

Uzay Aracının Randevu ve Güvenli Yörünge Planlaması için Model Öngörülü Kontrol Algoritması Geliştirilmesi

Ali Tevfik Büyükköçak¹ ve Ozan Tekinalp²
Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

ÖZET

Bu makalede, bir çift uzay aracının alçak yörüngedeki randevu ve kenetleme problemi üzerinde durulmuştur. Uzay araçlarının doğrusal olmayan bağıl hareket denklemleri elde edilmiş ve bu hareket için simülasyon kodları geliştirilmiştir. Kontrol algoritmasında, doğrusallaştırılmış Hill-Clohessy-Wiltshire (HCW) denklemleri, “hedef-yakalayıcı” konfigürasyonu ile kullanılmıştır. Bu doğrusallaştırma işlemi dairesel bir yörünge varsayımıyla yapılmıştır. Model Öngörülü Kontrol (MÖK) yaklaşımı, uzay çöpü gibi engellerden kaçınma ve hedefin görüş alanında kalma gibi güvenlik ile ilgili ve operasyonel kısıtlar göz önüne alınarak uygulanmıştır. Bu güvenlik kısıtlarından biri de sınırlandırılmamış bir hareketi olan uzay çöpünden kaçınma manevrasıdır. Simülasyon sonuçları ve bu sonuçların değerlendirmeleri verilmiştir. Simülasyonlarda kullanılacak öngörü ufku uzunluğu ve ağırlık matrislerini inceleyen parametrik bir çalışma da bildiriye dahil edilmiştir.

GİRİŞ

Randevu problemi, iki uzay aracının, birbirlerinin yakınlığında, belirlenen bir bağıl konfigürasyona ulaşmalarını içermektedir. Literatürde, bu problem genellikle araçlardan birinin pasif tutulup (hedef), diğerinin aktif bir şekilde kontrol edilmesiyle (yakalayıcı) çözülmeye çalışılmıştır. Buna örnek olarak Mars Dönüş projesi verilebilir. [Regnier vd., 2005]. Uzay aracı randevu problemi tıpkı kol uçuşu gibi yakalayıcı aracın hedef araca olan bağıl hareketi ile ilintilidir ve bu hareket genellikle dönen Hill koordinat sisteminde gösterilir [Wie, 1998]. Gerçekte bu bağıl dinamik doğrusal ve periyodik olmasa da, bu hareketi yansıtabilecek doğrusal ve periyodik birinci dereceden adi diferansiyel denklemler elde etmek mümkündür. Bu denklemler genellikle Hill-Clohessy-Wiltshire (HCW) denklemleri olarak bilinirler [Hill, 1878; Clohessy ve Wiltshire, 1960].

Otonomi, uzay operasyonlarında kilit öneme sahip bir teknolojidir. Çift taraflı haberleşmede yaşanan gecikmeler, modellenmemiş bozulculara ya da kritik durumlara müdahale etmeyi oldukça güç hale getirmektedir [Fehse, 2003; Geller, 2007]. Uzay görevlerinin sayısındaki artış, uzay araçlarının bakım ve servislerinin idame ettirilmesinde otonomi ihtiyacı doğurmaktadır. Bu sebeple, randevu ve kenetlenme görevlerinin otonom olarak gerçekleşmesi büyük bir ihtiyaçtır.

Model Öngörülü Kontrol (MÖK), sistem dinamiğini ve görev kısıtlarını problem içerisinde ele alan, yeniden planlama kabiliyeti sebebiyle, havacılık ve uzay problemlerinde uygulanabilir bir yöntemdir. MÖK ile verimli ve optimal planlar, çevrimiçi olarak, otonom bir şekilde uygulanabilirler.

¹ Yüksek Lisans Öğrencisi, Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: abkocak@metu.edu.tr

² Prof. Dr., Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: tekinalp@metu.edu.tr

Uzay ortamındaki sürüklenme, solar basınç ve dünyanın şeklinden kaynaklı (J_2) bozucu etkiler, geri beslemeli MÖK ile telafi edilebilirler [Di Cairano vd., 2012]. Böylece bu bozucuların ihmal edildiği HCW denklemleri de kontrol algoritması geliştirme aşamasında kullanılabilirler.

Bu çalışmanın amacı, alçak yörüngedeki bir çift uzay aracının randevu ve kenetlenme sırasındaki bağıl hareketlerinin kontrol problemini araştırmak ve çözmektir. Özellikle, uzay çöpü gibi engellerden kaçınmayı içeren kısıtlı MÖK yaklaşımının uygulanabilirliği ve yörüngedeki güvenlik öncelikli randevu problemi temelinde verimliliği ele alınmıştır.

