

## KALINLIĞI DEĞİŞKEN KOMPOZİT SİLİNDİRİK PANELLERİN CHEBYSHEV KOLLOKASYON METODU İLE STATİK VE DİNAMİK ANALİZİ

İlke Algül<sup>1</sup> ve Hasan Kurtaran<sup>2</sup>  
Gebze Teknik Üniversitesi, Kocaeli

### ÖZET

*Bu çalışmada, çeşitli yük tiplerine maruz kalınlığı bir ekseninde lineer değişen kompozit silindirik panellerin büyük yer değiştirme durumundaki doğrusal olmayan statik ve dinamik davranışı incelenmektedir. Panelin denge denklemleri virtüel iş ilkesi ile elde edilmekte ve Chebyshev Kollokasyon Metodu (CKM) ile çözümlenmektedir. Çözüm sırasında enterpolasyon fonksiyonları olarak Chebyshev polinomları kullanılmaktadır. Çözüm için Matlab dilinde bir program yazılmıştır. Geliştirilen program kullanılarak çeşitli sınır şartları, kalınlık değişim ve eğrilik yarıçap oranları için çözümler elde edilmiştir. Elde edilen sonuçlar ANSYS sonlu elemanlar yazılımı sonuçları ile karşılaştırılmıştır.*

### GİRİŞ

Panel yapılar makine, inşaat, gemi ve uçak gibi mühendislik alanlarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Panel yapılara örnek olarak uçak kanatlarının ve helikopter pallerinin dış katmanı verilebilir. Kompozit malzemeler, birbirinden farklı mekanik özelliklere sahip iki veya daha fazla malzemenin bir araya getirilmesi ile elde edilmektedir. Metallerle göre mukavemet/ağırlık oranı daha büyük olduğundan dolayı tercih edilmektedirler. Daha ekonomik tasarımlar için panel yapılar değişken kalınlıklı olarak ta kullanılmaktadır.

Literatürde kompozit panellerin büyük yer değiştirme durumundaki davranışlarını inceleyen birçok çalışma bulunmaktadır [Isoldi, Awruch, Teixeira ve Morsch, 2008; Kundu ve Sinha, 2006; Kurtaran, 2015; Reddy ve Chandrashekhara, 1985; To ve Wang, 1998; Türkmen, Mecitoğlu ve Borat, 1996; Wu, Yang ve Saigal, 1987]. Kalınlığı değişken levha ve paneller ile ilgili çalışmaların çoğu statik [Turvey, 1977], serbest titreşim [Ashaur, 2000; Babu, Sudhagar ve Rajamohan, 2016; Bacciocchi, Eisenberger, Fantuzzi, Tornabene and Viola, 2015; Civalek, 2009; Javed, Viswanathan, Aziz ve Prabakar, 2016; Kukteti, Farsa ve Bert, 1992;] ve burkulma [Ganesan ve E-Rasul, 2011; Kobayashi ve Sonoda, 1990] ile ilgilidir. Literatürde değişken kalınlıklı kompozit levhaların dinamik davranışı ile ilgili çok sınırlı çalışma olmasına karşın [Süsler, Türkmen ve Kazancı, 2012], değişken kalınlıklı kompozit panellerin nonlineer statik ve dinamik davranışını inceleyen bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu yüzden bu çalışmada değişken kalınlıklı kompozit panellerin nonlineer statik ve dinamik davranışı incelenmektedir.

Büyük yer değiştirme durumundaki gerinimler Von-Karman nonlineer gerinim ifadeleri ile hesaplanmaktadır. Panelin denge denklemleri virtüel iş ilkesi ile elde edilmektedir. Çözüm sırasında enterpolasyon fonksiyonları olarak Chebyshev polinomları kullanılmaktadır. Denge denklemlerinde zaman kısmının ayrıklaştırılmasında Newmark ortalama ivme metodu kullanılmaktadır. Bu çalışmada değişken kalınlıklı kompozit panellerin farklı sınır şartlarında, farklı

<sup>1</sup> Araştırma görevlisi, Makina Müh. Böl., E-posta: ilkealgul@gtu.edu.tr

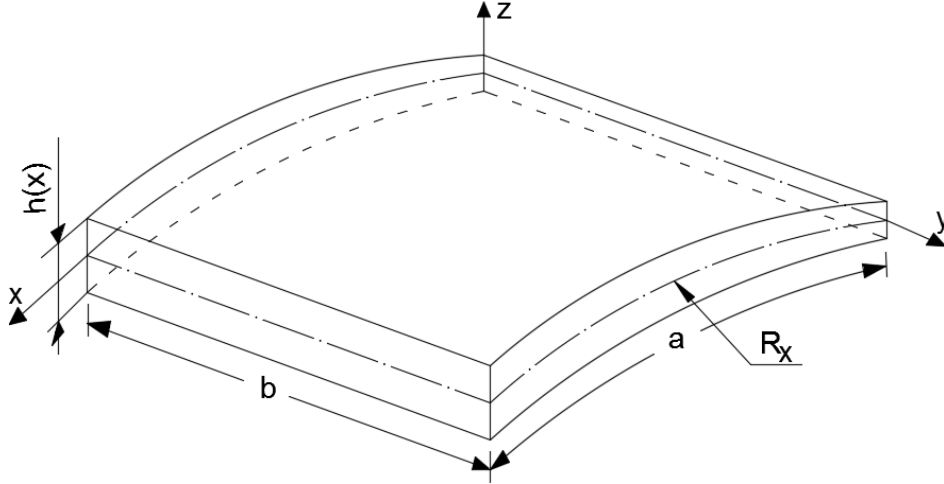
<sup>2</sup> Prof. Dr., Makina Müh. Böl., E-posta: hasan@gtu.edu.tr

kalınlık değişimlerinde ve eğrilik yarıçapı oranlarında nonlineer dinamik davranışı CKM ile incelenmektedir.

