

KOMPOZİT UÇAK KANATLARININ SAĞANAK YÜKÜ ALTINDA DİNAMİK AEROELASTİK CEVAPLARI

Seher Eken*

ÖZET

Bu çalışmada sıkıştırılamaz akış içinde bir uçak kanadının dinamik aeroelastik analizler yapılmıştır. Yapısal model olarak malzeme anizotropisi, enine kesme gibi bir dizi klasik olmayan etkiyi içeren ince cidarlı kompozit kiriş kullanılmıştır. Simetrik kompozit konfigürasyonu kullanılarak eğilme-burulma bağlı hareketini uyarlanmıştır. Aerodinamik model ise daimi olmayan aerodinamik yüklerin Wagner fonksiyonu yardımıyla zamana bağlı olarak ifade edilmesi ile kurulmuştur. Aeroelastik denklemlerin çözülmesi ile kritik çırpınma hızları elde edilmiştir. Kanat yer değiştirmesinin zamana bağlı değişimi elde edilerek, keskin sağanağa ve sinüzoidal sağanağa cevabı bulunmuştur. Elyaf açısı ve ok açısı parametrelerin değişimine göre sağanak cevabı incelenmiştir.

GİRİŞ

Gelişmiş mühendislik yapılarında yaygın olarak kullanılan ince cidarlı yapılar sayesinde, bu konu üstüne günümüze gelinceye kadar birçok çalışma yapılmıştır. İnce cidarlı kiriş teorisi tarihi bir bakış açısından, 1930'ların sonlarına kadar uzanmakla birlikte İkinci Dünya Savaşı'ndan sonra konuya olan ilgi giderek artmıştır. Yüksek yapısal verimliliğe sahip ince cidarlı kompozit kirişlerin özellikle havacılık ve uzay mühendisliğinde fazlaca tercih edilen uygulamaları mevcuttur. Bu yapıların mekanik davranışlarının incelendiği çeşitli çalışmalar ilgili referanslardan incelenebilir (Librescu [2006]; Zhang [2014]; Eken [2015]). Bu çalışmalar uçak kanatlarının veya helikopter palalarının statik ve dinamik davranışını bulmak için etkili şekilde kullanılmaktadır. Ek olarak, uçak kanatlarının kritik çırpınma hızlarını ve dış yük etkisi altındayken dinamik cevabını doğru tahmin etmek de son derece önemlidir. Bu konuyu Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanarak ele alınan çalışmalar olmakla birlikte (Fazelzadeh [2009]), ince cidarlı kiriş teorisi uçak kanadının daha gerçekçi bir benzetimi sunmaktadır (Qin [2003]).

Bunlara paralel olarak bu çalışmada, sıkıştırılamaz akışta ok açılı bir kanadın dinamik aeroelastik analizlerini gerçekleştirilmiş ve zamana bağlı dış yük etkisi altında dinamik cevabı hesaplanmıştır. Uçak kanadı, geriye-doğru ok açılı, çift dışbükey (biconvex) kesite sahip ince cidarlı kompozit bir kiriş olarak modellenmiştir. Kiriş modeli, çok çeşitli elastik bağlaşımlar üreten bir model olup malzeme anizotropisi, enine-kesme etkileri ve çarpılma kısıtlaması gibi birçok klasik olmayan etkiyi de içermektedir. Simetrik kompozit konfigürasyon diğer bir adı Çevresel Asimetrik Katılık (ÇAK)

*Dr. Seher Eken, Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: seher.eken@omu.edu.tr

konfigürasyonu kiriş modeline adapte edilerek dikey eğilme-burulma-kesme bağlaşım hareketi elde edilmiştir. Aerodinamik model, daimi olmayan aerodinamik yüklerin zaman-uzayında Wagner fonksiyonu kullanılarak ifade edilmesi ile kurulmuştur. Başlangıç olarak, ince cidarlı kompozit kiriş için dinamik aeroelastik analizler yapılarak çırpınma kararsızlıkları tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, literatürde yer alan diğer çalışmalar ile kıyaslanarak tutarlı olduğu görülmüştür. Son olarak, uçak kanadının keskin sağanağa ve sinüzoidal sağanağa cevabı bulunmuştur. Elyaf açıları ve ok açısı gibi parametrelerin değişimine göre uçak kanadının sağanak yüküne verdiği dinamik cevap detaylı olarak incelenmiştir.

