EĞİLME-BURULMA BAĞLAŞIMINDAKİ ANKASTRE BİR KİRİŞİN HARİCİ YÜK VE TAKIP EDICI KUVVET ALTINDA AEROELASTIK ANALIZI

Alev Kacar Aksongur¹ İstanbul Teknik Üniversitesi Samsun Üniversitesi İstanbul

Seher Eken² Samsun

Metin Orhan Kaya³ İstanbul Teknik Üniversitesi İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada, pratikte motor taşıyan bir uçak kanadının kritik çırpınma hızlarını doğru tahmin edebilen bir model üretmek amacıyla, ankastre bir kirişin dinamik aeroelastik davranışı incelenmiştir. Uçak kanadı, izotropik ve katı kesite sahip ankastre bir kiriş olarak seçilmiştir. Motor, kiriş üzerine eklenmiş harici bir kütle ile modellenirken; motorun itki kuvveti de kiriş üzerine etkiyen takip edici kuvvet ile modellenmiştir. Ele alınan problem genişletilmiş Galerkin yöntemi kullanılarak ayrıklaştırılmış ve çırpınma hızları hesaplanmıştır. Analizler, harici kütlenin konumu ve takip edici kuvvetin şiddetinin değişen değerleri için tekrarlanarak, bu parametrelerin kritik çırpınma hızlarına olan etkisi incelenmiştir. Sonuçlar, literatürdeki çalışmalar ile kıyaslanarak doğrulanmıştır. Harici kütle ankastre uçtan serbest uca doğru ilerledikçe ve takip edici kuvvet şiddeti arttıkça kritik çırpınma hızlarının düştüğünü göstermiştir.

GIRIS

Günümüzde uçak yapılarının büyük çoğunluğu, motor yerleşimi kanat altında olacak şekildedir. Bu vapıdaki kanatların aeroelastik davranısında, motorun ağırlığı ile itkisinin etkisi en önemli parametrelerdendir. Bu nedenle, sağlıklı bir uçuş profili oluşturmak çırpınma hızlarının doğru tahmin edebilen için pratik ve hassas bir yöntemlere ihtiyaç duyulmaktadır. Bu motivasyondan yola çıkarak ankastre bir kirişin, harici yük (external store) ve yüke etkiyen takipçi kuvvet (follower force) altındaki aeroelastik davranısı incelenmistir. Bunun icin Sekil 1'de verilen kanat geometrisi kullanılmıştır. Burada x_s konumunda harici kütle M_s ile takipçi kuvvet de P olarak gösterilmiştir.

¹ Dr. Öğrencisi Alev Kaçar Aksongur, E-posta: kacaral@itu.edu.tr

² Dr. Öğr. Üyesi Seher Eken, Uçak Müh. Böl., E-posta: seher.eken@omu.edu.tr

³ Prof. Dr. Metin Orhan Kaya, Uçak Müh. Böl., E-posta: kayam@itu.edu.tr



Şekil 1: Harici kütle ve takipçi kuvvet etkisi altında ankastre kiriş

YÖNTEM

Eğilme-burulma bağlaşımında, takipçi kuvvete maruz bir kirişin aeroelastik hareket denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$m\ddot{w} + me\ddot{\theta} + EIw''' + P(x_s - x)H(x_s - x)\theta'' - 2P\theta'H(x_s - x) + [M_s\ddot{w} + M_sy_s\ddot{\theta} - M_sz_s^{\,2}\ddot{w}'' - P\theta]\delta_D(x_s - x) = L$$

$$mk_m^{\,2}\ddot{\theta} + me\ddot{w} - GJ\theta'' + P(x_s - x)w'' + [M_sy_s\ddot{w} + (I_{M_s} + M_s(y_s^{\,2} + z_s^{\,2}))\ddot{\theta} + Pz_s - Py_{s\theta}]\delta_D(x_s - x) = M$$
(1)
$$(1)$$

Burada, harici kütle ve takipçi kuvvetin yerleşimini noktasal olarak ifade edebilmek için Delta Dirac fonksiyonu kullanılmıştır.

Aerodinamik taşıma ve moment terimleri ise Theodorsen fonksiyonu C(k) (Hodges [2002]) cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$L = 2\pi\rho_{\infty}U_{\infty}bC(k)\left[\dot{w} + U_{\infty}\theta + b(\frac{1}{2} - a)\dot{\theta}\right] + \pi\rho_{\infty}b^{2}(\ddot{w} + U_{\infty}\dot{\theta} - ba\ddot{\theta})$$
(3)

$$M = b(\frac{1}{2} + a)L - \pi \rho_{\infty} b^{3} \left[\frac{1}{2} \ddot{w} + U_{\infty} \theta + b(\frac{1}{8} - \frac{a}{2}) \ddot{\theta} \right]$$
(4)

Yer değiştirmeler şekil fonksiyonları olarak verilerek matematik model Extended Galerkin Metodu ile ayrıklaştırılmış olup, şekil fonksiyonları polinom olarak seçilmiştir.

