

UZATILMIŞ KÜREMSİ CİSİM (PROLATE SPHEROID) ETRAFINDAKİ AKIM ALANININ DENEYSEL VE SAYISAL ÇÖZÜMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Emre YÜCA¹, Mehmet Şerif KAVSAOĞLU²
Eskişehir Teknik Üniversitesi, Eskişehir

ÖZET

Bu çalışmada, 6:1 oranında uzatılmış küremsi cisim (prolate spheroid) etrafındaki akım alanı üç farklı türbülans modeli kullanılarak, Fluent yazılımı ile çözülmüştür. Kullanılan türbülans modelleri, Spalart-Almaras, $k - \omega$ ve transitional SST modelleridir. Çözüm ağı üretilirken, yüzeyden sonraki ilk nokta ile yüzey arasındaki mesafe, $y_w^+ < 1$ olacak şekilde seçilmiştir. Akımın simetrik olduğu kabul edilmiş ve yaklaşık 1.4 milyon noktadan oluşan bir yarım ağ üretilmiştir. Karşılaştırma için kullanılan deneysel veriler DLR 3mx3m Gottingen Tipi Düşük Hız Rüzgâr Tünelinde (NWG) yapılmış deneylerden alınmıştır. Deneysel çalışmada, serbest akım hızı $U_\infty = 45$ m/s, uzatılmış küremsi cismin asal eksen uzunluğuna göre hesaplanan Reynolds sayısı $Re_L = 6.7 \times 10^6$ olarak rapor edilmiştir. Cismin asal eksen ile serbest akım hızı arasındaki açı 30° dir. Elde edilen sayısal sonuçlar, var olan deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

GİRİŞ

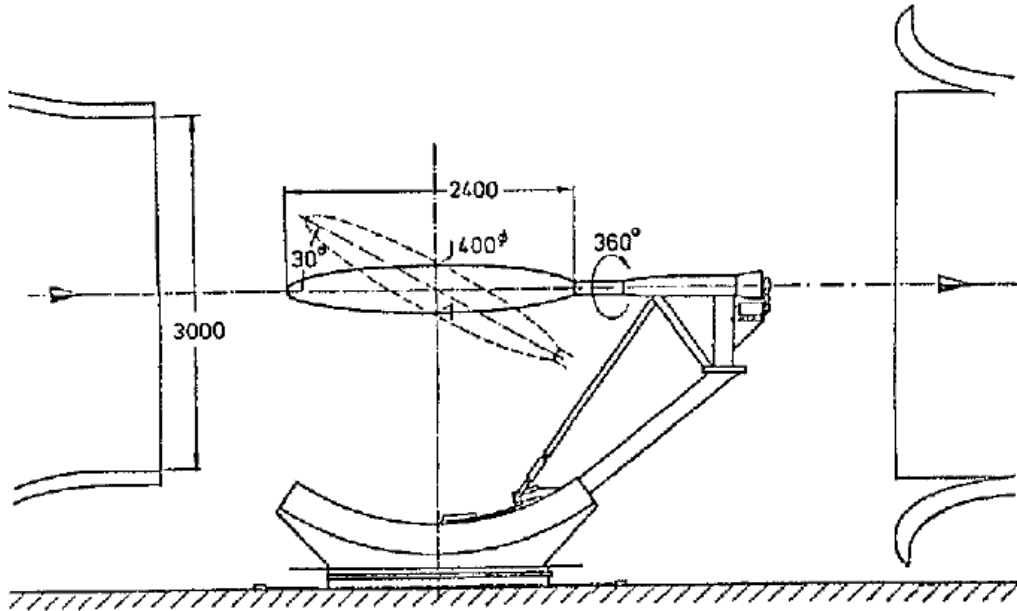
Uzatılmış küremsi cisim etrafındaki akım alanı, sayısal çözüm yöntemlerinin test edilmesi bakımından önemli bir test problemidir. 6:1 uzatılmış küremsi cisim etrafındaki akım alanı, 1980 li yıllarda, DLR 3m x 3m Göttingen tipi Düşük Hızlı Rüzgar Tüneli (NWG) ve ONERA 4.5m x 3.5 m F1 rüzgar tünelinde deneysel olarak incelenmiştir [Meier, Kreplin 1980; Meier, Kreplin, Volmers, 1983; Vollmers, Kreplin, Meier, 1983; Kreplin, 1994]. Bu geometri ile ilgili ayrıntılı deneysel çalışmalar, 1990'lı yıllarda, R.L. Simpson önderliğinde, Virginia Tech' de gerçekleştirilmiştir [Ahn, Simpson 1992; Chesnakas, Simpson 1997; Wetzel, Simpson, Chesnakas 1998; Wetzel, Simpson 1998, Goody, Simpson, Chesnakas 2000]. 6:1 uzatılmış küremsi cisim üzerinde çeşitli sayısal çalışmalar da vardır. Ragab, 3 Boyutlu Sınır Tabaka çözümleri yapmıştır [Ragab, 1994]. Ragab bu çalışmasında, yüzey basınçlarını iki farklı yöntem ile elde ederek sınır tabaka çözümünde girdi olarak kullanmış ve sonuçları karşılaştırmıştır. İlk yöntem, potansiyel akış çözümüne ve ikinci yöntem, deneysel ölçümlere dayanır. Patel ve Baek [Patel, Baek 1985], Cebeci ve Meier [Cebeci, Meier 1987] de üç boyutlu sınır tabaka hesaplamaları yapmışlardır. Costis ve Telionis vorteks kafes (vertex lattice) metodu ile yaklaşık sınır tabaka metodunu birlikte çözen bir yaklaşımla bu geometri etrafındaki akımı çözmüşlerdir [Costis, Telionis 1988]. Wu ve Shen, aniden harekete geçen bir uzatılmış küremsi cisim etrafındaki laminar sınır tabaka akımını çözmüşlerdir [Wu, Shen 1991]. Bu geometri etrafındaki akımın Navier Stokes çözümleri de yapılmıştır [Vatsa, Thomas, Wedan 1994; Wong, Kandil, Liu 1989; Piquet, Queutey 1994; Yuan, 2002; Kim, Rhee ve Cokljat 2003]. Bentaleb ve

¹ Araştırma Görevlisi, Uçak Gövde Motor Bakım Böl., E-posta: emreyuca@anadolu.edu.tr

² Prof. Dr., Uçak Gövde Motor Bakım Böl., E-posta: mskavsaoglu@anadolu.edu.tr

arkadaşları, upwind sonlu hacim şeması ve düşük Mach önkoşullandırıcısı kullanarak yapısız ağlarda Euler Denklemlerini çözmüştür [Bentaleb, Schall, Koobus, Dumas 2004]. Bunların dışında da Reynolds Ortalamalı Navier Stokes (RANS), Büyük Girdap Simülasyonu (Large Eddy Simulation, LES) ve Ayrık Girdap Simülasyonu (Detached Eddy Simulation, DES) yöntemlerini içeren çalışmalar vardır [Hedin, Berglund, Alin, Fureby 2001; Constantinescu ve ark. 2002; Xhiao ve ark. 2007; Karlsson, Fureby 2009]. 6:1 eksen oranı en çok çalışılan eksen oranıdır. Bu eksen oranının dışında da 4:1, 3:1 gibi eksen oranları için de deneysel ve sayısal çalışmalar vardır [Costis, Telionis 1988; Radwan 1988; Su, Tao, Ksu 1993; Clarke, Brander, Walker 2007].

Bu çalışmada ise, deneysel verileri DLR 3m × 3m Göttingen tipi Düşük Hızlı Rüzgâr Tüneli (NWG) de edilmiş olan [Kreplin 1994] bir test probleminin sayısal çözümleri yapılmıştır. Modelin deney odası içindeki konumu Şekil 1' de sunulmaktadır. Model 2400 mm uzunluğunda ve 400 mm çapındadır. Hücum açısı 30° dir. Serbest akım hızı 45 m/s dir. Çözümler ANSYS Fluent yazılımı ile elde edilmiştir. Laminer alt tabakayı da çözecek şekilde, yapısız çözüm ağı kullanılmış ve üç farklı türbülans modelinin uygunluğu test edilmiştir. Bu modeller Spalart-Almaras [Spalart, Almaras 1992], $k - \omega$ [Menter, 1994] ve transitional shear stress transport (SST) [Langtry, Menter 2009; Menter, Langtry, Volker 2006]. Spalart-Almaras bir denklemlilik, $k - \omega$, iki denklemlilik ve transitional SST ise dört denklemlilik türbülans modelleridir [NASA Langley Research Center Turbulence Modeling Resource internet sayfası].



Şekil 1: DLR 3mx3m Göttingen Tipi Düşük Hız Rüzgâr Tüneli (NWG) içerisinde bulunan Uzatılmış Küremsi Cisim modeli [Kreplin 1994].

