

DEĞİŞKEN ATMOSFERİK ŞARTLAR VE SÜRÜKLEME KUVVETİ ALTINDA ÇOK KADEMELİ SONDA ROKETİ HAREKETİNİN MODELLENMESİ VE KADEME OPTİMİZASYONU

Burak Pehlivan¹

Ulaştırma ve Altyapı Bakanlığı, Havacılık ve Uzay
Teknolojileri Genel Müdürlüğü(HUTGM), Ankara

ÖZET

Bu çalışmada, değişken atmosferik şartlar ve sürüklenme kuvveti altında sonda roketi hareketi, geliştirilen integrasyon kodları ile farklı hareket modelleri kullanılarak çözülmüştür. Atmosferik değişkenlerin modellenmesi için MSIS-E-90 atmosferik modelinden yararlanılmıştır. Sürüklenme kuvveti, Mach sayısı, Reynolds sayısı ve Knudsen sayısının bir fonksiyonu olarak çözülmüştür. Ayrıca, kademe sayısı, kademelerdeki kütle dağılımı, kademe yakıt kütle oranı gibi parametrelerin değişiminin roket azami hızı ve roket azami irtifası gibi performans parametrelerine etkileri nümerik olarak araştırılmıştır. Geliştirilen çözücü, genetik algoritma tabanlı optimizasyon kodlarıyla eşlenip kademe kütle dağılımına yönelik optimizasyon çalışması gerçekleştirilmiştir.

GİRİŞ

Sonda roketleri, uzay teknolojilerinin test edilmesi, mikro yerçekimi deneylerinin yapılması, atmosferik ölçümlerin yapılması, astronomik gözlemler yapılması gibi çeşitli amaçlarla kullanılan platformlardır. Sonda roketleri, fırlatma aracı teknolojilerinin geliştirilmesinde önemli rol oynamıştır.

Değişken atmosferik şartlar altında hareket eden ve genellikle çok kademeli olarak üretilen sonda roketlerinde, tasarım aşamasında hareket denklemlerinin çözümü ve kademe optimizasyonu uygulamaları önem taşımaktadır. Hareket denklemlerinin çözümü için, atmosferin ve sürüklenme kuvvetinin modellenmesi önemlidir.

Atmosfer modellemesi için Hedin vd. (1991) tarafından geliştirilen MSIS-E-90 atmosfer modeli kullanılmıştır. MSIS-E-90, 700 km irtifaya kadar atmosferik sıcaklık ve yoğunluk değişimlerini modellemede kullanılabilir. Model, 72.5 km altında, temelde, Labitzike vd. (1985) Orta Atmosfer El Kitabı değerlerine dayanmaktadır. 20 km altı irtifalarda meteorolojik ölçümlerle desteklenen MSIS-E-90 modeli, pitot tübü, düşen küre deneyleri, uzay mekiği uçuş ölçümleri, sonda roketi ölçümleri ve tutarsız saçılım ölçümlerinden yararlanılarak hazırlanmıştır. MSIS-E-90 modeli, sonda roketlerinde olduğu gibi, birden fazla atmosferik tabakaya erişim olan uçuşlarda kullanıma uygundur.

Knudsen sayısı, akış rejimlerini ayırmada önemli bir parametredir. Sengers vd. (2014), $Kn \rightarrow \infty$ durumunun, seyreltilmiş gaz ortamına, $Kn \rightarrow 0$ durumunun ise sürekli gaz ortamına tekabül ettiğini ifade etmektedir.

Sürüklenme katsayısının tayini için uçuş bölgesi, Knudsen sayısına göre iki farklı bölgeye ayrılmıştır. Knudsen sayısının 0.1'den küçük olduğu durum için, sürekli gaz ortamı varsayımına dayalı, Mach ve Reynolds sayısına bağlı bir sürüklenme modellemesi, Knudsen sayısının 0.1'den büyük olduğu durum için Boltzmann denklemlerine dayalı sürüklenme modellemesi uygulanmıştır. Seyreltilmiş gaz ortamındaki modelleme Sengers vd. (2014) tarafından geliştirilen denklem setine

¹ Havacılık ve Uzay Teknolojileri Uzman Yardımcısı, UAB HUTGM, E-posta: burak.pehlivan@udhb.gov.tr

dayanmaktadır. Sürekli gaz ortamında sürüklenme ve kaldırma kuvveti katsayılarının saptanması için Box vd. (2009) tarafından sağlanan denklemlerden yararlanılmıştır.

A. ÇÖZÜLEN DENKLEM SETLERİ

Sonda roketlerinde hareket modellemesi için literatürde başvurulabilecek çeşitli çalışmalar mevcuttur.

Walters (1967), roket hareket güzergahının saptanması için çeşitli matematiksel modelleme yöntemlerini karşılaştırmalı olarak incelemiştir. Çalışma kapsamında, Walters(1967):

- İlk kısımda, Runge Kutta tekniklerine yer vermiş, 4. derece klasik Runge Kutta formülasyonunu ele almıştır. Her adımdaki yerel kesme hatası büyüklüğüne ilişkin hata analizi gerçekleştirmiştir.
- Çalışmasının ikinci kısmında, tahmin etme-doğrulama yöntemlerine yer vermiştir. Tahmin-doğrulama çözümlerine ilişkin kesme hatası büyüklüklerini de incelemiştir.