## YÖNTEM

Kalınlığı  $x$  yönünde lineer değişen silindirik panel (uzunluk:  $a$ , genişlik:  $b$ , eğrilik yarıçapı:  $R_x$ ) Şekil 1'de gösterilmiştir. Şekil 1'de  $h(x)$  panelin  $x$  yönündeki kalınlığını ve  $\beta$  kalınlık değişim oranını göstermektedir.  $h(x)$  lineer değişen fonksiyon şeklinde Eşitlik 1'de ifade edilmektedir.

$$h(x) = h_0 \cdot \left(1 + \beta \frac{x}{a}\right) \quad (1)$$



Şekil 1: Kalınlığı değişken silindirik panel

Şekil 1'deki  $x$ ,  $y$ ,  $z$  orthogonal eğrisel koordinat sistemini belirtmektedir. Herhangi bir  $t$  zamanında yeterince kalın bir panel için genel bir nokta  $(x, y, z)$  için yer değiştirme ifadeleri şu şekildedir:

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z \cdot \theta_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z \cdot \theta_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (2)$$

Çift eğrilikli paneller için Von-Karman gerinim ifadeleri aşağıdaki gibi yazılabilir [Reddy and Chandrashekhara, 1985] :

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + \frac{w_0}{R_x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \theta_y}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + z \frac{\partial \theta_y}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_x} \right) \left( \frac{\partial v_0}{\partial x} - \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) \\ \gamma_{yz} &= \theta_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \gamma_{xz} &= \theta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} - \frac{u_0}{R_x} \end{aligned} \quad (3)$$

Dinamik sistemler için virtüel iş ilkesi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\delta U + \delta T - \delta W = 0 \quad (4)$$

Yukarıdaki denklemde  $\delta U$  gerilmeler sebebiyle oluşan iç kuvvetlerin yaptığı işi,  $\delta T$  ivmeler sebebiyle oluşan atalet kuvvetlerinin işini ve  $\delta W$  dış kuvvetlerin yaptığı işi göstermektedir. Yukarıda yazılan virtüel iş ilkesi kullanılarak kompozit silindirik panellerin dinamik denge denklemleri aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + \frac{Q_{xz}}{R_x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \left( \frac{1}{2R_x} \right) &= I_0 \frac{\partial u_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} + qu \\
 \frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \left( \frac{1}{2R_x} \right) &= I_0 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_1 \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2} \\
 \frac{\partial}{\partial x} \left( N_x \cdot \frac{\partial w_0}{\partial x} + N_{xy} \cdot \frac{\partial w_0}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( N_y \cdot \frac{\partial w_0}{\partial y} + N_{xy} \cdot \frac{\partial w_0}{\partial x} \right) - \frac{N_x}{R_x} + \frac{\partial Q_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial Q_{xz}}{\partial x} \\
 &= I_0 \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + qw \\
 \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_{xz} &= I_1 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \theta_x}{\partial t^2} \\
 \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - Q_{yz} &= I_1 \frac{\partial^2 v_0}{\partial t^2} + I_2 \frac{\partial^2 \theta_y}{\partial t^2}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Burada ifade edilen  $N_x, N_y, N_{xy}$  düzlem içi kesme kuvvet değerlerini;  $M_x, M_y, M_{xy}$  düzlem için moment değerlerini ve  $Q_{xy}, Q_{yz}$  düzlem için kayma kuvvet değerlerini göstermektedir.

$$\begin{aligned}
 (N_x, N_y, N_{xy}) &= \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}(x)}^{z_k(x)} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) dz \\
 (M_x, M_y, M_{xy}) &= \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}(x)}^{z_k(x)} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}) z dz \\
 (Q_{yz}, Q_{xz}) &= \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}(x)}^{z_k(x)} k_s \cdot (\tau_{yz}, \tau_{xz}) dz
 \end{aligned} \tag{6}$$

Yukarıdaki denklemlerde  $N_x, N_y, N_{xy}, M_x, M_y, M_{xy}, Q_{xy}$  ve  $Q_{yz}$  ifadeleri yer değiştirme ve dönmeler cinsinden yazılırsa dinamik denge denklemleri yer değiştirme ve dönmeye bağlı olarak elde edilmiş olur. Chebyshev kollokasyon metodu kullanılarak dinamik denge denklemleri çözülebilir. Çözüm için denge denklemlerindeki bilinmeyen yer değiştirme ve dönmeler seri açılımları ile aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned}
 u_0 &= \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n \delta_{mn} \cdot u_{mn} \cdot T_m(x) \cdot T_n(y) \\
 v_0 &= \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n \delta_{mn} \cdot v_{mn} \cdot T_m(x) \cdot T_n(y) \\
 w_0 &= \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n \delta_{mn} \cdot w_{mn} \cdot T_m(x) \cdot T_n(y) \\
 \theta_x &= \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n \delta_{mn} \cdot \theta_{xmn} \cdot T_m(x) \cdot T_n(y) \\
 \theta_y &= \sum_{m=1}^m \sum_{n=1}^n \delta_{mn} \cdot \theta_{ymn} \cdot T_m(x) \cdot T_n(y)
 \end{aligned} \tag{7}$$

Yukarıdaki seri açılımlarında  $\delta_{mn}$  sabit bir değeri göstermektedir [Upadhyay, Pandey ve Shukla, 2011].  $u_{mn}, v_{mn}, w_{mn}, \theta_{xmn}$  ve  $\theta_{ymn}$  yer değiştirme ve dönmeler için bilinmeyen katsayıları göstermektedir.

Kollokasyon metodunda diferansiyel denklemleri ifade etmek için yapı üzerinde belli noktalar belirlenir. Bu çalışmada bu noktalar Gauss lobotta noktaları kullanılarak belirlenmektedir. Gauss lobotta noktalarında diferansiyel denge denklemleri yazılarak bilinmeyen katsayılar kadar nonlineer cebrik denklem takımı elde edilir. Elde edilen nonlineer denklem takımı matris formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$M\ddot{U}_{n+1} + P_{n+1} = F_{n+1} \quad (8)$$

Doğrusal olmayan Eşitlik 8 Newton-Rapson metodu ile iteratif olarak çözülür.

