

3 BOYUTLU ÇIRPAN KANAT İÇİN ZAMANA BAĞLI AERODİNAMİK MODEL GELİŞTİRİLMESİ

Filiz Ormancı¹ Kutluk Bilge Arıkan² Dilek Funda Kurtuluş³
HAVELSAN A.Ş. Atılım Üniversitesi, Ankara Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

ÖZET

Bu çalışmanın amacı zamana bağlı mikro boyuttaki çirpan kanat hareketini anlamak ve çeşitli uçuş koşullarına, kanat kesiti geometrilerine ve hareket kinematiğine göre farklılık gösteren aerodinamik kuvvet ve momentlerin gerçek zamanlı simülasyonunu elde etmektir. Buna ek olarak gövde üzerindeki toplam kuvvet ve momentlerin hesaplanması ve tek serbestlik derecesinde (yalpalama) gövde yönelim dinamiğinin incelenmesi amacıyla MATLAB Simulink ortamında model geliştirilmiştir. Bu model zamana bağlı gövde hareketlerini kontrol etmek amacıyla denetim algoritmaları tarafından kullanılabilir. Bu çalışmada kanat üzerindeki kuvvetlerin hesaplanması için 2 boyutlu panel metodu kullanılarak kesitteki kuvvetler hesaplanıp kanat açıklığı boyunca integral alınmıştır. Zamana bağlı aerodinamik kuvvetler CFD Simulasyonlarından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar 1 mm kanat kesit kalınlığına sahip plakalarla elde edilmiş Calliphora ve Düz kanat geometrileri için 11.2 Hz ve 5.85 Hz frekanslarda sırasıyla 41.52° ve 85.90° maksimum genliğe sahip çırpma hareketleri için havada asılı konumda ve ileri hız varken yapılmıştır.

GİRİŞ

Bu çalışmanın hazırlık aşamasında genel kapsamlı zamana bağlı ve yarı zamana bağlı modeller için literatür taraması yapılmıştır. Bu çalışmalar sonucunda panel metodu ile yapılan çalışmalar birçok etkiyi barındırabilme yeteneğine sahip olduğundan daha detaylı araştırılmıştır. Smith [1996] zamana bağlı panel metodunu diğer metotlarla karşılaştırarak firar kenarı akış etkilerini ve dinamik etkileri de içeren avantajlarını sıralamıştır. Vest ve Katz [1996] panel metodun zamana bağlı farklı kanat hareketleri için kullanılabilirliğini ve elastik kanatlar için de uygulanabilir olduğunu vurgulamıştır. Literatürde 2 boyutlu ve 3 boyutlu zamana bağlı panel metodu için birçok örnek çalışma bulunmaktadır.

Kamali ve Ravesh NACA 2410 ve NACA 2412 kanat kesitleri için farklı uçuş koşullarında zamana bağlı panel metodu için kod geliştirmişlerdir ve firar kenarı akış analizi yapmışlardır [Kamali,Ravesh,2008]. Jimenez ve Lopez ise NACA 4415 kesiti kullanarak farklı veter uzunluklarında kontrol mekanizmalarında kullanılmak üzere aerodinamik kuvvetlerin ortalama değer hesabını yapmışlardır [Jimenez,Lopez,2011]. Buna ek olarak firar kenarı koordinatlarını model çalışırken güncelleyerek kanatçık hareketine göre kuvvet değerlerini hesaplamışlardır. Persson ve diğerleri [Persson, Willis, Peraire, 2011] ise panel metodu ile geliştirdikleri

¹ Sistem Mühendisi, HAVELSAN A.Ş., Doktora Öğrencisi, ODTU Havacılık ve Uzay Müh., E-posta: formanci@havelsan.com.tr

² Yrd. Doç. Dr., Atılım Üniversitesi Mekatronik Müh. Böl., E-posta: kutlukarikan@atilim.edu.tr

³ Doç. Dr., ODTU Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: funda.kurtulus@ae.metu.edu.tr

modellerini Navier Stokes çözümleriyle karşılaştırarak 3 boyutlu çırpma kanat (hücum açısı: $\alpha=0^\circ, 5^\circ, 10^\circ$), modelin viskoz etkilerle geliştirilmesinin önemini vurgulamışlardır.

