VII. ULUSAL HAVACILIK VE UZAY KONFERANSI **UHUK-2018-089**
12-14 Eylül 2018, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun

ÇIRPAN KANATTA HÜCUM KENARI GİRDABININ DOĞRUSAL OLMAYAN MODELLEMESİYLE AERODİNAMİK İTKİ OPTİMİZASYONU

Ülgen Gülçat[1]
İTÜ, İstanbul

ÖZET

Çırpan kanatlı mikro hava araçlarının (MHA) kanat çırpma ile sağladığı aerodinamik itkinin optimizasyonu için doğrusal olmayan bir yöntem geliştirilmiştir. Genel periyodik kanat hareketleri için geliştirilen bu yöntem, basit harmonik kanat hareketlerine uygulanarak çırpan kanadın yunuslama açısının genliği ile düşey hareketin genliğine bağlı olarak optimum aerodinamik itkiyi elde etmede kullanılmıştır. Bu iki genlik arasındaki ilişki doğrusal olamayan bir özdeğer problemine dönüştürülerek iterasyon yoluyla çözümü yapılmıştır. Bulunan maksimum özdeğer maksimum itkiyi verirken buna karşılık gelen özvektör de hareketin genliklerini belirlemektedir. Uygulamalar sonsuz ve sonlu açıklıklı kanatlar üzerinde yapılırken aerodinamik indisyal fonksiyon olarak Wagner fonksiyonundan ve hücum kenarı girdabının sağladığı sirkulasyon ifadesinden yararlanılmıştır. Bu sayede optimum çözüm hızla elde edilirken Wagner fonksiyonu da hareket ile bu harekete verilen aerodinamik cevap arasındaki faz farkının belirlenmesinde rol oynamaktadır.

GİRİŞ

Son yıllarda kanat çırparak itki elde eden MHA larla ilgili çalışmalar yoğunluk kazanmıştır. Bunun nedeni, sabit kanatlı motorlulara oranla uygulamada, çırpan kanadın daha sessiz ve verimli olmasıdır. Günümüz uygulamalarında daimi olmayan aerodinamik itki ve taşıma kuvvetleri ile momentin hesaplamalarında deneysel ve sayısal metotlar uzun zaman almaktadır. Öte yandan, gerçek zaman uygulamalarında hızla hesaplanan sonuçlar sayesinde uçuş dinamiği ve kontrolünde kullanılabilirlik önem kazanmaktadır. Aynı zamanda aerodinamik itkinin hızla optimize edilmesi MHA tasarımlarında büyük rol oynamaktadır. Bu çalışmada hızlı sonuçlar elde edilmesi aerodinamik itkinin hesaplannmasında gerekli olan hücum kenarı emme hızı ve taşıma kuvveti, sonsuz ve sonlu açıklıklı kanatlar için bilinen, Wagner fonksiyonu sayesinde olmaktadır [Bisblinghoff, et.al, 1996].

Çırpan kanatlarda itki optimizasyonunda ayrıntılı çalışmalar Navier-Stokes çözümleriyle [Tuncer ve Kaya, 2005] tarafından başlatılmış olup daha sonra bu çalışma basit harmonik olmayan periyodik hareketlere uygulanmuştır [Kaya ve Tuncer, 2007]. Basit harmonik hareketlerde ise itki optimizasyonu şekil değiştirebilen profiller için de olmak üzere [Walker, 2012] ve [Gülçat, 2017] tarafından yapılmıştır.

Bu çalışmanın amacı hücum kenarı girdabını doğrusal olmayan aerodinamik yaklaşımla modelleyip çırpan kanattan elde edilecek optimum itkiyi basit harmonik hareket için hesaplamaktır. Bu periyodik hareketin parametreleriyle aerdinamik itkide optimizasyon, yunuslama açısının ve düşey hareketin genliklerinin doğrusal olmayan bir özdeğer problemi yardımıyla hesaplanmasına dayanmaktadır. Bu bağlamda, doğrusal olmayan özdeğer probleminin kurulmasıyla ilgili bilgiler çalışmanın yöntemi ve yöntemin sonsuz ve sonlu açıklıklı kanatlar için verdiği sonuçlar da uygulamalar kısmında ayrıntılarıyla anlatılacaktır.