### UYGULAMALAR

Kalınlığı değişken silindirik panellerin denge denklemlerinin çözümü için Matlab dilinde bir program yazılmış ve sonlu elemanlar yazılımı ile programın doğruluğu test edilmiştir. Statik ve dinamik uygulamaların hepsi için kalınlığı değişken kompozit silindirik panel boyutları:  $a=b=1$  m,  $h=0.05$  m'dir. Uygulama 1 için  $R/a=5$  ve uygulama 2 için  $R/a=10$  'dır. Uygulama 3 için yarıçap oranının ( $R/a$ ) farklı değerleri alınmıştır. Kalınlığın değişim etkisini araştırmak için,  $\beta$ 'nin farklı değerleri için uygulamalar yapılmıştır. Kompozit panel için fiber açıları  $[0^\circ/90^\circ/30^\circ/90^\circ/0^\circ]$  ve tüm kompozit katmanları eşit aralıktır. Boron-Epoxy kompozit malzeme özellikleri:  $E_1=204$  GPa,  $E_2=18.5$  GPa,  $G_{12}=5.59$  GPa,  $\rho=2100$  kg/m<sup>3</sup>,  $\nu_{12}=0.23$ . Yapının lineer elastik malzemeden yapıldığı ve katmanların mükemmel bağlandığı varsayılarak problemler incelenmiştir. Tüm uygulamalar için sınır şartları aşağıda belirtilmiştir.

a)Basit mesnetli durum için:

$$x=0,a \quad u_0 = v_0 = w_0 = \theta_x = M_y$$

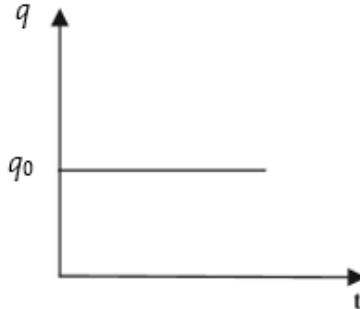
$$y=0,b \quad u_0 = v_0 = w_0 = \theta_y = M_x$$

b)Ankastre durum için:

$$x=0,a \quad u_0 = v_0 = w_0 = \theta_x = \theta_y = 0$$

$$y=0,b \quad u_0 = v_0 = w_0 = \theta_x = \theta_y = 0$$

Uygulama 2 ve 3 için yapı üzerine eşit dağılımlı dış basınç uygulanmıştır. Dış basıncın zaman ile değişim grafiği Şekil 2' de verilmiştir.  $q_0$  maksimum basınç değeri ve  $t$  yapı üzerine etkiyen yüklemenin süresidir. Yükün maksimum değeri  $q_0=-6 \times 10^4$  kPa ve yüklemenin süresi,  $t= 0.01$  s' dir. Zaman aralığı 0.01 ms alınmıştır. Uygulama 1-2'de karşılaştırmalar için ANSYS sonlu elemanlar yazılımını kullanılmıştır. 40X40 8 nodlu kabuk eleman (SHELL 281) kullanılarak yapıya mesh atılmıştır.

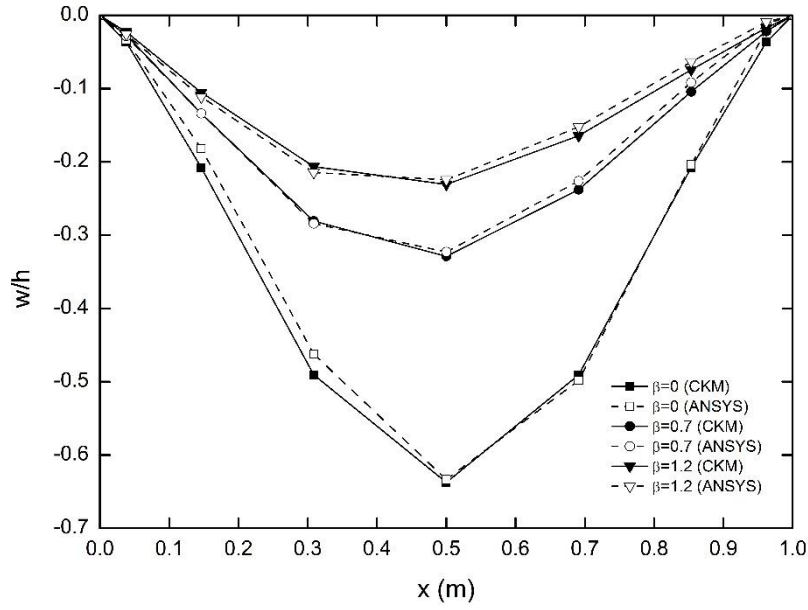


Şekil 2: Yükleme – zaman grafiği

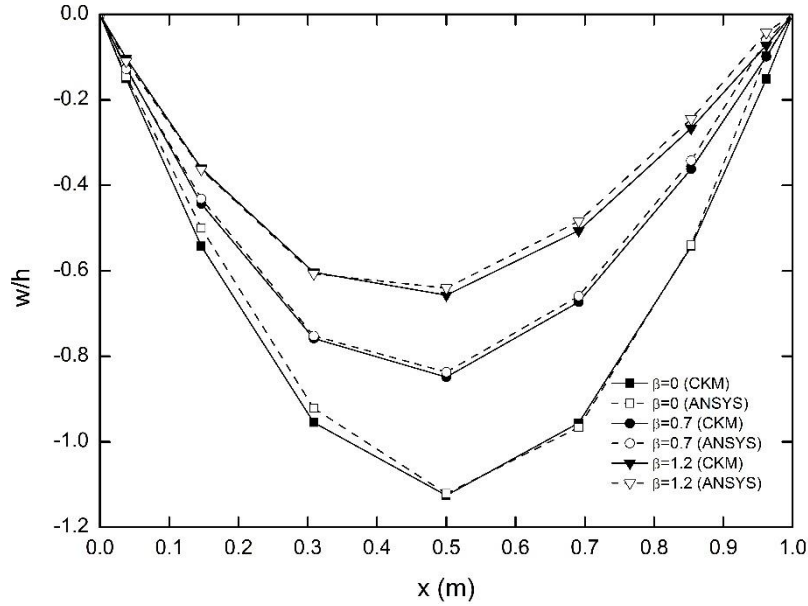
#### Uygulama 1 – Kalınlığı değişken kompozit silindirik panelin statik analizi

Bu uygulamada statik yük altındaki kompozit silindirik panelin farklı sınır şartları ve kalınlık değişim oranları için büyük yer değiştirme durumundaki davranışı analiz edilmiştir. Dört tarafından ankastre ve basit mesnetli sınır şartlarındaki silindirik panelin kalınlık değişim oranı  $\beta=0, 0.7$  ve  $1.2$  için statik cevabı CKM ile elde edilmiş ve sonlu elemanlar metodu ile kıyaslama yapılmıştır. Yapı üzerine eşit dağılımlı statik dış basınç uygulanmış olup, basıncın değeri  $q=-2 \times 10^4$  kPa'dır.