Bu bildirinin ana hatları şöyle sıralanabilir: Sıradaki kısım, yörüngesel bağıl hareket denklemlerini içermektedir. Hem doğrusal olmayan, hem de doğrusal modeller verilmiştir. Daha sonra, Model Öngörülü Kontrol (MÖK) yöntemi ve uzay aracı randevusu için gerekli kısıtlar açıklanmıştır. Farklı parametreler ve başlangıç koşulları ile yapılan simülasyon sonuçları verilmiş ve tartışılmıştır. Son olarak da çalışma sonuçlandırılmıştır.

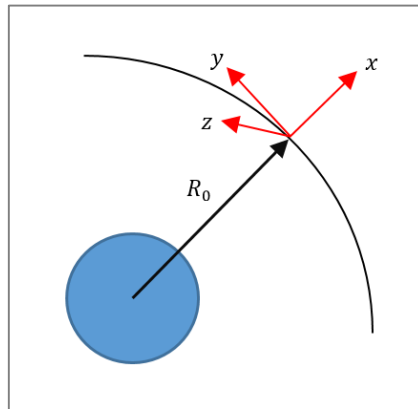
YÖNTEM

Yörüngedeki Bağıl Hareket Modeli

Uzay aracı randevusu için literatürde birçok matematiksel model bulunmaktadır [Carter, 1998]. Bunlar arasındaki seçim senaryonun gerekliliklerine göre yapılmalıdır. Simülasyonlarda daha genel doğrusal olmayan bağıl hareket denklemleri kullanılırken, kontrol algoritmalarında bunların doğrusallaştırılmış halleri yer alabilir. Aktif olan yakalayıcı araç ile pasif hedef araç arasındaki bu denklemler, dairesel yörüngeler için bazı varsayımlarla beraber aşağıdaki gibi yazılabilir [Wie, 1998],

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= 2n\dot{y} + n^2(R_0 + x) - \mu \frac{R_0 + x}{\left[(R_0 + x)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}} + u_x \\ \ddot{y} &= -2n\dot{x} + n^2y - \mu \frac{y}{\left[(R_0 + x)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}} + u_y \\ \ddot{z} &= -\mu \frac{z}{\left[(R_0 + x)^2 + y^2 + z^2\right]^{\frac{3}{2}}} + u_z\end{aligned}\quad (1)$$

Burada x , y ve z , yakalayıcı uzay aracının, hedef araca göre bağıl pozisyonunu göstermektedir. Bu pozisyon, yerel düşey-yerel yatay (LVLH) koordinat sistemi üzerinde gösterilmiş olup, x radyal, y yörüngesel yöndedir, z ise ortogonal seti tamamlayacak şekilde tanımlanmıştır.



Şekil 1. Yerel Düşey-Yerel Yatay (LVLH) Koordinat Sistemi

Doğrusal hareket denklemleri aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned}\ddot{x} - 3n^2x - 2n\dot{y} &= u_x \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} &= u_y \\ \ddot{z} + n^2z &= u_z\end{aligned}\quad (2)$$

Burada n yörüngedeki ortalama açısal hızı temsil etmektedir. Durum-uzay denklemleri ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + BU \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 3n^2 & 0 & 0 & 0 & 2n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -n^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ X &= [x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T \quad U = [u_x \ u_y \ u_z]^T\end{aligned}\quad (3)$$

Model Öngörülü Kontrol Yaklaşımı

Yukarıdaki durum-uzay denkleminin zamanda ayırık hali aşağıda verilmiştir.

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k) \quad (5)$$

Minimize edilecek masraf fonksiyonu aşağıdaki gibidir:

$$J(k) = \sum_{i=0}^{N-1} [x^T(k+i|k)Qx(k+i|k) + u^T(k+i|k)Ru(k+i|k)] + x^T(k+N|k)\bar{Q}x(k+N|k) \quad (6)$$

k numaralı adımda öngörülmüş, N kadar durum ve girdiler aşağıdaki yığın matrisleri ile gösterilebilir:

$$\mathbf{u}(k) = \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ \vdots \\ u(k+N-1|k) \end{bmatrix} \quad \mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x(k+1|k) \\ x(k+2|k) \\ \vdots \\ x(k+N|k) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Ayrık zaman aralıklarında öngörülmüş durumlarla, ayrık-zamanlı durum-uzay denklemini aşağıdaki gibi yazılabilir [Rossiter, 2013]:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k) &= \mathcal{M}\mathbf{x}(k) + \mathcal{C}\mathbf{u}(k) \\ \mathcal{M} &= \begin{bmatrix} A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^N \end{bmatrix} \quad \mathcal{C} = \begin{bmatrix} B & 0 & \dots & 0 \\ AB & B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{N-1}B & A^{N-2}B & \dots & B \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (8)$$

