VII. ULUSAL HAVACILIK VE UZAY KONFERANSI **UHUK-2018-124**
12-14 Eylül 2018, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun

DARALMA ORANININ DÖNEN KOMPOZİT BİR HELİKOPTER PALİNİN TİTREŞİM ÖZELLİKLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Yunus Emre Coşkun[1] ve Özge Özdemir[2]
Uçak Uzay Bilimleri Fakültesi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Maslak, İstanbul

ÖZET

Bu araştırma kapsamında helikopter pallerinin pal daralmasının, titreşim özellikleri üzerindeki etkisi incelenmiştir. Ankastre kiriş olarak modellenen helikopter palinin incelenmesinde Euler Bernoulli kiriş teorisi kullanılarak bu kirişin serbest titreşim analizleri sonlu elemanlar yöntemiyle yapılmıştır. İlk olarak dönmeyen kompozit bir Euler ankastre kirişi tasarlanmıştır ve çözüm için ANSYS APDL 15.0 yazılım paketinden yararlanılmıştır. ANSYS APDL yazılım paketinden elde edilen doğal frekanslar boyutsuz hale getirilerek literatürle karşılaştırılmıştır. Geliştirilen sonlu elemanlar modeliyle hesaplanan doğal frekanslar ve mod şekilleri, literatürde mevcut ve farklı yöntemlerle elde edilmiş sonuçlarla karşılaştırılarak tamamen uyumlu oldukları gösterilmiş; böylece modelin doğrulaması yapılmıştır. Daha sonra dönmeyen kompozit ankastre kiriş için farklı daralma oranları seçilerek kiriş doğal frekansına etkileri araştırılmıştır. Sonuçlar tablo ve grafiklerle gösterilmiştir. Son olarak elde edilen frekanslar değerleri yorumlanmıştır.

GİRİŞ

Dönen daralan kirişlerin dinamik karakteristlikleri, örnek olarak, doğal frekanslar ve mod şekilleri, rezonans yanıtlarını belirlemek için, titreşim analizi yapmak gerekmektedir. Bu özellikler, yapıların maruz kaldıkları titreşimlerin ve bu titreşimlere yapılar tarafından verilen cevapların incelenmesinde kullanılır. Dönen kirişlerin dinamik özellikleri tasarım ve verim açısından çok önemli bir yere sahiptir. Bir çok mühendislik uygulamalarında dönen makinalar, helikopter palleri, robot manipülatörleri, dönen uzay yapıları gibi performans arttırımı ve tasarımı için dönen daralan kiriş çalışılmıştır.

Bu nedenle, bu çalışmanın ilk kısmında Euler-Bernoulli ve Timoshenko kirişlerinin dinamik incelemesi yapılmıştır. Dinamik inceleme kapsamında ilk olarak kiriş teorileri hakkında kısa bilgiler verilerek kiriş problemlerinde kullanılan hareket denklemlerinin çıkarımları yapılmıştır.

[1] Uçak Müh. Yunus Emre Coşkun, E-posta: yecoskun@itu.edu.tr
[2] Yard.Doc. Dr. Özge Özdemir, Uçak Müh. Böl., E-posta: ozdemirozg@itu.edu.tr

Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi

Euler-Bernoulli kiriş teorisi veya diğer adıyla sadece kiriş teorisi, düzgün izotropik bir kirişin elastikliğinin basitleştirilmiş bir ifadesidir. Bu teori ile kirişlerin yük taşıma ve çökme karakteristikleri hesaplanır. Zamanla düzlem teorisi ve sonlu elemanlar analizi gibi ilave analiz araçları geliştirilmiştir fakat, basit kiriş teorisi bilimin ihtiyaç duyduğu en önemli araç olmaya devam etmiştir. Özellikle sivil ve mekanik mühendislik alanlarında büyük önem taşımıştır.

Kiriş Denklemi: Uzun ince tek boyutlu izotropik malzemeden yapılmış kabul edilen bir kiriş için, elastiklik eğrisi şöyle tanımlanır:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[EI\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right] = w \qquad (1)$$

Bu Euler-Bernoulli denklemi olarak bilinir. Kirişi x ekseni doğrultusunda bir boyutlu nesne gibi düşünürsek, u(x) eğrisi kirişteki çökmeyi tanımlar. Yayılı yük yani basıncın bir ifadesi olarak belirtilen w ise, x, u ve diğer değişkenlerin bir fonksiyonudur. E elastiklik modülüdür, I ise eylemsizlik modülüdür.
Burada, u = u(x), w = w(x), ve EI sabittir, yani:

$$EI\ \frac{\mathrm{d}^4 u}{\mathrm{d}x^4} = w(x) \qquad (2)$$

Bu denklem düzgün sabit bir kirişte çökmeyi tanımlar ve mühendislik uygulamalarında kullanılan en temel öğelerden birisidir.