Bu uygulamada, 9x9 Chebyshev kollokasyon terim ile yakınsamış sonuçlar elde edilmiştir. Büyük yer değiştirme durumunda kalınlığı değişken kompozit silindirik panel yapının ( $x, y=b/2$ )'deki statik cevabı ankastre durum için Şekil 3'de, basit mesnetli durum için Şekil 4'de görülebilir. Sonuçlar sonlu elemanlar metodu ile oldukça yakındır.



Şekil 3: Ankastré kalınlığı değişken kompozit silindirik panelin ( $x, y=b/2$ )'deki statik cevabı ( $a/h=20$ ,  $R/a=5$ )

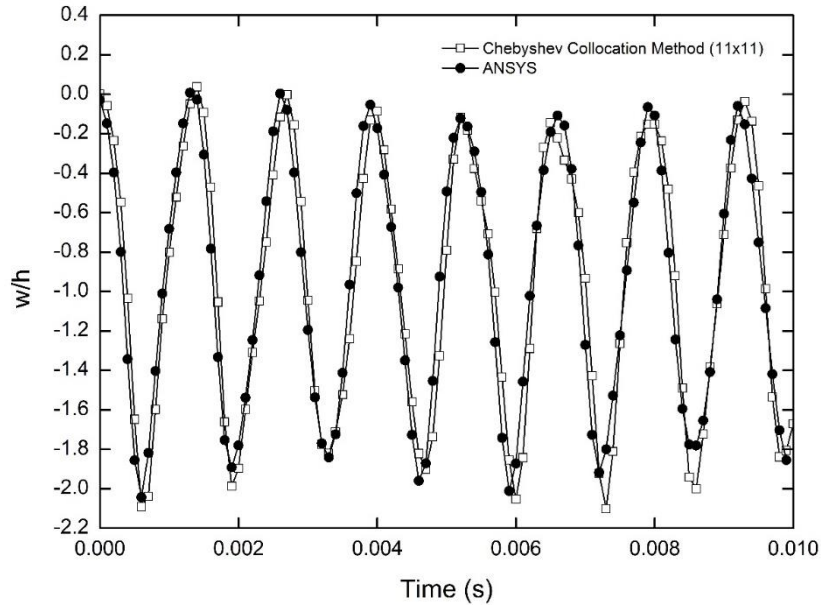


Şekil 4: Basit mesnetli kalınlığı değişken kompozit silindirik panelin ( $x, y=b/2$ )'deki statik cevabı ( $a/h=20$ ,  $R/a=5$ )

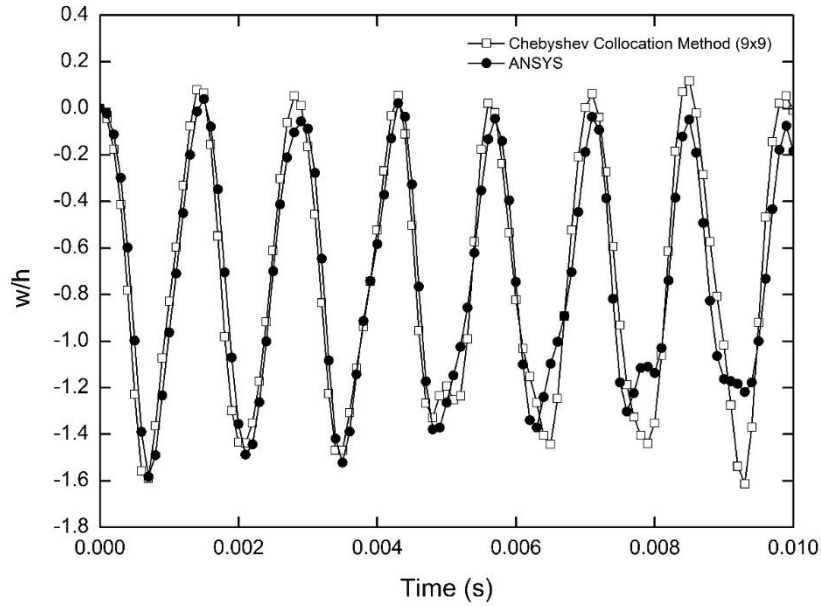
## Uygulama 2 – Kalınlığı değişken kompozit silindirik panelin farklı sınır şartlarında ve kalınlık değişim oranlarında dinamik analizi

Bu uygulama da dinamik yük altındaki kalınlığı değişken kompozit silindirik panelin büyük yer değiştirme durumundaki davranışı farklı sınır şartları ve kalınlık değişim oranları için incelenmiştir. Ankastré ve basit mesnet sınır şartlarındaki kompozit silindirik panelin kalınlık değişim oranı  $\beta = 0$ , 0.7 ve 1.2 için orta noktanın dinamik cevabı elde edilmiştir.

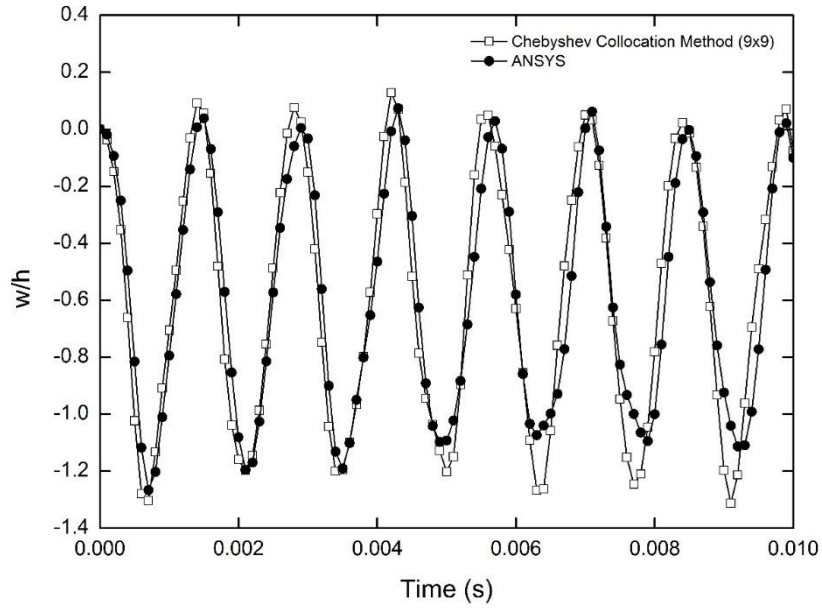
Dört kenarından ankastré silindirik panel için farklı kalınlık değişim oranlarında orta noktanın cevabı Şekiller 5-7'de gösterilmiş ve her tarafı basit mesnet için sonuçlar Şekiller 8-10'da gösterilmiştir. Grafiklerden de görüleceği üzere sonuçlar oldukça yakındır. Bu uygulama da genel olarak 9x9 Chebyshev terimi ile yakınsamış ve örnekler ile ilgili şekillerin üzerinde kaç terim ile yakınsadığı belirtilmiştir. Sonuçlar sonlu elemanlar metodu ile oldukça yakındır.