Bu şekilde, 6. Denklemdaki masraf fonksiyonu aşağıdaki hale gelir:

$$J(k) = \mathbf{u}^T(k)H\mathbf{u}(k) + 2x^T(k)F^T\mathbf{u}(k) + x^T(k)Gx(k) \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
H &= C^T \tilde{Q} C + \tilde{R} \\
G &= M^T \tilde{Q} M + Q \\
F &= C^T \tilde{Q} M \\
\tilde{Q} &= \begin{bmatrix} Q & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ \vdots & & Q & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \bar{Q} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad \tilde{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \\ \vdots & & R & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & R \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

9. Denklemden verilen masraf fonksiyonunun minimize edilmesiyle kontrol girdileri bulunur. Bu işlem her zaman adımında tekrarlanır, bu durum da çevrimiçi uygulamayı gerektirir.

$$\mathbf{u}^*(k) = \min_{\mathbf{u}} J(k) \quad (10)$$

Minimizasyon probleminin çözümü bütün bir öngörü ufkunu kapsayacağından, ilk adımdaki çözüm girdi olarak sisteme verilir, bir sonraki adım da aynı işlem tamamen tekrarlanır. Yani girdi

$\mathbf{u}^*(k) = [1 \ 0 \ 0 \ \cdots] \mathbf{u}^*(k)$ şeklindedir.

Güvenlik Kısıtları

Elde edilen masraf fonksiyonundaki (9. Denklem) son terim sadece anlık duruma bağlı olduğu için optimizasyon probleminden silinebilir. Böylece masraf fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$J(k) = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T(k) H_{quad} \mathbf{u}(k) + f_{quad}^T \mathbf{u}(k) \quad (11)$$

Bu yeni masraf fonksiyonunun minimize edilmesi bir karesel programlama problem teşkil etmektedir. Matlab'ın 'quadprog' çözücüsü, bu problemi doğrusal kısıtlarla çözmek için uygundur. Optimizasyon değişkeni kontrol girdisi olduğu için durumlar ve durumlara bağlı kısıtlar, kontrol girdisi cinsinden yazılmalıdır.

$$\begin{aligned}
G_0 \mathbf{u}(k) &\leq w_0 + E_0 x(k) \\
G_0 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ A_x B & 0 & \cdots & 0 \\ A_x A B & A_x B & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_f A^{N-1} B & A_f A^{N-2} B & \cdots & A_f B \end{bmatrix} \quad E_0 = \begin{bmatrix} -A_x \\ -A_x A \\ -A_x A^2 \\ \vdots \\ -A_f A^N \end{bmatrix} \quad w_0 = \begin{bmatrix} b_x \\ b_x \\ b_x \\ \vdots \\ b_f \end{bmatrix} \quad (12)
\end{aligned}$$

burada, $A_x = A_f$ doğrusal kısıt matrisini yansıtmaktadır.

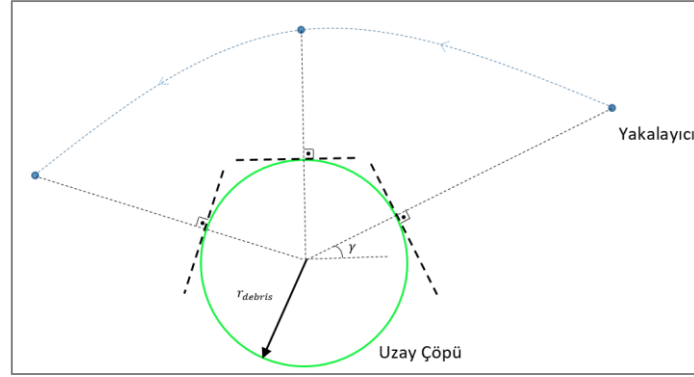
Girdi Kısıtları: Eyleyici kapasiteleri nedeniyle, uygulanabilir itki kuvveti sınırlıdır. Kontrol girdilerindeki kısıtlar, eyleyicide doyuma izin vermeyecek şekilde, optimizasyon problemi içerisinde ele alınabilir.

$$u_{\min} < u < u_{\max} \quad (13)$$

Durum Kısıtları: Yakalayıcı araç yaklaşma sırasında hedef aracın görüş alanında kalmalıdır. Bu durum konik bir görüş alanının kısıt olarak uygulanmasıyla başarılabilir. z yönündeki hareket xy düzlemindeki hareketten bağımsız olduğu için sadece bu düzlemdeki hareket incelenmiştir. Görüş alanı konisinin xy düzlemiyle kesişiminden elde edilen 2 adet doğru denklemi ve yakalayıcı aracın bu çizgiler arasında kalması, kısıt olarak uygulanabilir. Doğrusal koni kısıtı $A_{cone} x < b_{cone}$ şeklinde gösterilebilir.

