

AERODİNAMİK İTKİ OPTİMİZASYONU: SAYISAL VE DENEYSEL YAKLAŞIM

Jane Bulut¹ Ferhat Karakaş² İdil Fenercioğlu³ Ülgen Gülçat⁴

İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Çırpan kanatların düşük hızlı uçuşlarda dahi havada tutunma kaybını en aza indirdedikleri fark edildiğinde çırpan kanatların hava araçlarındaki uygulamalarına ilgi artmış ve mikro hava araçları için uygulanabilirliği üzerine çalışmalar başlamıştır. Mikro hava araçları (MHA) boyutlarının, sessiz çalışmalarının ve de hafifliklerinin getirdikleriyle birlikte günden güne artan kullanım alanlarına sahiptir. MHA'ların birincil avantajlarından biri olan hafifliğin, itki sağlayan sistemlerin ağırlıklarının eklenmesiyle birlikte dezavantaja dönüştüğü noktada ise kurtarıcı olarak, doğadan ilham alan çırpan kanatlardan itki elde edilmesi gündeme gelmektedir. Bu çalışmada, eşzamanlı yunuslama ve akıma dik yönde ötelenme hareketleri, planya, yapan düz levha için önce sayısal olarak optimum itki veren hareket tarzı saptanmış daha sonra da su kanalında sıfır akım hızında, üç farklı frekans ve hareket genliğine sahip 9 farklı durum için kuvvet ölçümüyle karşılaştırmalar yapılmıştır.

GİRİŞ

Doğadan ilham alan mühendisliğin önem kazanmasıyla birlikte, insansız hava aracı tasarımlarında ilgi sabit kanatlı hava araçlarından çırpan kanatlı hava araçlarına kaymıştır. Doğada kuşlar ve böcekler uçabilmek için kendilerine gereken itki kuvvetini bu kanat çırpma hareketi ile elde etmektedirler [Dickinson vd., 1999]. Aynı zamanda kanat çırpma hareketi sinekuşu (hummingbird) gibi uçan canlılara, havada asıl durabilme kabiliyeti kazandırmaktadır [Shyy vd., 2007]. Tüm bu faydalar mühendislik açısından değerlendirildiğinde, uçan canlılardan ilham alan çırpan kanatlı sistemlerin uygulamaya geçirilmesi kaçınılmaz olmuştur.

Düşük hızlarda uçan mikro hava araçlarının gerek askeri gerekse sivil alanda kullanımlarının yaygınlaşması verimliliklerinin artması gereksinimi doğurmuştur. Hafiflikleri ve küçük boyutlarda olmalarından kaynaklanan hareket kabiliyetlerinin getirdiği faydalar mikro hava araçlarına duyulan ilgiyi giderek artırmaktadır. Bu araçlara gereken itkiyi sağlamak için eklenen itki sistemleri araçların hareket kabiliyetlerini azaltan bir kütle artışına sebep olmaktadır. Bunun önüne geçmek için en verimli sistem olarak çırpan kanatlardan itki elde etmek gösterilebilir [DeLaurier ve Harris, 1993; Mueller ve DeLaurier, 2003; Pesavento ve Wang, 2009].

Kuşların kanat çırpma hareketleri gözlemlendiğinde bu hareketin karmaşıklığı ve uygulanabilirliğinde ortaya çıkan zorluklar kolaylıkla görülebilir. Bu sebeple kuşların kanat çırpma hareketi; yunuslama ve akıma dik yönde ötelenme hareketleri şeklinde alt hareketler ve bu hareketlerin birleşimleri ile incelenebilir. Hareket eden bir kanattan itki elde edilebileceğini ilk defa

