

Alçak İrtifa Uydular İçin Otonom Çarpışma Analizi ve Manevra Öneri Sistemi

Raşit Abay*
Orta Doğu Teknik Üniversitesi,
Ankara

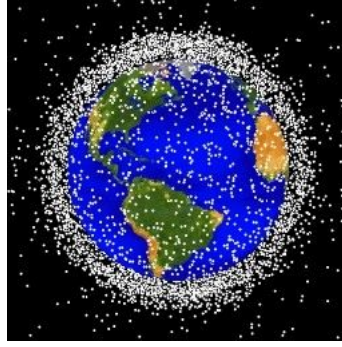
ÖZET

Her geçen gün bir çok yeni ülkenin uzaya uydu gönderme becerisi kazanmasıyla beraber özellikle de alçak irtifa uyduların yörüngelerindeki çarpışma riski artmaktadır. Uzay'da aktif uydular, roket parçaları ve pasif uydular, görevine devam edemediği için kontrol edilmeyen uydular, bulunmaktadır. Amerika Birleşik Devletleri Hava Kuvvetleri tüm bu cisimleri tanımlar, takip eder ve kataloglar. Bu işlemleri gerçekleştirirken SGP4 isimli analitik yörünge tahmin metodu ve dünya üzerinde farklı konumlarda bulunan optik teleskop ve radarlar aracılığıyla yapar. Aynı zamanda uzay ortamı farkındalığı için tüm aktif uydular için çarpışma analizi yapar ve daha önce tanımladığı kriterlere göre ilgili uydu sahiplerini çarpışma anıyla ilgili detayları göndermek suretiyle ikaz eder. Fakat, manevra kararı ve sorumluluğu tamamen uydu sahibindedir. Bu çalışma, yapılan ikaz metninde yer alan bilgileri kullanarak optimum manevra parametrelerini hesaplamayı amaçlar. Böylelikle verilen manevra kararı uyduyu muhtemel çarpışma alanından çıkarır ve bunu gerçekleştirirken mevcut kaynakların kullanımını minimize eder ve görevin devamlılığına katkıda bulunur. SGP4 yörünge tahmin metodu ile diferansiyel doğrulama metodu ile aktif uydu çarpışma anından manevra kararı verilecek zamana geriye doğru yörünge ötelenir. Hesaplanan başlangıç noktasından itibaren hız vektöründe değişiklik yapılarak tekrar çarpışma anına ileri ötelenir ve çarpışma olasılığında yaratılan değişim gözlenir. Bu çalışma yer istasyonlarında görev alan uydu operatörleri için otonom optimum manevra tavsiyeleri yapabilir. Bunun yanında uydu sahipleri kendi uydularının hassas verilerini de kullanıp bu uygulamanın doğruluğunu arttırabilir.

GİRİŞ

Uzay'da iki cisim birbirlerinden iki kilometre uzaklıkta olduklarında çarpışma riski altında olduklarına kanaat getirilir. Bu mesafe uyduların yakın geçiş zamanı, her iki uydunun yörüngedeki en yakın oldukları noktaya ait zaman, için endişe vericidir. İridium 33 ve Cosmos 2251 uydularının 2009 yılında çarpışması milyon dolarlık İridium uyudusunun yok olmasına ve çarpışmanın sonucu olarak çok yüksek hızlı 1000 adet uzay çöpünü de ardında bırakmıştır [NASA, 2006]. Çarpışma sonrası oluşan yeni parçalar daha uzay'da gerçekleşecek çarpışma olasılığını arttırır. Uzay'daki tüm cisimler aktif uydu, roket parçaları veyahut görevini tamamlamış pasif uydular olsalarda mutlaka

*Doktora Öğrencisi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Bölümü, E-posta: rasit.abay@metu.edu.tr



Şekil 1: Alçak irtifa uydular

takip edilmelidir. Sayıları 21000'ne varan 10 cm çapından büyük tüm uzay cisimleri dünya'da yer alan birçok optik teleskop ve radarla takip edilir, tespit edilir ve kataloglanır. Alçak irtifa uyduların dağılımını Şekil 1 üzerinde gösterilmiştir [NASA, 2016].

Uzay farkındalığına en büyük katkıyı Amerikan Uzay Operasyonları Merkezi (JSpOC), dünya üzerinde farklı bölgelerde bulunan optik teleskop ve radarlardan oluşan Uzay İzleme Ağı (SSN) aracılığıyla uzaydaki cisimlerin tespit, takip, kataloglanması ve tanımlanması faaliyetlerini gerçekleştirerek yapar. Elde ettikleri veriyi gelecekte gerçekleşebilecek muhtemel çarpışmaları tespit etmek için de kullanırlar. Bu işleme çarpışma analizi denir. Her iki cismin dinamik durumunda bir belirsizlik söz konusudur. Cisimlerin yörüngesindeki belirsizlik nedeniyle çarpışma hesaplamaları oldukça kompleks hale gelir ve her iki cismin de belirsizlikleri hesaplamalar yapılırken birleştirilir. Aktif uydular dışındaki tüm cisimlerin yörüngelerindeki belirsizlik daha çoktur. Aktif uyduların GPS çözümleri gibi ekstra veriler sayesinde yörüngeleri daha hassas hesaplanabilir. Fakat, diğer cisimlerin yörüngeleri için radarlar ve optik teleskoplar kullanılır. Sayıları artan uzay çöplüğü takip işlemini zorlaştırmaktadır. Uydular için başarılı bir çarpışma manevrası yapılabilmesi doğrudan çarpışması muhtemel cisimlerin yörüngelerinin ne kadar doğru bilindiğine bağlıdır.

JSpOC muhtemel çarpışmayı tespit ettiğinde uydu sahiplerine çarpışma mesaj özeti (CSM) gönderir. CSM'ler günlük olarak hazırlanır ve çarpışmadan 7 gün öncesine kadar uydu sahipleri bilgilendirilir. CSM içerisinde raporun oluşturulma tarihi, çarpışmanın tahmini zamanı, çarpışma zamanında uyduların pozisyon ve hız vektörleri ve bunlara bağlı kovaryans matrisleri ve aralarındaki görece mesafe bulunur [JSpOC, 2016]. Uydu sahipleri bu bilgileri kullanarak çarpışma olasılığını hesaplayabilirler. Önceki araştırmalar gösteriyor ki 10^{-3} 'den daha küçük olasılıklar manevra yapmayı gereksiz kılıyor [Klinkrad, Alarcon, Sanchez, 2006]. Fakat daha büyük değerler için ise kaçınma manevrası planlamak gerekiyor.

Her ne kadar birçok aktif uydunun manevra kabiliyeti olsa da, bu manevralar uydunun görevini negatif yönde etkileyebilir. Uydunun yapacağı bir manevra icra ettiği görev için önemli olan hassas ayarlarını bozabileceği gibi, uydunun kısıtlı yakıtının da bitmesine yol açar. Hatta manevranın istenildiği gibi olmaması sonucu uydunun kaybedilmesi gibi uç örnekler de manevra kararının verilmesinde etkilidir. Bu nedenlerden dolayı, CSM bilgilerinden faydalanan hem yakıt tüketimini minimize edecek hem de çarpışma olasılığını en aza indirecek bir metot geliştirilmesi önemlidir. Bu metot uydu sahiplerinin üçüncü parti hizmet sağlayıcılarına olan ihtiyaçlarını ortadan kaldıracaktır.