Brochu(2003), güdümlü bir füze konfigürasyonu için, üç serbestlik dereceli ve 6 serbestlik dereceli hareket modelleme çözümlerini gerçekleştirerek, sonuçları birbiriyle kıyaslamıştır. Bu çalışmada;

- 3 serbestlik dereceli model çözümü, temelde, nokta kütle varsayımına dayanmakla birlikte, hücum açısı ve yana kayma açısı ve bunlara ilişkin oluşan değişimler gibi bilgilerle zenginleştirilmiştir.
- Aerodinamik katsayılar için polinom denklemlerinden yararlanıldığı ifade edilmiştir. Hücum açısı ve yana kayma açısına ilişkin ivmeler bir denklemle ortaya konmuştur. Bu çözümde, hücum açısının osilasyon ile sönümlenmesine izin verilmekte, böylece daha gerçekçi bir çözüm elde edilebilmektedir.
- Çalışma sonucunda, 3 serbestlik dereceli çözümle 6 serbestlik dereceli çözüm arasında azami menzil bakımından %12'lik bir fark olduğu gözlemlenmiştir.
- Hesaplama bakımından, 6 serbestlik dereceli modelin her bir iterasyonda 18 integrasyon (12'si konum ve açılarla bunların türevleri; 6'sı ise otopilota ilişkin integrasyonlar), 3 serbestlik dereceli modelin ise 10 integrasyon gerçekleştirdiği görülmektedir. (6'sı konum ve açı bilgisi, 4'ü otopilot integrasyonu)
- Çözüm hızı bakımından, 3 serbestlik dereceli modelin 6 serbestlik dereceli modele kıyasla yaklaşık iki kat daha hızlı olduğu gözlemlenmiştir.

Moore (1969), NASA tarafından Ay görevlerinde kullanılan Saturn roketlerine ilişkin hareket denklemlerinin çözümlerini gerçekleştirmiştir. Çözümde 4. dereceden klasik Runge Kutta integrasyonu ve Shanks (1965) tarafından geliştirilen 5. dereceden integrasyon teknikleri kullanılmış, sonuçlar kıyaslanmıştır. Yapılan bu çalışmada;

- Roket hareketinin ilk 90 saniyesi modellenmiştir. Ayrıca, sürüklenme katsayısı, basınç merkezi, ağırlık merkezi, itki yönü gibi değişkenlere belirli toleranslar tanımlanarak bu toleranslar dahilinde değişim olması durumunda çözümde ne gibi değişimler olduğu izlenmiştir.
- 4. dereceden klasik Runge Kutta integrasyonu ve Shanks(1968) tarafından ortaya konan Runge Kutta integrasyonları sonuçlar ve çözüm zamanı bakımından kıyaslanmıştır. Çözüm süresinin raporun hazırlandığı zaman mevcut olan bilgisayar teknolojisiyle 42 dakikaya ulaşabildiği görülmektedir.

Mevcut çalışmada, 3. dereceden adaptif zaman adımlı Runge Kutta integrasyonu gerçekleştirilecektir. Runge Kutta integrasyonu için, Bogacki ve Shampine (1989) tarafından verilen ve kesme hatasını ikinci bir çözüm yapmadan izlemeye imkan veren çözüm tekniği tercih edilmiştir. Bogacki ve Shampine (1989) tarafından verilen kesme hatası tahmini aşağıdaki şekildedir:

$$E = (h/72) * (-5*k_{11} + 6*k_{21} + 8*k_{31} - 9*k_{41})$$

Kesme hatası tahmininde, h çözüm (zaman) adımını temsil etmektedir. Diğer çözüm parametrelerinin hesaplanmasına ilişkin detaylar Bogacki ve Shampine (1989) tarafından verilmektedir.

Yukarıda verilen kesme hatası tahmini, tek ya da birden fazla diferansiyel denklem için uygulanabilir. Birden fazla diferansiyel denklem için kesme hatası tahmini aşağıdaki şekilde uygulanmıştır.

$$E = \max (E_i); i=(1,2,...5)$$

Adım büyüklüğü çözüm sırasında kesme hatasına bağlı olarak adaptif olarak ayarlanmıştır. Adım büyüklüğüne ilişkin 3 kontrol içeren bir yaklaşım uygulanmıştır.

- Kesme hatasının >üst hata toleransından büyük olması (Adım büyüklüğünü azalt)
- Kesme hatasının üst ve alt hata toleransları arasında olması durumu (Adım büyüklüğü aynı kalır)
- Kesme hatasının alt hata toleransından küçük olması durumu (Adım büyüklüğünü artır)

Alt hata toleransı, çözüm adımının çok küçük olmaması, yuvarlama hatalarının ve çözüm zamanının aşırı derecede artmaması için küçük bir hata toleransı olarak çözüme ilave edilmiştir.