YAPISAL MODEL

Ele alınan ince cidarlı kiriş modeli Şekil 1(a)'da verilmiştir. Burada görüldüğü gibi, L boyuna sahip kiriş, $z = 0$ 'da sabit ve $z = L$ 'de serbest uca sahip ankastre bir kırıştır. Kesitin karakteristik boyutları ve maksimum duvar kalınlığı sırasıyla b , d ve h ile temsil edilir. Serbest akım hızı U_∞ 'dur. Kesit geometrisi ise Şekil 1(b)'de verilmiştir. Elastik eksen ile aerodinamik merkez arasındaki mesafe e ile gösterilmiştir, dörtte birine eşittir.

Kartezyen koordinat sistemi ile ilişkili kinematik değişkenler, x -, y -, z -eksenlerindeki yer değiştirmeler ve kesit dönmesi, sırasıyla, u , v , w ve ϕ ile gösterilir ve aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$u(x,y,z,t) = u_0(z,t) - y\phi(z,t) \quad (1)$$

$$v(x,y,z,t) = v_0(z,t) + x\phi(z,t) \quad (2)$$

$$w(s,z,t) = w_0(z,t) + \left[y(s) - n \frac{dy}{ds} \right] \theta_x(z,t) + \left[x(s) + n \frac{dx}{ds} \right] \theta_y(z,t) - [F_w(s) - nr_t(s)] \phi'(z,t) \quad (3)$$

Burada F_w birincil çarpılma fonksiyonudur.

$$F_w = \int_C [r_n(s) - \psi(s)] ds \quad (4)$$

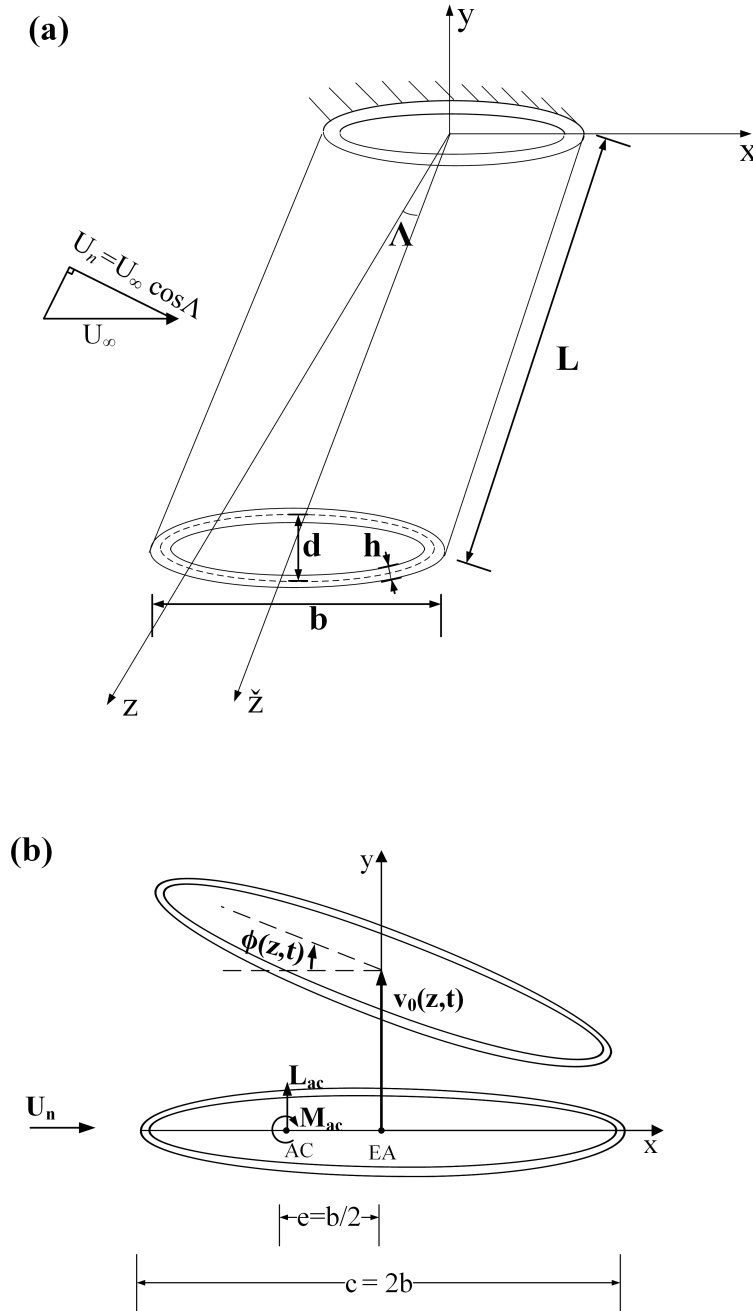
Hamilton ilkesi kullanılarak aeroelastik denklemler çıkarılacaktır.