Deneve muhtemel çarpışma alanını minimize etmek için SGP4 ve TLE kullanarak bir metodoloji geliştirmiştir. Bir çarpışma senaryosunu ele almış ve uyduları birer nokta olarak ele almıştır. Kısıt olarak sadece bir yörünge parametrelerini kullanmıştır. Bunun yanında koordinat dönüşümleri kaba hesaplamalar ile yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar test edilen yörünge özelliklerine özel sonuçlar vermiştir ve uygulanan metodun limitleri ve potansiyeli konusunda detayları yansıtmaktan uzak kalmıştır. Bu çalışmada Deneve'nün kullandığı metodun benzeri geliştirilmiş [Deneve, 2014] ve Uluslararası Astronomi Birliği standartları kullanılarak koordinat hesaplamaları yapılmıştır

[International Astronomical Union, 2014]. Beş farklı çarpışma senaryosu 10 farklı uzay cismi ile test edilmiş ve geliştirilen algoritmanın etkinliği test edilmiştir. Klinkrad katalog tabanlı çarpışma tespiti ve çarpışma analizi gerçekleştirmiştir. Operasyonel manevra kriterlerini vermiş ve örnek çarpışmadan kaçınma manevraları göstermiştir [Klinkrad, Alarcon, Sanchez, 2006]. Stoll RapidEye takım uydularının Avrupa Uzay Ajansı (ESA) ile JSpOC desteğiyle oluşturulan çarpışmadan kaçınma değerlendirme servisinin işleyişinden bahsetmiştir. Uyduların GPS datalarının kullanılarak daha hassas yörünge bilgisi sağlandığına da değinmiştir [Stoll, Merz, Krag, Souza, Virgili, 2013]. Coppola sadece pozisyon vektörü üzerine yoğunlaşan bir çok çalışmanın aksine, hız vektörünü de hesaplamalara dahil etmiştir. Aynı zamanda yeni geliştirdiği bu metodu Monte Carlo testleriyle karşılaştırmıştır. Benzer bir şekilde, bu çalışmada çarpışma olasılık hesaplamasına hız vektörünün eklenmesi düşünülmüş fakat yapılacak manevraların küçük olması nedeniyle çarpışma olasılığında kayda değer bir değişiklik olmamıştır [Coppola, 2012]. Alfriend uzaydaki cisimlerin süratlerinin çok yüksek olması nedeniyle çarpışma olasılığı hesabının 3 boyuttan 2 boyuta indirgenebileceğini göstermiştir [Akella, Alfriend, 2000]. McKinley rölatif lineer yörünge hesaplamalarının yerine nonlineer rölatif yörünge hesaplamalarının yapılmasına yönelik algoritma geliştirmiştir. Bu algoritmanın operasyonel kullanım için uygunluğunu kanıtlamıştır [McKinley, 2006].

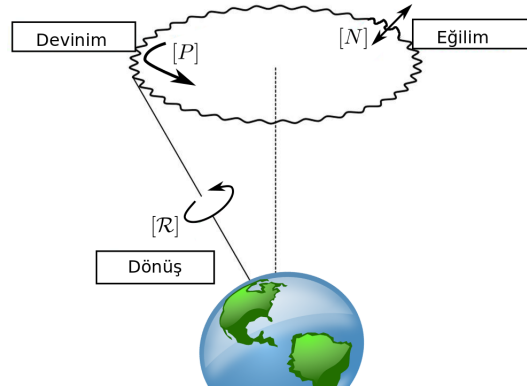
YÖNTEM

Bu çalışmada birbirinden farklı yörüngeye sahip 5 adet uzay cismine ait çarpışma senaryosu sunulacaktır. Çarpışma senaryoları Uzaydaki Tehlikeli Karşılaşmaları Değerlendirme ve Uydu Yörüngesel Çarpışma Raporları (SOCRATES) yazılımından sağlanan uzay cisimlerine aittir [International Astronomical Union, 2014]. Bahsi geçen cisimlere ait CSM bilgileri senaryolardan biri, GÖKTÜRK-II senaryosu, hariç JSpOC'un sağladığı TLE verileri kullanılarak elde edilmiştir. Çarpışma olasılığının hesaplanabilmesi için gerekli olan kovaryans matrisleri CSM içerisinde yer aldığı için rasgele seçilmiştir. Kovaryans matrisleri hassas olmasa da TLE ve sayısal öteleme yöntemi ile elde edilebilir, fakat bu hesaplama mevcut çalışmanın ilgi alanı içerisinde değildir. Bu bildiride kısıt altında ve kısıt olmaksızın iki farklı şekilde optimizasyon denklemleri oluşturulmuştur. Kısıtlar manevra sonrası rölatif hız ve pozisyon vektörün birbirine dik olması, yörüngesel enerjinin korunmasıdır. Bu senaryolardan birinde ise GÖKTÜRK-II'ye ait GPS datası kullanılarak oluşturulan Two-Line Element Sets (TLEs) kullanılmıştır. Böylelikle gerçek bir durum karşısında geliştirilen metodun nasıl kullanılabileceği görülecektir.

İlk olarak SGP4 ve TLE kullanılarak CSM oluşturulur. SGP4 ve TLE metodu Gerçek Ekvator Ortalama Ekinoks (TEME) koordinat sisteminde çalışır. Çarpışma anındaki pozisyon ve hız verileri CSM'e uygun olacak şekilde Dünya Sabit Greenwich (EFG) koordinat sistemine dönüştürülür. EFG ve TEME koordinatları arasındaki fark dünya'nın devinim, eğilim ve kendi etrafında dönmesinden kaynaklanmaktadır. Aşağıdaki denklem bu iki koordinat arasındaki dönüşümü göstermektedir [Kelso, Alfano, 2005].

$$\vec{r}_{EFG(t_i)} = [\mathcal{R}_{ti}][Q_{t0}][N_{t0}][P_{(ti,t0)}][N_{t0}]^T[Q_{t0}]^T\vec{r}_{TEME(t_0)} \quad (1)$$

t_i gözlemin yapıldığı zaman iken t_0 integrasyonun yapıldığı referansın başlangıç zamanı. $[\mathcal{R}]$ matrisi dünyanın kendi etrafında dönüşünden kaynaklanan açı kullanılarak oluşturulan dönüşüm matrisidir. Bu açı Greenwich Ortalama Yıldız Sabit Zaman (GMST) açısı olarak bilinir. $[Q]$ matrisi ise ekinoks denklemleri açısı bilinen açı kullanılarak oluşturulan dönüşüm matrisidir. Bu iki açının toplamı Greenwich Yıldız Sabit Zaman (GST) açısı olarak bilinir. $[P]$ matrisi dünyanın külesinin homojen dağılmış olmaması nedeniyle ideal dönüş eksenini ile mevcut dönüş eksenini arasındaki açının oluşturduğu devinim açısı kullanılarak oluşturulan dönüşüm matrisidir. $[N]$ yine dünyanın dönüş eksenini ile mevcut dönüş eksenini arasındaki açının oluşturduğu eğilim açısı kullanılarak oluşturulan dönüşüm matrisidir. Uluslararası Astronomi Birliği standartları (SOFA) dönüşüm kütüphanesi



Şekil 2: Dünya'nın kendi etrafında dönüşü

yüksek doğrulukta dünya ve güneş sabit koordinatları arasında dönüşümü gerçekleştirebilir [International Astronomical Union, 2014]. Burada dikkat edilmesi gereken husun hız vektörü dönüşümünde taşıma teorisini hesaba katmaktır. Aşağıdaki denklem hız vektörleri arasındaki dönüşümleri gösterir.

$$\vec{v}_{tme} = [R_{efg2tme}] \vec{v}_{efg} + [\tilde{\omega}] [R_{efg2tme}] \vec{r}_{efg} \quad (2)$$

$[R_{efg2tme}]$ denklem 1'de gösterilen dönüşüm matrisinin transpozunu, $[\tilde{\omega}]$ matrisi dünyanın radyal cinsinden açısal dönüş hızından yaratılan eğik simetrik matris. Aynı zamanda CSM içerisinde yer alan kovaryans matrisleri ve rölatif hız ve pozisyon vektörleri radyal, uçuş yönü paralel ve uçuş yönü dik (UVW) koordinat sistemindedirler. Aşağıdaki denklem kullanılarak bu dönüşüm matrisi elde edilebilir.