---

[1] Prof. Dr., Uçak Müh. Böl., E-posta: gulcat@itu.edu.tr

YÖNTEM

Yunuslama ve planya hareketi yapan bir profil ya da kanat kesiti için hücum kenarı emme hızı P ve taşıma kuvveti L ile yaratılan aerodinamik itki kuvveti S, genelde aşağıdaki şekilde verilir [Garrick, 1936]

$$S = -(\pi \rho P^2 - \alpha L) \quad (1)$$

Burada, hücum kenarı emme hızı keyfi profil hareketi için Wagner fonksiyonu $\varphi(s) = 1 - a_1 e^{-b_1 s} - a_2 e^{-b_2 s} = 1 - 0.165 e^{-0.455 s} - 0.335 e^{-0.3 s}$

cinsinden

$$P(s) = \sqrt{2}\left[\; w(b/2, s)\varphi(0) + \int_0^s w(b/2, \sigma)\varphi'(s-\sigma)\, d\sigma \right] - \dot{\alpha}\, b/2 \quad (2)$$

ve kesit taşıma kuvveti ise

$$L(s) = \pi\rho b\left[\ddot{h} + U\dot{\alpha}\right] - 2\rho U b\pi\left[\; w(b/2, s)\varphi(0) + \int_0^s w(b/2, \sigma)\varphi'(s-\sigma)\, d\sigma \right] \quad (3)$$

dır. Yunuslama ve düşey hareket için kanat kesitinin denklemi $z_a(x,t) = -h(t) - \alpha(t)(x-a)$ olurken düşey hız ise

$$w(b/2, t) = \frac{\partial z_a}{\partial t} + U\frac{\partial z_a}{\partial x} = -\dot{h}(t) - \dot{\alpha}(t)[b/2 - a] - U\alpha(t) \quad (4)$$

olur. Burada, a yunuslama noktasının koordinatıdır. Bu durımda kanat kesitinin yarattığı sanki daimi sirkülasyon aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\Gamma_{qs}(t) = bUC_{ls}(\alpha(t)) + \pi b(b/2 - a)\dot{\alpha}(t) + \pi b\dot{h}(t) \quad (5)$$

Burda, $C_{ls} = A\sin 2\alpha$, [Taha, vd. 2014] ince kanat için yüksek hücum açılarında hücum kenarı girdabının da etkilerini içeren kesit taşıma katsayısını göstermekte olup (4) denkelemindeki konvektif terimin yerini almaktadır. Denklem (4) ve (5) karşılaştırıldığında *b/2* deki düşey hız ve sirkülasyon arasındaki ilişki

$$w(b/2, t) = -\Gamma_{qs}(t)/\pi b \quad (6)$$

Şeklinde yazılır. Denklem (6) yı, (2) ve (3) de kullanırsak hücum kenarı emme hızı ve taşıma için

$$P(s) = -\sqrt{2}\,/(\pi b)\left[\; \Gamma_{qs}(s)\varphi(0) + \int_0^s \Gamma_{qs}(s)\varphi'(s-\sigma)\, d\sigma \right] - \dot{\alpha}\, b/2 \quad (7)$$

ve

$$L(s) = \pi\rho b\left[\ddot{h} + U\dot{\alpha}\right] + 2\rho U\left[\; \Gamma_{qs}(s)\varphi(0) + \int_0^s \Gamma_{qs}(s)\varphi'(s-\sigma)\, d\sigma \right] \quad (8)$$

olur ki, yaklaşık olarak seriye açıldığında doğrusal olmayan yaklaşımla (5) de kullanılmak üzere