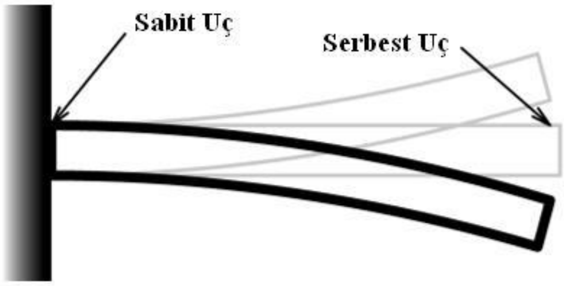
Terimlerin anlamları şunlardır:
- *u* çökmedir.
- $\frac{\partial u}{\partial x}$ kirişin eğimidir.
- $EI\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}$ kirişin eğilme momentidir.
- $-\frac{\partial}{\partial x}\left[EI\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right]$ kirişteki kayma gerilmesidir.

Bu kiriş, yapılan kabullere göre bir boyutlu nesne olarak tanımlıdır. Kiriş düzgün olmalıdır, yayılı yükler düzlem içinde bulunmamalıdır ve burulma olmamalıdır. Bu kabuller doğrultusunda çekme gerilmesi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = Ec\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad (3)$$

Buradaki c, u doğrultusundadır ve tarafsız eksenle kuvvetin uygulanma doğrultusundaki mesafesini gösterir. M eğilme momentidir. Kirişin kesitini göz önüne alırsak en üst kısımda çekme, en alt kısımda ise basma gerilmeleri oluşur, bunlar aynı zamanda kirişteki maksimum gerilmelerdir. Kesidin tam ortadan geçen tarafsız eksen bir başka adıyla normal eksende ise, çekme ve basma gerilmesi değeri sıfırdır.

Sınır Şartları: Kiriş denklemi x'e göre türev alınarak hesaplanan en fazla dört sınır şartına sahiptir. Sınır şartları genellikle model destekleri yani onların noktaya etki eden yükleri, momentler ve diğer etkilerden oluşur.



Şekil 1: Ankastre Mesnetli Kiriş

Mesnetli kirişten bir örnek (Şekil 2): Tek ucundan hiç hareket etmeyecek şekilde sabit olan kirişin diğer ucu da tamamen serbesttir. Hiç hareket etmeyecek şekilde sabit deyince çökme ve eğimin sıfır, tamamen serbest deyince de kayma kuvveti ve eğilme momentinin sıfır olduğu anlaşılır. EI'nın sabit olduğu durumda, x'in en sol koordinatı sıfır olarak alınır ve en sağ tarafı da L olarak düşünüldüğünde(L kirişin boyu olur) sınır şartları belirlenmiş olur:

$$u|_{x=0}=0 \quad ; \quad \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0}=0 \qquad \textbf{(sabit uç)} \tag{4}$$

$$\left.\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right|_{x=L}=0 \quad ; \quad -EI\left.\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right|_{x=L}=0 \qquad \textbf{(serbest uç)} \tag{5}$$

En bilinen sınır şartları aşağıdakileri içerir:

- $u=\frac{\partial u}{\partial x}=0$ sabit bir destek olduğunu gösterir.
- $u=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0$ pin bağlantısı olduğunu gösterir. (çökme ve moment sıfırdır).
- $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}=0$ bağlantı ve dolayısıyla yük olmadığını gösterir.
- $-\frac{\partial}{\partial x}\left[EI\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right]=F$ uygulama noktasında F büyüklüğünde bir kuvvet olduğunu gösterir.

