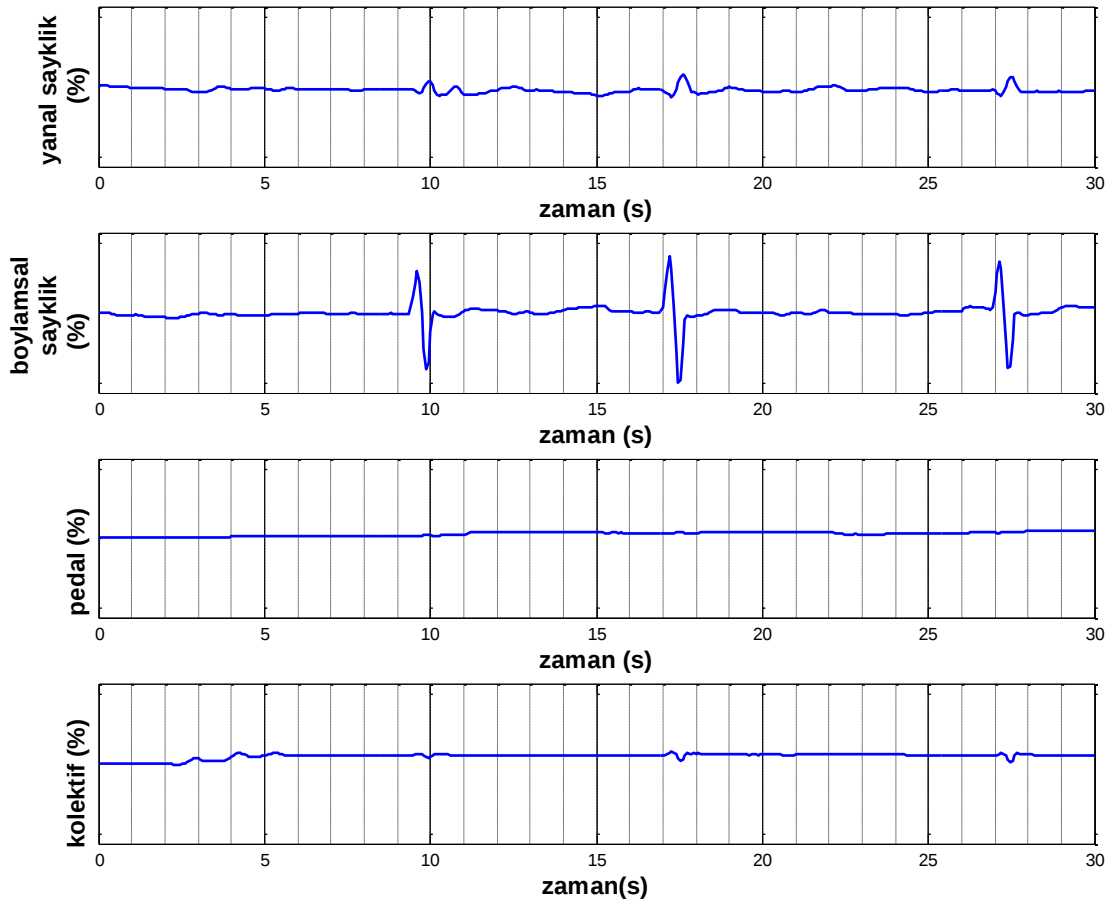
$$B, D = \arg \min_{B,D} \left\| \begin{pmatrix} \Gamma_{i-1}^\dagger Z_{i+1} \\ Y_{i|i} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A \\ C \end{pmatrix} \Gamma_i^\dagger Z_i - \kappa(B, D) U_f \right\|_F \quad (13)$$