$$C_{ls}(\alpha) \cong A(2\alpha - 4\alpha^3/3)$$

şekline girer. Bu durumda (7) ve (8) denklemleri aerdodinamik itkiyi veren (1) denklemi içerisine yerleştirildiğinde $h\ ve\ \alpha$ ya bağlı olarak doğrusal olmayan ve zamana bağlı bir ifade çıkar. Bu ifadenin hareketin bir periyodu için ortalaması alındığında ortalama aerdinamik itki

$$\overline{S} = -(\pi \rho \overline{P}^2 - \overline{\alpha}\,\overline{L}) \quad (9)$$

olarak yazılır. Planya hareketi için $h=-\bar{h}\cos(\omega t)$ ve yunuslama için $\alpha=-\bar{\alpha}\cos(\omega t+\phi)$ yazıldığında ortalama itki $\bar{Q}=\begin{Bmatrix}\bar{h}\\ \bar{\alpha}\end{Bmatrix}$ cinsinden

$$\bar{S}=\pi\rho U^2 b\{Q\}^T[H]\{Q\} \tag{10}$$

yazılır. İtkinin maksimum değerini veren Q vektörünü bulmak için (10) ifadesinin gradyanın sıfıra eşitlenmesi gerekir. Bu da H matrisinin tekil olmamasından dolayı ancak basit çözümle mümkündür. Bu nedenle (10) denkleminin gradyanını sıfıra eşitlerken vektörün genliğine de kısıt gerekmektedir. Genlik kısıtlamasıyla beraber yazıldığında

$$\vec{\nabla}\bar{S}=\vec{0} \quad \text{ve} \quad \{Q\}^T\{Q\}\le 1 \tag{11a,b}$$

$f(Q)=\{Q\}^T\{Q\}-1$ yazarak ve Lagrange çarpanı kullanarak kısıtlamayla birlikte itki ifadesi

$$T(q,\lambda)=\pi\rho U^2 b\{Q\}^T[H]\{Q\}-\lambda\, f(Q) \tag{12}$$

olur. *T* ifadesinin gradyanı bize

$$\pi\rho U^2 b[H]\{Q\}-\lambda(Q)=0$$

$$\{Q\}^T\{Q\}-1=0$$

şeklinde doğrusal olmayan bir özdeğer problemine dönüşür. Matris denklemleri olarak yazıldığında

$$\begin{bmatrix} a_{11}-\lambda & a_{21}\\ a_{12} & a_{22}-\lambda\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\bar{h}\\ \bar{\alpha}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} \qquad (13a,b)$$

$$\bar{h}^2+\bar{\alpha}^2-1=0$$

denklem (13) de matris elmanlarından a_{11} hariç hapsi $\bar{\alpha}$ ya bağlıdır. Hücum kenarı emme hızına planya hareketinin katkısı P_h ile ve yunuslamanın katkısı P_α ve taşımanın planyaya katkısı L_h, ve yunuslamaya katkısı L_α ile gösterildiğinde $a_{11}=\pi P_h^2$, $a_{12}=a_{21}=(1-2\bar{\alpha}^2/3)2\pi P_h P_\alpha - L_h/2$ ve $a_{22}=16\pi(1-2\bar{\alpha}^2/3)^2 P_\alpha^2-2(1-2\bar{\alpha}^2/3)L_\alpha$ olur. Bu durumda (13a,b) denklemlerinden üç bilinmeyenli üç doğrusal olmayan denklem sistemi çıkar. Bu sistemin çözümüyle optimum itki değerini maksimum özdeğerden ve buna karşılık gelen özvektörden de hareketin genliğini buluruz.

Sonlu kanatlar için kesit değerlerinin açıklık boyunca bir uçtan öbür uca (7-8) eşitliklerindeki Duhamel integrali (Ek teki gibi bulunarak) ile itki kuvveti hesaplanabilir ve (11a,b) denklemi şağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned}\pi\rho U^2 A/2[H]\{Q\}-\lambda(Q)&=0\\ \{Q\}^T\{Q\}-1&=0\end{aligned} \tag{14a,b}$$