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} \delta (U - K - W_e) dt = 0 \quad (5)$$

Bu denklemde verilen birim uzama ve kinetik enerji ifadeleri aşağıda verilmiştir.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_C \int_h [\sigma_{zz} \epsilon_{zz} + \sigma_{sz} \Gamma_{sz} + \sigma_{nz} \Gamma_{nz}]_{(i)} dndsdz \quad (6)$$

$$K = \frac{1}{2} \int_V \rho_{(i)} (\dot{u}^2 + \dot{v}^2 + \dot{w}^2) dV \quad (7)$$



Şekil 1: (a) İnce cidarlı kompozit kiriş geometrisi, (b) çift dışbükey (biconvex) kesit

Birim uzama enerjisi ile kinetik enerji ifadelerinin detaylı çıkarımları için (Eken [2015]) çalışmasına bakılabilir. Son olarak dış yükün etkisi için aşağıda verilen aerodinamik yüklerin yaptığı iş ifade edilmelidir.

$$\delta W_e = \int_0^L [L(z,t) \delta v_0(z,t) + M(z,t) \delta \phi(z,t)] dz$$

Burada $L = L_{ae}(z,t) + L_s(z,t)$ and $M = M_{ae}(z,t) + M_s(z,t)$ 'dir. Daimi olmayan aerodinamik taşıma kuvveti ve yunuslama momenti L_{ae} and M_{ae} ile gösterilirken, sağanak yükünden kaynaklı

aerodinamik yükler ise L_s and M_s ile gösterilmiştir. Taşıma yukarı yönde pozitif alınırken, moment de burun yukarı pozitif olarak seçilmiştir.

AERODİNAMİK MODEL

Theodorsen yaklaşımı klasik çırpınma analizi için uygun ve çok tercih edilen bir yöntem olmasına rağmen, aktif çırpınma kontrolü, sağanak yükleri ve limit döngü salınımları gibi durumların incelenmesi gerektiğinde alternatif bir yaklaşım gerekli olmaktadır. Bahsedilen alternatif yol, aerodinamik yükleri; Theodorsen yaklaşımındaki olduğu gibi frekans-uzayında değil, zaman uzayında ifade edebilmelidir. Bu amaçla, Aerodinamik yüklerin zaman-uzayında ifadesini içeren Wagner fonksiyonu kullanılarak, $2-B$ sıkıştırılmaz akış için daimi olmayan taşıma ve yunuslama momenti aşağıdaki gibi ifade edilir (profil üzerinde aerodinamik yüklerin gösterimi Şekil 1(b)'de verilmiştir):

$$L_{ae}(z, t) = -\pi\rho_\infty b^2 \dot{w}_{c/2}(z, t) - C_{L\alpha} \rho_\infty U_n b \left[w_{3c/4}(z, 0) \phi_w\left(\frac{U_n t}{b}\right) + \int_0^t \dot{w}_{3c/4}(z, t_0) \phi_w\left[\frac{U_n}{b}(t - t_0)\right] dt_0 \right] \quad (8)$$

$$M_{ae}(z, t) = -\pi\rho_\infty b^3 \left(\frac{1}{2} U_n \dot{\phi} + \frac{1}{8} b \ddot{\phi} \right) - \frac{C_{L\alpha}}{2} \rho_\infty U_n b^2 \left[w_{3c/4}(z, 0) \phi_w\left(\frac{U_n t}{b}\right) + \int_0^t \dot{w}_{3c/4}(z, t_0) \phi_w\left[\frac{U_n}{b}(t - t_0)\right] dt_0 \right] \quad (9)$$

Burada, $\sigma(z, t) = \frac{\partial v_0}{\partial z}$ ve $\chi(z, t) = \frac{\partial \phi}{\partial z}$ eğilme ve burulmanın uzunlamasına koordinata göre değişimleri ifade etmektedir. Ayrıca $3-B$ etkileri de dahil ederek $C_{L\alpha}$ aşağıdaki şekilde ifade edilir (Bisplinghoff [1996]).