$$w(x,t) = \begin{bmatrix} N_w \end{bmatrix}^T x \{q_w\} \qquad \qquad \theta(x,t) = \begin{bmatrix} N_\theta \end{bmatrix}^T x \{q_\theta\} \qquad (5)$$

$$\begin{bmatrix} N_{w_1,\theta_1} \end{bmatrix} \qquad \qquad \begin{bmatrix} q_{w_1,\theta_1} \end{bmatrix}$$

$$\left\{ N_{w,\theta} \right\} = \begin{cases} N_{w_2,\theta_2} \\ \vdots \\ N_{w_n,\theta_n} \end{cases}_{(nx1)} \qquad \left\{ q_{w,\theta} \right\} = \begin{cases} q_{w_2,\theta_2} \\ \vdots \\ q_{w_n,\theta_n} \end{cases}_{(nx1)}$$
 (6)

Sistem, boyutsuzlaştırılarak, hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$[M]\{\ddot{q}\} - [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = 0 \tag{8}$$

Şekil 1'de ankastre bir kanadın altında konumlanmış harici kütle ile bu kütleye etkiyen takipçi kuvvet görülmektedir.

Burada [M], [C] ve [K] sırasıyla kütle sönüm ve katılık matrisleridir ve ifadeleri aşağıda verilmiştir. Alt indis olarak verilen "w" kanata ait büyüklükleri, "s" ise harici kütleye ait büyüklükleri göstermektedir.

Kütle matrisleri:

$$[\boldsymbol{M}_{s}]_{(w)} = \delta q_{w}^{T} \left[\int_{0}^{1} N_{w} N_{w}^{T} d\xi + \frac{Ms}{m} [N_{w} N_{w}^{T}]_{\xi = \xi_{s}} - \frac{Ms \, z_{s}^{2}}{ml^{2}} [N_{w} N_{w}^{T}]_{\xi = \xi_{s}} \right] \ddot{q}_{w}$$

$$[\boldsymbol{M}_{s}]_{(\theta)} = \delta q_{w}^{T} \left[\frac{e}{b} \int_{0}^{1} N_{w} N_{\theta}^{T} d\xi + \frac{Ms \, y_{s}}{mb} [N_{w} N_{\theta}^{T}]_{\xi = \xi_{s}} \right] \ddot{q}_{\theta}$$

$$[\boldsymbol{M}_{ae}]_{(w)} = \delta q_{w}^{T} \frac{i}{\mu} \left[\int_{0}^{1} N_{w} N_{w}^{T} d\xi \right] \ddot{q}_{w}$$

$$[\boldsymbol{M}_{ae}]_{(\theta)} = \delta q_{w}^{T} \frac{i}{\mu} \left[-a \int_{0}^{1} N_{w} N_{\theta}^{T} d\xi \right] \ddot{q}_{\theta}$$

Sönüm matrisleri:

$$[C_{ae}]_{(w)} = \delta q_{w}^{T} \frac{\iota}{\mu} \left[2C(k) \frac{u_{\infty}}{b} \int_{0}^{1} N_{w} N_{w}^{T} d\xi \right] \dot{q}_{w}$$
$$[C_{ae}]_{(\theta)} = \delta q_{w}^{T} \frac{\iota}{\mu} \left[2C(k) \frac{u_{\infty}}{b} (\frac{1}{2} - a) \int_{0}^{1} N_{w} N_{\theta}^{T} d\xi + \frac{u_{\infty}}{b} \int_{0}^{1} N_{w} N_{\theta}^{T} d\xi \right] \dot{q}_{\theta}$$

Katılık matrisleri:

$$\begin{split} [K_{s}]_{(w)} &= \delta q_{w}^{T} \left[\frac{EI}{ml^{4}} \int_{0}^{1} N_{w}^{*} N_{w}^{T} d\xi \right] q_{w} \\ [K_{s}]_{(\theta)} &= \delta q_{w}^{T} \left[\frac{P}{mbl} \int_{0}^{1} \left(N_{w} N_{\theta}^{T} - N_{w}^{'} N_{\theta}^{T} (\xi_{s} - \xi) \right) d\xi + \\ \frac{2P}{mb} \int_{0}^{1} N_{w}^{'} N_{\theta}^{T} d\xi - \frac{2P}{mb} [N_{w} N_{\theta}^{T}]_{\xi = \xi_{s}} - \frac{P}{mb} [N_{w} N_{\theta}^{T}]_{\xi = \xi_{s}} \right] q_{\theta} \\ [K_{ae}]_{(w)} &= [0] \end{split}$$

$$[K_{ae}]_{(\theta)} = \delta q_w^T \frac{\iota}{\mu} \left[2C(k) \frac{u_\infty^2}{b^2} \int_0^1 N_w N_\theta^T d\xi \right] q_\theta$$