Hareket Modeli 1. Gövdeye Bütünleşik Referans Sistemi, Üç Serbestlik Dereceli Hareket Denklemleri (Sabit ve Düz Dünya Varsayımı)

Çözülen diferansiyel denklemlere aşağıda yer verilmiştir. Bu denklemlerde, C_L (Mach, Re, alfa, Knudsen), C_D (Mach, Re, alfa, Knudsen), $g(z)$, $\rho(z)$, γ_f (uçuş güzergah açısı) gibi fonksiyonlar kullanılmaktadır. Doğrusal olmayan 5 diferansiyel denklemin eş zamanlı olarak çözülmesi gereklidir. 3 serbestlik dereceli model, dönme hareketlerini ve momentleri ihmal etmekte, sadece doğrusal hızları ve yerdeğiştirmeleri ele almaktadır.

Tablo 1. Kullanılan Diferansiyel Denklem Takımı

Fonksiyon	İntegrasyonu Yapılan Değişken
$\frac{dx_b}{dt} = V_{xb}$	Yerdeğiştirme-x
$\frac{dz_b}{dt} = V_{zb}$	Yerdeğiştirme-z
$\frac{dV_{xb}}{dt} = \left(\frac{dm}{dt} * U_e + A_e(P_e - P_\infty) - 0.5 * \rho_\infty V^2 S (C_D \cos \alpha - C_L \sin \alpha)\right) / m - g \sin \theta$	Hız- x
$\frac{dV_{zb}}{dt} = -0.5 * \rho_\infty V^2 S * (C_L \cos \alpha - C_D \sin \alpha) / m - g \cos \theta$	Hız - z
$\frac{d\gamma_f}{dt} = (-g/V) \cos \gamma_f$	Uçuş Güzergahı Açısı

Çözüm adımları aşağıda verilmiştir.

- Adım 1: Adi Türevleri Fonksiyon Olarak Tanımla
- Adım 2: Adi Türev Değerlerini Runge Kutta noktalarında hesapla
- Adım 3: Gövdeye Bütünleşik Koordinat Sisteminde Yer Değiştirme, Hız Değerlerini Elde Et
- Adım 4: Bulunan Yer değiştirme ve Hız Değerlerini Yer Koordinat Sistemine Dönüştür
- Adım 5: Toplam Skalar Hızı ve Yeni Uçuş Güzergah Açısını Hesapla

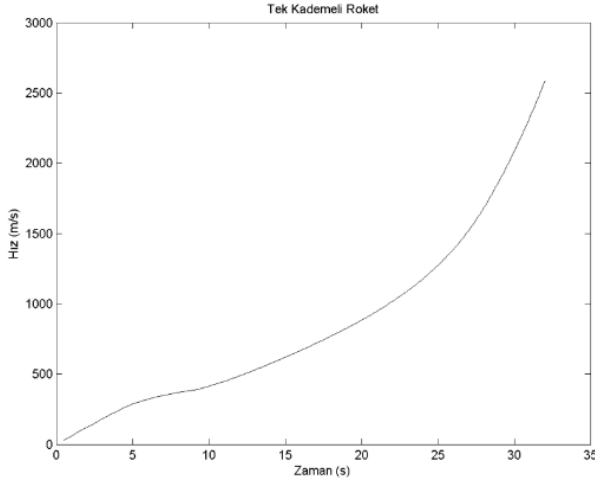
Hareket Modeli 1. Tek Kademeli Sonda Roketi

Sonda roketi parametrelerine Tablo 1’de verilmektedir. Yakıt yanma süresince hızın değişimi Şekil 1’de, irtifanın hıza bağlı olarak değişimi Şekil 2’de sunulmaktadır. Yerçekimi dönme hareketi (atak açısı 0 derece, yunuslama açısının uçuş güzergah açısına eşit olduğu durum) varsayımı altında çözüm gerçekleştirilmiştir.

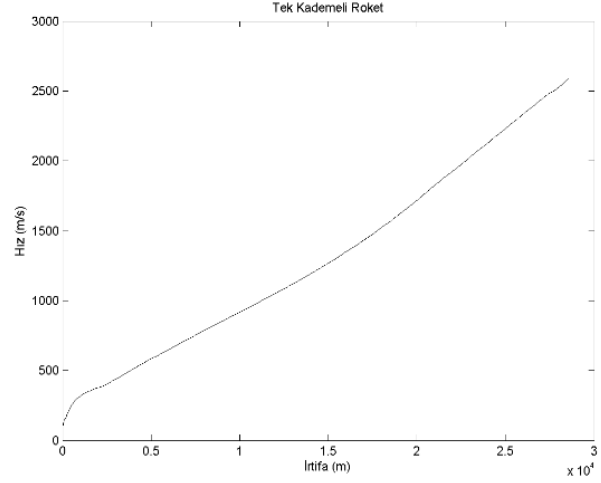
Tablo 2. Tek Kademeli Sonda Roketi Parametre Değerleri

Atak açısı	0
Yunuslama açısı (ilk değer)	89 derece
Yakıt kütle oranı	0.80
Kademe sayısı	1
Toplam kütle	2000 kg
Yakıt yanma hızı	50 kg/s
Lüle çıkış hızı	2800 m/s