¹ Lisans öğrencisi, Uzay Müh. Böl., E-posta: bulutj@itu.edu.tr

² Araştırma görevlisi, Uzay Müh. Böl., E-posta: karakasferhat@itu.edu.tr

³ Dr., Uzay Müh. Böl., E-posta: fenercio@itu.edu.tr

⁴ Prof. Dr., Emekli, E-posta: gulcat@itu.edu.tr

Knoller [1909] ve Betz [1912] ortaya atmıştır. Çalışmaları sonucuna dayanarak ise, etkin bir hücum açısına sahip kanadın çırpma hareketi sonucunda itki bileşenine sahip bir taşıma kuvveti üretmesi, Knoller-Betz etkisi olarak bilinir. Daimi olmayan bir hareketten itki elde edilebileceği deneysel olarak ilk defa Katzmayr tarafından gösterilerek [Katzmayr,1922] Knoller-Betz etkisi kanıtlanmıştır. Karman ve Burgers [1935] teorik olarak kanat üzerindeki sürüklenme ya da itki kuvvetinin kanat arkasında oluşan akımla ilişkilendirilebileceğini söylemiştir. Jones vd. [1998] de deneysel ve sayısal olarak akıma dik yönde ötelenme hareketi yapan bir kanadın iz bölgesini inceleyerek itki ve sürüklenme elde edilebilen bölgelerin indirgenmiş frekans ve ötelenme hareketi genliği ile olan bağıntısını ortaya koymuştur. Sıfır serbest akım hızında ve düşük Reynolds sayılarında ($Re = \omega c^2 / \nu \leq 1000$), düşük frekanslarda bile yunuslama hareketi sırasında 20° hücum açısını geçtikten sonra itki kuvveti doğmaktadır [Wang, 2000].

Bu çalışmada sıfır akış hızında yunuslama ve akıma dik yönde ötelenme hareketi (planya) yapan bir düz levha için önce sayısal olarak optimum itki veren hareket biçimi saptanmıştır. Daha sonra da açık kanal deneyleriyle kuvvet sensörü yardımıyla levha üzerine etkiyen kuvvetler ölçülerek karşılaştırmalar yapılmış ve aralarındaki uyum gözlenmiştir.

DENEYSEL YÖNTEM

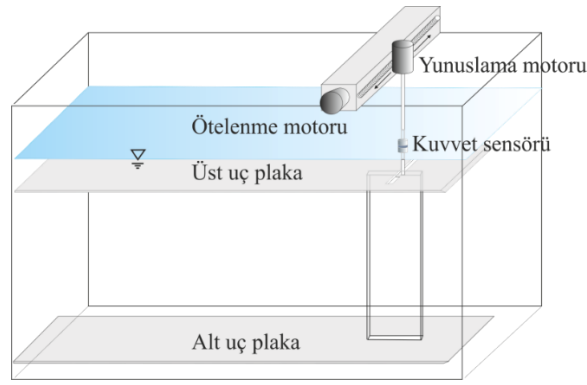
Deneysel çalışma, İTÜ Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, Trisyonik Araştırma Laboratuvarı'nda bulunan büyük ölçekli, serbest yüzeye sahip su kanalında gerçekleştirilmiştir. Kanalin deney bölümü genişliği 1010mm, yüksekliği 790mm'dir.

Model olarak veter boyu (chord) $c = 10\text{cm}$, açıklığı (span) $s = 30\text{cm}$ ve kalınlığı 5mm olan rijit düz bir levha kullanılmıştır. Model yarı veter noktasından dikey olarak yunuslama hareketini veren servo motora bağlıdır. Yunuslama motoru ise diğer bir servo motorun hareket ettirdiği bir lineer hareket sistemi üzerinde akıma dik yönde ötelenmektedir. Kanat modelinin yunuslama hareketi Kollmorgen AKM33E servo motor ve Danaher Motion S300 servo sürücü ile sağlanırken akıma dik ötelenme hareketi AKM54K servo motor ve Danaher Motion S700 servo sürücü ile yapılmıştır.

Su kanalının üst yüzeyinde oluşan serbest yüzey etkilerinden arındırmak için uç plaka kullanılmıştır. Plakanın kendi ağırlığı ve akışın etkisiyle deforme olmaması için üst tarafı alüminyum profiller ile desteklenmiştir. Kanadın bağlı olduğu hareket çubuğunun geçmesi için plaka üzerine serbest akışa dik yönde 2cm genişliğinde bir yarı açılmıştır. Alt yüzeyde oluşabilecek uç girdap etkilerinden arındırmak için de alt uç plakası kullanılmıştır. Her iki uç plaka da 150x100cm ölçülerinde 1cm kalınlığında Pleksiglas'dan üretilmiş ve hücum kenarlarının üst yüzeyleri 30° açı ile keskinleştirilmiştir. Uç plakaların modele bakan yüzeyleri ile modelin ucu arasında minimum mesafe bırakılmıştır.