Bir diğer durum kısıtı, engelden ya da uzay çöpünden kaçınma kısıtı olarak tanımlanabilir. Uzay çöprü olarak tanımlanabilecek, hedef ile yakalayıcı araçlar arasında olup güvenli bir randevuyu tehdit edebilecek engellerden kaçınmak hayati öneme sahiptir. Bu çalışmada engel, r_{debris}

yarıçaplı bir daire olarak ele alınmıştır ve yakalayıcı aracın bu dairenin içine girmemesi anlık olarak gerçek zamanlı hesaplanan bir kısıt olarak uygulanmıştır [Di Cairano vd., 2012]. Bu durum yakalayıcıyla bu daire arasında kalan teğet çizgi denklemlerinin kısıt olarak probleme yansıtılmasıyla başarılmıştır. Literatürde bu engel/uzay çöpü hareketlerinin dairesel ya da eliptik sınırlara hapsedildiği görülmüştür. Bu engellerin önceden bilinmeyen ve sınırlandırılmamış, bağımsız yörüngesel bağıl hareketlere sahip olabileceği için bu çalışmada bu türdeki engellerden kaçınılması amaçlanmıştır. Anlık olarak bu, belirli bir sınırı olmayan cisimlerden kaçınmak, onların hareketlerini sınırlayan yaklaşımlardan daha güvenli ve itimat edilecek bir yaklaşım olacaktır.



Şekil 2. Yakalayıcı pozisyonuna göre engelden kaçınma kısıtları olarak çizdirilen teğet çizgiler

