UHUK-2018-051

VII. ULUSAL HAVACILIK VE UZAY KONFERANSI 12-14 Eylül 2018, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun

ENINE KESME ŞEKIL DEĞIŞIKLIĞI ETKISININ INCE CIDARLI BIRLEŞIK (KOMPOZİT) KİRİŞ OLARAK MODELLENEN DÖNEN PALALARIN SERBEST TİTREŞIMI ÜZERINDEKİ ETKISI

Serhat YILMAZ* İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul Seher EKEN[†] Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Samsun Metin O. KAYA[‡] İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada, eşyönlü (izotropik) ince cidarlı birleşik bir kiriş olarak modellenmiş bir palanın titreşim çözümlemesi (analizi) yapılmıştır. Kirişin çözümleme simgelemi (formülasyonu); çırpma boyunca eğilme, düşey eğilme ve enine kesme şekil değişiklikleri için türetilmiştir. Hareket denklemleri, genişletilmiş Galerkin yöntemi-GGY (Extended Galerkin Method-EGM) uygulanarak, Çepeçevre Düzgün Katılık-ÇDK (Circumferentially Uniform Stiffness-CUS) olarak da tanımlanan "ters bakışımlı (asimetrik)" yatırma biçimlenimi (konfigürasyonu) için çözülmüştür. Sonuç olarak; doğal sıklıklar (frekanslar), yazındaki (literatürdeki) sonuçlar ile karşılaştırmalar yapılarak doğrulanmış ve bu sonuçlar arasında iyi bir uyum olduğu görülmüştür. Daha sonra enine kesme, elyaf yönelimi ve dönüş hızının, doğal sıklıklar üzerindeki etkisi incelenmiştir.

GIRIŞ

Eşyönsüz birleşik malzemelerden yapılan ince cidarlı yapılar, yüksek yapısal verimlilikleri ve diğer çeşitli olumlu yönleri sebebiyle yeni ve ileri hava-uzay araçları ve helikopter/rüzgâr türbini palalarının tasarımında yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Kompozit malzemelerin yönlülük özelliği, bu tür yapılarda geniş bir yelpazede elastik bağlaşımlar sağlayabilir Vo [2008a,b]; Sina [2011]; HaddadpourZamani [2012]. Çırpınma ve ıraksama gibi yüksek seviyede zarara yol açan aeroelastik kararsızlıkların ortaya çıkmasını önlemek amacıyla, bu bağlaşım etkilerinin dikkatli bir şekilde ele alınması gerektiği iyi bilinmektedir. İnce cidarlı kiriş kuramının (teorisinin) temelleri 1960'lara, Vlasov Vlasov [1961] ve Gjelsvick'in Gjelsvik [1981] 1-B açık/kapalı keside sahip eşyönlü kirişler için öne sürdükleri kurama dayanır. Daha yakın zamanda, Librescu ve Song LibrescuOhseop [2006], ince cidarlı birleşik kirişler üzerine doğrusal olan ve olmayan kısımlarıyla birlikte en kapsamlı çalışmalardan birini yayınlamışlardır. Ortaya konan bu iyi kuramlarla birlikte, enine kayma şekil

^{*}Dr. Öğr., Uçak Müh. Böl., E-posta: yilmazser2@itu.edu.tr

[†]Dr. Öğr. Üyesi, Uçak Müh. Böl., E-posta: seher.eken@omu.edu.tr

[‡]Prof. Dr., Uçak Müh. Böl., E-posta: kayam@itu.edu.tr

değiştirmesinin ince cidarlı birleşik kirişlerin serbest titreşimine etkisini gösteren diğer çeşitli çalışmalar yapılmış ve bu çalışmalar göstermiştir ki; enine kayma etkisi, özellikle dönen kirişler için, dinamik davranışın hassas bir şekilde kestirilmesinde çok önemli bir paya sahiptir. Bu itibarla, bu çalışmada enine kesme şekil değişikliği etkisinin ince cidarlı dikdörtgen kesitli birleşik kiriş olarak modellenen dönen palaların serbest titreşimi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Kirişin çözümlemeli (analitik) simgelemi, çırpma yönünde eğilme, düşey eğilme ve enine kesme şekil değiştirmeleri için türetilmiştir. Hem gerinim hem de kinetik enerji ifadelerinin çıkarımları yapılmış ve hareket denklemleri, Hamilton İlkesi uygulanarak elde edilmiştir. Hareket denklemleri, ÇDK olarak da adlandırılan ters bakışımlı (antisimetrik) yatırma biçimlenimi için GGY uygulanarak çözülmüştür. Sonuç olarak, doğal sıklıklar, yazındaki sonuçlar ile karşılaştırmalar yapılarak doğrulanmış ve sonuçlar arasında iyi bir uyum olduğu gözlemlenmiştir. Çırpma-burulma bağlaşımının, enine kesmenin, elyaf yönelimlerinin ve dönme hızlarının, dönen ince cidarlı birleşik kirişlerin doğal sıklıkları ve kip (mod) şekilleri üzerindeki etkileri ayrıca incelenmiştir.