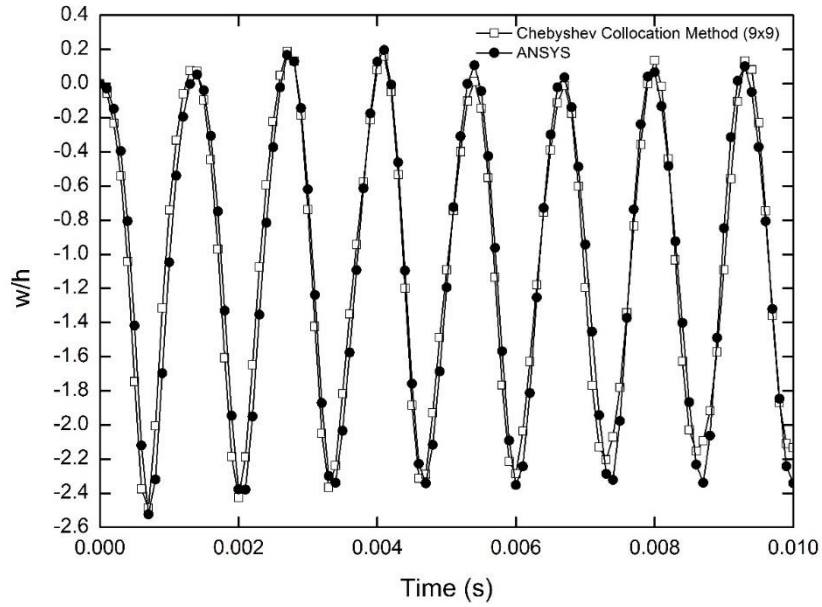
Şekil 5: Ankastre kompozit silindirik panelin büyük yer değiştirme durumunda orta noktasındaki yer değiştirme değerleri ( $a/h=20, R/a=10, \beta = 0$ )



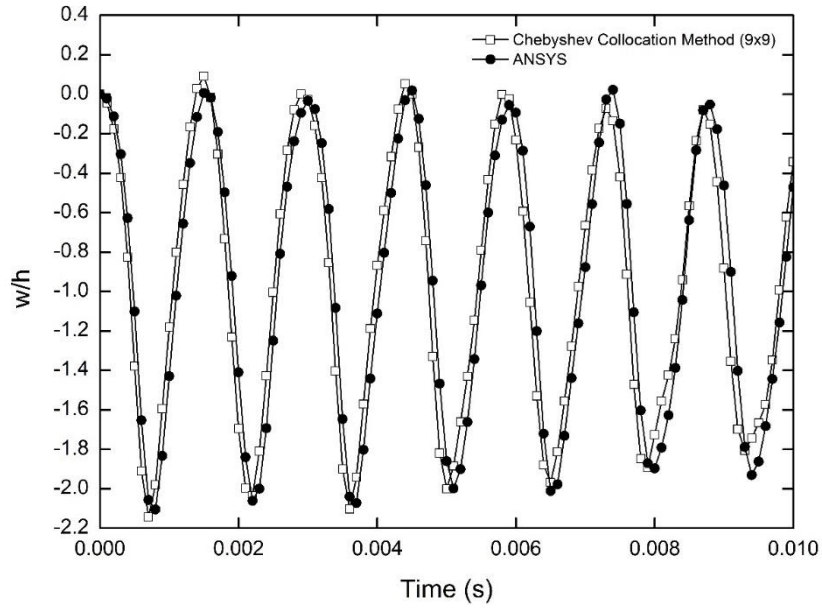
Şekil 6: Ankastre kompozit silindirik panelin büyük yer değiştirme durumunda orta noktasındaki yer değiştirme değerleri ( $a/h=20, R/a=10, \beta = 0.7$ )



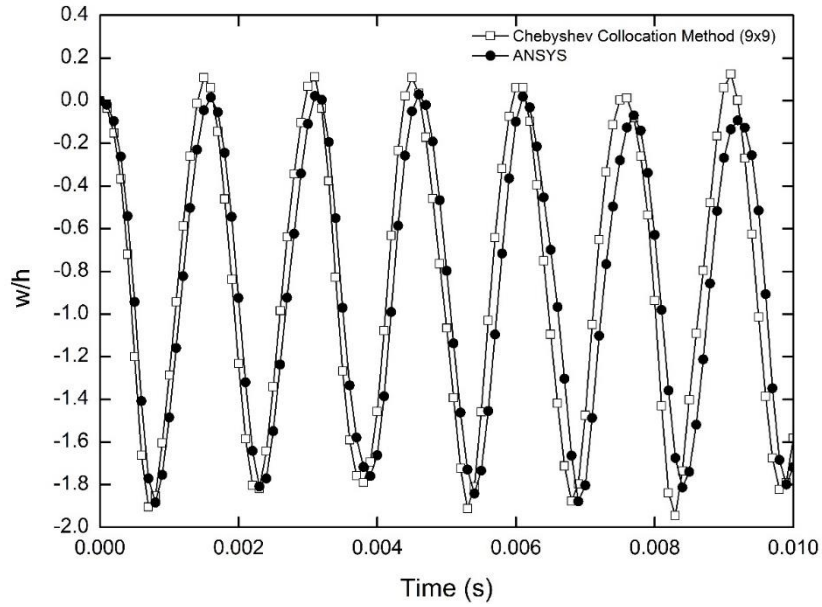
Şekil 7: Ankastré kompozit silindirik panelin büyük yer değıştirme durumunda orta noktasındaki yer değıştirme değeri ( $a/h=20$ ,  $R/a=10$ ,  $\beta = 1.2$ )