Anmar da benzer şekilde kanat kesitinin (NACA 0008) farklı hareketleri için nümerik metot geliştirerek hücum açısının ani değişimlerinin etkilerini analiz ederken hareket genliğini, kanat kesiti etrafındaki lineer olmayan akışı, akış girdaplarını ve aerodinamik kuvvetleri incelemiştir [Anmar,2008].

Mantia and Dabnichki ise NACA 0012 kesitinin sudaki farklı harmonik hareketlerini simüle etmiş ve hidrodinamik kuvvetleri panel metot ile hesaplamışlardır. Bir diğer çalışmalarında ise ek kütle etkisini incelemiştir [Mantia, Dabnichki,2009, 2012].

Smith vd. 3 boyutlu panel metodu ile gerçek kanat kinematikleri kullanarak modelleme yapmıştır, esnek yapıda kanatlar için sonlu elemanlar yöntemini kullanmıştır ve zamana bağlı modeller için akış analizinin katkısını vurgulamıştır [Smith, Wilkin, Williams, 1996]. Sunada vd ise düz plakanın suda sinüzoidal çırpma ve dönme hareketleri için panel metodunu geliştirmiş akış yakalama olayı üzerine çalışmışlardır .[Sunada, Kawachi, Matsumoto and Sakaguchi, 2001].

Vest ve Katz da 3 boyutlu iteratif panel metodu ile deforme geometriler ve farklı uçuş koşulları için çalışmış, yüksek ve düşük frekanslarda çırpma hareketleri için karşılaştırma yapmışlardır [Vest, Katz,1996, 1999]. Katz ve Plotkin de farklı 3 boyutlu kanat hareketleri için hız potansiyeli denklemlerini elde etmiş ve birçok uçuş koşulu için panel metodu formüllerini hesaplamışlardır [Katz, Plotkin,1991].

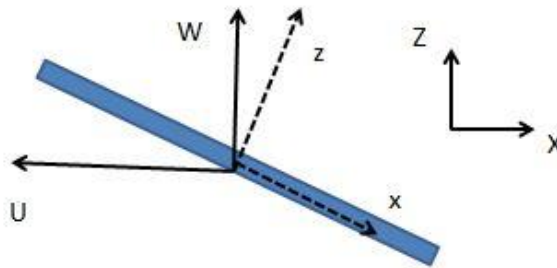
Prosser geliştirdiği MATLAB modeli ile zamana bağlı 2 boyutlu panel metodunu kullanmış, aynı zamanda akış izlerini de modellemiştir [Prosser,2011]. Bu çalışmada NACA 0006 tipi kanat kesiti ile 1m, 0.2m ve 0.04m (sonuncusu mikro hava araçlarına uygun) gibi farklı veter uzunluklarında sonuçlar elde ederek Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği sonuçları ile karşılaştırma yapmıştır.

Kurtulus düşük Reynolds sayılarında NACA 0012 çırpma kanat kesitinin 2 boyutlu olarak sayısal ve deneysel karşılaştırmasını gerçekleştirmiş ve analitik bir model geliştirmiştir [Kurtuluş,2004, 2005, 2006]. Sonraki çalışmalarında da [Kurtuluş, 2015, 2016] NACA 0012 etrafında $Re = 1000$ 'de oluşan girdap izlerini sınıflandırmış ve kuvvet hesaplamaları ile girdap kopma frekanslarını incelemiştir

YÖNTEM

Zamana bağımlı çırpma hareketi sınır elemanları (Panel) metodu

Katz ve Plotkin 2 boyutlu sabit ve doğrusal artan büyüklüklerde kaynak, dipol veya girdap dağılımlarının farklı kombinasyonları için hız potansiyeli, x ve z yönündeki hızların formüllerini üretmiştir [Katz, Plotkin, 1991] (Çizelge 1).



Şekil 1: Hareketin Kinematik Tanımı

Çizelge 1: Sabit büyüklükte ve doğrusal artan girdap dağılımları

	Sabit büyüklükte girdap dağılımı
Girdap dağılımı	$\gamma(x) = \gamma$

Hız potansiyeli	$\Phi = -\frac{\gamma}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \tan^{-1} \frac{z}{x - x_0} dx_0$
X yönündeki hız	$u = \frac{\gamma}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \tan^{-1} \frac{z}{(x - x_0)^2 + z^2} dx_0$
Z yönündeki hız	$w = -\frac{\gamma}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \tan^{-1} \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + z^2} dx_0$