$$\hat{U} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad \hat{W} = \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{|\vec{r} \times \vec{v}|} \quad \hat{V} = \hat{W} \times \hat{U} \quad (3)$$

$$\vec{r}_{tme} = [\hat{U} : \hat{V} : \hat{W}] \vec{r}_{uvw}$$

Bu çalışmada optimizasyon için gerekli olan parametrelerin elde edilmesi için SGP4 yörünge öteleme metodu TLE parametreleri ile kullanılmıştır. Çarpışma anı konum ve hız vektöründen TLE parametreleri oluşturması gerekmektedir. TLE parametreleri önceden belirlenmiş bir tolerans değerine kadar her parametrenin diferansiyel düzeltme metodu ile adım adım düzeltilmesi ile gerçekleşir. SGP4 TLE parametrelerinden 7 tanesine ihtiyaç duyar, fakat hava sürtünmesi ile ilgili olan bstar parametresi belirli bir zaman sürecini kapsayan ardışık konum ve hız verisi olmadan kestirilemez. Bu nedenle ilk algoritma 6 adet klasik yörünge elemanlarından, şekil 3'de gösterilmiştir, TLE parametreleri yaratır. Aşağıdaki denklem çarpışma anında TLE parametrelerindeki küçük değişimlerin yine çarpışma anındaki hız ve pozisyon vektöründe yarattığı değişikliği göstermektedir. Υ matrisi 6x6 boyutunda bir matris olup, TLE elemanlarında 10^{-8} kadar değişikliğin pozisyon ve hız vektörlerinde yarattığı değişikliğin hesaplanması yoluyla yaratılır. Daha sonra kestirilen TLE elemanlarından sağlanan pozisyon ve hız vektörü ile gerçek pozisyon ve hız vektörü arasındaki fark hesaplanır. Υ matrisinin tersinin alınıp bu fark vektörü ile çarpılması sonucu TLE elemanlarında yapılması gereken değişiklik hesaplanır. Tüm bu işlemler fark vektörü belirli bir tolerans değerine ulaşıncaya kadar devam eder. Bu çalışma için bu tolerans değeri 10^{-12} 'dir.

$$\delta r v_{yg} = \frac{\partial f_{sgp4}}{\partial tle} \delta tle_{yg} = \Upsilon \delta tle_{yg} \quad (4)$$

$$\Upsilon \chi^{-1} = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & \mathcal{J}_{3 \times 3} & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

Şekil 2: $\mathcal{J}$ matrisi ve $\Upsilon \chi^{-1}$ arasındaki ilişki

İkinci algoritma çarpışma anındaki TLE elemanlarında meydana gelen değişikliklerin daha önceden belirlenmiş bir manevra zamanındaki pozisyon ve hız değişiklikleri ile ilişkisinin hesaplanmasıdır. Aşağıdaki denklem 6x6 boyutunda bir matris olan χ matrisinin çarpışma zamanında TLE elemanlarında 10^{-8} kadar değişiklik ile manevra zamanına ait pozisyon ve hız vektörlerinde yarattığı değişikliğin hesaplanması yoluyla oluşturulduğunu gösterir. Bir önceki denklemden yapısal olarak değişiklik olmasada bu denklemde iterasyon yoktur ve tek seferde hesaplanır. Aynı zamanda ilk algoritmada Υ matrisi oluşturulurken her TLE elemanında yapılan 10^{-8} kadar değişiklik öncesi ve sonrası elde edilen hız ve pozisyon vektörleri çarpışma zamanına aittir. İkinci algoritmada her TLE elemanında yapılan 10^{-8} kadar değişiklik öncesi hız ve pozisyon vektörleri çarpışma zamanına aittir. İkinci algoritma çarpışma anındaki TLE elemanlarında meydana gelen değişikliklerin daha önceden belirlenmiş bir manevra zamanındaki pozisyon ve hız değişiklikleri ile ilişkisinin hesaplanmasıdır.

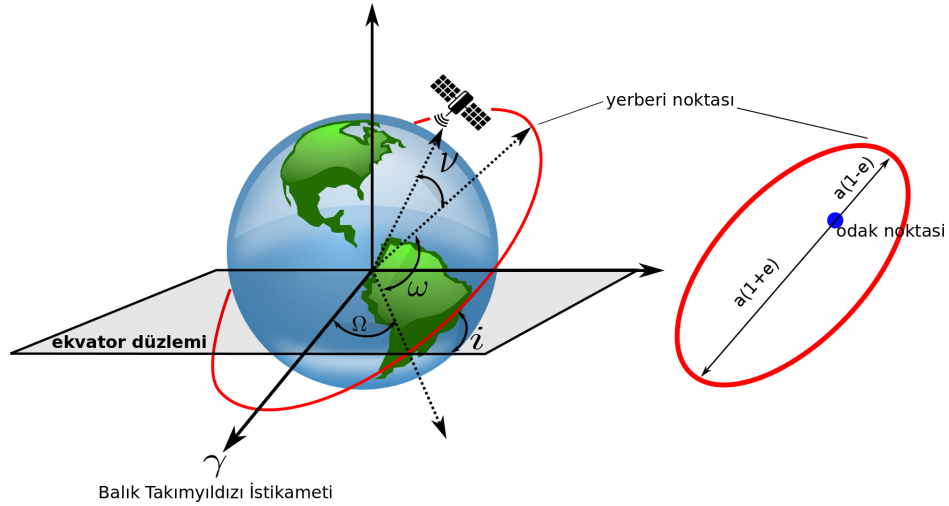
$$\begin{aligned} \delta r_{v_{mz}} &= \frac{\partial f_{sgp4}}{\partial t_{le}} \delta t_{le_{yg}} = \chi \delta t_{le_{yg}} \\ \delta t_{le_{yg}} &= \chi^{-1} \delta r_{v_{mz}} \end{aligned} \quad (5)$$

Denklem 4 ve denklem 5 birleştirilerek, manevra zamanında yapılan hız değişikliğinin çarpışma zamanında meydana getireceği pozisyon değişikliği elde edilmiş olur [Deneve, 2014]. Yeni oluşturulan denklem, denklem 6, SGP4 algoritmasının lineer olarak ifade edilmesini sağlamıştır. Bu nedenle yapılacak manevranın çok büyük olması ve manevra zamanının çarpışma zamanından çok önce olması hesaplamalardaki hassasiyete zarar verecektir. Alçak irtifa uydular için 90 dakika önce gerçekleşecek bir manevra zamanı ve 1 m/s'lik bir manevra çarpışma anında yaklaşık 20 metrelik bir konum farkı meydana getirir. Çarpışma manevrası için mümkün en son anda yapılması gerektiği için hesaplamadaki SGP4 metodu ve lineer denklemler arasındaki hata kabul edilebilir. Geliştirilen algoritma çarpışma olasılığını 10^{-9} 'e düşürecek şekilde en uygun manevra zamanını, yönünü ve büyüklüğünü verir. Optimizasyon algoritmalarında lineer denklemler kullanılırken raporlama esnasında SGP4 metodu kullanılır. Böylelikle hesaplanan optimum manevranın yüksek doğrulukla çarpışma olasılığını ne kadar düşüreceği bilinebilir. Hava sürtünme parametresinin kullanılmaması çarpışma zamanı ve manevra zamanı arasındaki saatlerle ifade edilen süre kadar kısa olması nedeniyle hesaplamaların doğruluğunu zedelemeyecektir. Aşağıdaki denklemde sadece manevra zamanında hız değişimi gerçekleştirilir çünkü anlık pozisyon değişimi mümkün değildir. $\mathcal{J}$ matrisi ve $\Upsilon \chi^{-1}$ arasındaki ilişkisi şekil 'de gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} \delta r_{v_{yg}} &= \Upsilon \chi^{-1} \delta r_{v_{mz}} \\ \delta r_{yg} &= \mathcal{J} \delta v_{mz} \end{aligned} \quad (6)$$