<u>Yükleme Durumu:</u> Uygulama yükü sınır şartları altında veya w'nin fonksiyonu olarak bulunabilir. Yayılı yükleme kolaylık açısından sıklıkla tercih edilir. Sınır şartları modeldeki yüklerin belirlenmesinde ve özellikle titreşim analizlerinde kullanılır.
Nokta yükler modellenirken delta fonksiyonu yardımcı olarak kullanılır. Örneğin sabit mesnetli L uzunluğundaki bir kirişi düşünelim ve bunun serbest ucunun üst noktasına F yükü etki etsin. Sınır şartlarını göz önüne alarak şu şekilde ifade edilebilir:

$$EI\,\frac{d^4 u}{dx^4}=0 \tag{6}$$

$$u|_{x=0}=0 \; ; \quad \left.\frac{du}{dx}\right|_{x=0}=0 \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}x^2}\bigg|_{x=L}=0 \qquad -EI\frac{\mathrm{d}^3u}{\mathrm{d}x^3}\bigg|_{x=L}=F \tag{8}$$

Fonksiyon olarak,

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}=F\delta(x-L) \tag{9}$$

$$u|_{x=0}=0 \quad ; \quad \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{dx}}\bigg|_{x=0}=0 \tag{10}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}x^2}\bigg|_{x=L}=0 \tag{11}$$

Kayma gerilmesinin sınır şartları(3. Türev) kaldırıldı, aksi halde burada bir çelişki olurdu. Bunlar aynı sınır değeri problemleridir ve her ikisi de aynı sonuca çıkar:

$$u=\frac{F}{6EI}(3Lx^2-x^3) \tag{12}$$

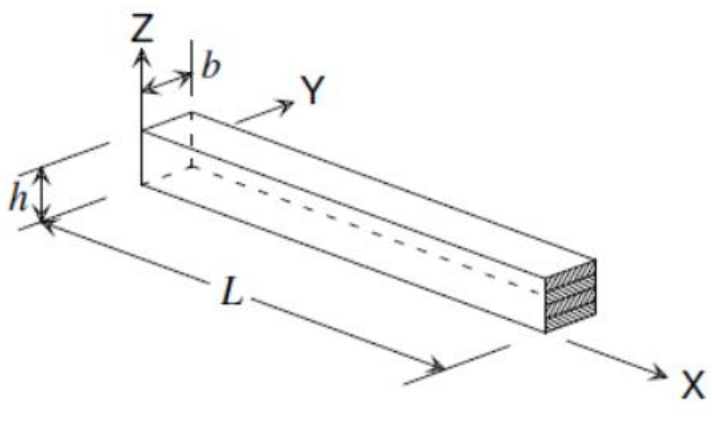
Birkaç noktasal yükün farklı bölgelerde yüklendiği uygulamalarda u(x) önemli bir fonksiyona sahiptir. Bu fonksiyonun kullanımı durumu çok basite indirger, aksi taktirde kiriş her biri 4 farklı sınır şartına sahip olan bölümlere ayrılmak zorunda olurdu.
Akıllı formülasyon ile birçok farklı yük ve bu yüklerin oluşturduğu ilginç problemler rahatlıkla çözümlenebiliyor. Bunun örneği olarak, kirişteki titreşimler yükün bir fonksiyonu olarak kullanılarak hesaplanabilir:

$$\mathrm{w}(x,t)=-\mu\frac{\partial^2u}{\partial t^2} \tag{13}$$

Burada μ kirişin doğrusal yoğunluğudur ve kesinlikle bir sabit değildir. Bu zamana bağlı yük değişikliği denklemi kısmi diferansiyel bir eşitlik haline getirir. Bir başka ilginç örnek ise, kirişteki dönme hareketinin sabit açısal hız ω ile tanımlanmasıdır:

$$\mathrm{w}(u)=\mu\omega^2u \tag{14}$$

Kompozit Kirişin Sonlu Elemanlar Modeli



Şekil 3 : Kompozit kirişin geometrisi ve koordinat sistemi

Tabakalı kirisin geometrisi ve koordinatları Şekil 3’ de görülmektedir. Kirişin boyu, kalınlıgı ve genisligi, sırasıyla, *L*, *h* ve *b* ile gösterilmektedir. Kirişin düzlem-dışı egilme, düzlem-içi egilme, burulma ve eksenel titreşimlerinin simülasyonunu yapmak amacıyla ANSYS 15.0 APDL sonlu eleman analizi yazılım paketinden yararlanılmıştır. 8 dügümlü, her dügüm noktasında altı serbestlik derecesi (x, y ve z dogrultularında ötelenmeler ve x, y, ve z-eksenleri etrafında dönmeler) olan dogrusal tabakalı 3-boyutlu yapısal kabuk elemanı (3D 4Node 181) kullanılmıştır. Bu eleman dönme ataleti ve kayma deformasyonu etkilerini dikkate almaktadır.