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi AR}{AR + 2 \cos \Lambda} \quad (10)$$

Denklem (8) ve (9)'da yer alan ϕ_w Wagner fonksiyonudur (Gulcat [2010]) ve ifadesi aşağıdaki verilmiştir.

$$\frac{d\phi_w(\tau)}{d\tau} = \mathcal{L}^{-1}\{C(p)\} \quad (11)$$

Burada, $C(p) = \frac{K_1(p)}{K_0(p) + K_1(p)}$ Theodorsen fonksiyonudur (Gulcat [2010]). Son olarak $w_{c/2}$ ve $w_{3c/4}$ aşağı sapma hızının yarı ve dörttebir veterdeki değeridir.

AEROELASTİK DENKLEMLER

Önceki bölümlerde anlatılan yapısal ve aerodinamik modeller birleştirilerek aşağıda verilen aeroelastik denklemlere ulaşılır.

$$a_{55}(\ddot{v}_0' + \theta_x') - a_{56}\phi''' + L_{ae} + L_g = b_1 \ddot{v}_0 \quad (12)$$

$$a_{56}(\ddot{v}_0''' + \theta_x'') - a_{66}\phi'''' + a_{37}\theta_x'' + a_{77}\phi'' + M_{ae} + M_g = (b_4 + b_5)\ddot{\phi} - (b_{10} + b_{18})\ddot{\phi}'' \quad (13)$$

$$a_{33}\theta_x'' + a_{37}\phi'' - a_{55}(v_0' + \theta_x) + a_{56}\phi'' = (b_4 + b_{14})\ddot{\theta}_x \quad (14)$$

Sınır koşulları: Kanat kökü $z = 0$ 'da:

$$v_0 = \phi = \theta_x = \phi' = 0 \quad (15)$$

Kanat ucu $z = L$ 'de

$$a_{55}(v_0' + \theta_x) - a_{56}\phi'' = 0 \quad (16)$$

$$a_{56}(v_0'' + \theta_x') - a_{66}\phi''' + a_{37}\theta_x' + a_{77}\phi' = -(b_{10} + b_{18})\ddot{\phi}' \quad (17)$$

$$a_{33}\theta_x' + a_{37}\phi' = 0 \quad (18)$$

$$a_{56}(v_0' + \theta_x) - a_{66}\phi'' = 0 \quad (19)$$

Burada, a_{ij} 'ler katılık katsayılarıdır, formülasyonları Eken [2015]'da verilmiştir.

YÖNTEM

Önceki kısımda verilen aeroelastik denklemleri çözmek için, Galerkin yöntemi kullanılarak hareket denklemlerine aşağıda verilen ayrıklaştırılma yapılmıştır.

$$v_0(z, t) = N_v^T(z) q_v(t) \quad (20)$$

$$\phi(z, t) = N_\phi^T(z) q_\phi(t) \quad (21)$$

$$\theta_x(z, t) = N_x^T(z) q_x(t) \quad (22)$$

Kritik çırpınma hızlarının hesaplanabilmesi için Denklem (12-14) ilk olarak boyutsuzlaştırılmış, daha sonra Denklem (20-22)'de verilen uzay ayrıklaştırılması yapılmış, sonra da durum uzayı formunda ifade edilmiştir. Bu aşamalar oldukça detaylı olup (Durmaz [2013])'da verilmiştir. Son olarak elde edilen basit harmonik hareket kabulü yapılarak uzay formundaki denklemlere $X = \bar{X}e^{\lambda\tau}$ 'dun uygulanır ve aşağıda verilen özdeğer problemi elde edilir.

$$(\lambda I - A)\bar{X} = 0 \quad (23)$$

Burada λ 'lar Denklem (23) çözüldükten sonra elde edilen karmaşık özdeğerlerdir. λ 'nin reel kısmı sıfır olduğu zaman, çırpınma durumu oluşur ve λ özdeğerinin karmaşık kısmı çırpınma frekansı olur.