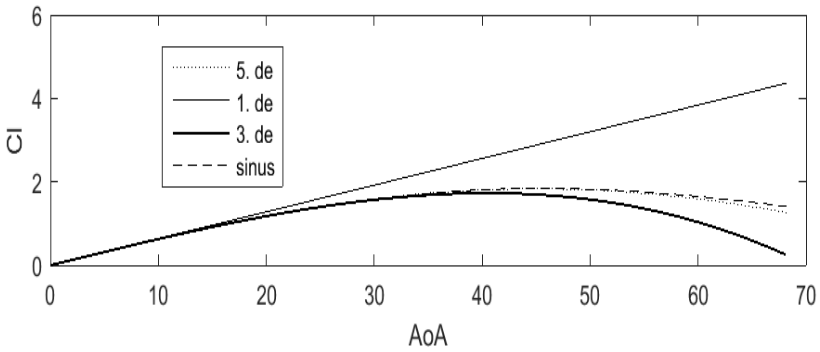
Burada *A* kanadın alanını göstermektedir. Dikdörtgen kanatlar için Wagner fonksiyonu her kesitte aynı olacağından (13a,b) denklemlerinde terimlerde fazla bir değişiklik olmaz. Eliptik kanatlarda ise Wagner fonksiyonu değiştiğinden katsayı matrisinin terimleri de tamamen değişirler. Buna göre, Wagner fonksiyonunu yaklaşık ifadeleri açıklık oranı 3 ve 6 olan eliptik kanatlar için aşağıdaki şekilde verilmektedir [Bisblinghoff, et.al, 1996]:

$$AR=3 \; için \quad \varphi(s)=0.60-0.17e^{-0.54s}$$

$$AR=36 \; için \quad \varphi(s)=0.74-0.0.267e^{-0.381s}$$

UYGULAMALAR

Yukarıda anlatılan yöntemle hücum kenarı girdabının doğrusal olmayan etkisi, ön çalışma olarak, basit harmonik planya ve yunuslama hareketi yapan ince bir profilde denenmiştir. Hücum kenarı girdabının yaratılan sirkülasyona katkısı $C_l^{qs} = 1.833\sin 2\alpha$ [Taha, vd. 2014] olarak alınmış ve sinüs ifadesi seriye açılarak doğrusal olmayan taşıma elde edilmiştir. Sanki daimi taşımanın hücum açısıyla değişimi çeşitli yaklaşık değerler ve sinuslü değeri için Şekil 1 de verilmektedir. Şekil 1 den de anlaşılacağı

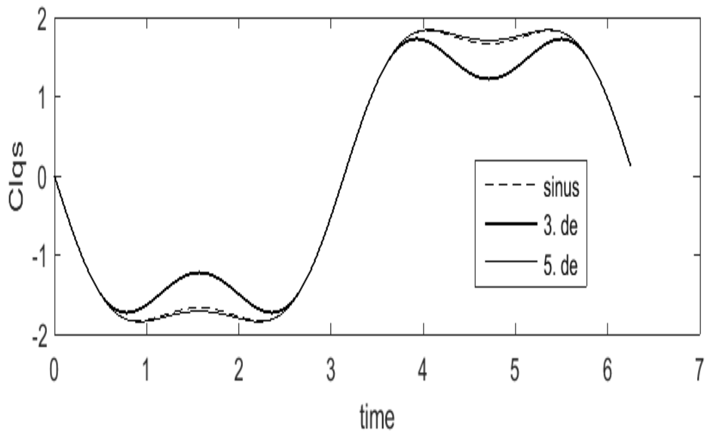


Şekil 1: Doğrusal ve doğrusal olmayan sanki daimi taşıma değişimleri

gibi doğrusal yaklaşım hücum açısının 0^0-20^0 arasındaki değerlerinde sinüs eğrisini temsil ederken 3. derece yaklaşım 20^0-50^0 aralığında tutarlı sonuçlar verebilmektedir. Buna göre, yukarıda verilen (13a-b) denklemeleri 3. derece yaklaşımla iteratif olarak çözüldüğünde maksimum avaraj aerodinamik itki değeri boyutsuz olarak S= 3.63 bulunmakta ve buna karşılık gelen hareketin değişimi ise

$$h(t) = -0.48\cos\omega t$$
$$\alpha(t) = -49^0\cos(\omega t + \pi/2) \qquad \text{(14a-b)}$$