Modelin Doğrulanması: 1. Model Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre 2. Model Timoshenko kiriş teorisine göre hesaplama yapmaktadır. Timoshenko teorisinde hesaplamalar yapılırken kayma ve eylemsizlik momenti de göz önüne alındığından sonuç Euler-Bernoulli teorisine göre her zaman daha büyük çıkar. Timoshenko teorisi gerçeğe daha yakın sonuçlar veren bir teoridir. Özellikle büyük kesitli çok daha isabetli sonuçlar verdiğinden bu teori, kalın kiriş teorisi olarak bilinir. Euler-Bernoulli teorisi ise, tam tersi yönde yani ince kiriş teorisi olarak bilinmektedir. Bu iki teoriyle çözülen kiriş problemlerinde kiriş uzunluğu(L)'nin kesit yüksekliği(h)'a oranı büyüdükçe sonuçlar birbirine yaklaşır. Yani kesin olarak diyebiliriz ki, L/h oranı küçük olan problemlerde Timoshenko çok daha doğru sonuçlar vermektedir. Oluşturulan modelin hassasiyetini ve geçerliligini dogrulamak amacıyla literatürdeki analitik ve sayısal çözümlerin sonuçları ile karsılaştırma yapılmıştır. Bu amaçla üç örnek üzerinde durulmuştur. Bu örnekler, simetrik ve anti-simetrik dizilişe sahip, malzemelerden üretilmiş, farklı dönme hızlarına sahip, aynı boy/kalınlık oranlarına sahip kirişler ile karşılaştırma yapacak şekilde seçilmiştir. Örneklerde kullanılan malzeme özellikleri Tablo 1'de verilmiştir. Burada, *E*, *G*, n ve r, sırasıyla elastisite modülü, kayma modülü, Poisson oranı ve yogunlugu ifade etmektedir. *L* ve *T* indisleri ise, elyafın boyuna ve enine dogrultularını göstermektedir.

Çizelge 1 : Malzeme Özellikleri

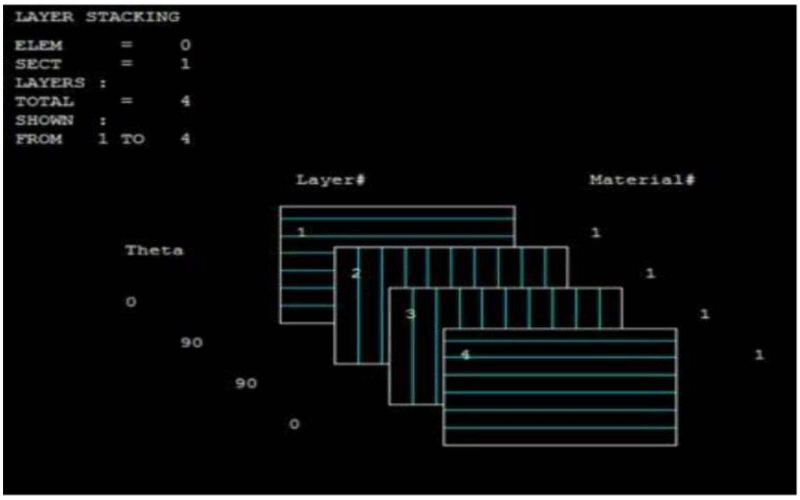
Malzeme 1	E_l (GPa)	E_t (GPa)	*GLT* (GPa)	G_{TT} (GPa)	νLT	ρ (kg/m3)
AS/3501-6 Grafit/epoksi	144.8	9.65	4.14	3.45	0.3	1389.23

Malzeme 1'den üretilmiş, L= 0,381 ve boy/kalınlık oranı *L/h*=15 olan simetrik dört çapraz tabakalı (0º/90º/90º/0º) kiriş incelenmiştir. Ankaste-serbest sınır şartı için ilk beş modun boyutsuz frekanslarının hesaplanmıştır.