ÇÖZÜM AĞI ÜRETİMİ

Çözüm ağı oluşturulurken, laminer alt tabakanın da temsil edilmesini sağlamak amacı ile yüzeyde $y_w^+ \leq 1$ olmasına özen gösterilmiştir. y_w^+ ;

$$y_w^+ = \frac{y_w \times u_*}{\nu}$$

şeklinde tanımlanır. Burada, y_w , yüzey ile yüzeyden sonraki ilk nokta arasındaki mesafedir. u_* , sürtünme hızı (friction velocity), ν ise kinematik viskozitedir. Başlangıçta, seçilen, y_w^+ değerine karşılık gelen yükseklik değeri, düz levha yaklaşımı ile hesaplanmıştır. Uzatılmış küremsi cisim etrafındaki akım alanının çözümünden sonra, yüzey üzerindeki y_w^+ dağılımı elde edilip $y_w^+ \leq 1$

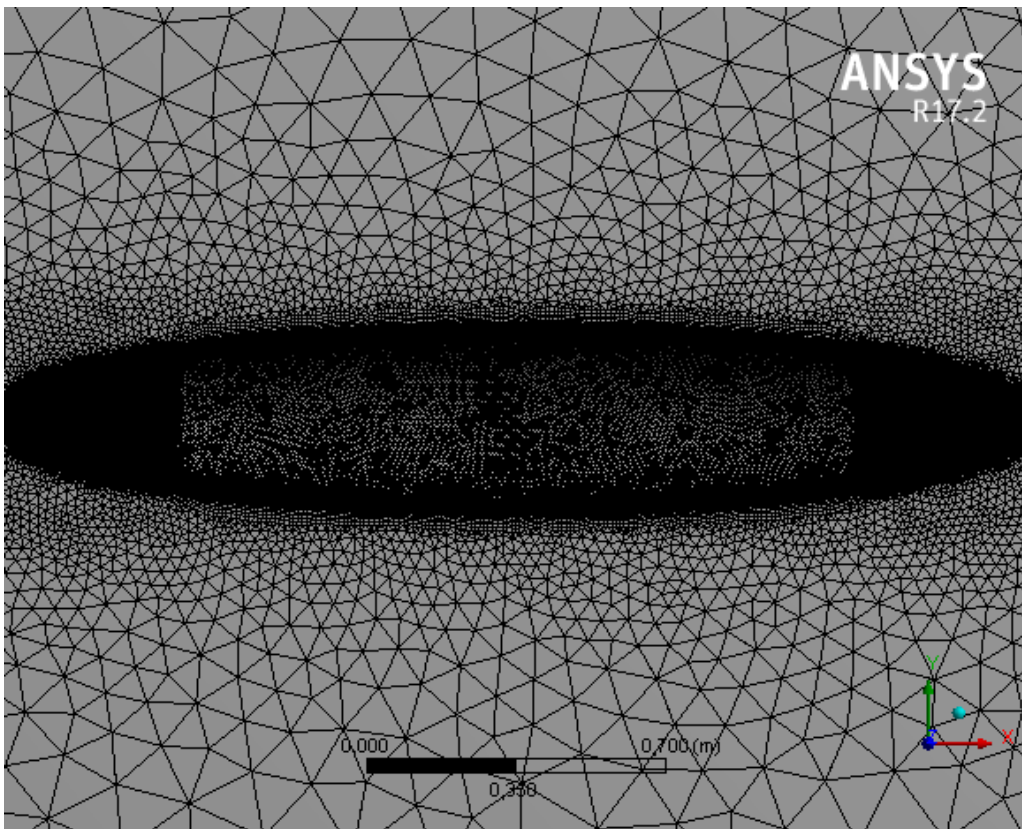
şartının sağlanıp sağlanmadığı kontrol edilecektir. Düz levha üzerindeki türbülanslı akım için yüzey sürtünme katsayısı Schoenherr denklemi ile elde edilebilir [Schetz, 2011]:

$$\frac{1}{\sqrt{C_f}} = 4.15 \log(Re_x \times C_f) + 1.7$$

c_f elde edildikten sonra,

$$\frac{u_*}{u_\infty} = \sqrt{\frac{C_f}{2}}$$

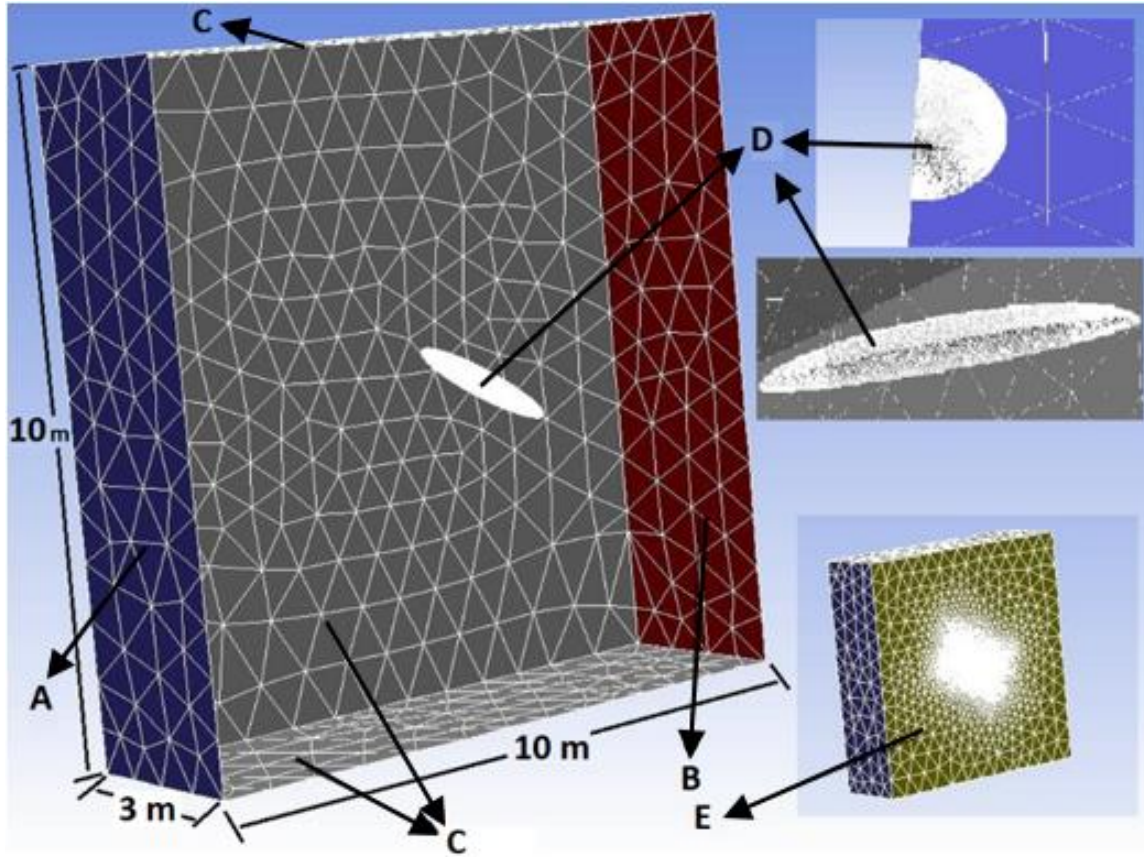
denklemden u_* bulunur. Neticede, $y_w^+ = 0.5$ seçilerek, $y_w = 4 \times 10^{-6} m$ bulunmuştur. Simetri kabulü yapılarak, yapısız, yarım ağ üretilmiştir. Çözüm ağı; $-5m \leq x \leq 5m$, $-5m \leq y \leq 5m$, $-3m \leq z/2 \leq 0m$ aralığını kapsamaktadır. Fluent yazılımındaki, orta ağ büyüklüğü (medium mesh size) seçimi ile üretilmiştir. Toplam ağ noktası sayısı 1,393,247 dir. Çözüm ağı Şekil 2 de görülmektedir.



Şekil 2: Çözüm ağı.

SINIR ŞARTLARI ve ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Sınır şartları Şekil 3 de sunulmaktadır. Bu şekilde, farklı sınır şartlarını tanımlamak için harflendirme yapılmıştır. A: Giriş sınırı. Bu yüzeyde serbest akım şartları tanımlanmıştır. B: Çıkış sınırı. Bu yüzeyde basınç ölçeği "0 Pascal" olarak alınmıştır. C: Kontrol hacminin üst, alt ve arka yüzeyleridir. Bu yüzeylerde "sürtünmesiz duvar" şartı uygulanmıştır. D: Cisim yüzeyinde "kaymasız duvar şartı (no-slip condition)" uygulanmıştır. E: Simetri düzleminde ise "simetri yüzeyi" şartı uygulanmıştır. Uygulanan türbülans modeline göre seçilen çözüm yöntemleri ise Tablo 1 de özetlenmiştir.