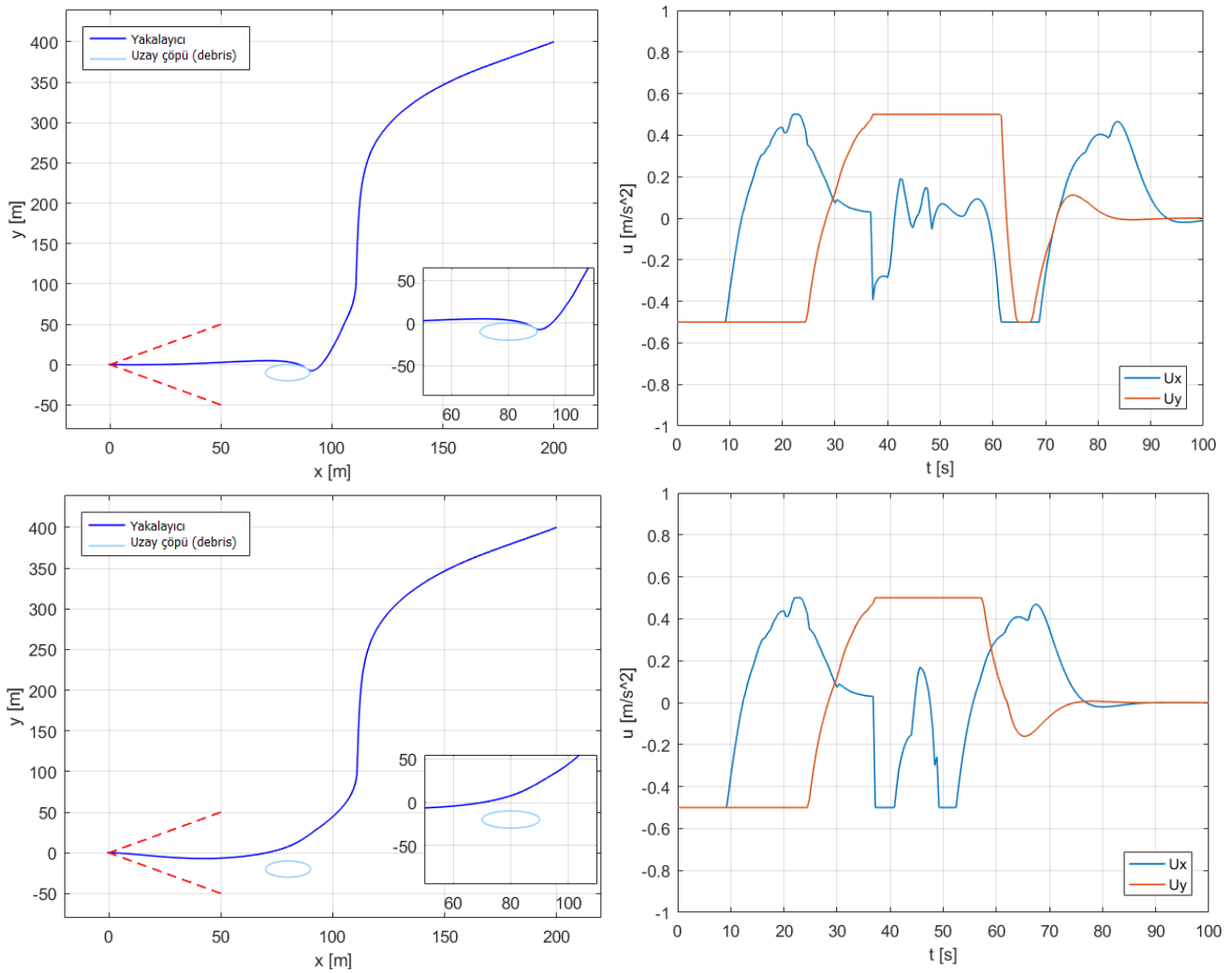
UYGULAMALAR

Optimal kontrol problemlerinde en önemli parametrelerden ikisi, durum ve girdilerin birbirlerine göre ağırlıklarını veren Q ve R matrisleridir. Daha önceki çalışmamızda, 500 km irtifa ve $n = 0.0011 \text{ rad} / s$ için bu matrisler aşağıdaki gibi seçilmiştir [Büyükköçak vd., 2017]:

$$Q = \begin{bmatrix} 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-1} \end{bmatrix} \quad R = \alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

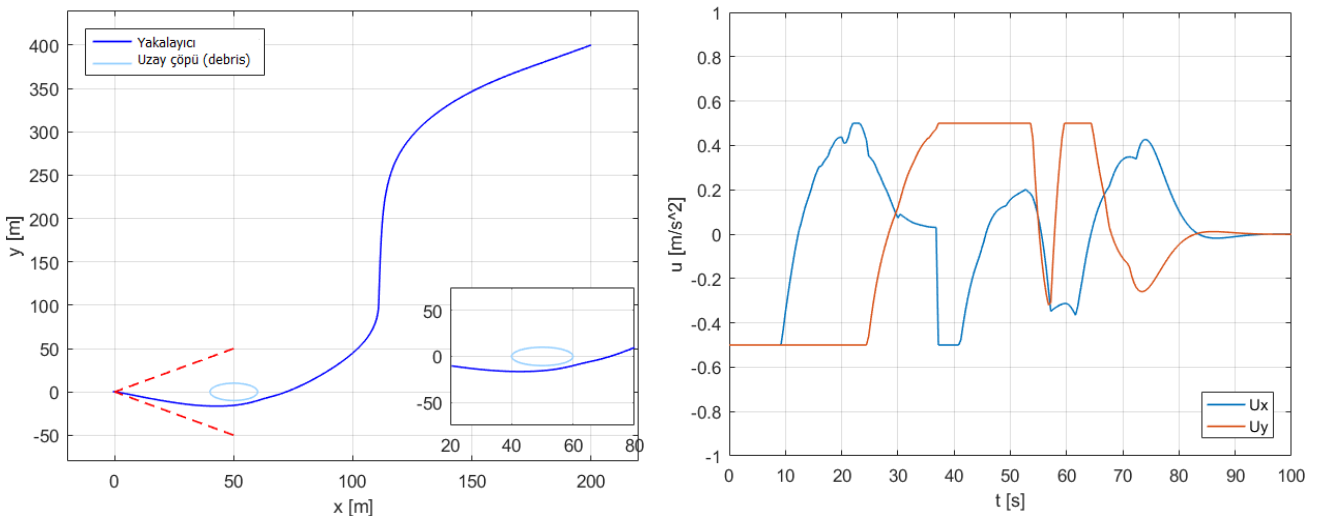
Burada, $\alpha = 1$ matrisler arasındaki ağırlık parametresidir. Terminal masraf olan $\bar{Q}$ matrisi, Ayrık Cebirsel Riccati Denklemi'nin çözülmesiyle bulunmuştur. Örnekleme zaman aralığı $T_s = 4 \text{ sn}$ olarak seçilmiştir. Kontrol girdileri $u \leq 0.5 \text{ m} / s^2$ olarak kısıtlanmıştır. Simülasyonlarda öngörü ufku, girdi ve durumlar için sabit ve $N = 15$ olarak alınmıştır.