YÖNTEM ve UYGULAMALAR

Alt uzay sistem tanımlama yönteminin uygulanabilmesi için gerekli olan ilk adım uygun veri setini oluşturmaktır. Toplanan verinin içeriği tanımlanan sistem dinamikleri ile doğrudan ilişkilidir. Uygun veri içeriği sistemin uygun kontrol girdileri ile uyarılması ile elde edilir. Literatürde yaygın olarak kullanılan kontrol girdileri frekans taraması, ikili girdi ve 3-2-1-1 tip girdilerdir [Tischler, M. B., 2012]. Helikopter önce trim koşuluna çekilir daha sonra istenen manevra uygulanır. Uygulanan manevranın

frekans içeriği tanımlanması istenen dinamikleri uyuracak şekilde ayarlanır. Matematik model doğrulama, rüzgar tüneli verileri iyileştirme ya da kontrolcü tasarımı doğrulama gibi birçok alanda kullanılan sistem tanımlama faaliyetlerinde, helikopter gövde dinamiğinin ve regresif rotor dinamiklerinin uyarıldığı 0.2-3 Hz frekans bandında kontrol girdisi oluşturmak önerilmektedir [Tischler, M. B., 2012]. Toplanan veri içeriği ile ilgili diğer bir ölçüt genliktir. Kontrol girdisi genliği sistemi uyuracak kadar yüksek ancak doğrusal bölgeden kopmayacak kadar da düşük olmalıdır. Helikopterler için önerilen kontrol girdisi genliği helikopter yönelim açıları ± 10 derece ve açısal hız değişiminde ± 10 derece/s bandında uyarı oluşturacak şekilde seçilmelidir [Tischler, M. B., 2012].

Bu çalışmada sistem tanımlama faaliyetleri kapsamında çeşitli helikopter uçuş testleri yapılmıştır. Test pilotu tarafından oluşturulan kontrol girdileri (yanal saykık (δ_{lat}), boylamsal saykık (δ_{lon}), pedal (δ_{ped}), kolektif (δ_{col})) ile helikopterin kontrol girdilerine verdiği doğrusal hızlar (u, v, w), açısal hızlar (p, q, r) ve yönelim açıları (φ, θ) değerleri helikopter üzerinde bulunan veri toplama sistemi tarafından kaydedilmiştir. Yukarıda anlatılan ölçütler doğrultusunda, toplanan verilerin sistem tanımlama için uygulanabilirliği değerlendirilmiş ve örnek bir test koşulu için alt uzay sistem tanımlama yöntemi uygulaması yapılmıştır. Buna göre, pilot tarafından uygun kontrol komutları ile helikopter deniz seviyesine göre 7300 ft irtifa ve 110 knot ileri hız koşulunda trim edilmiş ve daha sonra boylamsal saykık ile ikili girdi komutu üretilmiştir. Helikopteri doğrusal bölgede tutmak için diğer kontrol kumandaları ile ufak düzeltmeler yapılmış ve manevra tamamlandıktan sonra pilot yardımıyla helikopter tekrar trim koşuluna getirilmiştir. Veri güvenilirliğini artırmak için manevra aynı test içerisinde üç kez tekrarlanmıştır. Test boyunca uygulanan pilot kontrol komutları³ Şekil 1'de verilmiştir.