Şekil 1. Yakıt yanma süresince hızın değişimi



Şekil 2. Yakıt yanma süresince irtifanın değişimi



Hareket Modeli 1. Üç Kademeli Sonda Roketi

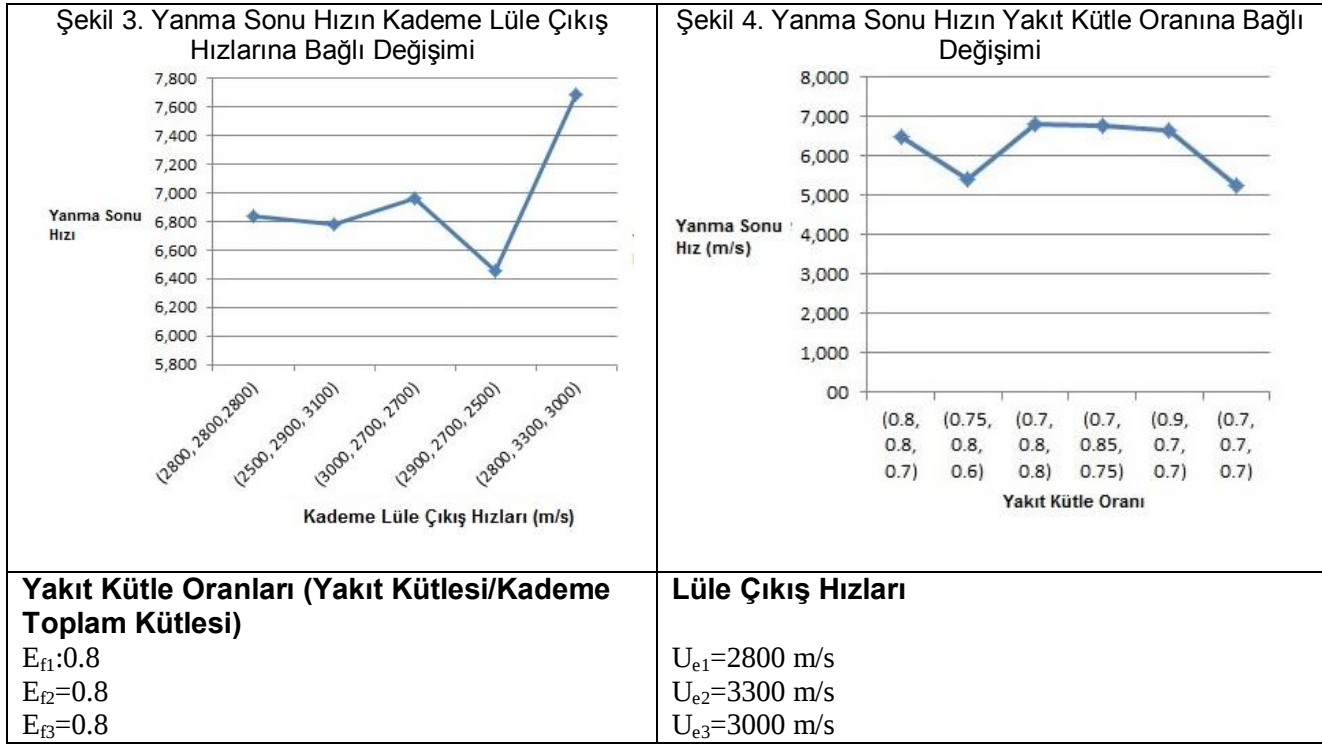
Sonda roketi parametrelerine aşağıda yer verilmiştir.

Tablo 3. Üç Kademeli Sonda Roketi Parametreleri

İlk yunuslama açısı:	89 derece
İlk kademe lüle çıkış basıncı	120 kpa
İkinci kademe lüle çıkış basıncı	75 kpa
Üçüncü kademe lüle çıkış basıncı	25 kpa
Toplam roket ağırlığı	2 ton
Kademeler arasında kütle oranı	3

Tek kademeli mimariye göre önemli performans artışları gözlemlenmiştir.

Şekil 3'te, aynı yakıt kütle oranı ve lüle çıkış hızı (2800 m/s) için, yanma sonu hızın yaklaşık 6800 m/s olduğu görülmektedir. Bu değer, tek kademeli mimaride elde edilen yanma sonu hıza (2500 m/s) kıyasla yaklaşık 2.6 kat daha yüksektir. Şekil 4'te, özellikle üst kademelerde yakıt kütle oranını arttırmanın performansa olumlu etkileri görülmektedir.



Hareket Modeli 2. Yer Sabit Referans Sistemi, Üç Serbestlik Dereceli Hareket Denklemleri (Küresel Dünya Modeli, Sabit Dünya)

Hull (2007), yer sabit referans sisteminde, küresel dünya modelini kullanarak aşağıdaki denklem setini elde etmektedir. Aşağıda verilen denklem setinin sayısal çözümü gerçekleştirilmiştir.