Kuvvet ve momentler motorlara ankastre bağlı kanadın hemen uç plaka sonrasındaki kısmına, su altında yerleştirilmiş olan ATI-IA Nano17 IP68 kuvvet/moment duyargası ile ölçülmektedir. Sensör, kanat ile kanadın dönmesini sağlayan hareket aktarım çubuğunun arasına monte edilmiştir. Deney düzeneği Şekil1'de görülmektedir.

Kuvvet/moment ölçümlerinde, 10000Hz'de model hareketinin 30 periyodu süresince veri alınmıştır. Kuvvet/moment duyargası model ile beraber dönmekte olduğu için, elde edilen F_x ve F_y kuvvetleri kullanılarak, modelin o anki hücum açısı ile modele etki eden taşıma ve sürüklenme kuvvetleri elde edilmektedir.

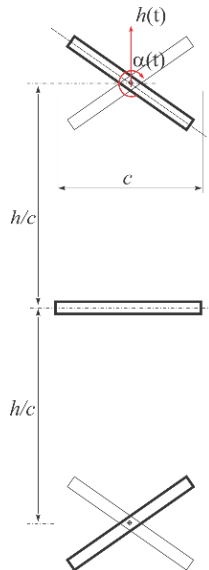


Şekil 1: Deney Düzeneği

Düz levhanın hareketi için farklı fonksiyonlar kullanılarak oluşturulan pozisyon sinyali servo sürücülere yollanmıştır. Bu hareketler hem yunuslama hem de akışa dik yönde ötellenme içermektedir. Tablo 1’de incelenen hareketler ve deney parametreleri detaylı şekilde verilmiştir. Tüm hareketler $\alpha = 34$ derece yunuslama genişliği ile üç farklı frekansta ($f = 0.1\text{Hz}$, 0.15Hz ve 0.2Hz) ve sıfır akım hızında ($U = 0$) üç farklı ötellenme genişliği değerinde ($h/c = 0.3$, 0.4 ve 0.5) gerçekleştirilmiştir. Yani düz levha profiline sahip kanat, $\alpha = 34$ derece sabit geometrik hücum açısıyla ötellenme boyunca “etkin yunuslama (feathering)” yapmakta (efektif hücum açısı daima sıfır olmakta), daha sonra sinüzoidal olarak $\alpha = -34$ dereceye gelip diğer yönde hareketine devam etmektedir. Tablo 1’de incelenen parametreler, Şekil 2’de ise kanatın gerçekleştirdiği hareket gösterilmiştir.

Tablo 1: Düz plakanın hareket parametreleri

Deney numarası	Frekans [Hz]	h/c
T1	0.1	0.3
T2	0.1	0.4
T4	0.15	0.3
T5	0.15	0.4
T6	0.15	0.5
T7	0.2	0.3
T8	0.2	0.4
T9	0.2	0.5



Şekil 2: Deneysel düzende kanat hareketi

Yapılan deneysel çalışmada kanadın akıma dik olarak yaptığı ötelenme hareketinin fonksiyonu;

$$h(t) = -h/c \cos(2\pi ft)$$

Kanadın yaptığı yunuslama hareketinin fonksiyonu ise;

$$\alpha(t) = -\alpha \cos(2\pi ft)$$

olarak kullanılmıştır. Burada $h(t)$ ve $\alpha(t)$ lineer hareket fonksiyonlarını belirtirken; h/c ötelenme hareketinin genliğini, α yunuslama hareketi genliğini ve f hareketin frekansını belirtmektedir.