Optimizasyon denklemlerinin oluşturulabilmesi için öncelikle maliyet fonksiyonunun yaratılması gerekir. Bu çalışma için amacımız çarpışma olasılığını en aza indirmektir. Çarpışma ihtimali aşağıdaki denklem ile hesaplanabilir [Wiesel, William, 2010].

$$P_{yg} = \frac{1}{2\pi} |C_{ortak}|^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2} (\Delta r + \delta r_{(yg)})^T C_{ortak}^{-1} (\Delta r + \delta r_{(yg)})} \quad (7)$$



Şekil 3: Klasik Yörünge Parametreleri

Yukarıdaki denklemdeki C_{ortak} çarpışma ihtimali olan her iki cismin ortak kovaryans matrisi. İki cismin pozisyonlarındaki hataların birbirinden bağımsız olması nedeniyle aynı koordinat sisteminde ifade edildikleri müddetçe toplama işlemi ile ortak kovaryansları bulunabilir [Chan, Kenneth, 2008]. Δr çarpışma anındaki ikincil cismin manevra yaptırılacak uyduya olan rölatif pozisyonudur. $\delta r(yg)$ yakın geçiş anındaki yapılan manevra sonrası meydana gelen konum değişikliğidir. Denklem 7 kullanılarak optimizasyon için gerekli olan maliyet fonksiyonu yaratılabilir [Deneve, 2014].

$$M = (\Delta r + \mathcal{J}\delta v(mz))^T C_{ortak}^{-1} (\Delta r + \mathcal{J}\delta v(mz)) \quad (8)$$

Denklem 8 aşağıdaki gibi de ifade edilebilir.

$$M = \Delta r^T C_{ortak}^{-1} \Delta r + \Delta r^T C_{ortak}^{-1} \mathcal{J} \delta v(mz) + \delta v(mz)^T \mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \Delta r + \delta v(mz)^T \mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \mathcal{J} \delta v(mz) \quad (9)$$

Birinci derece yeterlilik koşullarını kontrol etmek amacıyla $\delta v(mz)$ 'ye göre türevini alıp 0'a eşitliyoruz. C_{ortak}^{-1} matrisi

$$\frac{\partial M}{\partial \delta v(mz)} = 2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \Delta r + 2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \mathcal{J} \delta v(mz) = 0 \quad (10)$$

Denklem 10 matris formunda aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} [-2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \Delta r]_{3 \times 1} &= [2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \mathcal{J}]_{3 \times 3} [\delta v(mz)]_{3 \times 1} \\ [\delta v(mz)]_{3 \times 1} &= [2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \mathcal{J}]_{3 \times 3}^{-1} [-2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \Delta r]_{3 \times 1} \end{aligned} \quad (11)$$

Yukarıdaki denklem sonucunda elde edilen $\delta v(mz)$ vektörü normalize edilerek minimum yakıt harcayarak çarpışma olasılığını minimize edecek manevra yönü elde edilmiş olur. Çarpışma olasılığının 10^{-9} olması kovaryans matrislerinin normal dağılım olması ve sonsuz uzunlukta kuyruk yapısına sahip olması nedeniyle çarpışmanın gerçekleşmeyeceği kabul edilir. Bu yöntem kısıt olmadan yapılan optimizasyondur.

Maliyet fonksiyonuna kısıtlar eklenerek Hamilton denklemi oluşturulur. Daha sonra Hamilton yöntemi ile birinci derece yeterlilik koşulunu kontrol etmek suretiyle extremum noktası bulunur. Bu çalışmada iki kısıt hesaplamalara eklenmiştir. İlk kısıt kovaryans matrislerinin birbiri içinden geçmesini engelleyen kısıttır. Yakın geçiş anında birincil ve ikincil cisim arasındaki rölatif hız ve konum vektörünün birbirine dik olmasıdır [Deneve, 2014].

$$\vec{v}_{fark}(\Delta r + \delta r_{yg}) = \vec{v}_{fark}(\Delta r + \mathcal{J}\delta v(mz)) = 0 \quad (12)$$

İkinci kısıt ise yörüngedeki enerji değişimini 0'a eşitleyen kısıttır. Buarada amaç manevra yapılırken çarpışma ihtimalini minimize ederken uydunun irtifa kaybetmesini engellemektir. Bu uydunun görevine kusursuz devam edebilmesi için gerekli olduğu kadar takımıydu içindeki uyduların rejimlerini korumaları için de önemlidir [Deneve, 2014].

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon &= \Delta\left(\frac{1}{2}v^2 - \frac{\mu}{r}\right) = 0 \\ &= \begin{bmatrix} \mu\frac{r_x}{r^3} & \mu\frac{r_y}{r^3} & \mu\frac{r_z}{r^3} & v_x & v_y & v_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta r_x \\ \delta r_y \\ \delta r_z \\ \delta v_x \\ \delta v_y \\ \delta v_z \end{bmatrix} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Manevra anında konum değişikliği yapmak mümkün olmadığı için pozisyon değişimi kısmı yukarıdaki denklemden çıkarılır [Deneve, 2014].

$$\vec{v}_{mz}\delta v_{mz} = 0 \quad (14)$$

Hamilton denklemi, maliyet denklemine, kısıtların Lagrange parametresi ile çarpılarak eklenmesi sonucu aşağıdaki gibi oluşturulur.

$$\mathcal{H} = M + \lambda_1 (\vec{v}_{fark}(\Delta r + \mathcal{J}\delta v(mz))) + \lambda_2 (\vec{v}_{mz}\delta v_{mz}) \quad (15)$$

Hamilton yaklaşımı uygulanarak birinci derece yeterlilik şartları aşağıdaki gibi kontrol edilir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \delta v(mz)} &= 2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \Delta r + 2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \mathcal{J} \delta v(mz) + \lambda_1 \vec{v}_{fark} \mathcal{J} + \lambda_2 \vec{v}_{mz} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_1} &= \vec{v}_{fark} \Delta r + \vec{v}_{fark} \mathcal{J} \delta v(mz) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_2} &= \vec{v}_{mz} \delta v_{mz} = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

Yukarıdaki denklem bilgisayarda kolay çözülebilmesi için matris formunda yazılır.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} -2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \Delta r \\ -\vec{v}_{fark} \Delta r \\ 0 \end{bmatrix}_{5 \times 1} &= \begin{bmatrix} 2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \mathcal{J} & \vec{v}_{fark} \mathcal{J} & \vec{v}_{mz} \\ \vec{v}_{fark} \mathcal{J} & 0 & 0 \\ \vec{v}_{mz} & 0 & 0 \end{bmatrix}_{5 \times 5} \begin{bmatrix} \delta v(mz) \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}_{5 \times 1} \\
\begin{bmatrix} \delta v(mz) \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix}_{5 \times 1} &= \begin{bmatrix} 2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \mathcal{J} & \vec{v}_{fark} \mathcal{J} & \vec{v}_{mz} \\ \vec{v}_{fark} \mathcal{J} & 0 & 0 \\ \vec{v}_{mz} & 0 & 0 \end{bmatrix}_{5 \times 5}^{-1} \begin{bmatrix} -2\mathcal{J}^T C_{ortak}^{-1} \Delta r \\ -\vec{v}_{fark} \Delta r \\ 0 \end{bmatrix}_{5 \times 1}
\end{aligned} \tag{17}$$