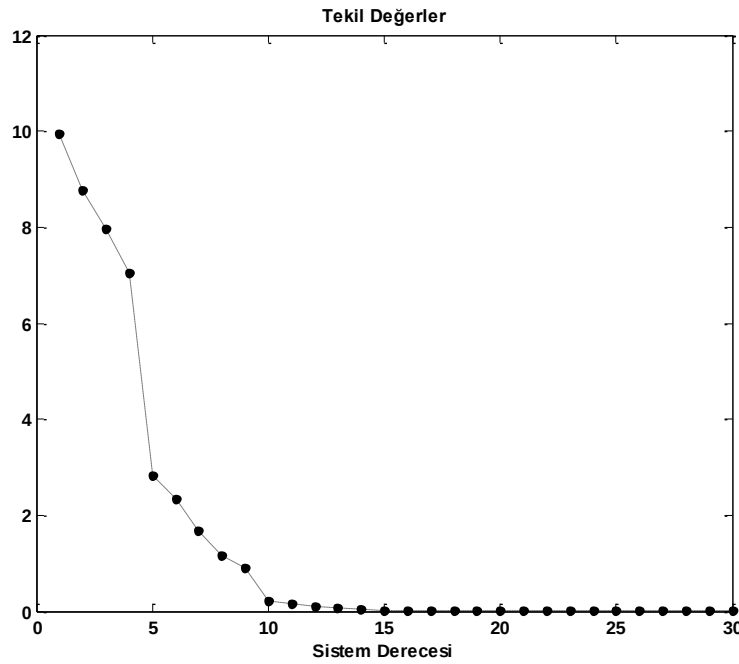
Şekil 1 Pilot Kontrol Girdileri

³ Veri gizliliği nedeniyle kontrol komutlarının sayısal değerleri burada belirtilmemiştir.

Farklı örnekleme oranlarında toplanan pilot kontrol girdileri ile helikopter pozisyon / hız değerlerinin ölçüldüğü sensör verileri doğrusal ara değer hesabı ile ortak örnekleme oranına getirilmiştir. Bu çalışmada ortak örnekleme frekansı en yüksek örnekleme oranına sahip olan ataletsel ölçüm birimi örnekleme frekansına (150 Hz) sabitlenmiştir. Denklem (14)'te verilen girdi vektörü ve Denklem (15)'te verilen ölçüm vektörü temel alınarak toplanan test verilerinden Denklem (2), (3) ve (4)'te yapısı tanımlanan Blok Hankel matrisleri oluşturulmuştur. Denklem (1)'de tanımı verilen eğik iz düşüm matrisi [De Moor B., Van Overschee, P., 1996 Denklem 1.7] hesaplatılmış ve tekil değerlerin ayrıştırılması yöntemi ile (5) sistemin derecesi seçilmiştir. Şekil 2'de verilen tekil değerler eğrisine göre uyarılan sistemin dinamiğinin 14. dereceden bir doğrusal fonksiyon ile modellenebileceği gösterilmektedir.

$$\mathbf{u} = [\delta_{lat} \delta_{lon} \delta_{ped} \delta_{col}] \quad (14)$$

$$\mathbf{y} = [u \ v \ w \ p \ q \ r \ \phi \ \theta] \quad (15)$$



Şekil 2 Tekil Değerler Eğrisi

Gözlemlenebilirlik matrisi Γ_i ile durum dizilim matrisi X_i Denklem (6)'da verildiği gibi verildiği gibi bulunmuştur. Burada hesaplanan durum matrisleri fiziksel durumlardan oluşmak zorunda değildir. Ancak benzerlik dönüşüm (İng. similarity transformation) yaklaşımı ile fiziksel durumlara geçiş yapılabilir [De Moor B., Van Overschee, P., 1996]. Genişletilmiş gözlemlenebilirlik matrisini oluşturan sistem matrisleri (A ve C), tahmin matrisi Z_i 'nin hesabı ve daha sonra Denklem (10)'un küçük kareler yönteminin ile çözülmesi sonucu hesaplanmıştır. Bu aşamada A ve C matrislerinin tahmini değerleri kullanılarak Denklem (13)'te verilen azaltma probleminin çözülmesi ile B ve D matrisleri elde edilmiştir.

Alt uzay sistem tanımlama yöntemi teorisi gereği ayrık zamanlı yapıda elde edilen sistem matrisleri ile tahmini durum uzay modeli Denklem (16)'da verildiği gibi oluşturulur.