SAYISAL YÖNTEM

Çırpın kanatta hücum kenarı emmesi ve kanada etkiyen taşıma kuvveti aşağıda verildiği şekilde bir itme kuvveti yaratır [Garrick, 1936].

$$T = -(\pi \rho P^2 - \alpha L) \quad (1)$$

Burada, $P = \lim_{x \rightarrow -1} (\gamma_a \sqrt{x^* + 1})/2$ hücum kenarı emme hızı, α hücum açısı, γ_a girdap tabakası

şiddeti ve L ise taşıma kuvveti olup basit harmonik hareket için ifadeleri bilinmektedir [Bisplinghoff vd., 1996]. Bu ifadeler kullanıldığında Theodorsen fonksiyonu $C=F+iG$ cinsinden;

i) Profilin düşey hareketi için (Planya) $z_a(x, t) = -he^{i\omega t}$, hız: $\bar{w} = -hi\omega$

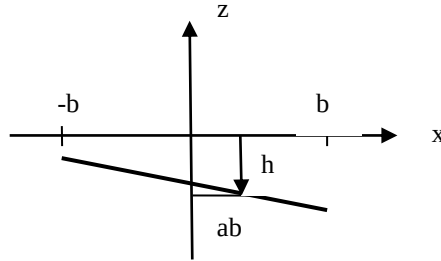
$$\bar{P}_0 = \sqrt{2}C(k)ik\bar{h}U, \bar{h} = h/b$$

$$\text{ve } \bar{L}_0 = \rho U^2 b [2C(k)ik - k^2] \pi \bar{h}$$

ii) Yunuslama, ab etrafında, ve planya hareketi için:

$$z_a(x, t) = -\bar{\alpha} e^{i\omega t} (x - ab), \text{ hız: } \bar{w}(x) = -\bar{\alpha} i\omega (x - ab) - U\bar{\alpha}$$

şeklinde yazılabilir. Yunuslama ve planya hareketi yapan ince profil Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3: Yunuslama ve planya hareketi yapan ince profil

Aşağıdaki hücum kenarı emme hızı ve taşıma kuvveti ifadeleri bulunmuştur.

$$\bar{P}_1 = \sqrt{2}[C(k) + (C(k) - 1)ik/2 + (1 - C(k))a - aik]U\bar{\alpha}$$

$$\text{ve } \bar{L}_1 = \rho U^2 b [2C(k)(ik/2 + 1) + ik - 2C(k)ika - ika + k^2a] \pi \bar{\alpha}$$

Tablo 2'de hem planya hareketi hem de yunuslama hareketi için bu ifadelerin özetleri verilmiştir.

Tablo 2: Kesit emme ve taşıma katsayıları

	$\bar{T}$	$\bar{\alpha} \bar{L}$
$\bar{h}$	$\sqrt{2}C(k)ik$	$2C(k)ik - k^2$
$\bar{\alpha}$	$C(k) + (C(k) - 1)ik/2$ $+ (1 - C(k))a - aik$	$2C(k)(ik/2 + 1) + ik$ $- 2C(k)ika - ika + k^2a$

Düşey hareket genliği h ve hücum açısının teşkil ettiği vektörü yazıp, $\bar{Q} = \begin{bmatrix} \bar{h} \\ \bar{\alpha} \end{bmatrix}$, $h=h_r$ gerçek ve $\bar{\alpha} = \alpha_r + i\alpha_i$ olarak yazarsak iki değişken arasındaki ilişkiyi faz farkıyla ifade etmiş oluruz. Buna göre kompleks vektörümüz

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} h_r \\ \alpha_r \\ \alpha_i \end{bmatrix}$$

Bu sayede ortalama itki değeri için aşağıdaki gibi bir kuadratik büyüklük yazmamız mümkün olmaktadır:

$$T_{avg} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[\pi \rho \bar{P} \text{conj}(\bar{P}) + \sum_{i=0}^2 \bar{\alpha} \bar{L}_i \right] \quad (2)$$

Denklem 2 de görüldüğü gibi büyüklüğün sadece gerçek kısmı ortalama itkiye katkıda bulunmaktadır. Sanal kısım ise sinüs kosinüs çarpımı olduğundan bir periyot için integrali sifıra eşit olup aşağıdaki ifade elde edilir:

$$T_{avg} = \frac{1}{2} \pi \rho U^2 b \{Q\}^T [H_{avg}] \{Q\} \quad (3)$$

Burada, H_{avg} 3x3 bir matris olup itki fonksiyonunun Hessian'ı olarak adlandırılır. Daha ayrıntılı bilgi Walker [2012] ve Walker ve Paul [2014]' den, hem rijit hem de elastik profiller için, elde edilebilir.