Tablo 4. Küresel dünya modeli, yer sabit referans sisteminde hareket denklemleri

Fonksiyon	İntegrasyonu Yapılan Değişken
$dx/dt = re \cdot V \cdot \cos\gamma / (re+h)$	Yerdeğiştirme
$dh/dt = V \cdot \sin\gamma$	İrtifa
$dV/dt = (1/m) \cdot (T - D - mg \sin\gamma)$	Hız
$d\gamma/dt = (-g \cos\gamma / V) + V \cos\gamma / (re+h)$	Uçuş açısı

Hareket Modeli 3. Yer Sabit Referans Sistemi Üç Serbestlik Dereceli Hareket Denklemleri (Dönen Küresel Dünya Modeli)

Aslantaş (2012) tarafından, dönen küresel dünya modeli için yere sabit referans sisteminde 3 serbestlik dereceli hareket denklemleri ortaya konmuştur.

Tablo 5. Dönen Küresel Dünya Modeli, Yere Sabit Referans Sistemi 3 Serbestlik Dereceli Hareket Denklemleri

$\frac{d\lambda}{dt} = V \cdot \cos\gamma \cdot \cos\psi / (r \cdot \cos\tau)$	Boylam
$\frac{d\tau}{dt} = V \cdot \cos\gamma \cdot \frac{\sin\psi}{r}$	Enlem
$\frac{dh}{dt} = V \cdot \sin\gamma$	İrtifa
$\frac{dV}{dt} = \left(\frac{1}{m}\right) \cdot (T - D - mg \sin\gamma) + r\omega^2 \cos\tau (\cos\tau \cdot \sin\gamma - \sin\tau \cdot \cos\gamma \cdot \sin\psi)$	Toplam skaler hız
$\frac{d\gamma}{dt} = \left(\frac{1}{mV}\right) \left((T + L) \cos\mu - mg \cos\gamma \right) + \frac{V \cos\gamma}{r} + 2\omega \cos\tau \cos\psi + \frac{r\omega^2}{V} \cos\tau (\cos\tau \cos\gamma + \sin\tau \sin\gamma \sin\psi)$	Uçuş güzergah açısı (radyan),
$\frac{d\psi}{dt} = \left(-\frac{1}{mV \cos\gamma}\right) (T + L) \sin\mu - \left(\frac{V}{r}\right) \cdot \tan\tau \cos\gamma \cos\psi$	Yönlenme açısı (radyan)
μ yuvarlanma açısını (radyan), ω dünyanın açısal dönme hızını (radyan) temsil etmektedir.	

Yukarıda verilen denklemlere üçüncü dereceden Runge Kutta integrasyonu uygulanarak dönen küresel dünya modeli için sayısal çözümler elde edilmiştir. Bu çözümde enlem ve boylam değerleri 40 derece, yönlenme açısı ve yuvarlanma açısı ise 0 olarak alınmıştır. Dünyanın açısal dönme hızı; $\omega = 7.2921158 \cdot 10^{-5}$ rad/s olarak alınmıştır.

5. Üç Serbestlik Dereceli Farklı Hareket Denklem Sistemlerinde Elde edilen Sonuçların Kıyaslanması

Kıyaslama için kullanılan örnek çözüm parametreleri aşağıda verilmektedir.

Tablo 6. Çözüm Parametreleri

Kademe Sayısı	1
Lüle çıkış basıncı	120 kPa
Hücum açısı	0
Yunuslama açısı (ilk değer)	89 derece
Yakıt kütle oranı	0.80
Toplam kütle	2000 kg
Yakıt yanma hızı	50 kg/s
Lüle çıkış hızı	2800 m/s

Farklı referans sistemlerindeki denklem setlerinin sayısal çözümü sonucu elde edilen yanma sonu roket hızları kıyaslanmıştır.

Tablo 7. Farklı referans sistemlerinde elde edilen çözümlerin kıyaslanması

Model 3	Model 2	Model 1
Yanma sonu hızı	Yanma sonu hızı	Yanma sonu hızı
$V_1=2629.6$ m/s	$V_2=2627.6$ m/s	$V_3=2647.5$ m/s

6. Altı Serbestlik Dereceli Hareket Modeli ve Bu Modelle Elde Edilen Sonuçlar

Siouris (2004) sonda roketleri için kullanılabilecek altı serbest dereceli hareket denklemlerini vermektedir. Bu denklemlerden yararlanarak, Euler açıları yerine yönelim dörtlüğü (quaternion) kullanan 6 serbestlik dereceli çözümler yapılmıştır. Yönelim dörtlüğü kullanımı, uçuş açısının 90 derece olduğu durumda Euler açıları kullanılması durumunda oluşan tekillikleri ortadan kaldırmaktadır.