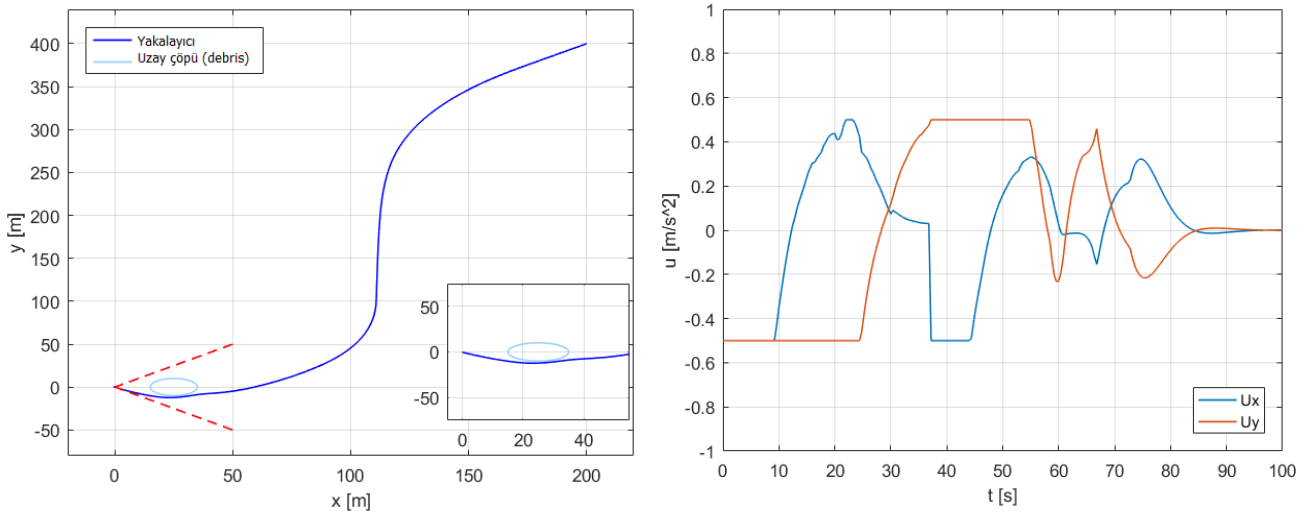
Başlangıç noktası (400,200,0) m olacak şekilde doğrusal olmayan simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Yerel Düşey-Yerel Yatay koordinat sisteminde sabit pozisyonlu bir uzay çöpü simülasyona eklenmiş ve engelden kaçınma manevrası yapılmıştır. Şekil 3, 4 ve 5'te $r_{debris} = 10 \text{ m}$ yarıçaplı bir engelden kaçınma manevrası içeren randevu planı ve kontrol girdilerinin zamana bağlı değişimi farklı engel ve uzay çöpü pozisyonları için verilmiştir.



Şekil 3. Yörünge düzlemindeki bağıl mesafe ve yakalayıcı araca uygulanan kontrol girdileri

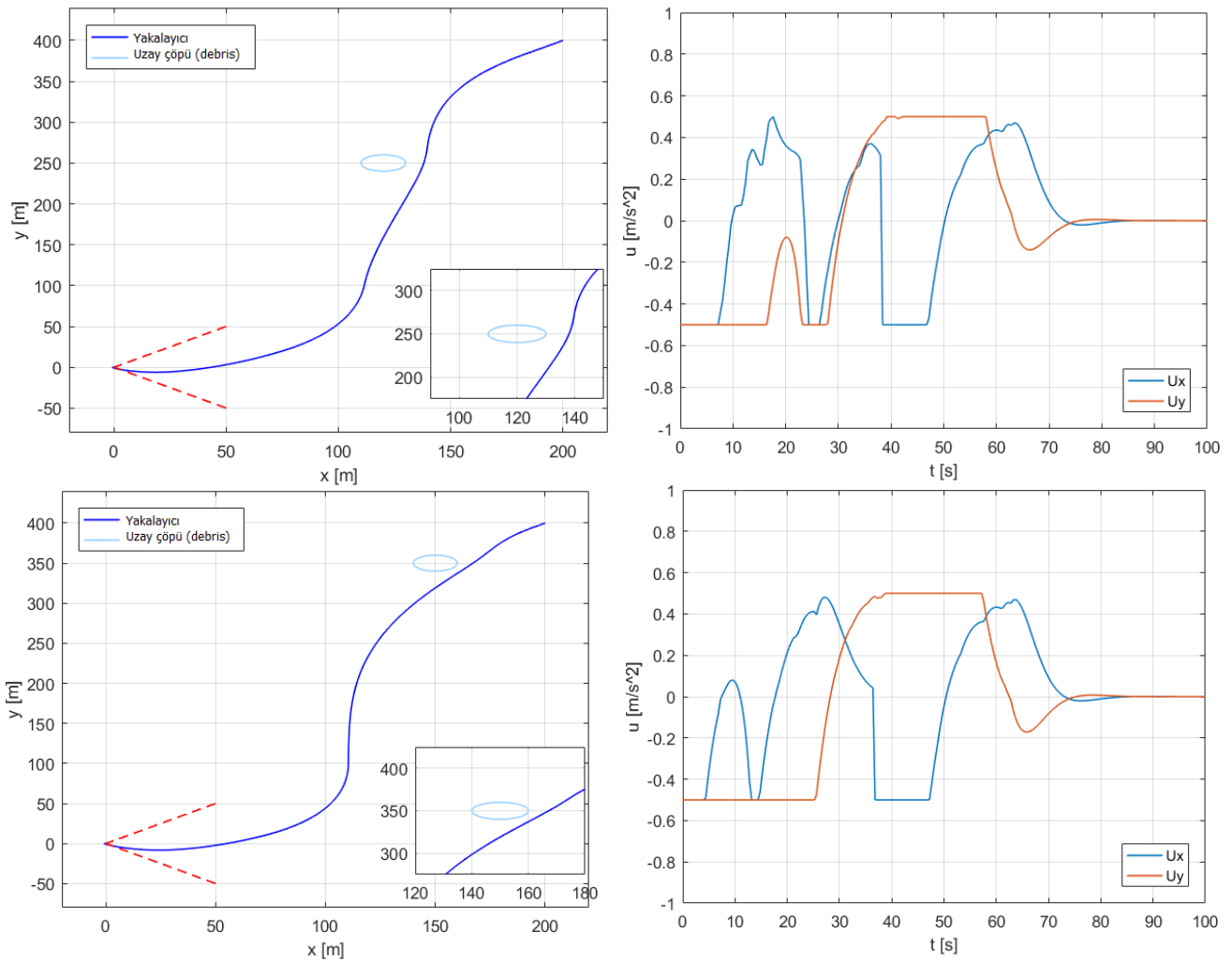
Yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere manevra ne kadar ani olursa olsun yakalayıcı kısıtları ihlal etmeden hedefine gitmekte ve hedeften daha ötesine geçmeden sabit hale gelmektedir.