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + \mathbf{w}_k \quad (16)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_k + \mathbf{v}_k$$

MATLAB ortamında geliştirilmiş olan "d2c" komutu ile ayrık zamanlı sistem matrisleri sürekli zamanlı sistem matrislerine dönüştürülmüştür. Elde edilen durum uzay modelin için özdeğer bilgileri Tablo 1'de verilmiştir. Söz konusu dinamiklerden sekizinin helikopter gövde dinamiğine ($u, v, w, p, q, r, \phi, \theta$), geriye kalan altı dinamiğinden dördünün rotor regresif kanat çırpıntı (ing. regressive flap) iki

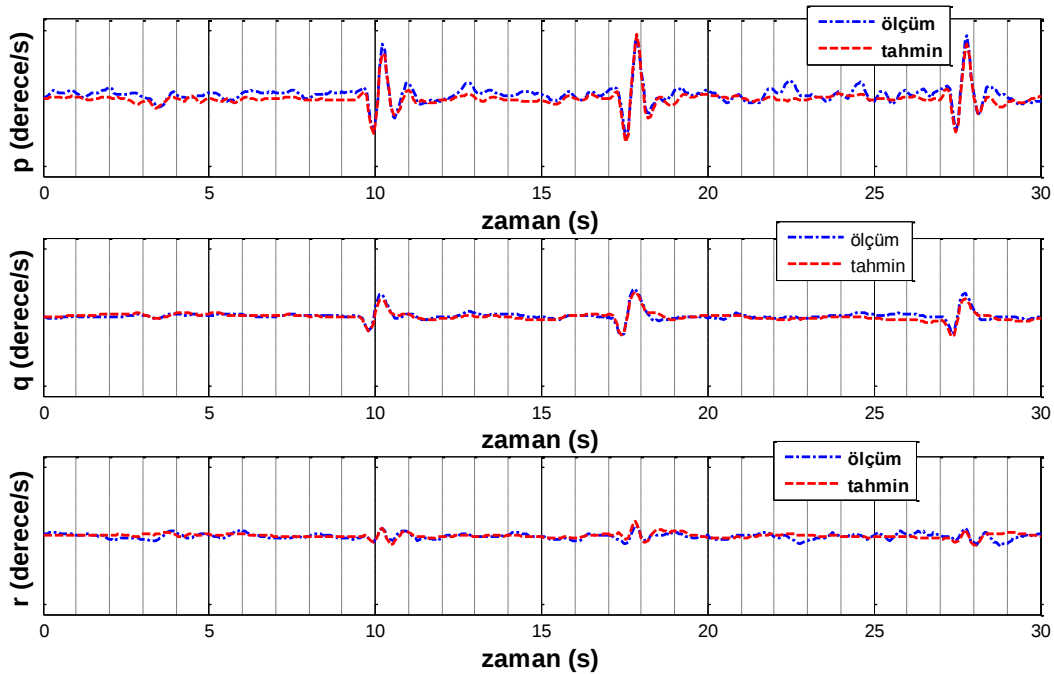
dinamiğin ise rotor regresif ilerleme-gerileme (ing. regressive lead-lag) olabileceği tahmin edilmektedir.

Tablo 1 Özdeğerler Tablosu

$-1.6453 \pm 26.9304i$
$-2.3840 \pm 8.2291i$
$-2.2995 \pm 4.9972i$
$-0.9972 \pm 2.9826i$
$-0.1462 \pm 0.8648i$
$-0.2379 \pm 0.6213i$
$-0.0317 \pm 0.1415i$