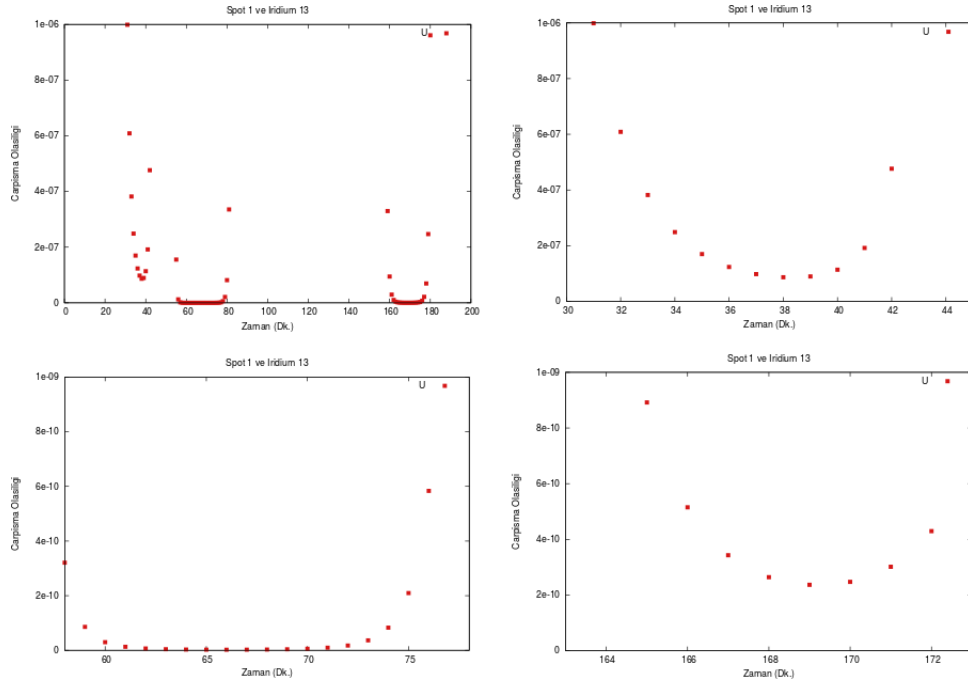
Bu çalışma GNU/Linux makina üzerinde Cython programlama dilinde kodlanmıştır. Cython programlama dili Python ve C++ programlama dillerinin birleşiminden oluşur. Cython dilinde yazılan kod öncelikle optimum şekilde C++ diline çevrilir ve makina diline derlenir ve Python modülü olarak kullanılabilir. Matris ile ilgili tüm hesaplamalarda Python matris kütüphanesi olan Numpy kullanılmıştır.

UYGULAMALAR

İlk olarak SOCRATES yazılımından elde edilen 4 adet yakın geçiş geliştirilen algoritma ile test edilmiştir. Burada amaç geliştirilen yazılımın en etkin kullanma yolunun tespit edilmesi ve çarpışma analizi ile ilgili farklı parametrelerin hesaplamalar üzerindeki etkilerini incelemektir. Daha sonra GOKTURK-II GPS konum verisi kullanarak oluşturan çarpışma senaryosunda geliştirilen algoritma test edilmiştir. Bu çarpışma senaryosu gerçek durumda algoritmanın kullanımı ve etkinliği üzerine bilgi vermektedir.

Birinci test senaryosu Spot 1 ve İridium 13 uydularının yakın geçişinden yaratılmıştır. Her ikisi de aktif uydulardır. Çarpışma zamanı tarihi 10 Ağustos 2016 saati 8:48:56.971 olarak hesaplanmıştır. Yakın geçiş esnasındaki mesafe 15.36 metredir. Çarpışma olasılığı 155 gibi çok büyük bir sayıdır. Kovaryans matrisleri olarak gerçek hesaplamalarda olabilecek şekilde rasgele seçilmiştir. Tüm 9 senaryodada uydular merkezde olacak şekilde hesaplanan UVW koordinat sisteminde birincil uydular için 10 metre, ikincil uydular için 100 metre. Bu değerler her ne kadar rasgele seçilse de 10 metre ve altı doğrulukta hesaplama uydu sahipleri için gerek GPS çözümleri gerekse mesafe-mesafe farkı yöntemi kullanılarak hesaplanabilmesi olağandır. Diğer cisim için JSpOC radarlarından elde edilen veriler kullanıldığı varsayılmış ve bu radarlardan 100 metre ve biraz üzerinde doğruluğu olduğu bilinmektedir. Eğer her iki uydu da aktif uydu ise uydu sahipleri karşılıklı bilgi paylaşımında bulunarak çarpışma senaryolarını gerçeğe çok yakın hesaplayabilirler. Kısıtsız olarak geriye doğru 200 dakika, 1 dakikalık aralıklarla, ötelenerek yapılan ve 0.5 m/s'lik manevra uygulanarak yapılan hesaplamamın sonuçları şekil 4'de görüldüğü gibidir. Bu şekil incelendiğinde yörünge üzerinde bazı noktalarda yapılan optimum manevraların daha iyi sonuç verdiği ve çarpışma olasılığını düşük tuttuğunu görebiliriz. Spot 1 uydusunun periyodu 98 dakikadır. Bu hesaplama da iki tam dönüş esnasında optimum manevraların durumu gösterilmiştir. Bu şekil çarpışma olasılığını minimize edecek manevranın yörünge üzerinde hangi noktada yapılırsa daha etkin olacağına dair önemli bilgiler veriyor. En uygun manevra aralığı çarpışmadan 62-68 dakika önce aralığında gözükmemektedir. Bu nedenle uydu operatörleri ve görev mühendisleri sadece yapılan manevranın büyüklüğünü azaltarak çarpışma olasılığını istedikleri seviyeye indirebilir veya arttırabilir. Burada izlenecek en iyi metod hesaplanan optimum manevranın yörünge üzerindeki uygulanacağı optimum noktayı bularak çarpışma olasılığını istenen seviyeye indirecek manevra büyüklüğünü seçmektir. Tüm bu işlemler operatör girdisi olmadan yapılarak istenen optimum manevra önerisi algoritmadan çıktı olarak alınabilir.

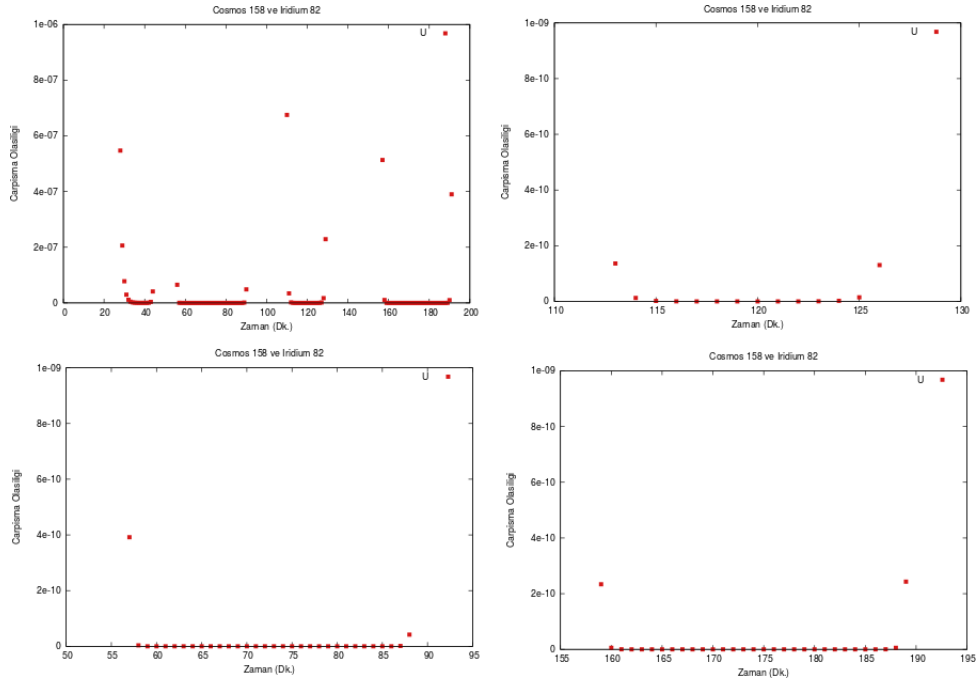
İkinci test senaryosu Cosmos 158 ve İridium 82 uydularının yakın geçişinden yaratılmıştır. Her ikisi de aktif uydulardır. Çarpışma zamanı tarihi 12 Ağustos 2016 saati 9:35:15.91 olarak hesaplanmıştır. Yakın geçiş esnasındaki mesafe 1.048 metredir. Çarpışma olasılığı 156.79 gibi çok