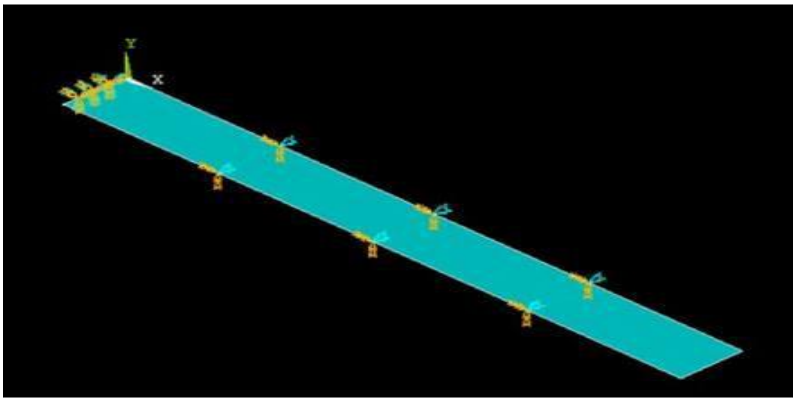
YÖNTEM

Kompozit kirişin hareket denklemini, birinci mertebe kayma deformasyonu teorisini (BKDT-1) kullanarak elde etmişlerdir [CHANDRASEKHARA vd., 1990]. BKDT- 2:[EISENBERGER vd., 1995]; çalışmalarında transfer matrisi yöntemini kullanarak simetrik çapraz tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşim analizini yapmışlar; sınır şartları, narinlik oranı, yüksekliğin genişliğe oranı, tabaka sayısı ve malzeme özelliklerinin serbest titreşim frekansları üzerindeki etkilerini incelemişlerdir BKDT-3:[YILDIRIM, 2001]. Birinci-mertebe kayma deformasyonu teorisine dayalı yeni bir tasfiye edilmiş sonlu eleman geliştirerek çalışmalarında bu modeli kullanmışlardır. Geliştirilmiş birinci mertebe kayma deformasyonu teorileri RBKDT:[CHAKRABORTY vd., 2002]; Yapmış oldukları çalışmada, yüksek mertebe teorileri ve buna uygun sonlu elemanlar kullanarak lamine kompozit kirişlerin serbest titreşim analizlerini incelemişlerdir. Normal kayma gerilmelerinin etkilerini hesaba katmamışlardır.Yüksek mertebe kayma deformasyonu teorileri YKDT:[KANT vd., 1998]; Yüksek mertebe kayma deformasyonu teorilerine dayalı sonlu eleman metodu YKDT-SEM:[SUBRAMANIAN, 2006], karışık teori KT:[RAO vd., 2001]; ve karışık sonlu eleman modeli KT-SEM:[RAMTEKKAR vd., 2002] ile elde edilmiştir.

UYGULAMALAR



Şekil 4: Katman dizilimlerinin gösterimi



Şekil 5 : Kompozit daralmayan kirişin sınır şartlarının girilmesi

```
*****  INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE  *****

 SET   TIME/FREQ    LOAD STEP   SUBSTEP  CUMULATIVE
   1  262.67            1          1          1
   2  1389.3            1          2          2
   3  3246.8            1          3          3
   4  4907.0            1          4          4
   5  5304.5            1          5          5
```

Şekil 4: Daralmayan Kirişin Modlarına Göre Doğal Frekansları (hz)

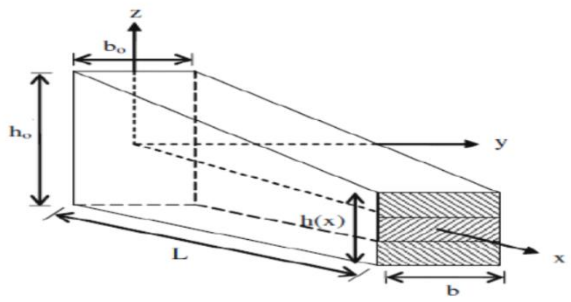
Şekil 2'deki gibi dönmeyen kirişin katman dizilimleri girildikten sonra kompozit kiriş sınır oluşturulmuştur ve sınır şartları ankastre-serbest olacak şekilde Şekil 6' deki gibi girilmiştir. Elde edilen Şekil 4'teki bu doğal frekanslar boyutsuz hale getirilmiştir ve literatürle karşılaştırılmıştır. Boyutsuz frekans $\boldsymbol{\varpi} = \boldsymbol{\omega L^2}\sqrt{\boldsymbol{\rho}/\boldsymbol{E_l h^2}}$ şeklinde tanımlanmıştır; burada $\boldsymbol{\omega}$ gerçek frekansı ifade etmektedir.