Model Doğrulama

Model doğrulama kapsamında, ölçüm değerleri ile model benzetim çıktıları karşılaştırılmıştır. Model benzetim çıktılarını elde etmek için, uçuş testi boyunca pilot tarafından uygulanan kontrol komutları, alt uzay sistem tanımlama yöntemi ile elde edilen modele beslenmiştir. MATLAB Simulink ortamında gerçekleşen model benzetim çıktısı gerçek test verileri ile karşılaştırılmıştır. Açılal hız sonuçları için karşılaştırma grafikleri Şekil 3'te verilmiştir. Sonuçların kabul edilebilirlik seviyesini ölçmek için Theil eşitsizlik katsayısı değeri hesaplatılmıştır [Murray-Smith, D. J., 1998; Fischenberg, D., Jategaonkar, R., von Gruenhagen, W., 2004]. Zaman uzayında hesaplanan hatanın (ölçüm ve model arasındaki sapma) quadratik kökünün, ölçüm ve model kuadratik köklerinin toplamına oranı olarak tanımlanan Theil eşitsizlik katsayısı bu bildiride verilen örnek çalışmada 0.31 olarak hesaplanmıştır ki bu değer [Jategaonkar, R., von Gruenhagen, W., 2004] 'a göre genel kabul edilebilirlik seviyesi içerisinde.



Şekil 3 Model Verileri ile Gerçek Verilerinin Karşılaştırılması - Açılal Hızlar

SONUÇ

Bu bildiride alt uzay sistem tanımlama yönteminin gerçek bir helikopter sistemi üzerinde uygulaması yapılmıştır. Literatürde yer alan birçok alt uzay sistem tanımlama algoritması içerisinde endüstriyel veriler ile doğrulanmış bir birleştirilmiş deterministik-stokastik sistem tanımlama algoritması olan gürbüz alt uzay esaslı sistem tanımlama algoritması ile çalışmalar sürdürülmüştür. Helikopter üzerinde bulunan test pilotu tarafından sistemi uyaracak kontrol komutları oluşturulmuş ve helikopter üzerinde yer alan veri toplama sistemi aracılığı ile elde edilen yönelim / hız açısı bilgileri kaydedilmiştir. Elde edilen veriler söz konusu alt uzay sistem tanımlama algoritmaları ile işlenmiş ve tanımlı test koşulu için helikopterin durum uzay modeli oluşturulmuştur. Alt uzay sistem tanımlama yönteminin helikopter sistemleri için uygulanabilirliğinin gösterildiği bu çalışmada, elde edilen durum uzay modelini oluşturan durum vektörünün her zaman fiziksel bir karşılığı olmayabilir. Ancak, alt uzay sistem tanımlama ile elde edilen durum vektöründen fiziksel durum vektörüne geçiş yapabilmek çalışmaya parametre kestirimi gibi tamamlayıcı bir özellik kazandıracaktır. Konu ile ilgili yapılacak bir çalışmanın alt uzay sistem tanımlama alanında önemli bir akademik katkı sağlayacağı değerlendirilmektedir.

Kaynaklar

Padfield, Gareth, 1996, “*Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling*”, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Washington D.C.

Remple, R. K., Tischler, M. B., 2012 “*Aircraft and Rotorcraft System Identification: Engineering Methods with Flight-Test Examples*”, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA, 2nd edition.

De Moor B., Van Overschee, P., 1996, *Subspace Identification for Linear Systems Theory - Implementation - Applications*, Kluwer Academic Publishers, Boston/London/Dordrecht.

Bittanti S., Lovera M., 1997, “Identification of Linear Models for a Hovering Helicopter Rotor”, *IFAC System Identification*, Kitakyushu, Fukuoka, Japonya

A. Varga, M. Verhaegen “Some Experience with the MOESP Class of Subspace Model Identification Methods in identifying the BO105 Helicopter,” tech.rep., *German Aerospace Research Establishment, Institute for Robotics and System Dynamics*, 1994.

Murray-Smith, D. J., 1998, “Methods for the External Validation of Continuous System Simulation Models: A Review,” *Journal of Mathematical Modelling of Systems*, Cilt. 4, No., s. 5–31.

Fischenberg, D., Jategaonkar, R., von Gruenhagen, W., 2004, “Aerodynamic Modeling and System Identification from Flight Data—Recent Applications at DLR,” *Journal of Aircraft*, Cilt. 41, No. 4, s. 681–691.