Optimizasyon

Denklem 3 ile verilen ortalama itki fonksiyonunun maksimumu, gradyanı alınarak elde edilir. Yani,

$$\nabla T_{avg} = \vec{0} \quad \rightarrow \quad \pi \rho U^2 b [H_{avg}] \{Q\}_{\max T} = \vec{0} \quad (4)$$

Burada, $\{Q\}_{\max T}$ vektörü maksimum itkiyi veren vektördür. Hessian tekil olmadığından Denklem 4'ün sadece basit çözümü vardır ve Denklem 4'ün türetilmesinde lineer aerodinamik parametreler kullanıldığından Q da olan bir artış aynen itkiye de yansır. Bu nedenle sonlu bir maksimum bu şekilde bulunamaz. Ancak, harekete kısıtlama getirerek anlamlı bir maksimum itkiye ulaşırız. Probleme kısıtlama uygulamanın çeşitli yolları olmakla birlikte en basiti hareketin genliğine kısıtlama uygulamaktır.

Hareket kısıtlaması: Aerodinamik ve mekanik kısıtlamalar sonucu aşağıdaki gibi genlik kısıtlaması yazılabilir;

$$\sum_{i=1}^3 Q_i^2 \leq 1 \quad \text{veya} \quad \{Q\}^T \{Q\} \leq 1$$

Bu sayede maksimum itki de, hareketin genliğine sınır koyarak, tasarım uzayında bir limite ulaşacaktır. Kısıtlamayı eşitliğe çevirirsek

$$f(Q) = \{Q\}^T \{Q\} - 1$$

Şimdi, ortalama itki fonksiyonunun kısıtlama ile birlikte Lagrange çarpanı λ da işin içine katarak

$$L(Q, \lambda) = \frac{1}{2} \pi \rho U^2 b \{Q\}^T [H_{avg}] \{Q\} - \lambda f(Q) \quad (5)$$

Denklem 5'in gradyanını aldığımızda

$$\begin{aligned} \pi \rho U^2 b [H_{avg}] \{Q\} - \lambda \{Q\} &= 0 \\ \{Q\}^T \{Q\} - 1 &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Denklem 6 problemin bir özdeğer problemine dönüştüğünü göstermektedir. Maksimum özdeğer maksimum ortalama itkiyi verirken ona karşılık gelen özvektör de hareketin kendisini vermektedir. Objektif fonksiyonumuzu $\{Q\}_{\max}^T \{Q\}_{\max} - 1 = 0$ ile yazarsak,

$$L(Q_{\max}, \lambda_{\max}) = \frac{1}{2} \pi \rho U^2 b \{Q\}_{\max}^T \lambda_{\max} \{Q\}_{\max} = \frac{1}{2} \pi \rho U^2 b \lambda_{\max} \quad (7)$$

denklemini elde ederiz.

Sıfır serbest akım hızı kullanıldığında (U=0) Tablo 2'deki değerler şu şekilde yazılabilir:

Tablo 3: Emme ve taşıma (U=0)

	$\bar{S}$	$\bar{\alpha} \bar{L}$
$\bar{h}$	$\sqrt{2} F i \omega b$	$-\omega^2 b^2$
$\bar{\alpha}$	$\sqrt{2} ((F-1)/2 - a) i \omega b$	$\omega^2 b^2 a$

Burada, F=0.5 ve G=0 (U=0'da limit k=sonsuz).