Şekil 3. Sınır Şartları

Tablo 1. Çözüm yöntemleri

Solution Methods	
Pressure-Velocity Coupling	Scheme
	SIMPLE
Spatial Discretization	
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind
Modified Turbulent Viscosity	First Order Upwind

Spalart-Allmaras

Solution Methods	
Pressure-Velocity Coupling	Scheme
	SIMPLE
Spatial Discretization	
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	First Order Upwind
Specific Dissipation Rate	First Order Upwind

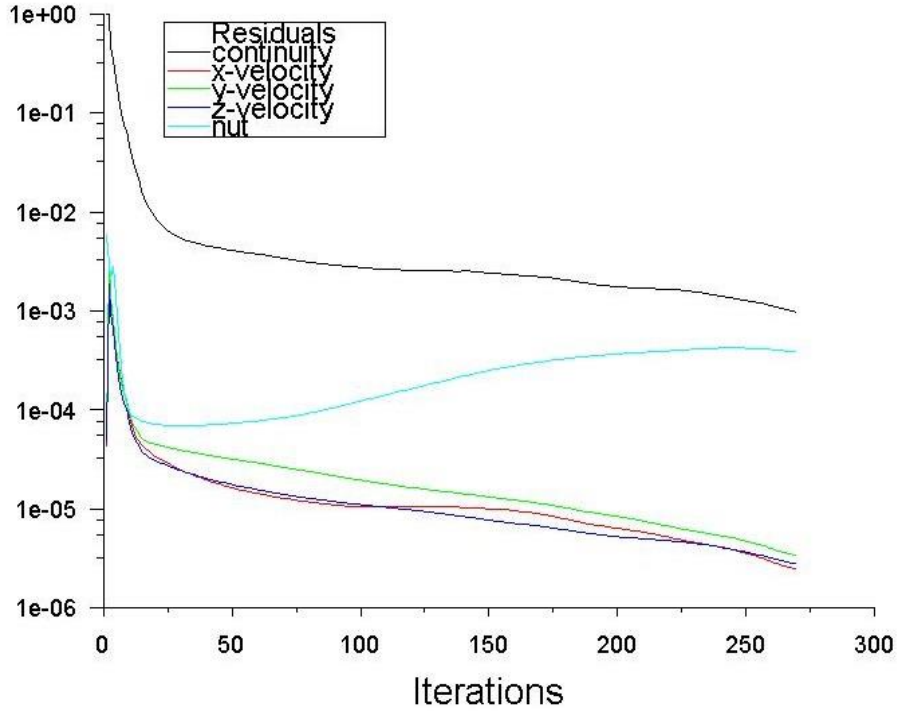
k omega

Solution Methods	
Pressure-Velocity Coupling	Scheme
	SIMPLE
Spatial Discretization	
Gradient	Least Squares Cell Based
Pressure	Second Order
Momentum	Second Order Upwind
Turbulent Kinetic Energy	First Order Upwind
Specific Dissipation Rate	First Order Upwind
Intermittency	First Order Upwind
Momentum Thickness Re	First Order Upwind

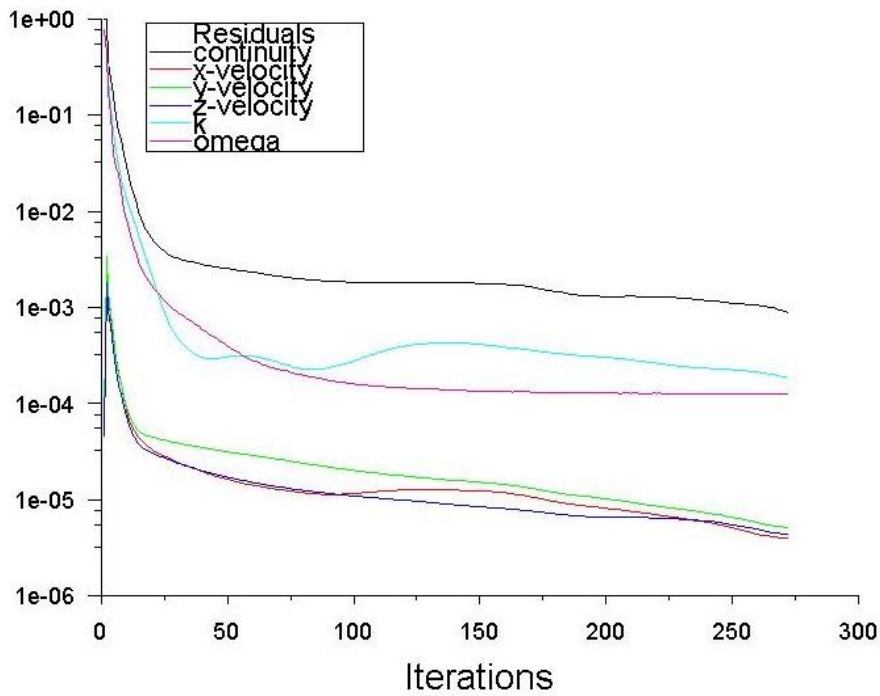
Transition SST

SONUÇLAR

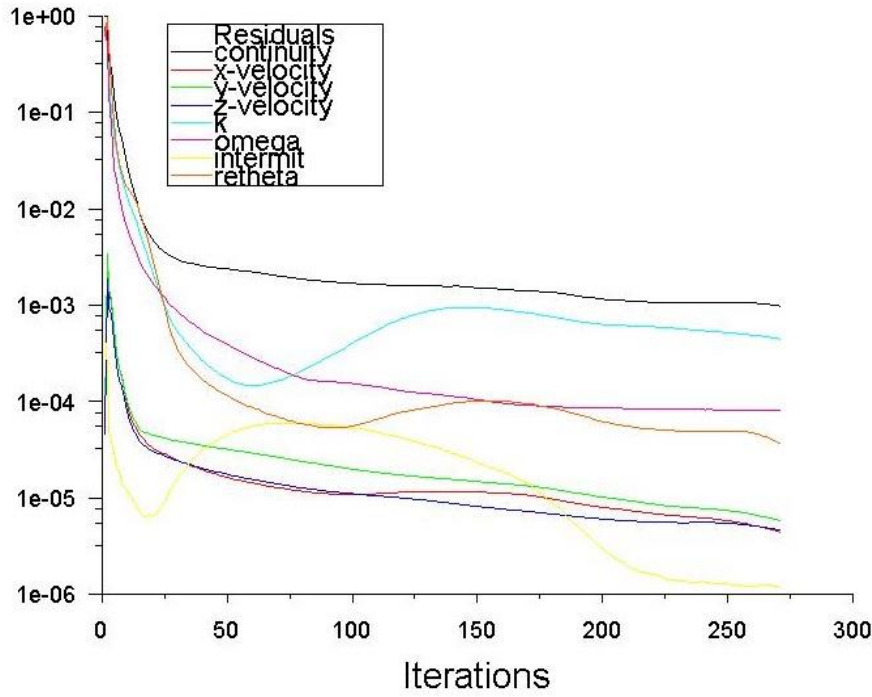
Yapılan çözümlere ait yakınsama eğrileri Şekil 4, 5 ve 6 da sunulmuştur. Her üç model için de yaklaşık 250 iterasyon civarında, 3 mertebe yakınsama elde edilmiştir. Şekil 7 de ise $k - \omega$ çözümü sonrasında elde edilen, y_w^+ dağılımı görülmektedir. Bu şekilden, laminar alt tabakanın çözüme dahil olması açısından, yüzey üzerinde $y_w^+ \leq 1$ şartının sağlandığı görülmektedir.



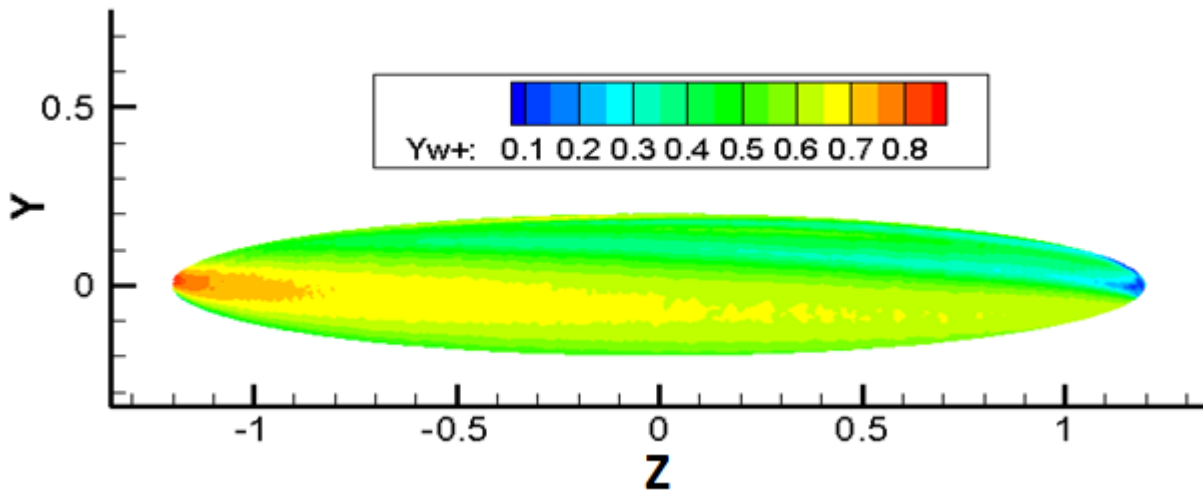
Şekil 4: Spalart-Almaras yakınsama eğrileri



Şekil 5: $k - \omega$ yakınsama eğrileri



Şekil 6: Transitional SST yakınsama eğrileri

Şekil 7: $k - \omega$ çözümü sonrasında elde edilen y_w^+ dağılımı.

Çözümler, özellikleri Tablo 2’ de verilen bir bilgisayarda elde edilmiştir. Her bir türbülans modeli için tek bloklu seri ve 8 bloklu paralel çözüm elde edilmiştir. Paralel çözüm için 8 blok seçilmesinin nedeni, Intel Core i7 6700K işlemcinin 4 çekirdekli, 8 mantıksal işlemcili olmasıdır. 3. mertebe yakınsama sonucunda çözüm durdurulmuştur. Bu nedenle çözümlerin gerektirdiği iterasyon sayısında az bir farklılık gözlenmiştir. Çözümlerin bilgisayar hafızası ve zamanı cinsinden maliyetinin karşılaştırılması Tablo 3’de sunulmuştur.