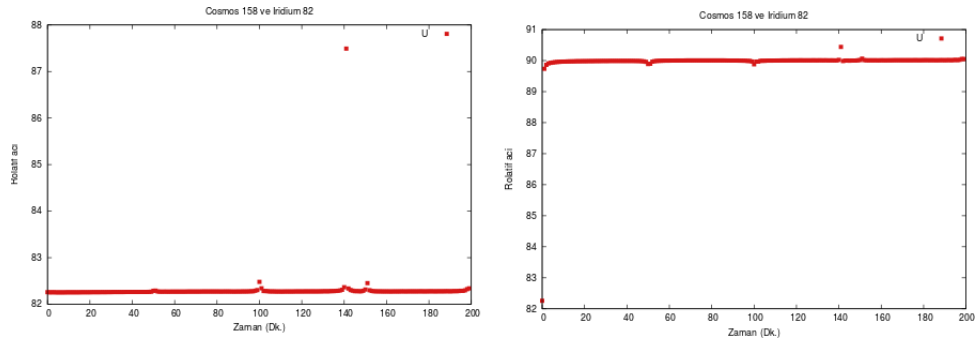
Şekil 4: Spot 1 ve İridium 13

büyük bir sayıdır. Kovaryans matrisleri ilk testte uygulanan hesaplama yöntemi ile hesaplanmıştır. Kısıtsız olarak geriye doğru 200 dakika, 1 dakikalık aralıklarla, ötelenerek yapılan ve 0.5 m/s'lik manevra uygulanarak yapılan hesaplamamın sonuçları şekil 5'de görüldüğü gibidir. İlk test senaryosuna benzerlikler olsada iki uydunun da farklı yörüngeye sahip olmasından dolayı bazı değişiklikler mevcuttur. En uygun manevra aralığı çarpışmadan 160-188 dakika önce aralığında gözükmemektedir. İkinci en uygun manevra aralığı çarpışmadan 58-87 dakika önce aralığında gözükmemektedir. Manevra kararı verilirken yörünge üzerinde çarpışma olasılığının ani değiştiği noktalar yerine geçişin yumuşak olduğu noktalar tercih edilmelidir çünkü yörünge tahmininde oluşabilecek herhangi bir hata veya ateşleyicilerdeki gecikme çarpışma olasılığı üzerinde büyük değişiklik yaratmamalıdır. Eğer böyle bir nokta bulunamıyorsa manevra büyüklüğü artırılarak manevra noktası ve etrafındaki noktalar için arzu edilen çarpışma olasılık değerine ulaşılabilir. Geliştirilen algoritma kısıtlar altında optimum manevra hesaplamasında yapabilmektedir. Bu kısıtlardan biri rölatif hız ve pozisyon vektörü arasındaki açının dik olmasıdır. Rölatif hız ve pozisyon vektörü arasındaki açının 90° olması kovaryans matrislerinin birbiri içinden geçmemesini garanti eder. Şekil 6'da dik açı kısıtlı ve kısıtsız olarak çarpışma anındaki zamana göre açı değerleri verilmiştir. Eklenen ekstra kısıtın çarpışma olasılığı üzerindeki etkisi şekil 7'de görülebilir. Eklenen kısıt çarpışma olasılıklarının artışına neden olmuştur çünkü yapılan manevra büyüklüğünün bir kısmı rölatif açıyı dik yapmaya harcanmıştır. Aynı zamanda kısıt uygulandıktan sonra oluşan rölatif açıdaki küçük dalgalanmalar tekil matrislerle karşılaşıldığında tersini almak için uygulanan Tekil Değer Ayrıştırma (SVD) yönteminden kaynaklanmaktadır.

Üçüncü test senaryosu Picosat 1-2 uyduları ve Cosmos 2251 uzay çöprü arasındaki yakın geçişten yaratılmıştır. Çarpışma zamanı tarihi 11 Ağustos 2016 saati 8:7:55.396 olarak hesaplanmıştır. Yakın geçiş esnasındaki mesafe 14.5 metredir. Çarpışma olasılığı 155.18 gibi çok büyük bir sayıdır. Kovaryans matrisleri ilk testte uygulanan hesaplama yöntemi ile hesaplanmıştır. Bu senaryoda geriye doğru 1000 dakika öteleme yapılmıştır çünkü yapılan manevra sonrasında yörünge'nin etkisinde bulunduğu bozunmalara maruz kalacağı sürenin artmasının çarpışma olasılığına olan etkisi incelenmiştir. Şekil 8'de görüldüğü gibi çarpışma anından uzaklaşıldıkça çarpışma olasılığı artmıştır. Bu testte manevra büyüklüğü 1 m/s seçilmiştir çünkü 0.5 m/s çarpışma olasılığını yörüngedeki optimum noktada manevra yapılsa dahi 10^{-7} 'nin altına düşürememiştir. Fakat 0.5 m/s'lik bir



Şekil 5: Cosmos 158 ve İridium 82

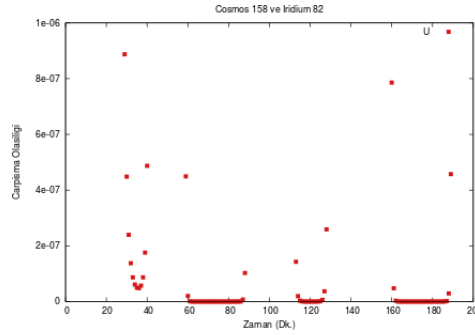


Şekil 6: Cosmos 158 ve İridium 82 açısı kısıtı

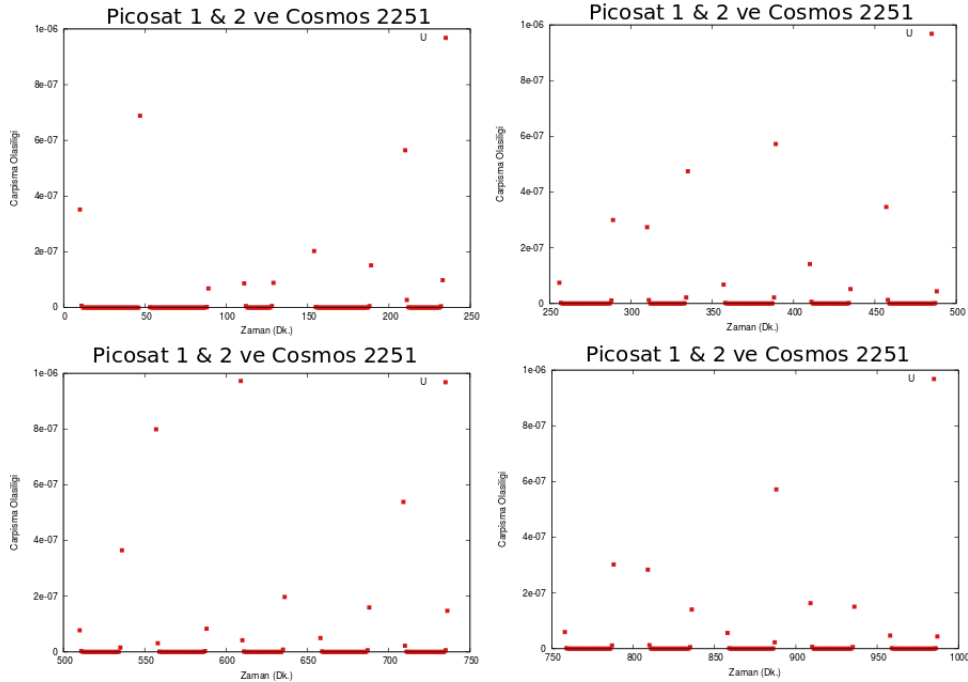
manevra aynı trendin tespit edilmesi için kullanılabilir. Şekil 9'da 0.5 m/s'lik bir manevranın çarpışma esnasından geriye doğru gidildiğinde çarpışma olasılığı üzerindeki etkisini göstermektedir.