SONUÇLAR

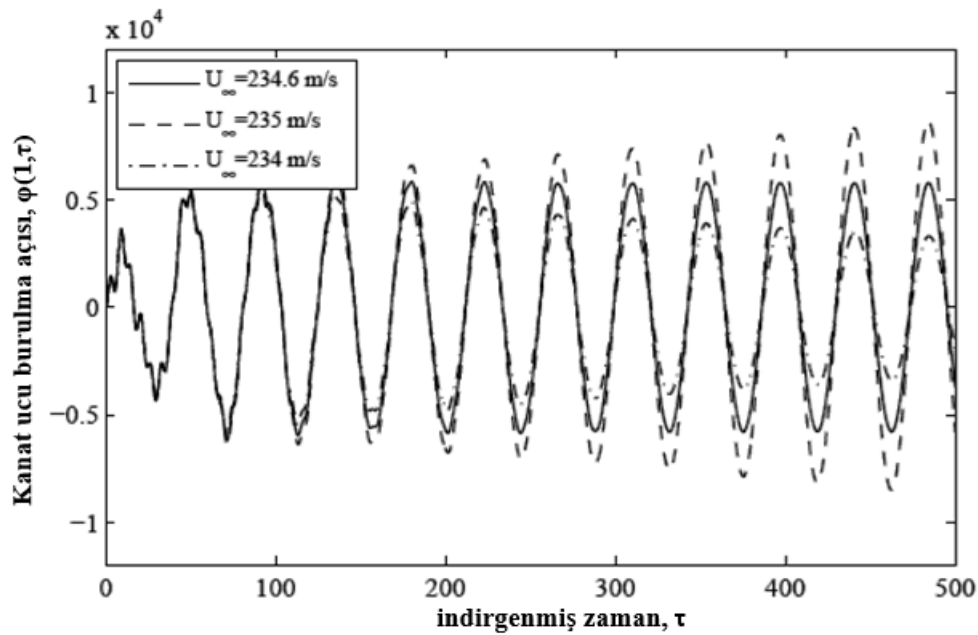
Bu bölüm boyunca, sayısal bir örnek seçilerek çırpınma analizleri yapılmış ve sağanak yükü altında uçak kanadının dinamik cevabı bulunmuştur. Giriş modeli için seçilen geometrik ve malzeme

özellikleri ()'dan bulunabilir. İlk olarak Tablo 1'de kritik çırpınma hızlarının literatür ile kıyaslanması verilmiştir ve elde edilen sonuçların Qin [2003]'in çalışması ile uyumlu olduğu görülmüştür.

Tablo 1: Çırpınma hızlarının kıyaslanması

	U_F (m/s)	ω_F (rad/s)	$U_\infty / (b\omega_{ref})$
Çalışma	234.57	89.30	53.52
Qin [2003]	235.05	87.12	53.75

Kritik çırpınma hızına yakın hızlarda, Wagner fonksiyonu yardımı ifade edilmiş aerodinamik yüklerin etkisi altında uçak kanat ucunun burulma açısının zamanla değişimi Şekil 2'de gösterilmiştir. Benzer grafik gösterimi kanat ucu eğilme deplasmanı için de elde edilebilir. Burada görülen, çırpınma civarında, $U_F = 235$ m/s'de, kanadın dinamik cevabı basit harmonik olarak elde edilirken (çırpınma durumu), bu hızdan daha yüksek hızlarda dinamik cevabın ıraksadığı, düşük hızlarda ise sönümlendiği görülmektedir.



Şekil 2: Çırpınma civarında uçak kanadının dinamik cevabı

Denklem (23)'de verilen sistem matrisinin özdeğerleri hesaplanarak çırpınma başlangıcına yakın değerleri Tablo 2'de listelenmiştir. Bu tabloda, üçüncü satırda yer alan kökün reel kısmının $U_n = 234$ m/s'den $U_n = 234.6$ m/s'ye geçerken arada sıfır olduğu görülmektedir. Bu, çırpınma hızına karşılık gelir.