YAPISAL MODEL

z = 0'da sabit mesnetli ve z = L'de serbest uçlu olan L uzunluğundaki bir dönen ince cidarlı birleşik kiriş ele alınmıştır. Kirişin karakteristik kesit boyutu ve en büyük cidar kalınlığı, sırasıyla, dve h ile temsil edilmektedir. Ayrıca, dönme hızı Ω ile ve göbek yarıçapı R_0 ile belirtilmiştir. Kirişin Kartezyen koordinat sistemi ile ilişkili kinematik değişkenleri, u, v, w and ϕ ile temsil edilen yer değiştirmeler ve kesit dönmesi ile gösterilmiştir. Burada, çevresel koordinat olarak adlandırılan orta yüzeye s teğet ve n ise diktir. Kapalı kontur x = x(s) ve y = y(s) koordinatları ile tanımlanır. Dikdörtgen kesite sahip ince cidarlı pala geometrisinin önden ve yandan görünüşü Şekil a-c'de gösterilmiştir.



Şekil 1. (a) Önden görünüş, (b) Yandan görünüş, (c) AA' kesidi

2 Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı Göbeğin merkezinden ölçülen konum vektörü R şöyle ifade edilir :

$$R = R_0 + R_v + \Delta \tag{1}$$

Burada, $R_0 = R_0 \mathbf{k}$, $R_v = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ve $\Delta = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$ olarak verilir. Daha sonra hız ve ivme vektörleri sırasıyla aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\dot{R} = [\dot{u}_0 + \Omega (R_0 + z + w_0)] \mathbf{i} + \dot{v}_0 \mathbf{j} + [\dot{w}_0 - \Omega (x + u_0)] \mathbf{k}$$
(2)

$$\ddot{R} = \left[\ddot{u_0} + 2\Omega\dot{w_0} - \Omega^2 \left(x + u_0\right)\right] \mathbf{i} + \ddot{v}_0 \mathbf{j} + \left[\ddot{w}_0 - 2\Omega\dot{u}_0 - \Omega^2 \left(R_0 + z + w_0\right)\right] \mathbf{k}$$
(3)

YER DEĞİŞTİRME ALANI

Bu bölümde, çırpma boyunca eğilme, çırpma boyunca enine kayma ve burulma sehimlerine maruz kalan bir ince cidarlı birleşik kirişin yer değiştirme alanı türetilmiştir. Burada, Kartezyen koordinat sistemi (x, y, z) ile temsil edilirken, eğrisel sistemin koordinatları ise (n, s, z_s) ile gösterilir. Orta çevre çizgisinde (konturda) bulunan S(x, y) noktasının düzlem içi dönüşümleri u ve v ile tanımlanır.

$$u(x, y, z, t) = u_0(z, t) - y\phi(z, t)$$
(4)

$$v(x, y, z, t) = v_0(z, t) + x\phi(z, t)$$
(5)

Burada; t, zaman; u_0 ve v_0 , ($x_P = y_P = 0$) merkezinde bulunan kutup noktası P'nin yer değiştirmeleri ve $\phi(z, t)$, kesidin dönmesidir. Eğrisel koordinat sistemi ile ilişkili olan teğetsel ve dik yer değiştirme bileşenleri sırasıyla, u_t ve u_n 'dir. Hem birincil ve hem de ikincil çarpılma için geçerli olan eksenel yer değiştirme aşağıda verilmiştir:

$$w(s,z,t) = w_0(z,t) + \left[y(s) - n\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}s}\right]\theta_x(z,t) + \left[x(s) + n\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}s}\right]\theta_y(z,t) - \left[F_w(s) - nr_t(s)\right]\phi'(z,t)$$
(6)

Orta yüzey nicelikleri eşliğinde birincil çarpılma fonksiyonu şu şekilde güncellenir:

$$F_w = \int_C \left[r_n(s) - \psi(s) \right] \mathrm{d}s \tag{7}$$

ENERJİ İFADELERİ

Hamilton Ilkesi ile aşağıdaki varyasyonelin, t_0 'dan t_1 zamanına kadarki mevcut hareket yolu için sabit olduğu görülmektedir ve şöyle verilir:

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} \delta(U - K - W_e) \, \mathrm{d}t = 0 \tag{8}$$

Gerinim enerjisi ve kinetik enerji ifadeleri ise şu şekildedir:

$$U = \frac{1}{2} \int\limits_{V} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} \,\mathrm{d}V \tag{9}$$

$$K = \frac{1}{2} \int_{V} \rho\left(\dot{R}^{2}\right) \,\mathrm{d}V \tag{10}$$

(10) Sunulan çalışma yalnızca serbest titreşim problemini kapsadığından, kiriş üzerine etkiyen hiçbir dış yük yoktur; yani $\delta W_e = 0$ 'dır.

YAPISAL BAĞLAŞIM BİÇİMLENİMİ

Şekil 'de gösterilen ters bakışımlı biçimlenim, Çepeçevre Düzgün Katılık (ÇDS) biçimlenimi olarak da adlandırılır ve bu çalışmadaki ince cidarlı kirişte kullanılmıştır. Bunun sonucunda çeşitli bağlaşık titreşim kipleri ortaya çıkmıştır. Bu bakışımlı biçimlenim, dönen kirişleri modellerken, yatay/düşey eğilme-kayma bağlaşımı sağlaması için tercih edilir.



Şekil 2. Çepeçevre Düzgün Katılık (ÇDS) biçimleniminde yatırmalar

HAREKET DENKLEMLERİ

 (u_0) veter boyunca eğilmesine, (v_0) çırpma boyunca eğilmesine, (θ_x) çırpma boyunca enine kaymasına ve (θ_y) veter boyunca enine kaymasına sahip ÇDK biçimlenimindeki dönen ince cidarlı birleşik kiriş için yöneten hareket denklemleri aşağıdaki gibidir (HaddadpourZamani [2012]):

$$\delta u_0: \qquad a_{34}\theta''_x + a_{44} \left(u_0'' + \theta_y' \right) + b_1 \Omega^2 \left[R(z)u_0' \right]' + b_1 \Omega^2 u_0 = b_1 \ddot{u}_0$$
(11)

$$\delta v_0: \qquad a_{25}\theta''_y + a_{55} \left(v''_0 + \theta'_x \right) + b_1 \Omega^2 \left[R(z) v'_0 \right]' = b_1 \ddot{v}_0 \tag{12}$$

$$\delta\theta_x: \qquad a_{33}\theta''_x + a_{34}\left(u''_0 + \theta'_y\right) - a_{25}\theta'_y - a_{55}\left(v'_0 + \theta_x\right)$$
(13)

$$= (b_4 + b_{14}) \left(\ddot{\theta}_x - \Omega^2 \theta_x \right) \tag{10}$$

$$\delta\theta_y: \qquad a_{22}\theta''_y + a_{25}\left(v''_0 + \theta'_x\right) - a_{34}\theta'_x - a_{44}\left(u'_0 + \theta_y\right) \tag{14}$$

$$= (b_5 + b_{15}) \left(\ddot{\theta}_y - \Omega^2 \theta_y \right) \tag{12}$$

Pala kökündeki (z = 0) sınır koşulları şunlardır:

$$u_0 = 0$$
 $v_0 = 0$ $\theta_x = 0$ $\theta_y = 0$ (15)

Uçtaki (z = L) sınır koşulları ise şöyle verilir:

$$\delta u_0 : a_{34} \theta'_x + a_{44} \left(u'_0 + \theta_y \right) = 0 \tag{16}$$

4

Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı

$$\delta v_0 : a_{25} \theta'_u + a_{55} \left(v'_0 + \theta_x \right) = 0 \tag{17}$$

$$\delta\theta_x: \ a_{33}\theta'_x + a_{34}\left(u'_0 + \theta_y\right) = 0 \tag{18}$$

$$\delta\theta_y: \ a_{22}\theta'_y + a_{25}\left(v'_0 + \theta_x\right) = 0 \tag{19}$$

ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Bu çalışmada incelenen dönen ince cidarlı kompozit kiriş modeli için, temel denklemler çeşitli elastik bağlaşımlar içerir ve ilgili sınır koşulları oldukça karmaşıktır. Sonuç olarak kesin çözümü elde etmek kolay değildir. Bu nedenle, kiriş modelinin dinamik özelliklerinin elde edilmesi için, sadece geometrik sınır koşullarını sağlaması gereken ağırlık fonksiyonlarını seçmeyi öneren Genişletilmiş Galerkin Yöntemi (EGM) kullanılacaktır Meitrovich [1997]. Bu yöntemde, u_0 , v_0 , θ_x ve θ_y aşağıdaki biçimde ayrıklaştırılır:

$$u_0(z,t) = N_u^T(z) q_u(t)$$
 (20)

$$v_0(z,t) = N_v^T(z) q_v(t)$$
 (21)

$$\theta_x(z,t) = N_x^I(z) q_x(t) \tag{22}$$

$$\theta_y(z,t) = N_y^T(z) q_y(t) \tag{23}$$

SONUÇLAR VE YORUMLAR

Dönen ince cidarlı birleşik kiriş için yapılan dinamik çözümleme sonuçları bu bölümde verilmiştir. Dinamik çözümleme, ilk olarak, dönmeyen (Ω =0) ince cidarlı birleşik kiriş için gerçekleştirilmiştir. Doğal sıklıkların doğrulaması, Kaynak LibrescuOhseop [2006]'teki kiriş için yapılmış ve seçili katman açıları için sonuçlar çizelge halinde Çizelge 1'de verilmiştir. Burada, rotor göbek çapının sıfır R_0 =0 olduğu bilinmelidir.

Şekil 3(a)-3(d), farklı dönme hızları için ilk dört doğal sıklığın katman açısına göre değişimini göstermektedir. Şekillerden de anlaşılacağı üzere, enine kayma etkisini dikkate almamak, doğal sıklıkların olduğundan fazla değerlerde tahmin edilmesine yol açmaktadır ki; bu fazla tahmin yüksek dönme hızları için daha da etkili olmaktadır.

Enine kesme etkisi dikkatlice ele alınmalıdır, çünkü bu etkinin ihmali 60° ile 120° aralığındaki katman açılarında olduğundan ciddi miktarda yüksek tahminlere yol açmaktadır.

Şekil 4(a)-4(d), farklı açıklık oranları (AR) için ilk dört doğal sıklığın katman açısına göre değişimini göstermektedir.

Düşük açıklık oranları için düşük dönme hızlarında enine kesme etkisi yine önemli bir fark oluşturmaktadır.



Figure 1: Secili donme hızlarında (Ω =0, 250, 500, 750, 1000) ilk dort doğal sıklığın elyaf acısına göre değisimi



Figure 2: Secili acıklık oranları icin (AR=10, 20, 30) ilk dort dogal sıklığın elyaf acısına gore degisimi

Kaynaklar

- Gjelsvik, A., 1981. The theory of thin walled bars, Wiley
- Haddadpour, H. ve Zamani Z., 2012. Curvilinear fiber optimization tools for aeroelastic design of composite wings, Journal of Fluids and Structures, Vol 33, p.180-190
- Librescu, L. ve Ohseop, S., 2006. *Thin-walled composite beams: Theory and Application*, The Netherlands: Springer
- Meitrovich, L., 1997. Principles and Techniques of Vibrations, Prentice-Hall
- Qin, Z. and Librescu, L., 2002. On a shear-deformable theory of anisotropic thin-walled beams: further contribution and validations, Composite Structures, Vol. 56, No. 4, pp. 345-358
- Saravia, C. M., Machadoa, S. P. ve Cortineza, V. H., 2011. Free vibration and dynamic stability of rotating thin-walled composite beams, European Journal of Mechanics - A/Solids, Vol. 30, No. 2, pp. 432–441
- Sina, S. A., Ashrafi, M. J., Haddadpour, H. ve Shadmehri, F., 2011. A Strip Method for Prediction of Damping in Subsonic Wind Tunnel and Flight Flutter Tests, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G, Journal of Aerospace Engineering, Vol 225, p.387-402
- Song, O., Librescu, L. ve Oh., S. Y., 2001. Vibration of Pre-twisted Adaptive Rotating Blades Modeled as Anisotropic Thin-Walled Beams, AIAA Journal, Vol. 39, No. 2, pp. 285-295
- Vlasov, V., 1961. Thin walled elastic beams, Jerusalem: Israel Program for Scientific Transactions,
- Vo, Thuc Phuong ve Lee, Jaehong, 2008. Flexural-torsional behavior of thin-walled composite box beams using shear-deformable beam theory, Engineering Structures, Vol 30, p.1958-1968
- Vo, Thuc Phuong ve Lee, Jaehong, 2008. *Free vibration of thin-walled composite box beams*, Composite Structures, Vol 84, p.11-20