Dördüncü test senaryosu Cosmos 158 ve Iridium 82 uyduları arasındaki yakın geçişten yaratılmıştır. Çarpışma zamanı tarihi 12 Ağustos 2016 saati 9:35:15.913 olarak hesaplanmıştır. Yakın geçiş esnasındaki mesafe 3.3 metredir. Çarpışma olasılığı 156 gibi çok büyük bir sayıdır. Kovaryans matrisleri ilk testte uygulanan hesaplama yöntemi ile hesaplanmıştır. Bu senaryoda geriye doğru 1000 dakika öteleme yapılmıştır çünkü yapılan manevra sonrasında yörüngenin etkisinde bulunduğu bozunmalara maruz kalacağı sürenin artmasının çarpışma olasılığına olan etkisi incelenmiştir. Şekil 10'da 0.25 m/s'lik bir manevra büyüklüğünün çarpışma esnasından geriye doğru gidildiğinde çarpışma olasılığı üzerindeki etkisini göstermektedir. Şekilde görüldüğü üzere çarpışma anından uzaklaştıkça, şekil 9'un aksine, çarpışma olasılığı azalmıştır.

Yapılan testler sonucu, optimum manevra yönü ve yörünge üzerindeki optimum manevra noktası hesaplandıktan sonra arzu edilen çarpışma olasılığına denk gelen manevra büyüklüğünün kullanıcıya verilmesi en iyi metod olacağı değerlendirilmiştir. Aynı zamanda her yörüngenin kendine has farklı özellikleri olduğu için algoritmanın her çarpışma için koşturulması gerekir. Unutulmaması gereken bir diğer nokta algoritmanın sayısal yöntemlere değil SGP4 gibi analitik bir yöntemle dayanmasıdır. Bu nedenle, algoritmanın çarpışma anından başlayarak manevra zamanına kadar yörünge üzerinde her nokta için hesaplanmasına gerek yoktur. Bunun yerine, en iyi yöntem manevra için tam periyot



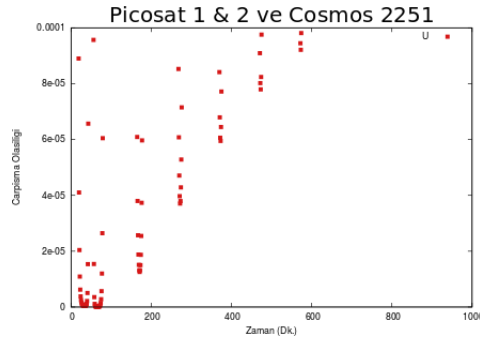
Şekil 7: Cosmos 158 ve İridium 82 kısıt ile



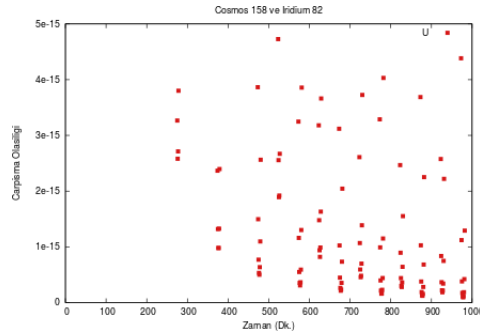
Şekil 8: Picosat 1 & 2 ve Cosmos 2251

ve katları ve yarım periyod ve katlarından uzak zaman aralıklarının verilmesi olacaktır. Kısıtlı yapılacak hesaplamalar içinde aynı yöntem başarılı olacaktır.

Son test senaryosu Göktürk-II ve parametreleri yakın geçişe uygun olacak şekilde belirlenen hayali bir uzay cismi olacak. İkincil cismin gerçek bir cismin seçilmemesinin nedeni kovaryasyon matrisleri ve diğer parametrelerinin değiştirilerek uydu çarpışma analizi ile ilgili önemli bazı tespitler yapmaktır. Göktürk-II üzerinde GPS alıcı olması nedeniyle çarpışma anındaki kovaryans matrisi konum için 10 metre kabul edilmiştir. Son test ikincil cismin yörüngesinin doğru tahmin edilmesinin de yapılacak manevraya olan etkisinin incelenmesi açısından önemlidir. Bu senaryoda kısıtsız, rölatif dik açı kısıtı ile ve hem rölatif dik açı kısıtı hem de enerjinin korunması kısıtı ile optimum manevra hesaplanmış ve şekil 11'de gösterilmiştir. Kısıtsız manevranın hesaplanamadığı her zaman aralığında kısıtlı manevrada hesaplanamamaktadır. Bu nedenle şekillerde dalgalanmalar görülmektedir. Dikkat çeken bir diğer nokta her eklenen kısıtın çarpışma olasılığını arttırması. Fakat sadece manevra büyüklüğünü arttırarak istenen çarpışma olasılığı değerine ulaşmak mümkündür. İkincil cisim konum bilgisi hatasının 100 metre olduğu bu çarpışma senaryosu sonucunda çarpışma olasılığını 6.98×10^{-10} yapabilecek çarpışmadan 68 dakika önceki yörüngedeki konumunda uygulanacak manevra vektörü, manevra büyüklüğü 0.5 m/s, birincil uydu merkezli UVW koordinat sisteminde $[-0.4532217029629794225; -0.02619840031016212878; -0.2095321736262127643]$ 'dir. Eğer ikincil cismin konum belirsizliği TLE'lerden elde edilebilecek en iyi değer olan 1 km olmuş olsaydı,