Çizelge 2'de elde edilen boyutsuz doğal frekanslar literatürle karşılaştırılmıştır. Literatürle oldukça uyum gösteren doğal frekanslar daha sonra Şekil 5''te farklı fiber açıları verilerek, her bir mod için ayrı ayrı grafikler ve değişimler elde edilmiştir.

Çizelge 2: Simetrik çapraz-tabakalı (0°/90°/90°/0°) kompozit kirişin boyutsuz doğal frekansları

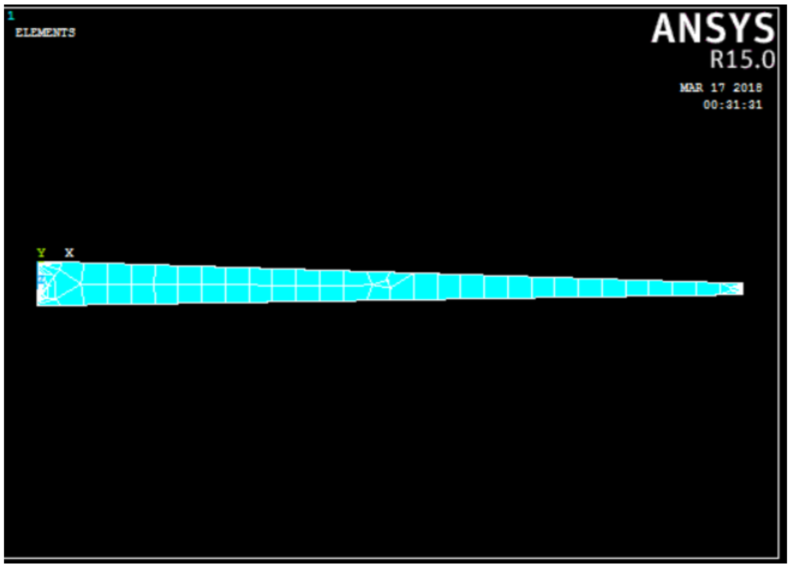
Modlar	1	2	3	4	5
YKDT-SEM-1	0.9225	4.9209	11.5957	17.3237	19.0663
YKDT-SEM-2	0.9222	4.9212	11.5963	17.3237	19.0693
RBKDT	0.925	4.9070	11.572	17.3021	----
BKDT-1	0.9241	4.8920	11.4400	18.6972	26.2118
BKDT-2	0.9241	4.89253	11.4401	17.2591	18.6974
BKDT-3	0.9215	4.88318	11.4251	17.2070	18.6813
Bu Çalışma	**0.9238**	**4.8863**	**11.4194**	**17.2585**	**18.6566**

Dönmeyen kirişin doğal frekansları doğrulandıktan sonra farklı $\boldsymbol{\beta}$ (daralma oranı) değerleri girilerek doğal frekansları sonuçları incelenmiştir.

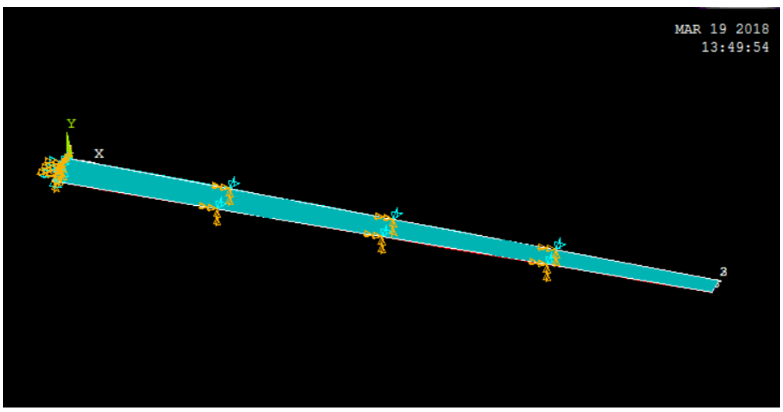


Şekil 5 : Lineer Daralan Kompozit Kirişin Geometrisi ve Koordinat Sistemi

$h_0 = h_x\left[1-\beta\left(\frac{x}{L}\right)\right]$ ve $b_0 = b$ sabit olmakla birlikte daralma oranı β olacak şekilde Ansys' te çalışmalar yapılmıştır.