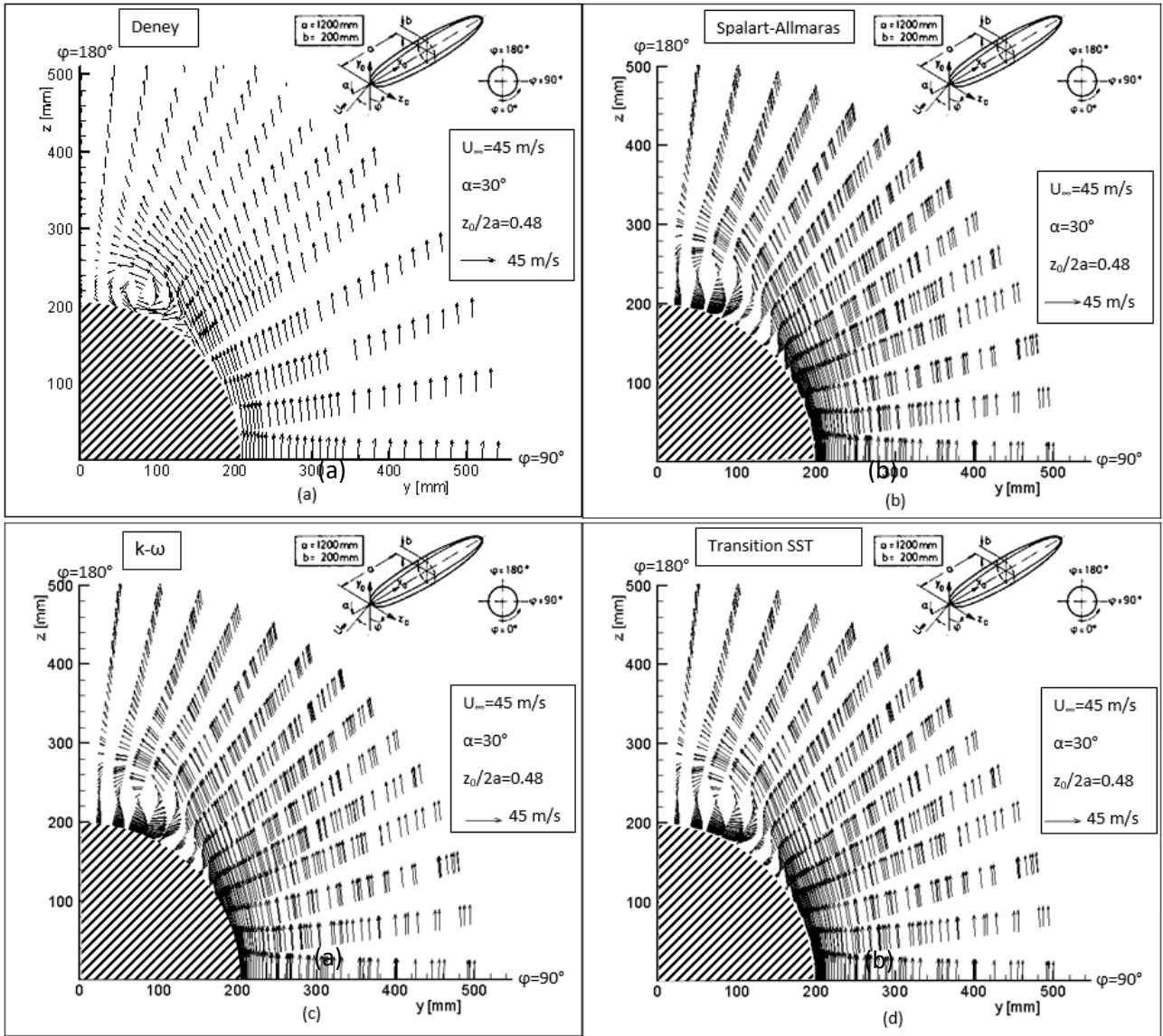
Tablo 2. Çözümlerin yapıldığı bilgisayar özellikleri.

İşletim Sistemi	Windows 10 Pro
İşlemci	Intel® Core™ i7-6700K CPU @ 4.00 GHz 4.00 GHz
Yüklü Bellek (RAM)	32 GB
Sistem Türü	64 bit İşletim Sistemi, x64 tabanlı işlemci
Çekirdek Sayısı	4
Mantıksal İşlemci Sayısı	8

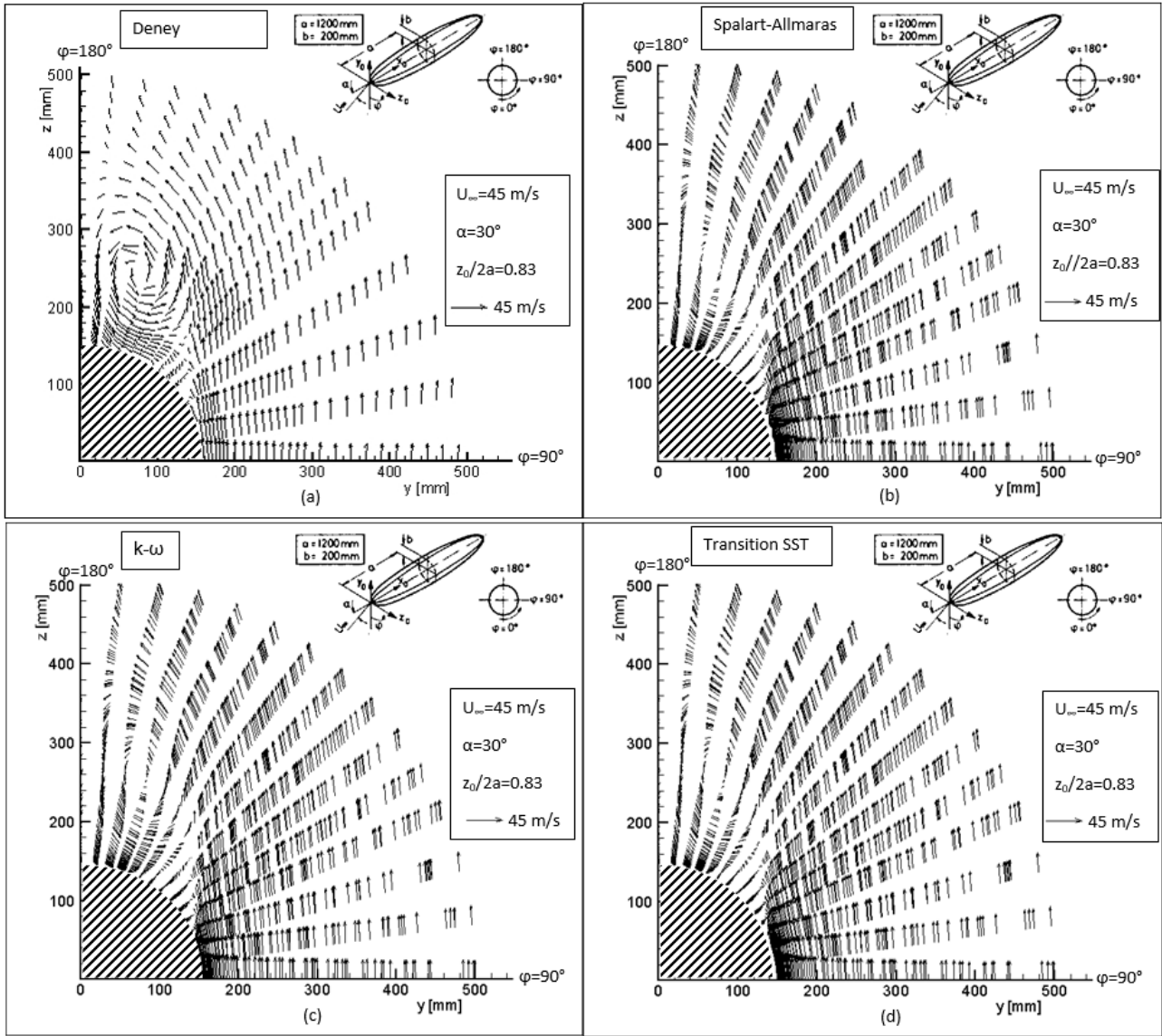
Tablo 3. Çözümlerin kullandığı bilgisayar hafızası ve CPU zamanı.

Türbülans Modeli	Spalart-Almaras		$k - \omega$		Transition SST	
	Seri	8 Blok	Seri	8 Blok	Seri	8 Blok
Top. Hafıza (current, GB)	3.56	4.65	3.58	4.56	3.64	4.72
Top. Hafıza (peak, GB)	3.89	5.12	3.90	5.14	3.96	5.20
Top. Zaman (s)	4712	1213	5480	1320	8058	1942
Akım Modeli zamanı (s)	3996	1010	4084	967	4312	1043
Turb. Model zamanı (s)	710	198	1390	349	3740	894
İterasyon Sayısı	271	268	266	263	275	270