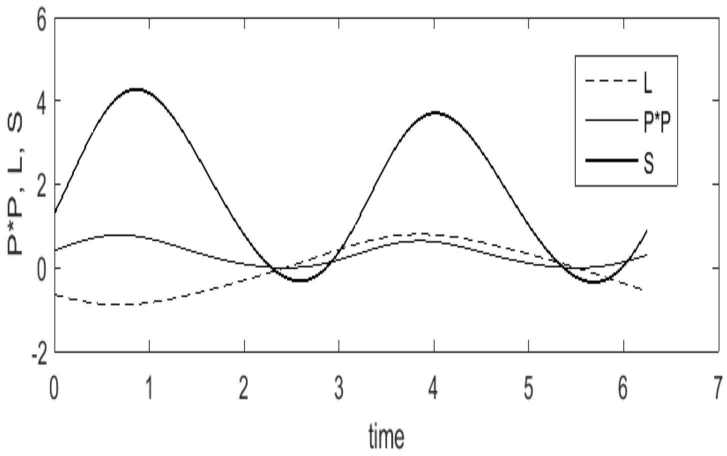
olarak elde edilmektedir. Planya hareketi ile yunuslama arasındaki faz farkı 90^0 ve $\omega = 1$olarak alınmıştır. İterasyonlar doğrusal çözümle başlatılmakta olup katsayı matrisindeki doğrusal olmayan terimlere yeni değerler yerleştirilerek yapılmaktadır.Doğrusal çözümde maksimum itki ise S=4.26 olarak bulunmuştur ve sonuçlar [Matlab, 2015] de 4 iterasyon sonucunda 4 basamak hassas olarak elde edilmektedir. Sirkülasyonun 5. derece yaklaşımla ele alınmasıyla maksimum itki S=3.66 olarak bulunmaktadır. Yani, doğrusal olmayan terimle arttırıdığında sonuç olarak fazla bir değişim gözlenmemektedir. Şekil 2 de sanki daimi sirkülasyonun zamana göre değişimi sinüslü, 3. ve 5. derece yaklaşımlarla verilmektedir. Buna göre 5. derece yaklaşım sinüslü değişimi hemen hemen temsil ederken maksimum ortalama itki değeri 3. derece yaklaşıma yakın sonuçlar vermektedir.



Şekil 2: Sanki daimi sirkülasyonun, Γ_{qs}, zamana göre değişimi

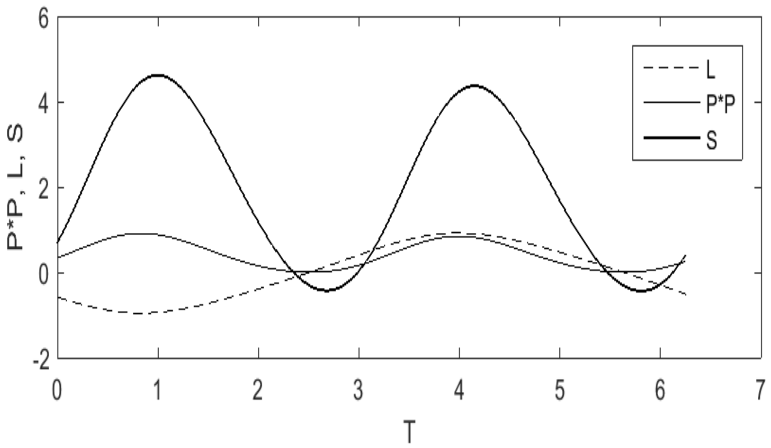
(sinüslü -----, 3. Ve 5. ___ yaklaşımlar)

Şekil 3 de ise maksimum aerodinamik itki S, bunu sağlıyan taşıma L, ile hücum kenarı emmesinin itkiye katkısı, P*P nin zamana göre değişimi boyutsuz olarak verilmektedir.