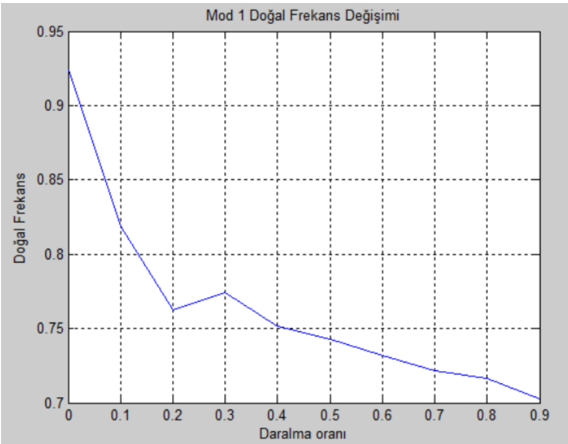
Şekil 6 : Daralan Kompozit Kirişin Üstten Görünüşü



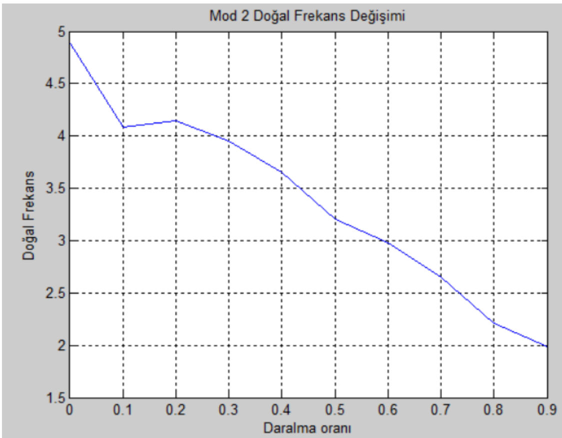
Şekil 7 : Daralan Kompozit Kirişin Sınır Şartlarının Girilmesi

Çizelge 3: Kiriş daralma oranının değişimine bağlı ilk beş boyutsuz doğal frekanslar

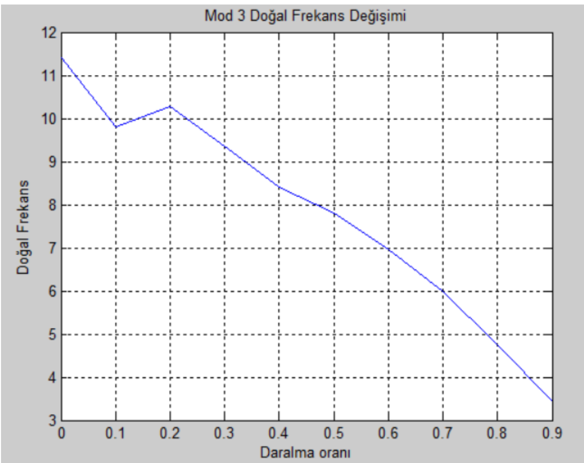
Daralma Oranı, β	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5
0	0.9238	4.8863	11.4194	17.2585	18.6566
0.1	0.8186	4.0796	9.8128	16.2473	23.4553
0.2	0.7627	4.1474	10.2757	16.3977	21.8730
0.3	0.7739	3.9495	9.3482	15.7802	19.9139
0.4	0.7512	3.6521	8.4123	15.1252	19.9201
0.5	0.7428	3.2058	7.7996	14.0548	18.9150
0.6	0.7315	2.9812	6.9544	13.9821	18.1245
0.7	0.7215	2.6524	5.9752	13.0145	17.9751
0.8	0.7165	2.2154	4.7524	12.9117	17.0124
0.9	0.7025	1.9868	3.4247	11.987	16.97234



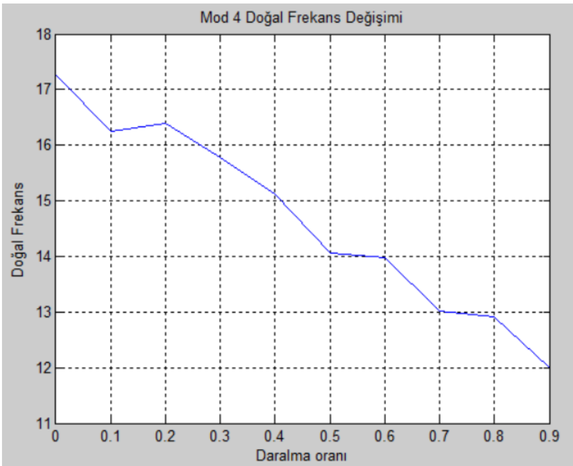
(a)