UYGULAMALAR

Gerçekleştirilmiş olan sayısal çalışmada $\omega = 1$, i) orta veter a=0, ii) çeyrek veter a= -0.5 için çözümler Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4: İki ayrı yunuslama eksenini için, orta veter (a = 0) ve çeyrek veter (a = -0.5), optimum çözümler

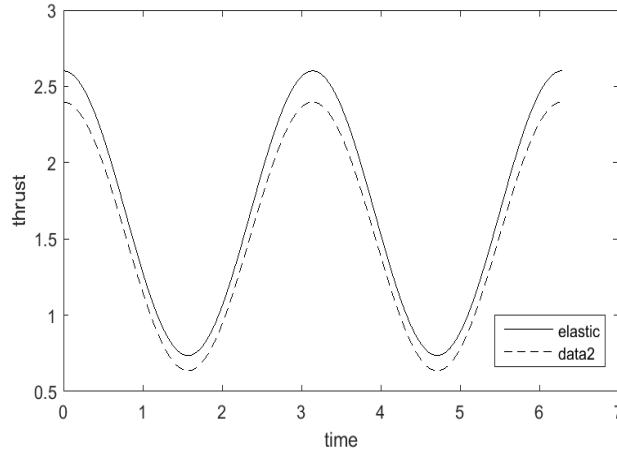
	a = 0	a = -0.5
H	-0.8023	0.6872
ALF	-0.5969	0.7265
T_{max}	0.965	1.6892

Ortalama itki değerleri $T_{\max}$ cinsinden

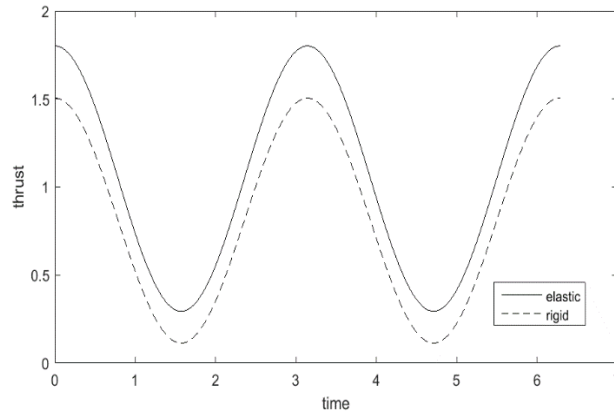
$$T_{av} = \pi \rho \omega^2 b^3 T_{\max} / 2$$

olur. Profilin hareketi $z_a(x,t) = -H \cos(\omega t) - ALF \cos(\omega t)^*(x-ab)$ ile verilir.

Tablo 4'teki genlik değerleriyle elde edilen zamana göre itki değişimleri Şekil 4 ve Şekil 5'te a = 0, a = -0.5 için verilmektedir.



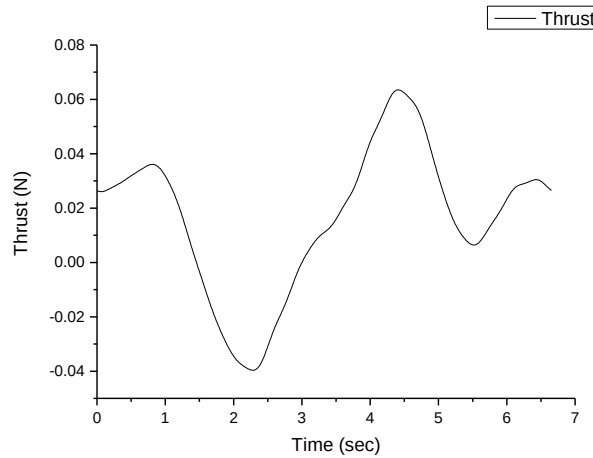
Şekil 4: Normalleştirilmiş optimum itkinin zamanla değişimi, $a = -0.5$, boyutsuz zaman = ωt



Şekil 5. Normalleştirilmiş optimum itkinin zamanla değişimi, $a = 0$, boyutsuz zaman = ωt

Gerek Tablo 3'ten, gerekse Şekil 4 ve 5'den, çeyrek veter noktasına göre ($a = -0.5$) yapılan yunuslama hareketinde elde edilen itki, orta vetere göre yapılanın ($a = 0$), iki misline yakın olmaktadır. Bu çalışmada gerçekleştirilen sayısal çözümler sadece rijit profil için verilmiştir.

Şekil 6'da orta veter dönme noktasından bağlanmış olan rijit düz levhanın yapmış olduğu yunuslama ve öteleme hareketinden elde edilen itki kuvvetinin tek periyoda indirgenerek zamanla değişimi gösterilmiştir.