Sağanak cevabı

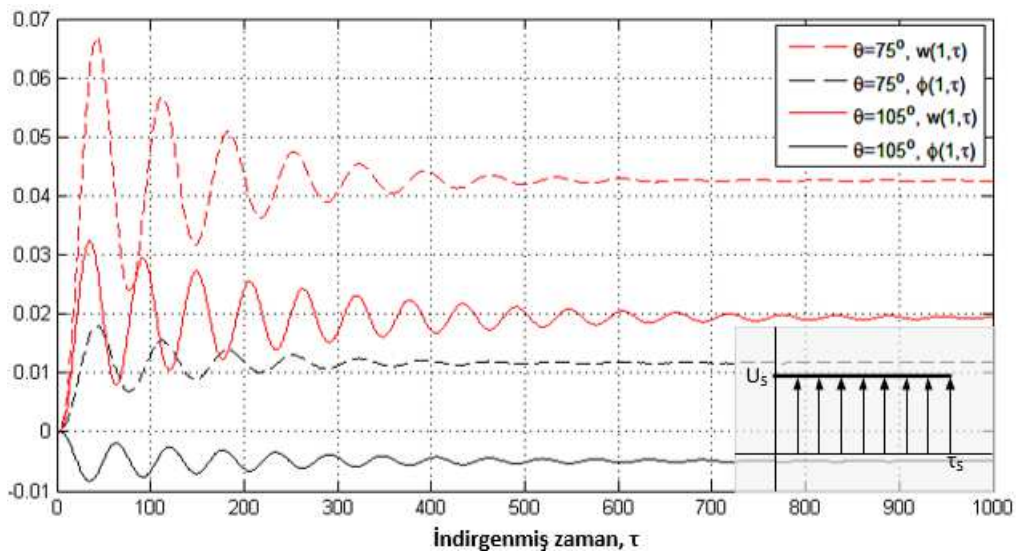
Bu bölümde, sağanak yükü etkisi altındaki uçak kanadının dinamik aeroelastik cevabı hesaplanarak grafiksel olarak gösterilmiştir. i) keskin kenarlı sağanak, ii) kosinüs tipi sağanak olmak üzere iki farklı sağanak incelemesi yapılmıştır.

İlk olarak keskin kenarlı sağanak yükü altında uçak kanadının uç noktasının dinamik cevabı Şekil 3'de verilmiştir. Burada farklı elyaf açlarına göre cevabın nasıl değiştiği de görülmektedir. Elyaf açısı $\theta = 105^\circ$ için dinamik cevabın genliğinin $\theta = 75^\circ$ 'e göre daha düşük olduğu gözlenmiştir. Ayrıca eğilme deplasmanının cevabı, burulma açısına göre daha yüksek bulunmuştur.

İkinci olarak, kosinüs tipi sağanak etkisi altında kanadın eğilme deplasmanı ile burulma açısının zamanla değişimi Şekil 4'te verilmiştir. Burada da farklı elyaf açıları için hesaplamalar yapılmış ve