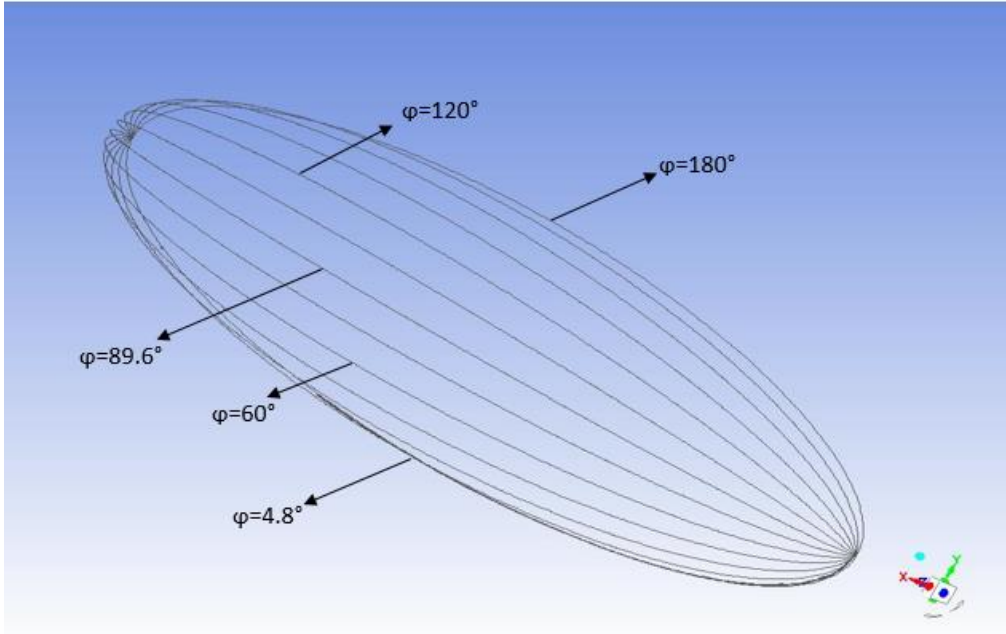
Şekil 8 ve 9 da Uzatılmış Küremsi Cismin asal eksenini boyunca iki farklı istasyonda, asal eksene dik düzlemde, deneysel ve sayısal olarak elde edilmiş hız vektörleri karşılaştırılmıştır. Seçilen istasyonlar, $z_0/2a = 0.48$ ve $z_0/2a = 0.83$ istasyonlarıdır. Burada z_0 , hücum kenarından (burundan) itibaren asal eksen boyunca mesafeyi, $2a$ ise hücum kenarı ile firar kenarı arasındaki mesafeyi, yani uzatılmış küremsi cismin uzunluğunu, temsil etmektedir. Her üç türbülans modeli ile yapılan çözümlerin deneysel sonuçlar ile makul bir uyum sağladığı söylenebilir.



Şekil 8: $z_0/2a = 0.48$ düzleminde deneysel ve sayısal olarak elde edilen hız vektörleri.

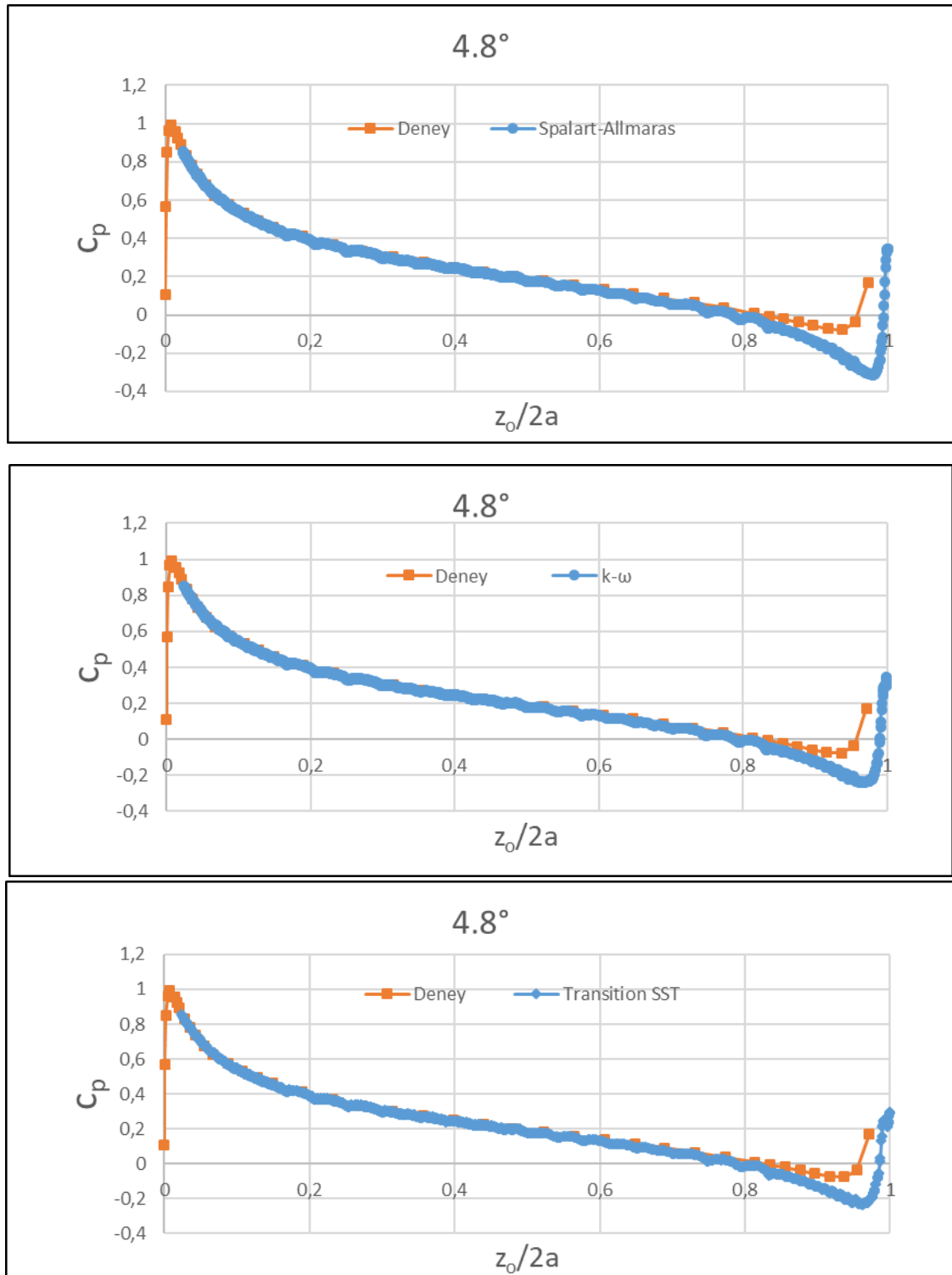


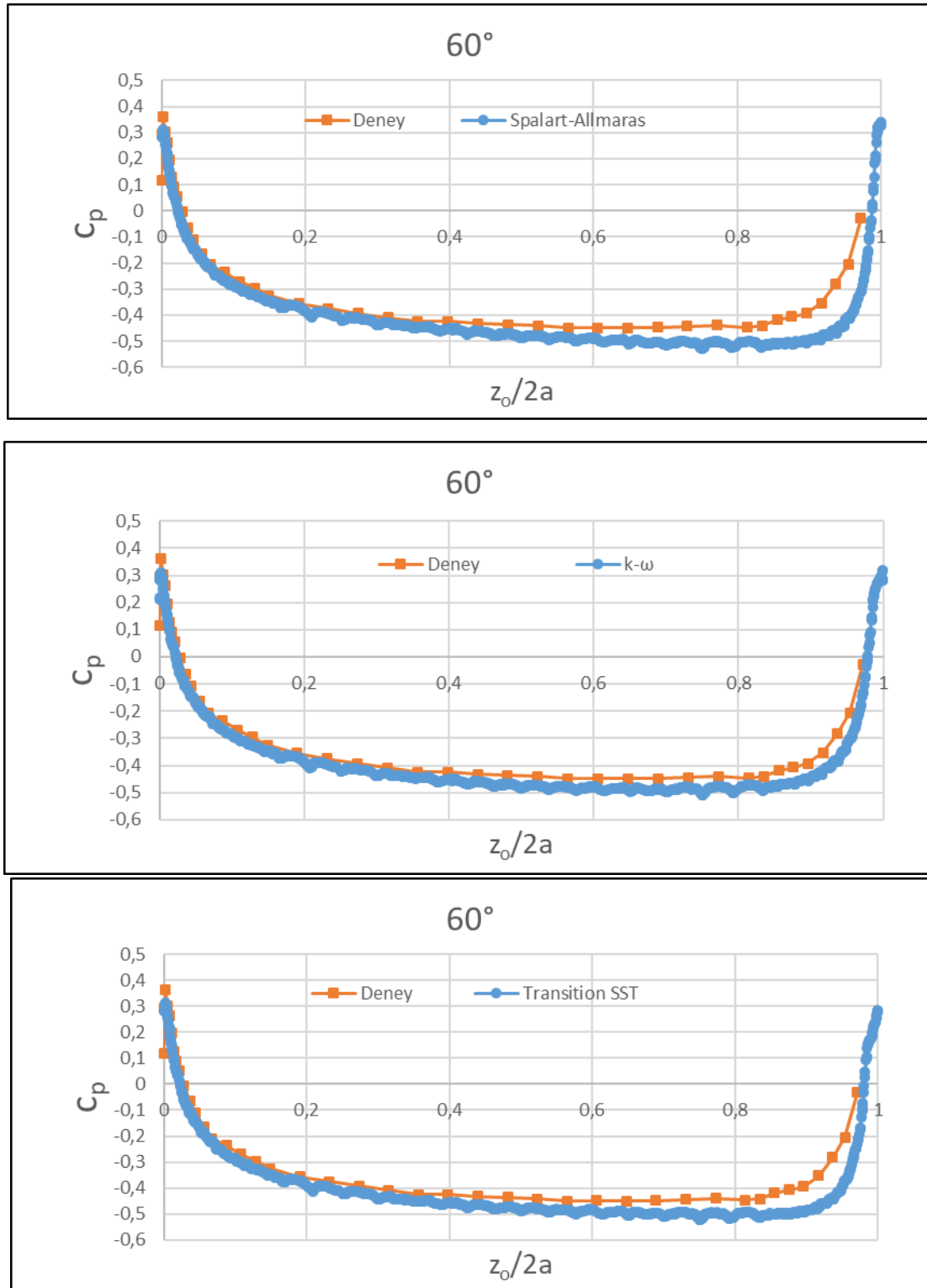
Şekil 9: $z_0/2a = 0.83$ düzleminde deneysel ve sayısal olarak elde edilen hız vektörleri.