Şekil 6: İtkinin zamanla değişiminin deneysel sonucu, $a = 0$

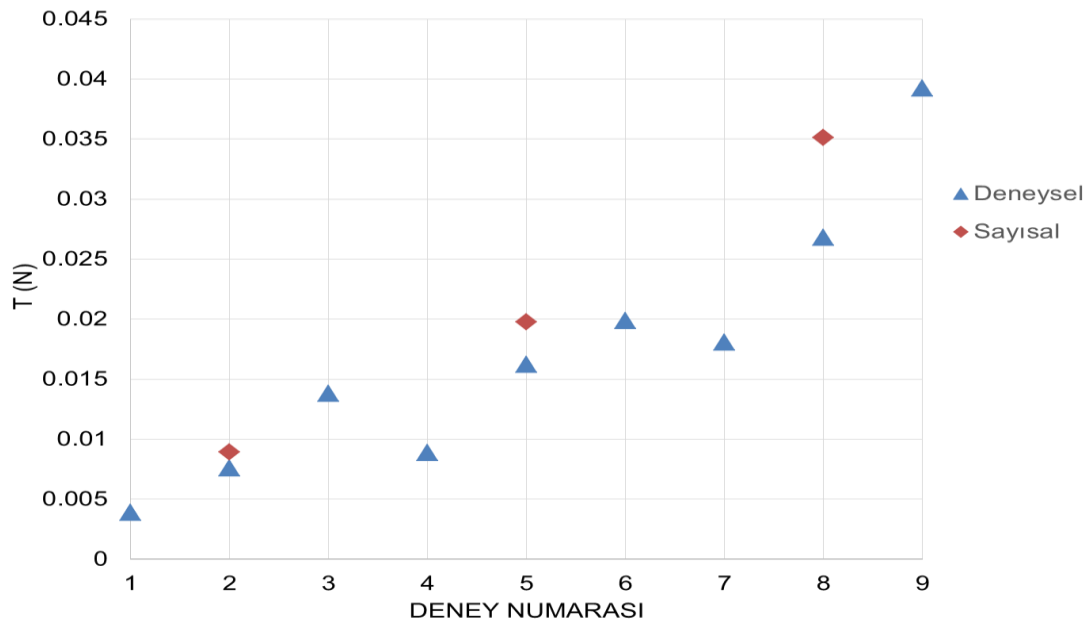
Deneysel olarak direkt kuvvet ölçümü ile elde edilen itki kuvvetleri lineer aerodinamik yaklaşımla elde edilmiş olan değerler ile karşılaştırılması ise Tablo 5'te verilmektedir.

Tablo 5: İncelenen test durumlarında deneysel ve sayısal çözüm ile elde edilen itki kuvvetleri

Deney numarası	Frekans [Hz]	$\omega = 2\pi f$ [Hz]	h/c	H	Deneysel Sonuçlar	Sayısal Çözüm	Farklar
					T [N]	T [N]	
T1	0.1	0.63	0.3	0.6	0.0039		
T2	0.1	0.63	0.4	0.8	0.0076	0.0089	% 17
T3	0.1	0.63	0.5	1.0	0.0138		
T4	0.15	0.94	0.3	0.6	0.0088		
T5	0.15	0.94	0.4	0.8	0.0162	0.0197	% 22
T6	0.15	0.94	0.5	1.0	0.198		
T7	0.2	1.26	0.3	0.6	0.0181		
T8	0.2	1.26	0.4	0.8	0.0268	0.0351	% 30
T9	0.2	1.26	0.5	1.0	0.0392		

Yapılmış olan bu çalışmada sayısal çözümler sadece optimum çözümler için verilmiş olup deney sonuçlarından az yüksek olmaları viskoz etkilerin ihmal edilmesinden dolayıdır. Deney numarası T3,T6 ve T9 için elde edilen deneysel sonuç bu çalışmada kullanılan optimizasyonun kısıtlarını aştığından T2, T5 ve T8'deki deney sonuçlarından daha büyük bir itki verebilmektedir.

Şekil 7 ise deneysel ve sayısal çözümden elde edilen itki değerlerini grafik üzerinde göstermektedir.