Tablo 2: Çarpınma başlangıcında özdeğerler

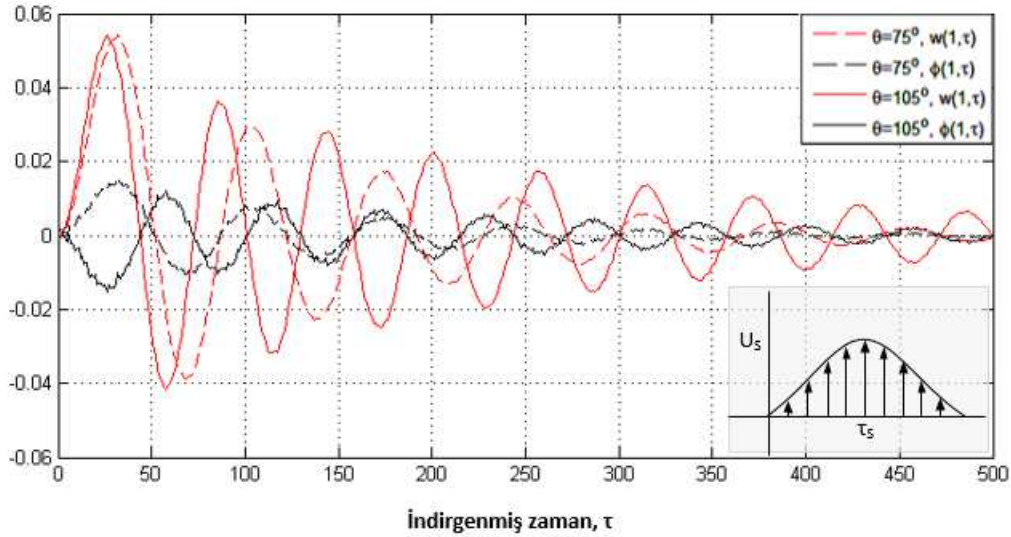
$U_n = 234 \text{ m/s}$	$U_n = 234.6 \text{ m/s}$
-0.0455	-0.0455
-0.2527	-0.2525
$-0.0012 \pm 0.1439i$	$0.00000297 \pm 0.1441i$
$-0.0352 \pm 0.1591i$	$-0.0366 \pm 0.1583i$
$-0.0478 \pm 0.0012i$	$-0.0478 \pm 0.0012i$
$-0.0456 \pm 0.0003i$	$-0.0456 \pm 0.0003i$
$-0.2999 \pm 0.0003i$	$-0.2999 \pm 0.0003i$
$-0.0171 \pm 0.3352i$	$-0.0171 \pm 0.3342i$
$-0.0122 \pm 0.5541i$	$-0.0122 \pm 0.5527i$
$-0.0107 \pm 1.0086i$	$-0.0107 \pm 1.0061i$
$-0.2953 \pm 0.0046i$	$-0.2952 \pm 0.0046i$



Şekil 3: Kanat ucunun keskin kenarlı sağanağa dinamik cevabı, $AR = 16$, $M_F = 0.5$, $U_S = 10 \text{ m/s}$, $\tau_S = 20$.

benzer sonuçlar elde edilmiştir. İlk sağanak tipinde elde edilen sonuca benzer olarak eğilme deplasmanının genliği burulma açısına göre yüksek olarak elde edilmiştir.

Bunlardan başka, sağanak yüklerinin farklı parametreleri ve ok açısı etkileri de incelenerek kanadın dinamik cevabını nasıl değiştiği gözlemlenmelidir. Sağanak yükü incelemesi bu anlamda genişletilecek ve ilgili sonuçlar final bildirisine eklenecektir.



Şekil 4: Kanat ucunun kosinüs tipi sağanağa dinamik cevabı, $AR = 16$, $M_F = 0.5$, $U_S = 10\text{ m/s}$, $\tau_S = 20$

Kaynaklar

- Bisplinghoff, R. L., Ashley, H., ve Halfman, R. L., 1996. *Aeroelasticity*, Dover Publications, New York.
- Durmaz, S., 2013. *Nonlinear dynamic and aeroelastic analyses of aircraft wings*, PhD thesis, Istanbul Technical University.
- Eken, S. ve Kaya M. O., 2015. *Flexural-torsional coupled vibration of anisotropic thin-walled beams with biconvex cross-section*, Thin-Walled Structures, Cilt 94, s. 372–383.
- Fazelzadeh, S. A., Mazidi, A. ve Kalantari, H., 2009. *Bending-Torsional Flutter of Wings with an Attached Mass Subjected to a Follower Force*, J. Sound and Vibration, Cilt 323, s. 148-162.
- Gulcat, U., 2010. *Fundamentals of Modern Unsteady Aerodynamics*, Springer.
- Librescu, L. ve Song, O., 2006. *Thin-walled composite beams: Theory and Application*, Springer.
- Qin, Z., and Librescu, L., 2003. *Aeroelastic instability of aircraft wings modelled as anisotropic composite thinwalled beams in incompressible flow*, Journal of Fluids and Structures, 18(1), s. 43–61.
- Zhang C. ve Wang S., 2014. *Structure mechanical modeling of thin-walled closed-section composite beams, part 1: single-cell cross section*, Composite Structures, Cilt. 113, s.56-62.