Denklemlerde, simetri varsayımıyla, eylemsizlik çarpım terimleri (I_{xz} , I_{xy} , I_{yz}) ihmal edilmektedir. Kullanılan denklem setine aşağıda yer verilmektedir.

$$dP/dt = QR((I_y - I_z)/I_x) + L/I_x - P(dI_x/dt)/I_x$$

$$dQ/dt = PR((I_z - I_x)/I_y) + M/I_y - Q(dI_y/dt)/I_y$$

$$dR/dt = PQ(I_x - I_y)/I_z + N/I_z - R(dI_z/dt)/I_z$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -r & -q & -p \\ r & 0 & -p & q \\ q & p & 0 & -r \\ p & -q & r & 0 \end{pmatrix} * \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}$$

$$\left(\frac{dV_i}{dt}\right)_E = \left(\frac{dV_i}{dt}\right)_B + \omega \otimes (V_i)_B ; i=1,2,3$$

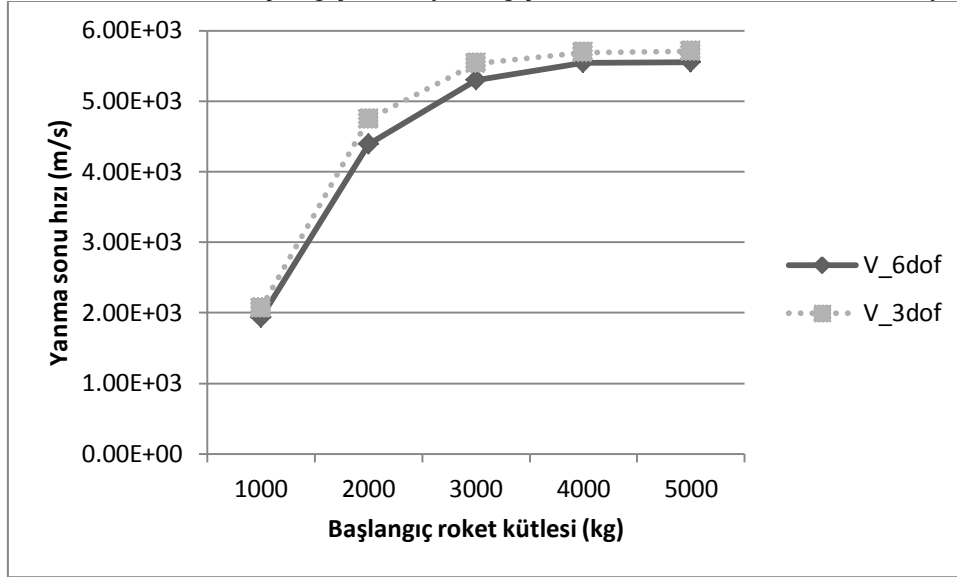
$$\left(\frac{dx_i}{dt}\right)_E = \left(\frac{dx_i}{dt}\right)_B + \omega \otimes (x_i)_B ; i=1,2,3$$

Yukarıdaki denklemlerde, L,M,N terimleri moment terimlerini temsil etmektedir. e_i değerleri roketin açısal konumunu belirlemede kullanılan yönelim dörtlüğü parametreleridir. ω açısal hızı, $\otimes$ ise vektörel çarpımı temsil etmektedir.

Yukarıda verilen 13 türev denkleminin aynı anda çözülmesi gereklidir. Çözümde, hız türevlerinin hesaplanmasında, irtifaya bağlı değişen atmosfer yoğunluğu, basıncı, sıcaklığı ve yerçekimi sabiti değerleri kullanılmıştır. Box et al. (2009) tarafından sağlanan sürüklenme kuvveti katsayıları kullanılmıştır. Daha önce 3 serbestlik dereceli modeller için kullanılan aerodinamik, yerçekimi ve itki hesaplama metodolojisi benzer şekilde kullanılmıştır.

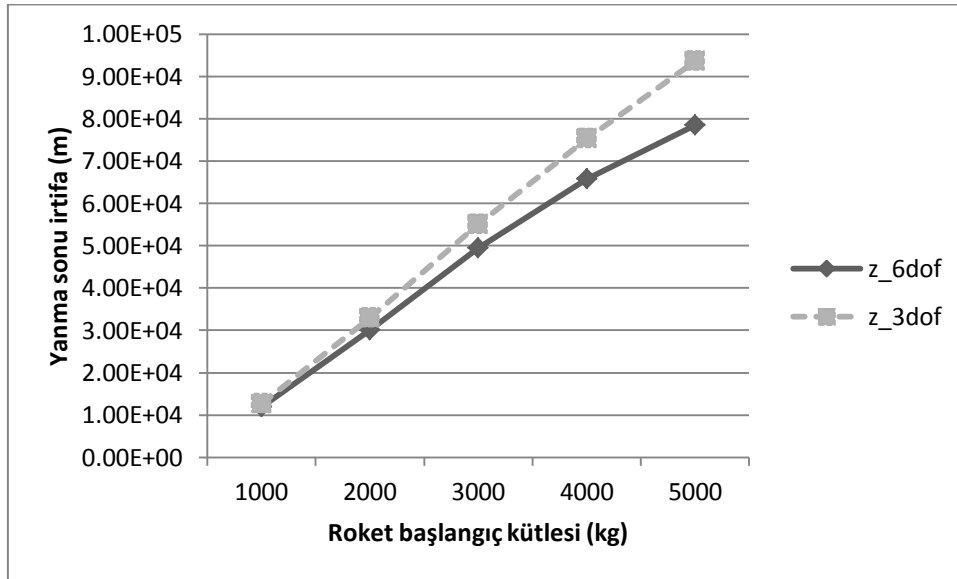
Elde edilen türev değerleri, önceki kısımlarda detayları verilen uyarlamalı adımli 3 dereceden Runge Kutta algoritması içerisinde kullanılmıştır. Elde edilen yanma sonu hızı ve yanma sonu irtifası değerlerine, 3 serbestlik dereceli çözüme ait sonuçlarla birlikte aşağıdaki şekillerde yer verilmektedir. 6 serbestlik dereceli çözüm ile elde edilen performans az da olsa daha düşüktür.