Şekil 7: İncelenen durumlarda deneysel ve sayısal itki kuvveti (T)

Şekil 7 incelendiğinde aynı hareket frekansında ötelenme hareketinin genliği arttırıldığında itki kuvvetinin arttığı bariz bir şekilde görülebilmektedir. Hareket frekansı arttırıldığında ise üretilen itki kuvvetinin artışı, ötelenme hareketi genliği artışından daha fazla etkilenmiştir. Akıma dik yönde ötelenme hareketinin genliği aynı tutulduğunda ise hareket frekansının arttırılmasının hem deneysel hem de sayısal çözümde itki kuvvetinin artmasını sağladığı gözlemlenmiştir.

SONUÇ

Bu çalışmada, deneysel ve sayısal olarak eşzamanlı yunuslama ve akıma dik yönde ötelenme hareketleri yapan düz bir plakanın yarattığı optimum itki kuvveti incelenmiş ve deneysel veriler sayısal yöntem sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

İki boyutlu sayısal çözümlerde viskoz etkilerin ihmal edilmesi ve kanat açıklık oranının düşük olmasından dolayı itki kuvvetleri deney sonuçlarından az yüksek olarak elde edilmiştir. Düşük frekanslarda sayısal ve deneysel sonuçlar birbirlerine daha yakın olduğu gözlemlenmiştir.

Deneysel olarak hareket frekansının sabit tutulması halinde ötelenme hareketinin genliği artırıldığında itki kuvvetinin arttığı, akıma dik yönde ötelenme hareketinin genliği sabit tutulduğunda ise hareket frekansının artırılmasının elde edilen itki kuvvetinde artışa sebep olduğu gözlemlenmiştir.

Kaynaklar

- Betz, A., 1912. *Ein Beitrag zur Erklärung des Segelfluges*. Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Vol.3, pp.269-272.
- Bisplinghoff, R.L., Ashley, H., Halfman, R.L., 1996, *Aeroelasticity*, Dover Publications Inc., New York.
- DeLaurier, J.D. and Harris, J.M., 1993. *A study of mechanical flapping wing flight*. Aeronautical Journal, Vol.97, pp.277-286.
- Dickinson, M.H., Lehmann, F.O. and Sane, S.P., 1999. *Wing rotation and the aerodynamic basis of insect flight*. Science, Vol.284(5422), pp.1954-1960.
- Garrick, I.E., 1936. *Propulsion of a Flapping and Oscillating Airfoil*, NACA R-567.
- Jones, K.D., Dohring, C.M. and Platzer, M.F., 1998. *Experimental and computational investigation of the Knoller-Betz effect*. AIAA journal, 36(7), pp.1240-1246.
- Katzmayr, R., 1922. *Effect of periodic changes of angle of attack on behavior of airfoils*. NACA Report No. 147.
- Knoller, R., 1909. *Die Gesetze des Luftwiderstandes*. Flug-und Motortechnik (Wien), Vol.3, No.21, pp.1-7.
- Mueller, T.J. and DeLaurier, J.D., 2003. *Aerodynamics of small vehicles*. Annual Review of Fluid Mechanics, 35(1), pp.89-111.
- Pesavento, U. and Wang, Z.J., 2009. *Flapping wing flight can save aerodynamic power compared to steady flight*. Physical review letters, Vol. 103(11), p.118102.
- Shyy, W., Lian, Y., Tang, J., Viiiru, D. and Liu, H., 2007. *Aerodynamics of low Reynolds number flyers*. Vol.22. Cambridge University Press.
- von Karman, T. ve Burgers, J.M., 1935. *General aerodynamic theory - Perfect fluids*. Division E, Vol.2 p.308.
- Walker, W.F., 2012, *Optimization of Harmonically Deforming Thin Airfoils and Membrane Wings for Optimum Thrust and Efficiency*, PhD Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University
- Walker, W.F. and Paul, M.J., 2014, *Unsteady Aerodynamics of Deformable Thin Airfoils*, Journal of Aircraft, Vol. 51, No. 6, pp.1673-1680.
- Wang, J.Z., 2000. *Vortex Shedding and Frequency Selection in Flapping Flight*. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 410, pp.323-341.