Şekil 8: Basit mesnetli kompozit silindirik panelin büyük yer değıştirme durumunda orta noktasındaki yer değıştirme değeri ( $a/h=20$ ,  $R/a=10$ ,  $\beta = 0$ )



Şekil 9: Basit mesnetli kompozit silindirik panelin büyük yer değiştirme durumunda orta noktasındaki yer değiştirme değerleri ( $a/h=20$ ,  $R/a=10$ ,  $\beta = 0.7$ )



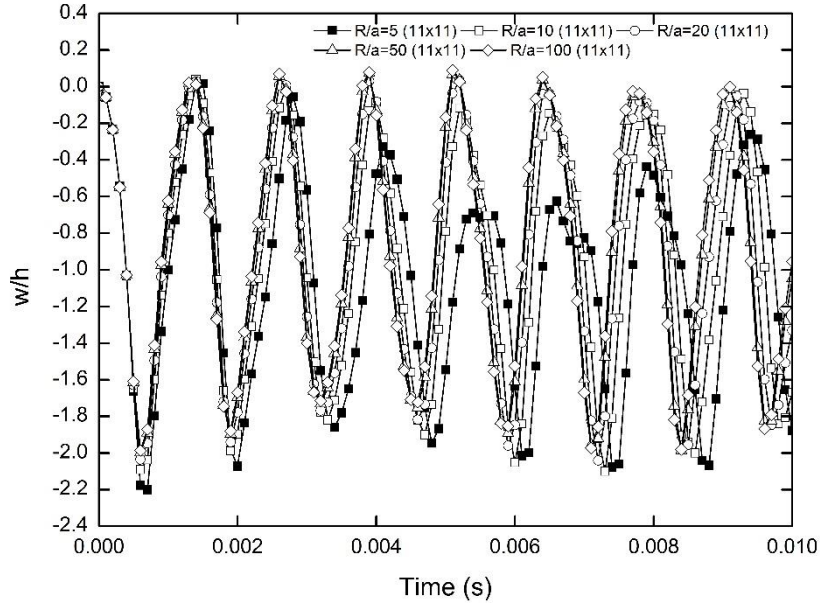
Şekil 10: Basit mesnetli kompozit silindirik panelin büyük yer değiştirme durumunda orta noktasındaki yer değiştirme değerleri ( $a/h=20$ ,  $R/a=10$ ,  $\beta = 1.2$ )



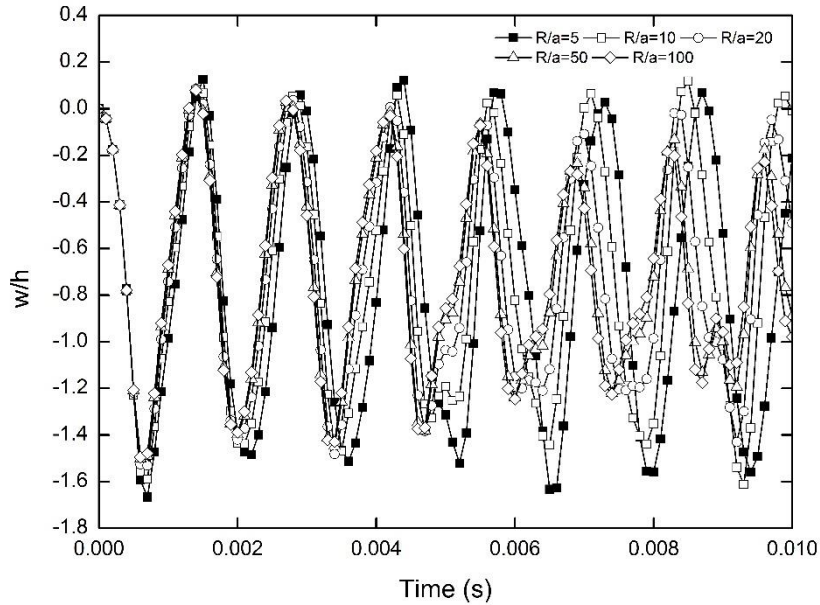
### Uygulama 3 –Eğrilik yarıçap oranlarının ( $R/a$ ), sınır şartlarının ve kalınlık değişim oranlarının kompozit silindirik panelin dinamik davranışı üzerindeki etkisi

Bu uygulamada farklı eğrilik yarıçap oranlarının ( $R/a$ ), sınır şartlarının ve kalınlık değişim oranlarının ( $\beta = 0, 0.7$  ve  $1.2$ ) kalınlığı değişken kompozit silindirik panelin dinamik davranışı üzerindeki etkisi incelenmektedir.

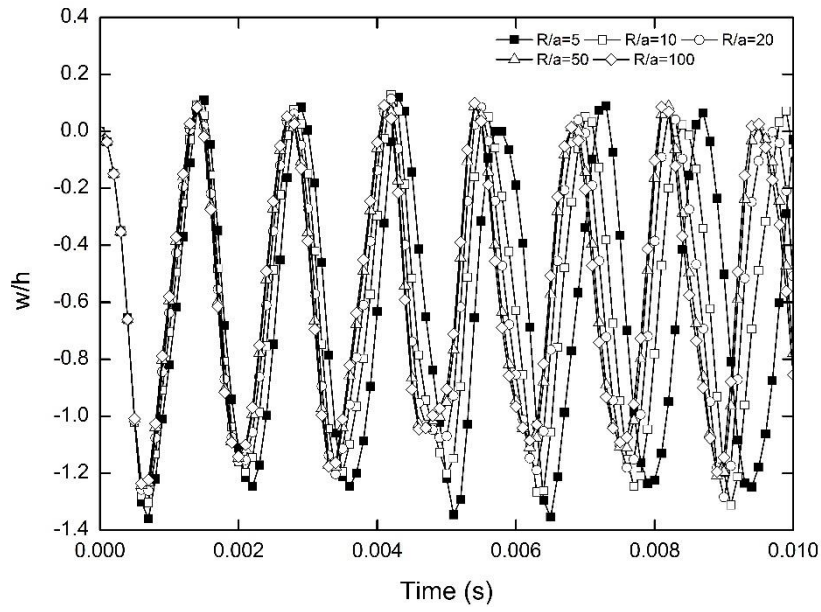
Dörtkenarından ankastre silindirik panel için farklı kalınlık değişim oranlarında orta noktanın cevabı Şekiller 11-13'te, her tarafı basit mesnet için sonuçlar Şekiller 14-16'da gösterilmiştir. Grafiklerden de görüleceği üzere sonuçlar oldukça yakındır. Bu uygulama da genel olarak  $9 \times 9$  Chebyshev terimi ile yakınsamış ve örnekler ile ilgili şekillerin üzerinde kaç terim ile yakınsadığı belirtilmiştir. Sonuçlar sonlu elemanlar metodu ile oldukça yakındır.