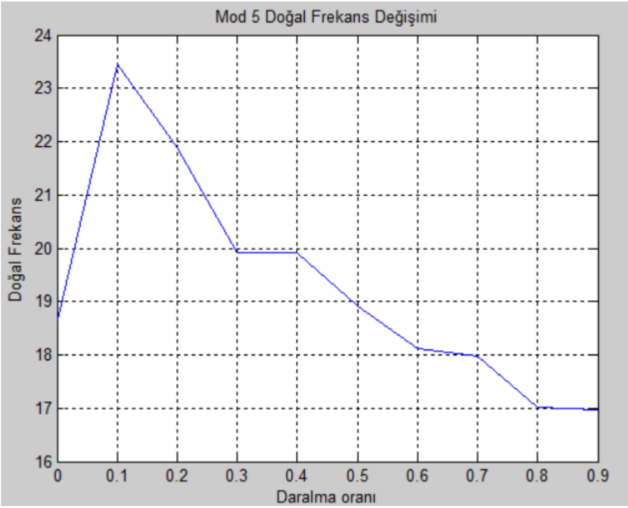
(b)



(c)



(d)



(e)

Şekil 8: Her bir mod için Şekil a,b,c,d,e'de doğal frekansların daralma oranına göre değişimi

Daralma oranı arttıkça Şekil 8'de görüldüğü gibi doğal frekanslar genel olarak azalmıştır.

SONUÇ

Bu çalışmada; sonlu elemanlar yöntemine dayalı ANSYS programı ile de çözümler yapılmış, farklı daralma oranları seçilerek kompozit kirişin doğal frekansı incelenmiştir.Kompozit kiriş daralma oranı arttıkça doğal frekansın azaldığı gözlemlenmiştir.

İlerleyen çalışmalarda;

- Euler bernoulli kirişin yanı sıra timoshenko kiriş kullanılarak üstten ve yandan daralan (ikili daralma) kirişin doğal frekans değişimi kayıt altına alınacak ve yorumlancaktır.

- Farklı dönme hızları verilerek daralan bir kirişin doğal frekansa etkileride incelenecektir.

- Yard. Doç. Dr. Özge Özdemir tarafından yazılmış ve geliştirilecek olan helikopter aeroelastik analiz koduna daralma oranı eklenecektir ve literatürle karşılaştırılacaktır.

Teşekkür

Bu çalışmanın gerçekleştirilmesinde, hertürlü imkanı bana sağlayan İTÜ SANAYİ ARAŞTIRMACI YETİŞTİRME PROGRAMI (İTÜ-AYP) ve proğram yürütücüsü Doç. Dr. Lale TÜKENMEZ ERGENE ye teşekkürlerimi sunarım.

Kaynaklar

SİNGH, M., Abdelnaser, A., (1992) .Random response of symmetric cross-ply composite beams with arbitrary boundary conditions, AIAA Journal (30) 201–210

SUBRAMANIAN P., (2006). Dynamic Analysis of Laminated Composite Beams Using Higher Order Theories and Finite Elements, Composite Structures, 73, 342-53

YILDIRIM V., (2001). Common Effects of the Rotary Inertia and Shear Deformation on the Out-of-plane Natural Frequencies of Composite Circular Bars, Composites: Part B, 32(8), 687-695

YOO, H. H., Lee, S. H., Shin, S. H., (2005) .Flapwise bending vibration analysis of rotating multi-layered composite beams, Journal of Sound and Vibration (286) 745– 761

CHAKRABORTY A., Mahapatra D.R., Gopalakrishnan S., (2002).Finite Element Analysis of Free Vibration and Wave Propagation in Asymmetric Composite Beams with Structural Discontinuities, Composite Structures, 55, 23-36

CHANDRASEKHA K., Krishnamurthy K., Roy S., (1990).Free Vibration of Composite Beams Including Rotatory Inertia and Shear Deformation, Composite Structures, 14, 269-79

EISENBERGER M., Abramovich H., Shulepov O., (1995).Dynamic Stiffness Analysis of Laminated Beams Using First Order Shear Deformation Theory, Composite Structures, 31, 265-71,

http://uhuk.org.tr/bildiri.php?No=UHUK-2016-040