Şekil 5. Yanma sonu hızın başlangıç kütlesiyle değişimi, 6DOF ve 3DOF modellerin kıyaslanması



Aşağıdaki şekil ise, 6 ve 3 serbestlik dereceli çözümleri yanma sonu irtifa bakımından kıyaslamaktadır. Yunuslama açısındaki kaybın 6 serbestlik dereceli çözümde biraz daha fazla olması nedeniyle, irtifada görece daha belirgin bir fark oluşmaktadır.

Şekil 6. Yanma sonu hızın başlangıç kütlesiyle değişimi, 2 kademeli sonda roketi



B. OPTİMİZASYON ÇALIŞMALARI

Literatürde, sonda roketlerine ve fırlatma araçlarına yönelik yapılmış çeşitli optimizasyon çalışmaları mevcuttur.

Aslantaş (2012), Çoklu Soğutma Çok Amaçlı Tavlama Benzetimi algoritması ile nano uydular için 2 kademeli bir fırlatma aracının kademe kütle dağılım eniyilemesini gerçekleştirmiştir. Eniyileme çalışmasını hem yerden hem de havadan fırlatılan roketleri için gerçekleştirmiştir. Çalışmasında;

- Dönen küresel dünya modeli temelinde hareket denklemlerini ortaya koymuştur. Üç hareket serbestlik dereceli bir model kullanmıştır.
- Hareket denklemlerinin çözümünde 4. dereceden Runge Kutta integrasyonu kullanmıştır.
- Datcom denklemleri temelinde sürüklenme kuvveti modellemesi gerçekleştirmiştir.
- Yerçekimi ivmesini sabit olarak almıştır.
- Atmosferik parametrelerin (sıcaklık, yoğunluk, basınç) değişiminin logaritmik olarak gerçekleştiği varsayımını kullanmıştır. Baz değerler olarak 1976 ABD Standart Atmosfer Modelini kullanmıştır.
- Yer sabit referans sistemine göre çözümler gerçekleştirmiştir.
- Yanma debisini ve kademe kütle dağılımını eniyileme değişkeni olarak kullanmıştır.

Bairstow et al. (2006), iki kademeli fırlatma araçlarına yönelik çok amaçlı eniyileme çalışması yapmıştır. Hedef yörünge 400 km irtifada dairesel yörünge olarak saptanmıştır. İki hedef fonksiyonu ortaya konmuştur:

1. Faydalı Yük Kütlelerini Azamileştir
2. Maliyeti Asgariye İndir

Bairstow et al. (2006), çözümde itki değerleri sadece belirli irtifalar (0,50,100,200,400 km) için tanımlanmış, ara değerler için interpolasyon yapmıştır. Çalışmasında, fırlatma aracının dönüş fazına başlama noktasına kadar itkinin yere 90 derecede etki ettiği, daha sonra ise yere paralel olana kadar roketin dönüş gerçekleştirdiği varsayılmıştır. Hareket denklemlerini radyal koordinatlarda 5. adi diferansiyel formuna getirerek çözüm gerçekleştirmiştir. Çalışmada, 1962 ABD Standart Atmosfer Modeli tarafından verilen hava sıcaklığı ve yoğunluk kullanılmış, farklı irtifalarda lüle verimliliği hesaba katılmamıştır. Saptanan iki hedef fonksiyon üzerinde çok amaçlı genetik algoritma ile eniyileme çalışması yapılmıştır. Eniyilemede, 100 popülasyon, 100 jenerasyonlu bir genetik algoritma kullanımı yapılmıştır.

Anderson (1999), genetik algoritma kullanarak füze aerodinamik şekil eniyileme çalışması yapmıştır. Roket burun uzunluğu, gövde çapı, kanatçık şekli ve büyüklüğü gibi parametreler üzerinde; statik marjin, normal kuvvet gibi değişkenleri hedef fonksiyon hale getirerek, eniyileme çalışması gerçekleştirmiştir. Anderson (1999), gradyen temelli çözümlerin, çok değişkenli eniyileme uygulamalarında iyi sonuç vermediğine değinmiş ve genetik algoritmanın aerodinamik eniyileme ve şekil eniyilemesi uygulamalarında yaygınlık kazandığına ilişkin çeşitli örnekler vermiştir.