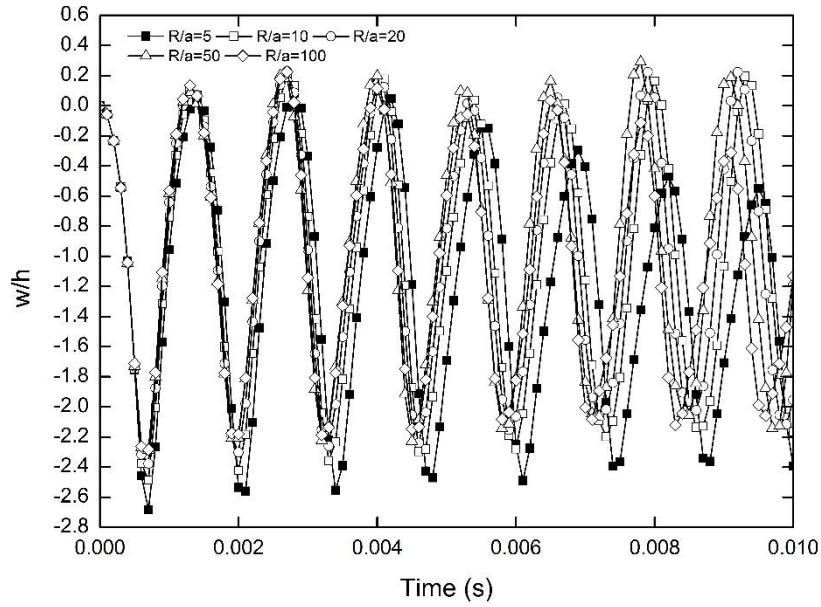
Şekil 11: Ankastré kompozit silindirik panelin büyük yer değıştirme durumundaki orta noktasındaki yer değıştirme değeri ( $a/h=20$ ,  $R/a=5, 10, 20, 50, 100$ ,  $\beta = 0$ )



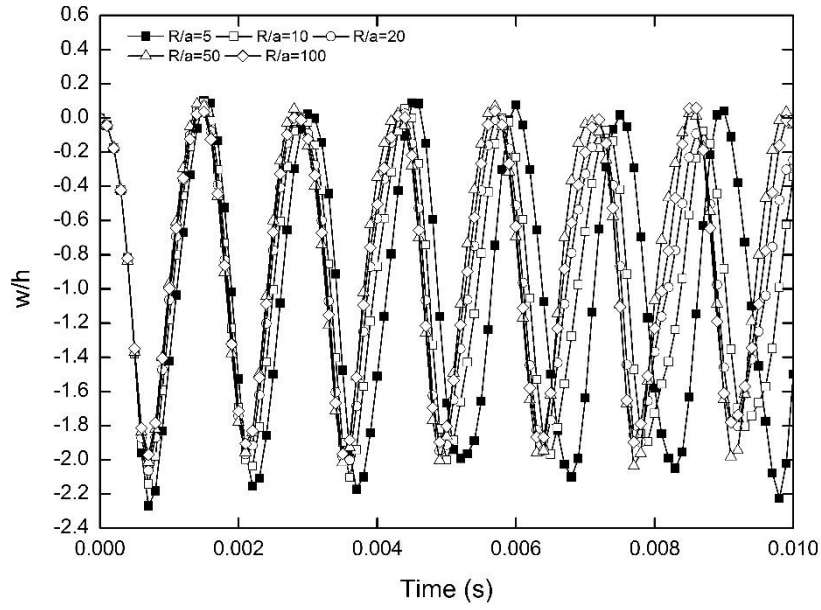
Şekil 12: Ankastré kompozit silindirik panelin büyük yer değıştirme durumundaki orta noktasındaki yer değıştirme değeri ( $a/h=20$ ,  $R/a=5, 10, 20, 50, 100$ ,  $\beta = 0.7$ )



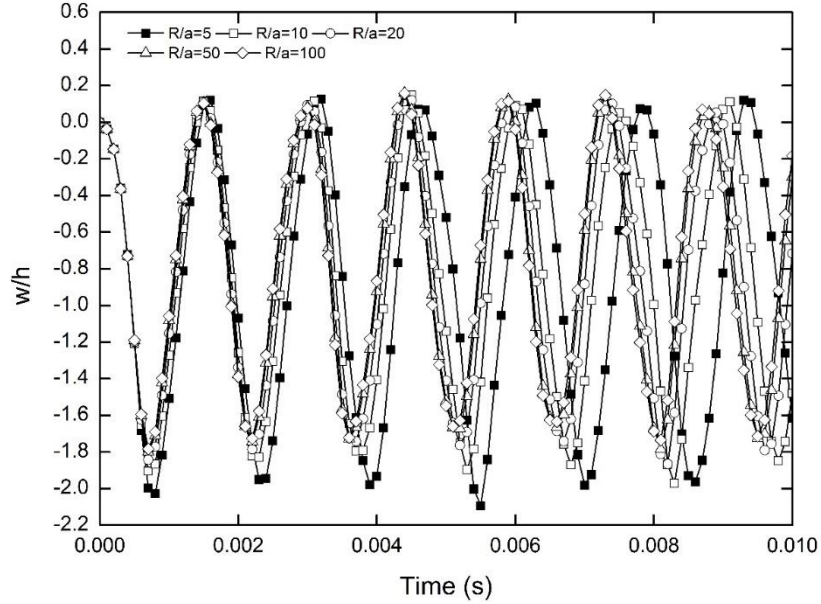
Şekil 13: Ankastre kompozit silindirik panelin büyük yer değiştirme durumundaki orta noktasındaki yer değiştirme değerleri ( $a/h=20$ ,  $R/a=5, 10, 20, 50, 100$ ,  $\beta = 1.2$ )



Şekil 14: Basit mesnetli kompozit silindirik panelin büyük yer değiştirme durumundaki orta noktasındaki yer değiştirme değerleri ( $a/h=20$ ,  $R/a=5, 10, 20, 50, 100$ ,  $\beta = 0$ )