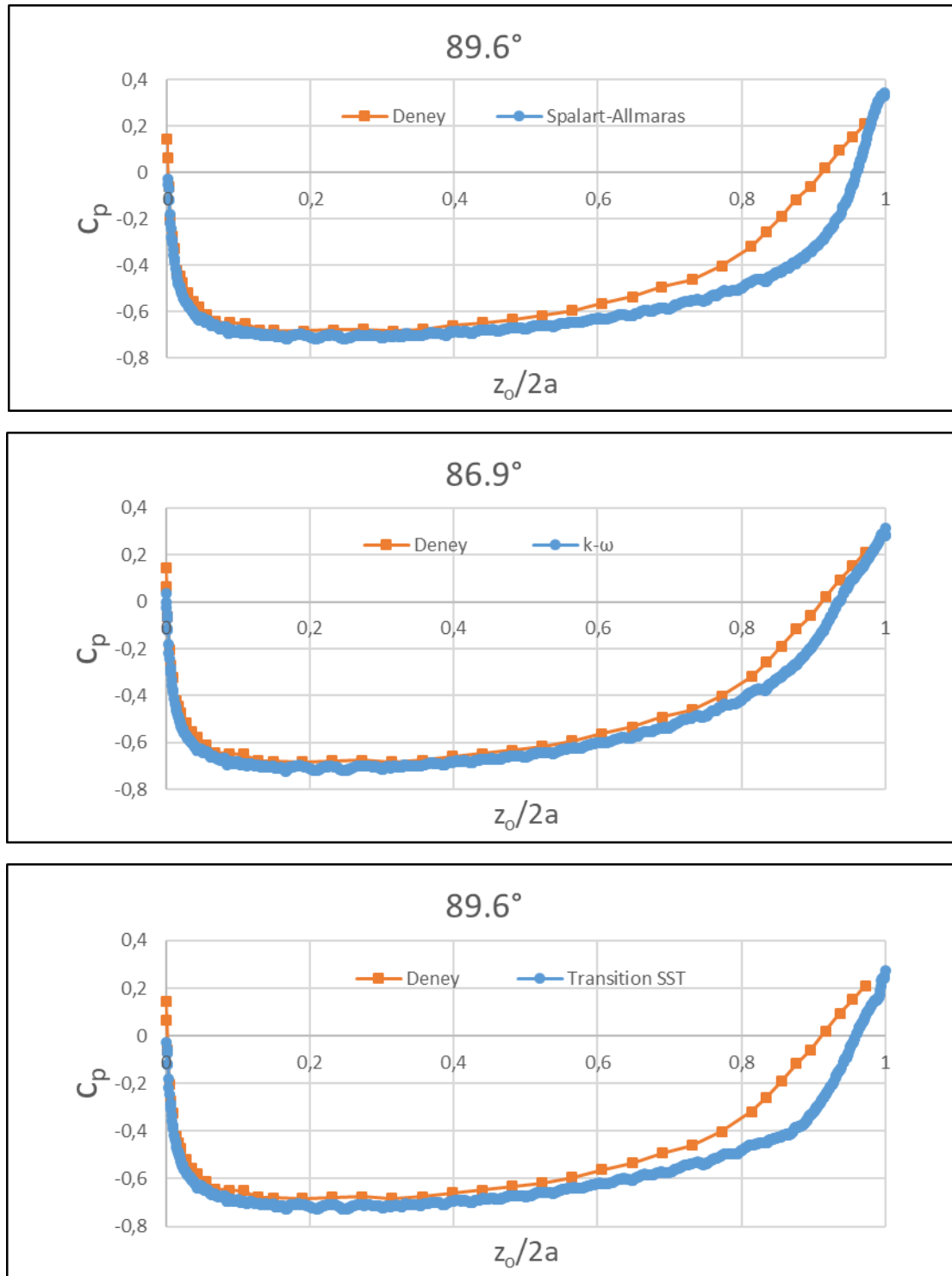


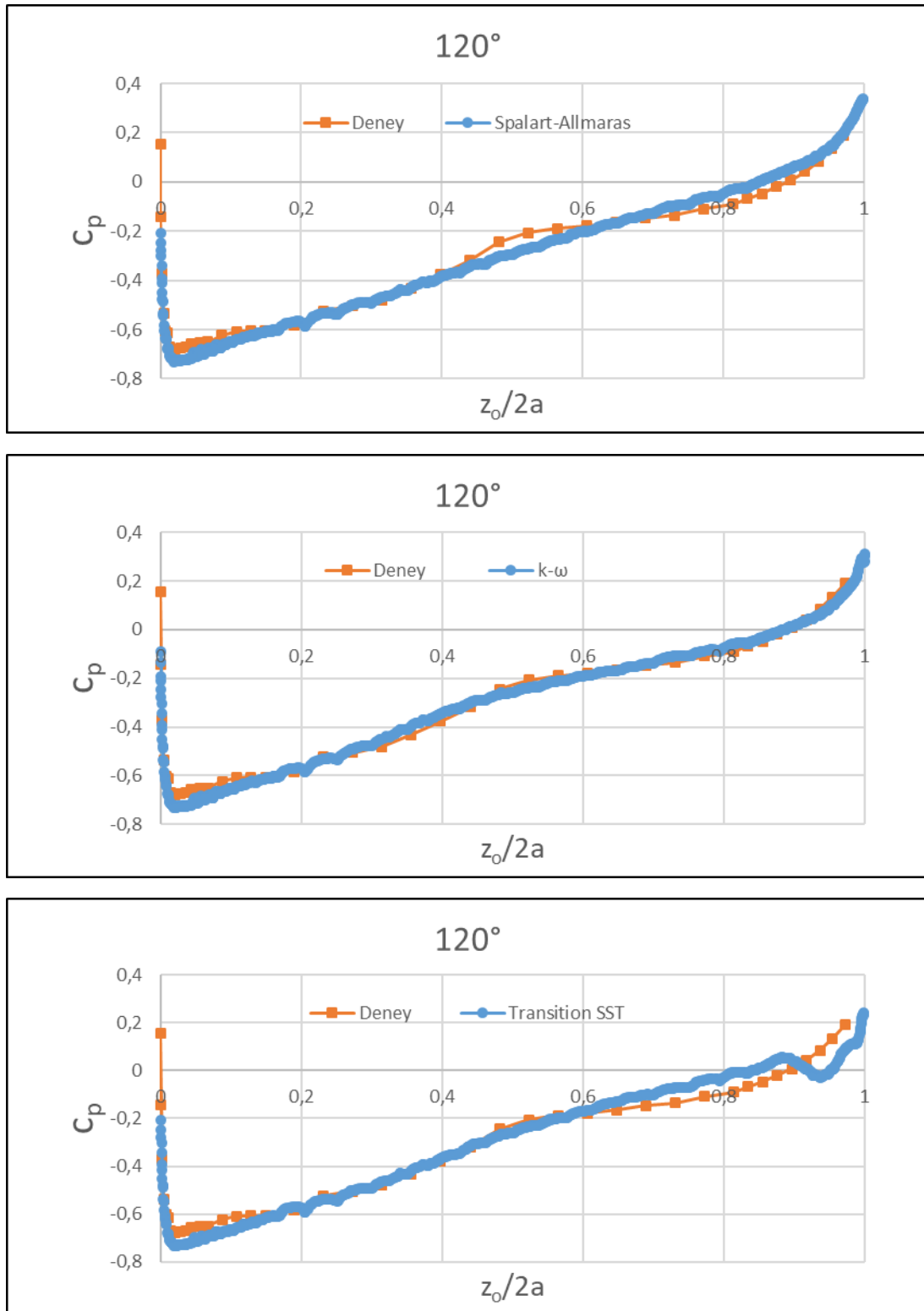
Şekil 10: Yüzey basınçlarının karşılaştırıldığı, φ =sabit istasyonları.