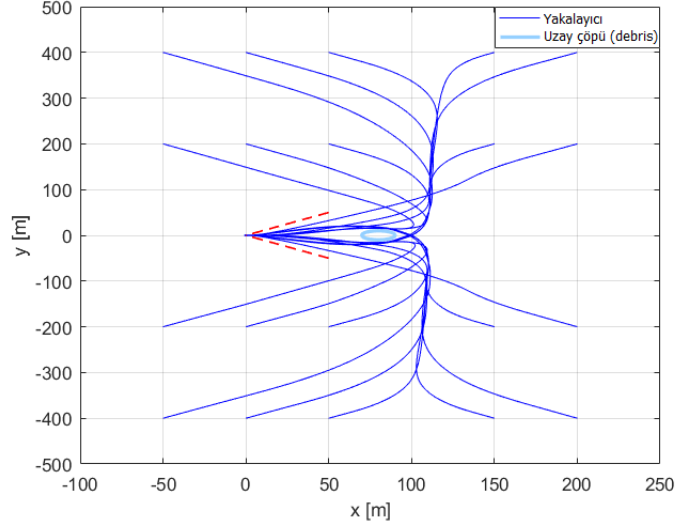
Şekil 4. Hedefe yakın engeller için yörünge düzlemindeki engelden kaçınan randevu planı ve yakalayıcı araca uygulanan kontrol girdileri

Yukarıdaki şekilde görüldüğü üzere engel hedefe 20 metre kadın yakında konumlanmış olsa bile yakalayıcı araç yaklaşma konisi kısıtlarını ihlal etmeden ve hedefe vardıktan sonra hedefin ötesine geçmeden sabit duruma gelmektedir.



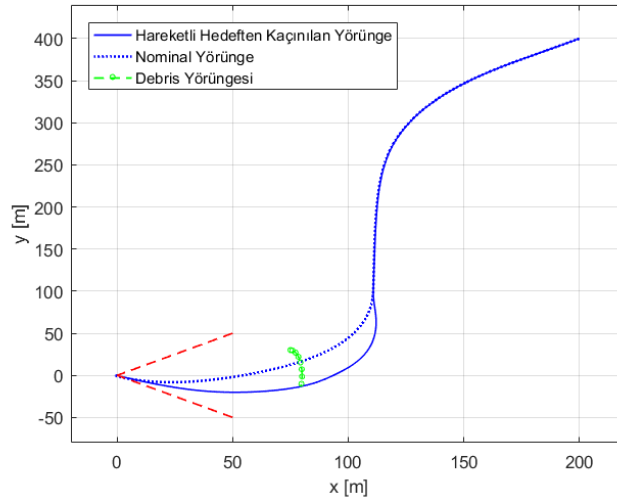
Şekil 5. Başlangıç noktasına yakın engeller için yörünge düzlemindeki engelden kaçınan randevu planı ve yakalayıcı araca uygulanan kontrol girdileri