Şekil 15: Basit mesnetli kompozit silindirik panelin büyük yer değiştirme durumundaki orta noktasındaki yer değiştirme değerleri ( $a/h=20$ ,  $R/a=5, 10, 20, 50, 100$ ,  $\beta = 0.7$ )



Şekil 16: Basit mesnetli kompozit silindirik panelin büyük yer değiştirme durumundaki orta noktasındaki yer değiştirme değerleri ( $a/h=20$ ,  $R/a=5, 10, 20, 50, 100$ ,  $\beta = 1.2$ )

## SONUÇLAR

Bu çalışmada, değişken kalınlıklı kompozit silindirik panelin statik ve dinamik yük altındaki cevabı CKM metodu ile incelenmiştir. Kalınlık değişim oranının, panel eğrilik yarıçapı oranlarının ve sınır şartlarının panel davranışı üzerindeki etkisi incelenmiştir. CKM ile elde edilen çözümler sonlu elemanlar metodu ile karşılaştırılmış ve benzer sonuçlar gözlenmiştir.

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- Statik ve dinamik analizlerde, silindirik panel yapıda kalınlık değişim oranı arttıkça yapının orta noktasındaki yer değiştirme azalmaktadır.
- Dinamik analizlerde, panel yarıçapı oranı arttıkça ( $R/a=5-100$ ) yapının orta noktasındaki yer değiştirme artmaktadır.  $R/a > 20$  oranları için panel yarıçapı oranının panelin orta noktasındaki yer değiştirme üzerine etkisi oldukça azalmaktadır ve sonuçlar levhanın ( $R/a=1e200=\text{sonsuz}$ ) sonuçlarına benzeyecektir.

- Silindirik panel yapının orta noktasındaki yer değiştirme miktarı ankastre sınır şartlarına kıyasla basit mesnet sınır şartlarında daha yüksektir.
- Genel olarak 9x9 terim CKM ile doğru sonuçlar almak için yeterlidir.
- Dinamik analizlerde, CKM ile hesaplama süresi sonlu elemanlar metoduna göre daha kısadır. Bu da, CKM'nin verimliliğini göstermektedir.

Sonuç olarak, CKM diğer mühendislik problemlerinin etkili bir şekilde çözümüne de uygulanabilir.

## Kaynaklar

- Ashour, A.S., 2001. *A Semi-Analytical Solution of the Flexural Vibration of Orthotropic Plates of Variable Thickness*, Journal of Sound and Vibration, Cilt. 240(3), s. 431-445.
- Babu, A.A., Sudhagar, E.P. ve Rajamohan, V., 2016. *Dynamic characterization of thickness tapered laminated composite plates*, Journal of Vibration and Control, Cilt. 1–21.
- Baccocchi, M., Eisenberger, M., Fantuzzi, N., Tornabene, F. ve Viola, E. 2015. *Vibration analysis of variable thickness plates and shells by the Generalized Differential Quadrature method*, Composite Structures, doi:10.1016/j.compstruct.2015.12.004.
- Civalek, Ö., 2009. *Fundamental frequency of isotropic and orthotropic rectangular plates with linearly varying thickness by discrete singular convolution method*, Applied Mathematical Modelling, Cilt. 33(10), s. 3825-3835.
- Fariborz, S.J. ve Pourbohloul, A., 1989. *Application of the Extended Kantorovich Method to the Bending of Variable Thickness Plates*, Computers and Structures, Cilt. 31(6), s. 957-965.
- Ganesan, R. ve Akhlaque-E-Rasul, S., 2011. *Compressive response of tapered composite shells*, Composite Structures, Cilt. 93(9), s. 2153-2162.
- Isoldi L.A., Awruch, A.M., Teixeira, P.R. ve Morsch, I.B., 2008. *Geometrically Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Composite Laminates Shells with a Triangular Finite Element*, J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng, Cilt. 30(1).
- Javed, S., Viswanathan, K.K., Aziz, Z.A. ve Prabakar, K., 2016. *Free vibration of anti-symmetric angle-ply plates with variable thickness*, Composite Structures, Cilt. 137, s. 56-69.
- Kobayashi H. ve Sonoda K., 1990. *Buckling Of Rectangular Plates with Tapered Thickness*, Journal of Structural Engineering, Cilt. 116(5), s. 1278-1289.
- Kukteti, A.R., Farsa, J. ve Bert, C., 1992. *Fundamental Frequency of Tapered Plates by Differential Quadrature*, J. Eng. Mech., Cilt. 6(1221), s. 1221-1238.
- Kundu, C.K. ve Sinha, P.K., 2006. *Nonlinear Transient Analysis of Laminated Composite Shells*, Journal of Reinforced Plastics and Composites, Cilt. 25(11), s. 1129-47.
- Kurtaran H., 2015. *Geometrically nonlinear transient analysis of moderately thick laminated composite shallow shells with generalized differential quadrature method*, Composite Structures, Cilt. 125, s: 605-614.
- Reddy, J.N. ve Chandrashekhara, K., 1985. *Geometrically non-linear transient analysis of laminated doubly curved shells*, Int. J. Non-Linear Mechanics, Cilt. 20(2), s. 79-90.
- Süsler, S., Türkmen, H.S. ve Kazancı, Z., 2012. *The nonlinear dynamic behavior of tapered laminated plates subjected to blast loading*, Shock and Vibration, Cilt. 19, s. 1235-1255.
- To, C.W.S. ve Wang, B., 1998. *Transient responses of geometrically nonlinear laminated composite shell structures*, Finite Elements in Analysis and Design, Cilt. 311, s.117-134.
- Turvey, G.J., 1978. *A study of the behaviour of square plates at large deflections according to the theories of Foepply and Von Karman*, Journal of Strain Analysis, Cilt. 13(1), s. 11-16.
- Türkmen, H.S., Mecitoğlu, Z. ve Borat, O., 1996. *Nonlinear structural response of laminated composite panels subjected to blast loading*, Mathematical & Computational Applications, Cilt. 1(1), s. 126-133.
- Wu, Y.C., Yang, T.Y. ve Saigal, S., 1987. *Free and Forced Nonlinear Dynamics of Composite Shell Structures*, Journal of Composite Materials, Cilt. 21(10), s. 898-909.