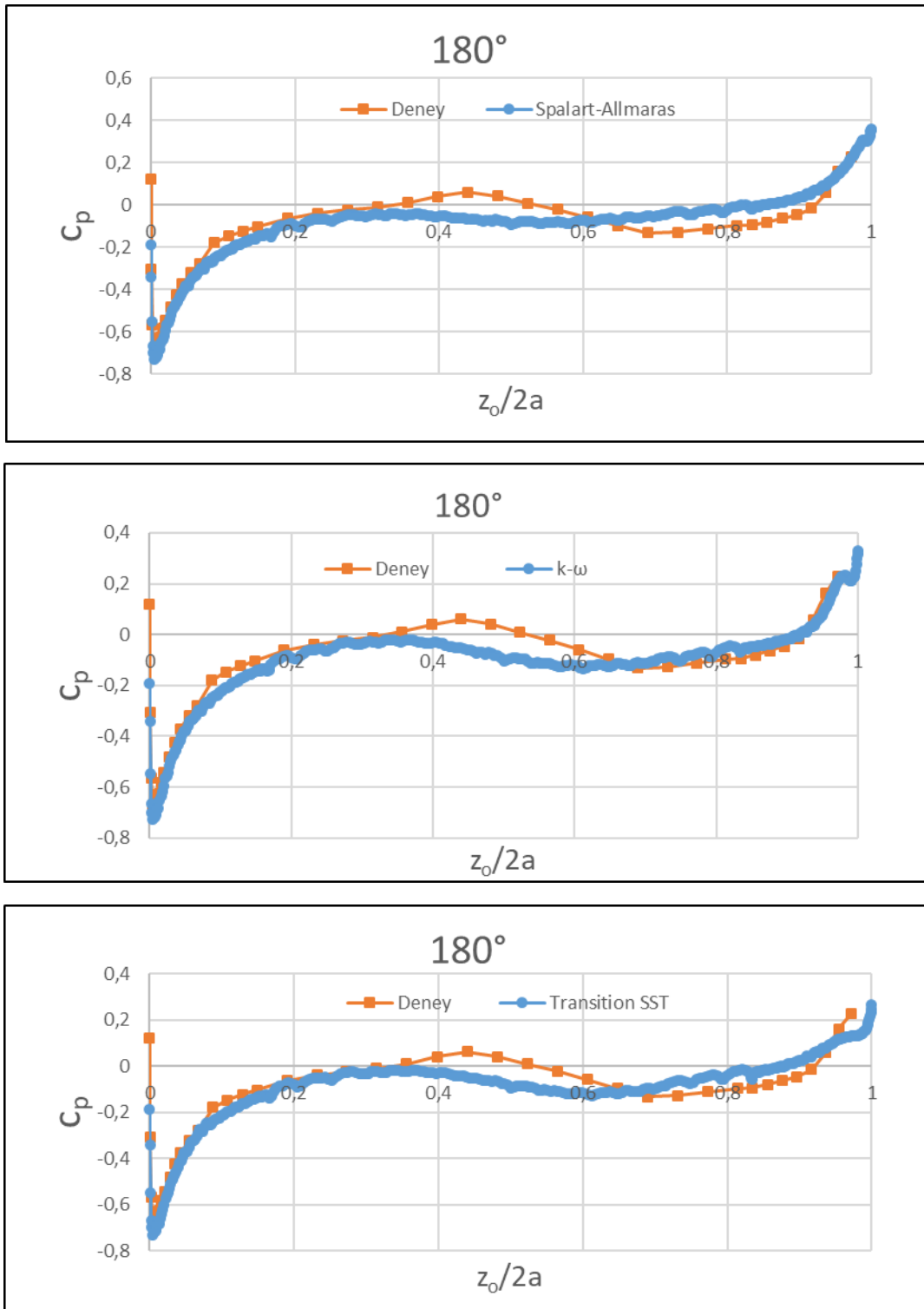
Şekil 10'da deneysel ve sayısal olarak elde edilen yüzey basınçlarının karşılaştırılması için seçilen φ =sabit istasyonları görülmektedir. Şekil 11-15 de $\varphi = 4.8^\circ, 60^\circ, 89.6^\circ, 120^\circ$ ve 180° için üç farklı türbülans modeli ile elde edilen yüzey basınçları deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. 4.8° için sayısal çözüm sonucu elde edilen yüzey basınçları genelde deney sonuçları ile uyumludur. Farklılıklar her üç model için de firar kenarı civarındadır. Spalart-Almaras modelinin bu bölgede diğerlerinden biraz daha fazla farklılık gösterdiği söylenebilir. $\varphi = 60^\circ$ için de benzer bir durum söz konusudur. Bu açı için en iyi uyum $k - \omega$ modeli ile elde edilmiştir. $\varphi = 89.6^\circ$ Spalart-Almaras ve Transition SST modelleri ile elde edilen sonuçlar, $\frac{z_0}{2a} \geq 0.6$ için deneysel sonuçtan farklılaşmaya başlamıştır. En iyi uyum $k - \omega$ modeli ile elde edilmiştir. Bu model de $\frac{z_0}{2a} \geq 0.8$ den itibaren, diğer modellere göre daha az da olsa, deneysel sonuçtan farklılaşan çözüm üretmiştir. $\varphi = 120^\circ$ için her üç model de deney ile makul bir uyum göstermiştir. En iyi uyum $k - \omega$ modeli ile, en büyük farklılık transition SST modeli ile elde edilen çözümlerde görülmüştür. $\varphi = 180^\circ$ için elde edilen sonuçlarda ise her üç model de $\frac{z_0}{2a} = 0.5$ civarında benzer şekilde deneysel sonuçtan farklılaşan sonuçlar üretmiştir. Ancak, genelde her üç model ile elde edilen sonuçların, deneysel sonuçlarla makul bir uyum içinde olduğu, en başarılı modelin ise $k - \omega$ modeli olduğu söylenebilir.

Şekil 11: $\varphi = 4.8^\circ$ için yüzey basınçları.

Şekil 12: $\phi = 60^\circ$ için yüzey basınçları.

Şekil 13: $\phi = 89.6^\circ$ için yüzey basınçları.

Şekil 14: $\phi = 120^\circ$ için yüzey basınçları.

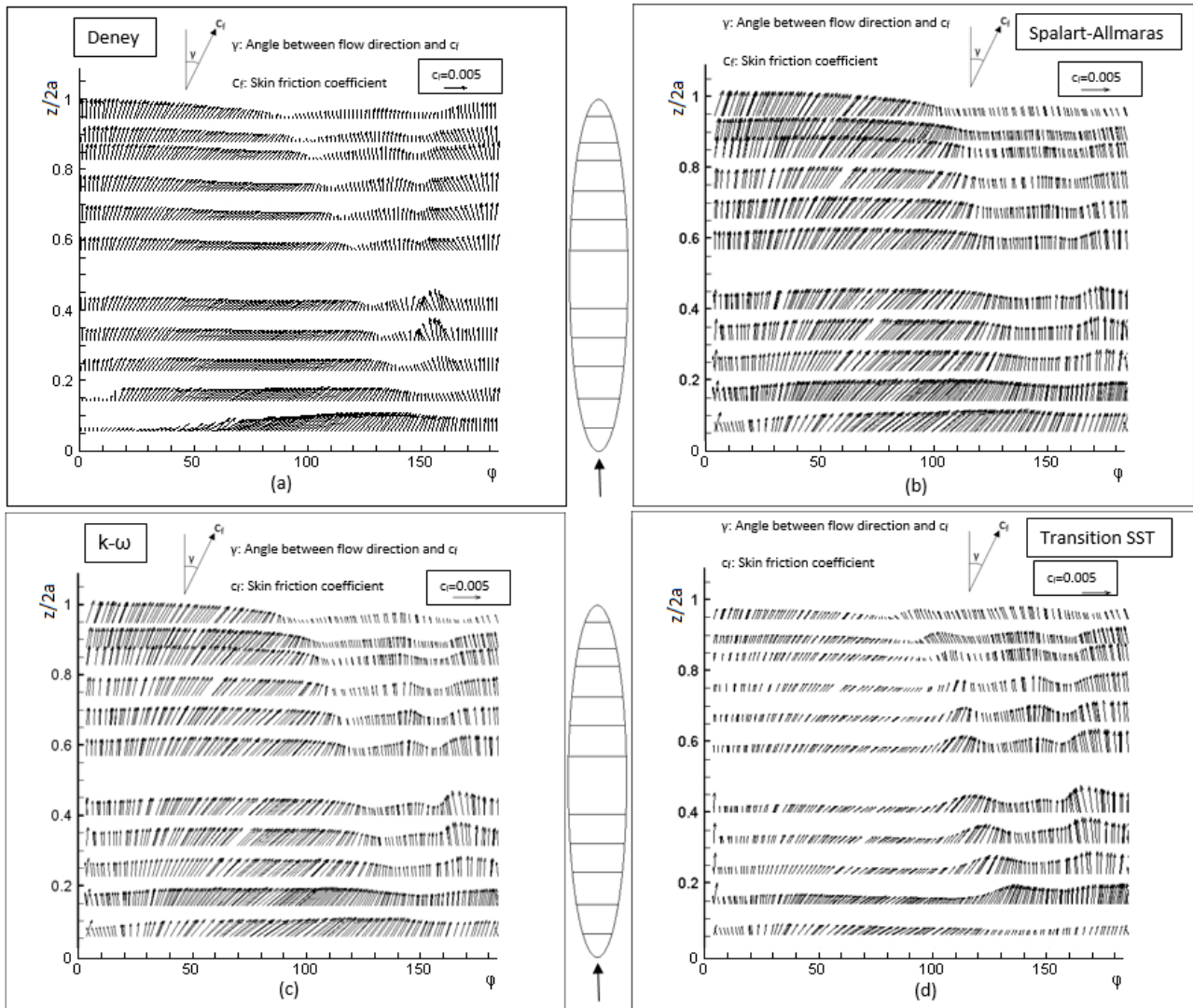
Şekil 15: $\phi = 180^\circ$ için yüzey basınçları.

Şekil 16'da Uzatılmış Küresel Cismin üzerindeki yüzey sürtünme katsayısı (c_f) dağılımı için elde edilen sayısal sonuçlar, deneysel sonuç ile karşılaştırılmıştır. Sayısal çözüm sonucunda yüzey sürtünme katsayısı elde edilirken aşağıdaki denklemlerden yararlanılmıştır.

$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w \cong \mu \frac{u_2 - u_1}{y_2 - y_1}$$

$$\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2}} = \sqrt{\frac{C_f}{2}}$$

Yüzeydeki akım çizgilerinin yön bakımından deneysel sonuç ile uyumlu olduğu söylenebilir.