Engelin başlangıç noktasına yakın olması hedefe varıncaya kadarki kalan sürede yeni bir plan üretilmesi açısından diğer durumlara göre daha avantajlıdır. Beklendiği üzere yakalayıcı kısıtları ihlal etmeden hedefine varmıştır. Engelden kaçınmayı da içeren bütün kısıtlar yukarıda gösterilen her bir durum için başarılmıştır ve herhangi bir aşma ya da kısıt ihlali gözlemlenmemiştir. Yakalayıcı, hedefe belirtilen koni içerisinde yaklaşmıştır. Farklı başlangıç pozisyonlarından sabit bir engelden kaçınarak yapılan randevu planları Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Farklı başlangıç noktaları için engelden kaçınan randevu planı

Yukarıdaki senaryolar hedefe göre bağıl pozisyonu sabit olan bir engel içermektedirken, bu engelin yörüngede hedeften farklı bir hareket izlemesi de olağandır. Bu sebeple, yaklaşımın gerçek zamanlı olmasından faydalanarak, hareketli uzay çöpleri ve engellerden kaçınma manevraları üzerinde durulmuştur. Eliptik bir bağıl yörünge izleyen hareket halindeki bir uzay çöpünden kaçınmayı içerecek bir randevu planı, karşılaştırma amacıyla engelsiz bir randevu planı ile birlikte Şekil 7'de gösterilmiştir. Hareket anlık olarak ele alınıp engelden de aynı şekilde kaçınıldığı için bir önceki senaryoda olduğu gibi uzay çöpünü belirli bir sınır içerisinde değerlendirmek yerine çöpün gerçek boyutları $r_{debris} = 5 \text{ m}$ yarıçaplı bir daire olarak ele alınmıştır. Söz konusu grafikte, engelin hareketi yakalayıcı yaklaşma konisine girdikten sonra gösterilmiştir.



Şekil 7. Hareketli engelden kaçınan yakalayıcı aracın randevu planı ve engelsiz nominal randevu planının karşılaştırılması

SONUÇ

Bu çalışmada, uzay aracı bağıl hareket kontrolünün, hedefe göre sabit pozisyonlu bir engelden kaçınarak yapılması üzerinde durulmuştur. Yakalayıcı aracın, hedef araçla yapmış olduğu randevu problemi Kısıtlı Model Öngörülü Kontrol (KMÖK) yöntemiyle çözülmüştür. Hem girdilerdeki hem de durumlardaki kısıtlar optimizasyon problemine eklenmiştir. Sonuçlar, yakalayıcı aracın belirlenen kısıtlar içerisinde hareket ettiğini ve güvenli bir yörünge izleyerek, çarpışmadan kaçındığını göstermiştir. Eliptik bir harekete sahip engelden kaçınmayı da içeren tamamlanmış bir randevu planı da sonuçlara dahil edilmiştir. Sonuçlarda sabit ve dinamik bağıl pozisyonlara sahip engeller söz konusu olduğunda dahi randevunun kısıtlar ihlal edilmeden gerçekleştiği görülmüştür.

Kaynaklar

- Büyükkoçak, A.T., Altınışik, S., ve Tekinalp O., 2017. *Constrained Model Predictive Control For Spacecraft Rendezvous*, Ankara International Aerospace Conference, Ankara, Türkiye, 20-22 Eylül
- Clohessy, W.H. ve Wiltshire, R.S., 1960. *Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous*, Journal of the Aerospace Sciences, Vol. 27, No. 9, s: 653-658.
- Carter, T.E., 1998. *State Transition Matrices for Terminal; Rendezvous Studies: Brief Survey and New Example*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 21, No. 1, s: 148–155.
- Di Cairano, S., Park, H. ve Kolmanovsky, I., 2012. *Model Predictive Control approach for guidance of spacecraft rendezvous and proximity maneuvering*.
- Fehse, W., 2003. *Introduction to Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft*, Cambridge University Press
- Geller, D., 2007. *Orbital rendezvous: When is autonomy required?*, J. Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 30, No. 4, s: 974–981.
- Hill, G.W., 1878. *Researches in the Lunar Theory*, American Journal of Mathematics, Vol. 1, s: 5-26.
- R'egnier, P., Koeck, C., Sembely, X., Frapard, B., Parkinson, M.C., ve Slade, R., 2005. *Rendezvous GNC and system analyses for the Mars Sample Return mission*, 56th Int. Astronautical Congress, Japonya, 17–21 Ekim.
- Rossiter, J.A., 2013. *Model-Based Predictive Control A Practical Approach*, CRC Press, s: 31-33.
- Wie, B., 1998. *Space Vehicle Dynamics and Control*, AIAA Education Series.