Denklem (8) açılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{cases}
\begin{bmatrix}
Ms_{w,11} & M_{\theta,12} \\
M_{w,21} & M_{\theta,22}
\end{bmatrix}_{s} - \begin{bmatrix}
Ms_{w,11} & M_{\theta,12} \\
M_{w,21} & M_{\theta,22}
\end{bmatrix}_{AE}
\begin{cases}
\ddot{q}_{w} \\
\ddot{q}_{\theta}
\end{cases} - \begin{bmatrix}
C_{w,11} & C_{\theta,12} \\
C_{w,21} & C_{\theta,22}
\end{bmatrix}_{AE}
\begin{cases}
\dot{q}_{w} \\
\dot{q}_{\theta}
\end{cases} + \begin{cases}
K_{w,11} & K_{\theta,12} \\
K_{w,21} & K_{\theta,22}
\end{bmatrix}_{s} - \begin{bmatrix}
K_{w,11} & K_{\theta,12} \\
K_{w,21} & K_{\theta,22}
\end{bmatrix}_{AE}
\end{cases}
\begin{cases}
q_{w} \\
q_{\theta}
\end{cases} = \begin{cases}
0 \\
0
\end{cases}$$
(9)

Ya da aşağıdaki şekilde kompakt olarak gösterilir.

$$[Ms - Mae]\{\ddot{q}\} - [Cae]\{\dot{q}\} + [Ks - Kae]\{q\} = 0$$
(10)

Denklem (10)'nun çözümünden kritik hızlar elde edilecektir.

UYGULAMALAR

İlk sonuçlar sadece harici kütleye sahip kirişin kritik çırpınma hızı için verilmiştir. Mevcut yöntem ile elde edilen sonuçlar, literatür ile karşılaştırılarak yöntemin doğruluğu test edilmiştir. Tablo 1'de kiriş-kütle sistemi değişkenlerinin değerleri verilmiş olup, Tablo 2'de sonuçlar görülmektedir:

Değişkenler	Değer	Birim
Kiriş uzunluğu	1.2192	m
Yarı-veter	0.1016	m
Eğilme katılığı	403.76	N.m ²
Burulma katılığı	198.58	N.m ²
Birim uzunluk başına kütle	1.2942	kg/m
Atalet momenti	0.0036	kg.m
Elastik eksen lokasyonu	0.088798	m
Ağırlık merkezi	0.092253	m
Hava yoğunluğu	1.224	kg/m³
Harici kütle	1.578	kg
Harici kütle atalet momenti	0.0185	kg.m ²

Harici kütlenin kanat uzunluğu boyunca çeşitli konumları için kirişin kritik çırpınma hızları hesaplanmış ve Tablo 2'de verilmiştir. Burada listelenen sonuçlar takipçi kuvvetin olmadığı durum için elde edilmiştir. Ayrıca, harici kütlenin ağırlık merkezi ve kanat elastik ekseni arasında dikey mesafe sıfır alınmıştır.

Mevcut sonuçlar, hem sayısal hem de deneysel sonuçlarla karşılaştırılmış ve uyumlu olduğu görülmüştür. Yine Tablo 2'den okunan bir durum olarak, kütlenin kanat ucunda konumlandırılması ile çırpınma hızlarının en kritik hale gelerek en düşük değeri aldığı gözlenmiştir.

Kütlenin konumu (m)	U _{F, nümerik} 1 (m/s)	U _{F, deneysel} 2 (m/s)	U _{F, biz} (m/s)
0	101.5	101.8	98.7
0.2794	100.89	98.75	96.1
0.4318	124.05	116.43	116.9
0.762	160.32	_	159.6
1.143	122.22	_	125.3
1.1684	112.17	112.17	115.7
1.2192	91.44	97.54	99.6
¹ Fazalzadeh [2009]			
² Runyan [1949]			

Tablo 2: Harici kütlenin değişen konumuna göre çırpınma hızlarının kıyaslanması

Takipçi kuvvetin etkisi incelemek amacı ile analizler yapılarak Şekil 2 elde edilmiştir. Burada

 $p = \frac{Pl^2}{\sqrt{GJEI}}$, $M_s^* = \frac{M_s}{ml}$ ve $X_s = x_s / l, Y_s = y_s / b$ boyutsuzlaştırılmaları yapılmıştır. Takipçi

kuvvetin büyük değerleri için çırpınma hızının küçüldüğü gözlenmiştir. Ayrıca, kütlenin konumu kanadın ucuna kaydıkça çırpınma hızları hızla azalmışlardır. p=3 ve p=4 için ve x_s'in 0.8'den büyük olduğu durumlarda çırpınma olayı gözlenmemiştir.



Şekil 2: Harici kütle ve takipçi kuvvet etkisi altında çırpınma hızları

Kaynaklar

Fazelzadeh, S. A., Mazidi, A. ve Kalantari, H. (2009). Bending-Torsional Flutter of Wings with an Attached Mass Subjected to a Follower Force, J. Sound and Vibration, 323, 148-162.

Hodges D. ve Pierce, A. (2002). Introduction To Structural Dynamics And Aeroelasticity, Cambridge University Press, 2002.

Runyan H.L. ve Watkins C.E. (1949). NASA Tech. Report, Naca tn 1848, Flutter of a Uniform Wing with an Arbitrarily Placed Mass According to a Differential Equation Analysis and Comparison with Experiment. 1949.