Şekil 3: Maksimum aerodinamik itki S ve taşımanın L, profil için zamanla değişimi

Açıklık oranı 3 olan bir eliptik kanat için maksimum aerodinamik itki S (14a,b) denklemlerinin çözümünden Şekil 4 de gösterildiği gibi elde edilmiştir.



Şekil 4: Maksimum aerodinamik itki S ve taşımanın L, eliptik kanat,AR=3, için zamanla değişimi

Burada, Şekil 3 ve Şekil 4 de elde edilen sonuçlar boyutsuz sonuçlar olup Şekil 3 de kesit için katsayılar bulunurken yarım veter karakteristik boy olarak alınmişır. Şekil 4 de ise Kanat için karakteristik alan yarım kanat alanı olarak belirlenmiş olup boyutlu büyüklükler bu gerçeklik bilinerek bulunurlar.

SONUÇ

Hücum kenarı girdabının doğrusal olmayan ifadesini kullanarak kanat çırpan bir profil için maksimum aerodinamik itki doğrusal olmayan bir özdeğer problemi yardımıyla elde edilmiştir. Yöntem iterasyona dayalı olup sonuçlarda yakınsama 4 iterasyonla erişilmektedir.

Aerodinamik itki optimizasyonu bu çalışmada çırpan bir profil için başarıyla yapılmış olup sonlu kanatlara uygulanması, hem kesit değerleri açıklık boyunca integre edilerek hem de eliptik kanatlar için verilen Wagner fonksiyonu ifadeleriyle gerçekleştirilmiştir.

Elde edilen aerodinamik itki katsayıları boyutsuz olarak elde edildiğinden gerek profil ve gerekse kanat için dinamik basıncın yanında profil için veter boyu kanat için se kanat alanı karakteristik büyüklükler olarak alınmışlardır. Boyutlu büyüklükler bu bilgiler kullanılarak hesaplanırlar.

Ek: Duhamel integrallerinden sinüslü olanın Matlab de hesaplanmış sonucu:

$$\int_0^t \sin(\sigma)\dot{\varphi}(t-\sigma)\,d\sigma$$

faa=int((sin(x))^1*(0.17*0.54*exp(0.54*(x-t))),x,0,t)

fs(t) =(201*exp(-(3*t)/10))/2180 + (5282933469138125*exp(-(91*t)/200))/849368334410448896 - (4555995754480533149*cos(t))/462905742253694648320 + (5645705227298817461 63*sin(t))/1851622969014778593280 0;

Kaynaklar

Bisplinghoff, R.L., Ashley, H., Halfman, R.L., 1996 , Aeroelasticity, Dover Publications Inc., New York, s. 393-394.

Garrick, I.E., 1936, *Propulsion of a Flapping and Oscillating Airfoil*, NACA R-567, 1936.

Gulcat, U., 2017, *Aerodynamic Thrust Optimization of a Flapping Thin Airfoil,* 9th Ankara International Aerospace Conference, 20-22 Sept. 2017-METU, Ankara TURKEY, AIAC-2017-27.

Kaya, M. and Tuncer, I.H., 2007, *Nonsinusoidal Path Optimization of a Flapping Airfoil*, AIAA Journal, Vol. 45, p:2075-2082, Nov 2007.

MATLAB, R2015b,1984-2015 The MathWorks, Inc., 2015.

Taha, H.E., Hajj, M.R. and Beran, P.S., 2014. *State-Space Representation of the Unsteady Aerodynamics of Flapping Flight*, Aerospace Science and Technology, Vol. 34, p.1-11.

Tuncer, I.H., and Kaya, M. (2005) *Optimization of Flapping Airfoils for Maximum Thrust and Propulsve Efficiency*, AIAA Journal, Vol. 43, p:2329-2336, Nov 2005.

Walker, W.P., 2012, *Optimization of Harmonically Deforming Thin Airfoils and Membrane Wings for Optimum Thrust and Efficiency*, PhD Thesis, Virgina Polytechnic Institute and State University, May 2012.