Şekil 9: Picosat 1 & 2 ve Cosmos 2251 0.5 m/s'lik manevra

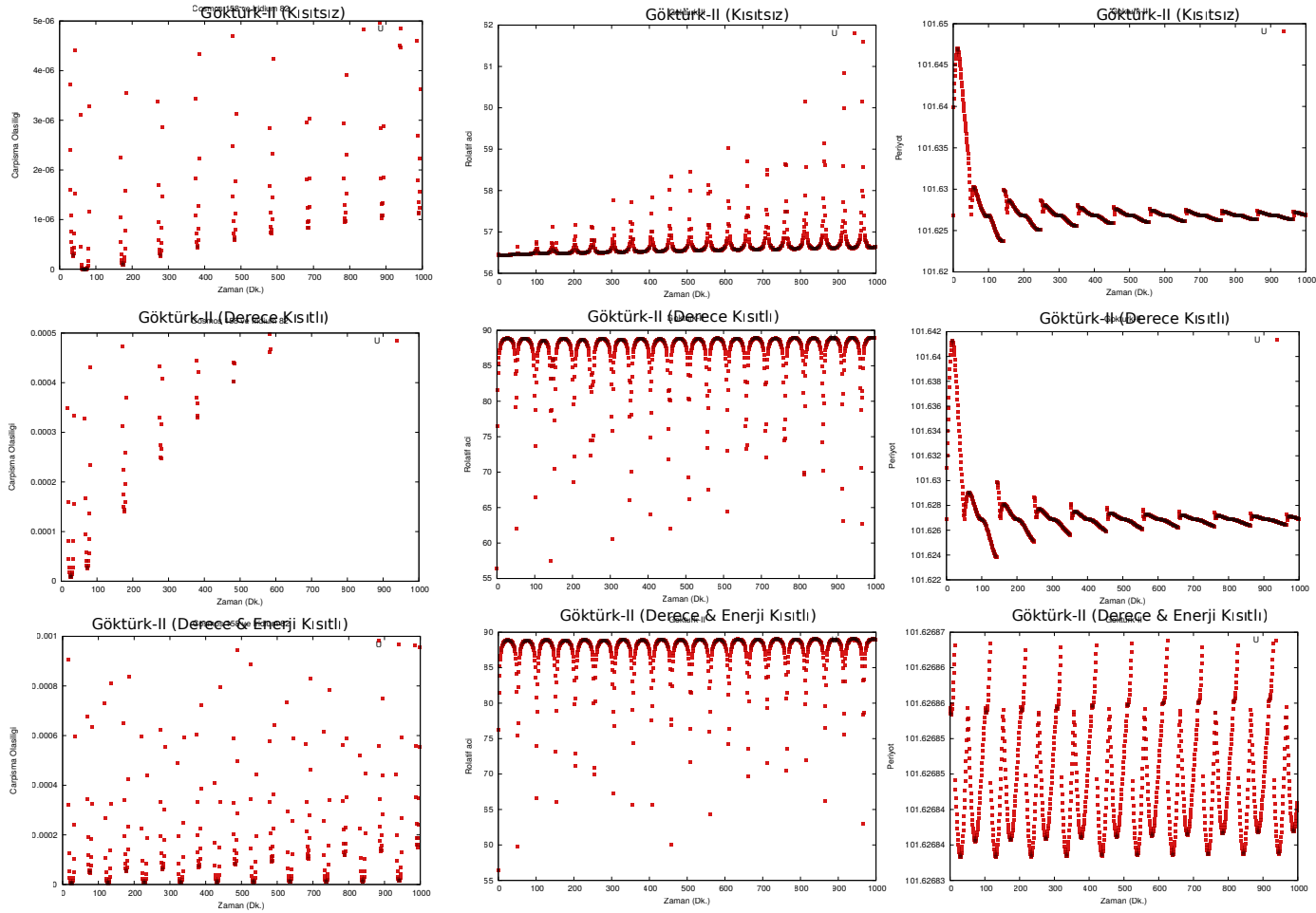


Şekil 10: Cosmos 158 ve Iridium 82

çarpışma olasılığını 6.07×10^{-10} yapabilecek çarpışmasan 68 dakika önceki yörüngedeki konumunda uygulanacak manevra vektörü, manevra büyüklüğü 4.4 m/s, birincil uydu merkezli UVW koordinat sisteminde $[-3.98835099; -0.230545923; -1.84388313]$ 'dir. Eğer 4.4 m/s yerine 0.5 m/s'lik bir manevra büyüklüğü seçilmiş olsaydı, çarpışma olasılığı 0.122 olacaktı. Bu nedenle JSPOC'un yayınladığı TLE'leri kullanarak çarpışmaya engel manevra yaptırmak gerçekçi olmayacaktır. Burada izlenebilecek iki yöntem vardır. Birincisi JSPOC ile anlaşma yoluna gidilerek, kendilerinin istedikleri veri formatında birincil uydunun konum ve pozisyon verilerini kendileriyle paylaşmak ve yapılan manevra sonrası değerlendirmelerini almaktır. Eğer sahip olunan uydunun bu verilerini başka ülke ile paylaşmak mümkün değilse, JSPOC'un ikazlarını son geçişe, uydu ile irtibata geçilebilecek son an, kadar beklemek ve eğer ikazlar devam ediyorsa birincil uydunun GPS yörünge konum ve pozisyon verisi kullanarak TLE ve bu TLE'nin kovaryans bilgisinin kestirimini yapmak ve çarpışma zamanına bu TLE ve kovaryans bilgisini taşımak ve bu kovaryans matrisi ile JSPOC radarlarının sağlayabildiği hata payına ekleme yaparak birincil ve ikincil uyduların kovaryans matrislerini birleştirerek geliştirilen algoritma ile optimum manevra hesabı yapmaktır. İkincil cismin kovaryans matrisinin hatasının kilometre düzeyinde olduğu bir durumda uydu sahiplerinin çarpışmadan kaçınma için manevra yapması mantık dışı gözükmektedir.

SONUÇ

Bu çalışmada SGP4 yörünge tahmin metodu ve onun başlangıç değerleri olan TLE parametreleri kullanılarak çarpışma ihtimali olan uydular için optimum manevra yönü, yörünge üzerinde manevranın yapılacağı optimum nokta ve yapılacak manevranın istenilen çarpışma olasılığına göre manevra büyüklüğünü hesaplayan algoritma geliştirilmiş ve kapsamlı analizleri yapılmıştır. Geliştirilen algoritmanın görev ile ilgili kısıtlar dışında kullanıcı girdisi olmadan tüm hesaplamaları yaparak çarpışma olasılığı değerini minimize eden optimum manevrayı, manevra büyüklüğü açısından, verebilmesi hedeflenmiş ve başarıya ulaşılmıştır. Yapılan kapsamlı analizler hem geliştirilen algoritmanın işleyişi hem de uydu çarpışma manevra hesaplamaları ile ilgili detaylı bilgi vermiştir. Geliştirilen algoritmaya ek kısıtlar eklemek suretiyle farklı görevler için kullanılabilir



Şekil 11: Göktürk-II kısıtlı ve kısıtsız hesaplama

hale getirmek mümkündür. Geliştirilen algoritma hesaplanan manevranın etkinliğini değerlendirmek için SGP4 algoritması ve içinde hava sürtünme parametresi bulunmayan algoritma tarafından kestirimi yapılmış TLE kullanılmaktadır. Algoritmanın değerlendirme kısmı için uydunun irtifasına göre kapsamlı kuvvetlerin modellendiği doğruluğu yüksek sayısal yörünge öteleme yönteminin kullanılması algoritmanın daha doğru hesaplama yapabilmesini mümkün kılacaktır. Aynı zamanda algoritmanın geliştirilmesi aşamasında kullanılan metod sayısal öteleme yöntemleri ve yarı analitik yörünge tahmin metodları içinde uygulanabilir. Doğruluğu SGP4 ve TLE'ye göre daha hassas olan bahsi geçen metodlar daha başarılı çarpışmadan kaçınma manevrası planlamasını mümkün kılacaktır.

Kaynaklar

Orbital Debris quaterly news, 2009. *Satellite collision leaves significant debris clouds*, NASA, s.1-10

NASA Orbital Debris Program Office, 2016.

<http://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/photogallery/beehives.html#leo>

Air Force Space Command (AFSPC), 2016. <https://www.space-track.org/documentation>

DeNeve, E. R., 2014. *Informing spacecraft maneuver decision to reduce probability of collision*, Air Force Institute of Technology, s.1-81

- Klinkrad, H., Alarcon, J. R., Sanchez, N. 2005. *Collision avoidance for operational ESA satellites*, s.1-6, 4th European Conference on Space Debris, Germany, 18-20 Nisan 2005
- Stoll, E., Merz, K., Krag, H., Souza, B. D., Virgili, B. B. 2013. *Collision Probability Assessment for the*, s.1-9, 6th European Conference on Space Debris, Germany, 22-25 Nisan 2013
- Coppola, V. T. 2012. *Including velocity uncertainty in the probability of collision between space objects*, Advances in the Astronautical Sciences, V. 143
- Akella, M. R., Alfried, K. T., 2000. *Probability of collision between space objects*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics
- McKinley, D. P., 2006. *Development of a nonlinear probability of collision tool for the earth observing system*, Astrodynamics Specialist Conference, Keystone, Colorado, 21-24 Ağustos 2006
- International Astronomical Union, 2014 *Standards of fundamental astronomy astrometry tools*, <http://www.iausofa.org/>
- Kelso, T.S., Alfano, S., 2006. *Satellite orbital conjunction reports assessing threatening encounters in space (SOCRATES)*, s.9, Modeling, Simulation, and Verification of Space-based Systems III, 31 Mayıs 2006
- Seago, J. H., Vallado, D. A., 2006. *Coordinate frames of the U.S. space object catalogs*, Astrodynamics Specialist Conference Denver, CO, U.S.A
- Wiesel, W. E., 2010. *Modern orbit determination*, Aphelion Press, 2. basım
- Chan, F. K., 2008. *Spacecraft collision probability*, The Aerospace Press