Şekil 16: Sabit $z_0/2L$ değerlerinde deneysel (a) ve sayısal (b, c ve d) olarak elde edilen c_f değerleri - k- ω türbülans modeli

SONUÇ

Bu çalışmada, alçak ses altı akım içinde 30° hücum açısı ile bulunan, asal ekseninin küçük eksenine oranı 6:1 olan bir uzatılmış küremsi cisim için sayısal çözümler elde edilmiştir. Akımın simetrik olduğu kabulü ile yarım çözüm ağı üretilmiştir. Bu yapısız çözüm ağı, laminar alt tabakanın da çözüme dâhil olmasını sağlamak üzere, yüzeyde, $y_w^+ \leq 1$ olacak şekilde yaklaşık 1.4 milyon noktadan oluşmaktadır. Çözümler Fluent yazılımı ile ve üç farklı türbülans modeli kullanılarak üretilmiştir. Kullanılan türbülans modelleri, bir denklemlilik bir model olan Spalart-Allmaras, iki denklemlilik bir model olan $k - \omega$ ve dört denklemlilik bir model olan transitional SST modelleridir. Çözümler 4 çekirdekli, 8 mantıksal işlemcili bir bilgisayarda elde edilmiştir. Her model için tek bloklu seri ve 8 bloklu paralel çözümler yapılarak çözümün maliyetindeki değişim izlenmiştir. Çözümler 3 mertebe yakınsama elde edildikten sonra durdurulmuştur. Her üç türbülans modeli ile de, yaklaşık 270 iterasyon ile yeterli yakınsama elde edilmiştir. Sonuçlar iyi bilinen deneysel sonuçlarla mukayese edilmiştir. Asal eksene dik, iki farklı düzlemde, her üç türbülans modeli ile elde edilen, hız vektörleri deneysel sonuçlarla makul bir uyum içinde olmuştur. Her üç türbülans modeli ile de yüzey basınç dağılımı kabul edilebilir bir uyum ile elde edilmiştir. Yüzey basınç dağılımının hesabında en başarılı sonuçlar, $k - \omega$ modeli ile elde edilmiştir. Yüzey akım çizgilerinin yönelimi de deney sonuçları ile uyumludur.

Kaynaklar

ANSYS Fluent Tutorial Guide, 2013. Release 15.0.

Ahn, S. ve Simpson, R.L., 1992. "Cross-Flow Separation on a Prolate Spheroid at Angles of Attack", 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, January 6-9, Reno, NV, AIAA 92-0428.

Bentaleb, Y., Schall, E., Koobus, B. ve J.P. Dumas, 2004. "Computation of Low Mach Inviscid Compressible Flows around a Prolate Spheroid", INRIA Rapport de Recherche, No: 5299.

Cebeci, T. ve Meier, H.U., "Turbulent Boundary Layers on a Prolate Spheroid", AIAA 19th Fluid Dynamics, Plasma Dynamics and Lasers Conference, June 8-10, 1987, Honolulu, Hawaii, AIAA-87-1299.

Chesnakas, C. J. ve Simpson, R.L., 1997. "Detailed Investigation of the Three-Dimensional Separation About a 6:1 Prolate Spheroid", AIAA J., 35(6), pp.990-999.

Clarke, D. B., Brandner, P. A., ve Walker, G.J., 2007 "Computational and Experimental Investigation of Flow Around a 3-1 Prolate Spheroid", 16th Australian Fluid Mechanics Conference, Crown Plaza, Gold Coast, December, Australia, 2-7.

Constantinescu, G.S., Pasinato, H., Wang, Y.Q., Forsythe, J.R. ve Squires, K.D., 2002. Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME, December, Vol. 124, pp. 904-910.

Costis, C.E. ve D.P. Telionis, 1988. "Vortical Wakes Over a Prolate Spheroid", AIAA Journal, vol. 26, No. 10, pp. 1189-1193.

Goody, M.C., Simpson, R.L., ve Chesnakas, C.J., 2000. "Separated Flow Surface Pressure Fluctuations and Pressure-Velocity Correlations on Prolate Spheroid", AIAA Journal, 38, No. 2, 266-274.

Hedin, P.O., Berglund, M., Alin, N., ve Fureby, C., 2001. "Large Eddy Simulation of the Flow Around an Inclined Prolate Spheroid", 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 8-11 January, 2001, Reno, NV, AIAA--1035.

- Karlsson, A. ve Fureby, C., 2009. "LES of the Flow Past a 6:1 Prolate Spheroid", 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 5-8 January, Orlando, Florida, AIAA-2009-1616.
- Kim, S.E., Rhee, S.H., and Cokljat, D., 2003. "Application of Modern Turbulence Models to Vortical Flow Around a 6:1 Prolate Spheroid at Incidence", 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 6-9 January, Reno, Nevada, AIAA-2003-429.
- Kreplin, H.K., 1994. "Three-Dimensional Boundary Layer and Flow Field Data of an Inclined Prolate Spheroid", in AGARD-AR-303, vol. 1 and vol. 2.
- Langtry, R. B. ve F. R. Menter. 2009. "Correlation-Based Transition Modeling for Unstructured Parallelized Computational Fluid Dynamics Codes". AIAA Journal, December, 47(12). 2894–2906.
- Meier, H. U., Kreplin, H.P. ve Vollmers, H., 1983. "Development of Boundary Layers and Separation Patterns on a Body of Revolution at Incidence", Proc. 2nd Symp on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows. Calif. State Univ. Long Beach, CA.
- Meier, H.U. ve Kreplin, H.P., 1980. "Experimental investigation of the Boundary Layer Transition and Separation on a Body of Revolution", Zeitschrift fuer Flugwissenschaften und Weltraumforschung, vol. 4, Mar.-Apr., p. 65-71.
- Menter, F. R., 1994. "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, August 1994, pp. 1598-1605.
- Menter, F. R., Langtry, R., and Volker, S., 2006. "Transition Modelling for General Purpose CFD Codes," Flow, Turbulence and Combustion, Vol. 77, No. 1, Nov. 2006, pp. 277-303.
- NASA Langley Research Center Turbulence Modeling Resource internet sayfası:
<https://turbmodels.larc.nasa.gov/index.html>
- Patel, V. C. ve Baek, J. H., 1985. "Boundary Layers and Separation on a Spheroid at Incidence", AIAA Journal, Vol. 23, No. 1, January.
- Piquet, J., ve Queutey, P., 1990. "Computation of the Viscous Flow Past a Prolate Spheroid at Incidence", Proceedings of the Eighth GAMM-Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics pp 464-473, Springer Fachmedien Wiesbaden.
- Radwan, S. F., 1988. "Higher-Order Accurate Calculations of the Compressible Boundary Layers on a Prolate Spheroid", AIAA, ASME, SIAM, and APS, National Fluid Dynamics Congress, 1st, Cincinnati, OH, July 25-28, 1988, Technical Papers. Part 2 p. 893-900, 88-3585-CP
- Ragab, S.A., 1985. "Steady and Unsteady Boundary Layers on Prolate Spheroids at High Incidence", AIAA 18th Fluid Dynamics and Plasmadynamics and Lasers Conference, July 16-18, Cincinnati, Ohio, AIAA-85-1708.
- Schetz, J. A., Bowersox, R. D. W., 2011. Boundary Layer Analysis, 2nd ed., AIAA Education Series.
- Spalart, P. ve Allmaras, S., 1992. "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows", American Institute of Aeronautics and Astronautics, Technical Report AIAA-92-0439.
- Su, W., Tao, B. ve Xu, L., 1993. "Three Dimensional Separated Flow over a Prolate Spheroid", AIAA Journal, November, Vol. 31, No. 11, pp. 2175-2176.
- Vatsa, V.N., Thomas, J.L., ve Wedan, B. W., 1989. "Navier Stokes Computations of Prolate Spheroids at Angle of Attack", Journal of Aircraft, November, Vol. 26., No. 11, pp. 986-983.

- Vollmers, H., Kreplin, H.P. ve Meier, H.U., 1983. "Separation and Vortical-Type Flow Around a Prolate Spheroid: Evaluation of Relevant Parameters", AGARD CP 342, pp 14-1, 14-14.
- Wetzel, T.G. ve Simpson, R.L., 1998. "Unsteady Crossflow Separation Location Measurements on a Maneuvering 6:1 Prolate Spheroid", AIAA Journal, 36, No.11, 2063-2071.
- Wetzel, T.G., Simpson, R.L., ve Chesnakas, C.J., 1998. "Measurement of Three Dimensional Crossflow Separation", AIAA J. 36(4), pp. 557-564.
- Wilcox, D. C.. 1998. "Turbulence Modeling for CFD", DCW Industries, Inc. La Canada, California.
- Wong, T.C., Kandil, O.A. ve Liu, C.H., 1989. "Navier-Stokes Computations of Separated Vortical Flows past Prolate Spheroid at Incidence", 27th Aerospace Sciences Meeting, January 9-12, Reno, Nevada, AIAA-89-0553.
- Wu, T., ve Shen, S., 1991. "Emergence of Three-Dimensional Separation over Suddenly-Started Prolate Spheroid at Incidence", 29th Aerospace Sciences Meeting, January 7-10, Reno, Nevada, AIAA-91-0544.
- Xhiao, Z., Zhang, Y., Huang, J., Chen, H. ve Fu, S., 2007. "Prediction of separation flows around 6:1 prolate spheroid using RANS/LES hybrid approaches", Acta Mechanica Sinica, Springer-Verlag, August, Volume 23, Issue 4, pp 369–382.
- Yuan, L., 2002. "Comparison of Implicit Multigrid Schemes for Three-Dimensional Incompressible Flows", Journal of Computational Physics 177, pp. 134-155.