1. Sürüklenme Modellemesi İçeren Optimizasyon Uygulamaları

Bu kısımda, sürüklenme modellemesi içeren eniyileme uygulamaları üzerinde durulacaktır. Sınırlanmış bir toplam kütle için (<3 ton); en yüksek son hızı sağlayan optimum kademe dağılımının saptanması için bir optimizasyon uygulaması geliştirilmiştir. Optimizasyon çalışmasında genetik algoritmadan yararlanılmıştır.

Tablo 10. Optimum kütle dağılımı için parametreler

M₁ (Birinci kademe kütle aralığı):	800-2400 kg
M₂ (İkinci kademe kütle aralığı):	200-400 kg
M₃ (Üçüncü kademe kütle aralığı):	100-200 kg
M₁'	16-48
M₂'	4-8
M₃'	2-4
Birinci kademe lüle çıkış hızı	2800 m/s
İkinci kademe lüle çıkış hızı	2900 m/s
Üçüncü kademe lüle çıkış hızı	3000 m/s
Birinci kademe yakıt kütle oranı	0.8
İkinci kademe yakıt kütle oranı	0.8

Üçüncü kademe yakıt kütle oranı	0.5
Birinci kademe yanma debisi	70 kg/s
İkinci kademe yanma debisi	60 kg/s
Üçüncü kademe yanma debisi	50 kg/s
Popülasyon	20
Jenerasyon sayısı	20
Elit üye sayısı	1

Eniyileme sonucu, aşağıdaki değerler elde edilmiştir.

Tablo 11. Azami son hız için optimum kütle dağılımı, $M_0 < 3$ ton

M_1 (Birinci kademe kütle):	M_2 (İkinci kademe kütle):	M_3 (Üçüncü kademe kütle)	Yanma sonu hız
2335.2 kg	364.7 kg	111.9 kg	6398 m/s

SONUÇ

Bu çalışmada, farklı modellerden yararlanarak sonda roketleri hareket denklemleri çözülmüş ve sonuçlar kıyaslanmıştır. Hareket modellemesi, değişken hava yoğunluğu, sıcaklığı, yerçekimi sabiti, sürükleme katsayısı altında gerçekleştirilmiştir. Çok kademeli sonda roketlerinde lüle çıkış hızı, yakıt kütlelerinin toplam kütleyle oranı gibi parametrelerin performansa etkileri araştırılmıştır. Çok kademeli sonda roketlerinin optimizasyonu için çalışmalar yapılmış, bu kapsamda sınırlanmış toplam kütle için optimum kütle dağılımı genetik algoritma kodu ile aranmıştır. Geliştirilen modellerden fırlatma araçları ve küp uyduların sayıca artmasıyla talep görmeye başlayan mikro fırlatma araçlarında da yararlanılması mümkündür. İleride kademe ayrılma anıyla kademe ateşleme arasındaki gecikme süresinin azami irtifa ve azami hıza etkisine yönelik modelleme ve optimizasyon çalışmaları yapılması planlanmaktadır.

. Kaynaklar:

- 1) Anderson, M. B., Missile Aerodynamic Shape Optimisation using Genetic Algorithms, AIAA 37th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, 1999.
- 2) Aslantaş, Y., Conceptual Design Optimization Of A Nano-Satellite Launcher, Graduate School Of Natural And Applied Sciences, Middle East Technical University, 2012.
- 3) Bairstow, B. K., Weck O. D., Sboeski, J. S., Multiobjective Optimization of Two Stage Rockets for Earth-to-Orbit Launch, 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2006.
- 4) Bogacki, P. and Shampine, L. F., A 3(2) pair of Runge-Kutta formulas, Appl. Math. Letters, Vol. 2, pp. 321–325., 1989.
- 5) Box, S. Bishop, C. M., Hunt, H., Estimating the dynamic and aerodynamic parameters of passively controlled high power rockets for flight simulation, 2009.
- 6) Brochu, R., Lestage, R., Three-Degree-of-Freedom (DOF) Missile Trajectory Simulation Model and Comparative Study with a High Fidelity 6DOF Model, Defence Research and Development Canada, Technical Memorandum TM 2003-056., 2003.
- 7) Hedin, A. E., Extension of the MSIS Thermospheric Model into the Middle and Lower Atmosphere, J. Geophys. Res. 96, 1159, 1991.
- 8) Hull, D. G., Fundamentals of Airplane Flight Mechanics, Springer, 2007.
- 9) Labitzke, K., Barnett, J. J., Edwards, B. (eds.), Handbook MAP 16, SCOSTEP, University of Illinois, Urbana, 1985.
- 10) Moore, J. E., Numerical Integration Trajectory Program In A Rigid-body, NASA TN D-5425., 1969.
- 11) Sengers, J.V., Lin Wang, Y.-Y, Parsi, B. K., Dorfman, J.R., Kinetic Theory of Drag on Objects in Nearly Free Molecular Flow, 2014.

- 12) Shanks, E. B.,: Higher Order Approximations Of Runge-Kutta Type, NASA TN D-2920., 1965.
- 13) Siouris, G. M., Missile Guidance and Control Systems, Springer, 2014.
- 14) Walters, R. K., Numerical Integration Methods for Ballistic Trajectory Simulation Programs, ECOM-5134., 1967.