	Doğrusal artan girdap dağılımı
Girdap dağılımı	$\gamma(x) = \gamma_1 * x$, $\gamma_1: \text{const}$
Hız potansiyeli	$\Phi = -\frac{\gamma}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} x_0 * \tan^{-1} \frac{z}{x - x_0} dx_0$
X yönündeki hız	$u = \frac{\gamma}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \tan^{-1} \frac{x_0 * z}{(x - x_0)^2 + z^2} dx_0$
Z yönündeki hız	$w = -\frac{\gamma}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \tan^{-1} \frac{x_0 * (x - x_0)}{(x - x_0)^2 + z^2} dx_0$

Ayrık Girdaplar için ise bu denklemler Çizelge 2’de verilmiştir.

Çizelge 2: Ayrık girdap dağılımları

Hız potansiyeli	$\Phi = -\frac{\gamma}{2\pi} \tan^{-1} \frac{z - z_0}{x - x_0}$
X yönündeki hız	$u = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{z - z_0}{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2}$
Z yönündeki hız	$w = -\frac{\gamma}{2\pi} \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2}$

Lineer girdap dağılımı ise $\gamma(x) = \gamma_0 + \gamma_1 * x$ olarak tanımlanmış ve Çizelge 3’deki integraller elde edilmiştir [Prosser,2011].

Çizelge 3: $\gamma(x) = \gamma_0 + \gamma_1 * x$ olarak tanımlanan Lineer girdap dağılımını

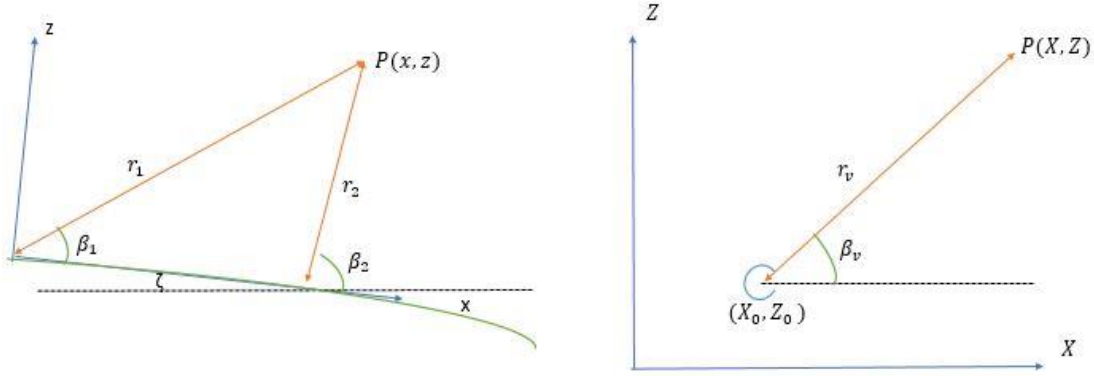
Hız potansiyeli	$\Phi = -\frac{\gamma_0}{2\pi} \int_0^d \tan^{-1} \frac{z}{x - x_0} dx_0 - \frac{\gamma_1}{2\pi} \int_0^d x_0 * \tan^{-1} \frac{z}{x - x_0} dx_0$
X yönündeki hız	$u = \frac{\gamma_0}{2\pi} \int_{x_1}^{x_2} \frac{z}{(x - x_0)^2 + z^2} dx_0 + \frac{\gamma_1}{2\pi} \int_0^d \frac{x_0 * z}{(x - x_0)^2 + z^2} dx_0$
Z yönündeki hız	$w = -\frac{\gamma_0}{2\pi} \int_0^d \frac{x - x_0}{(x - x_0)^2 + z^2} dx_0 + \frac{\gamma_1}{2\pi} \int_0^d \frac{x_0 * (x - x_0)}{(x - x_0)^2 + z^2} dx_0$

Kesitte en sol başlangıç noktası girdap büyüklüğü (γ_0) ve girdaptaki artış oranı (γ_1) cinsinden türetilen bu denklemleri öncelikle uç noktaların girdap büyüklükleri (γ_j ve γ_{j+1}) cinsinden yazmak için bazı ek parametreler tanımlanmıştır, bunlar;

β : P noktası ile panel uç noktaları (veya ayrık girdap) arasındaki açı

r : P noktası ile panel uç noktaları (veya ayrık girdap) arasındaki uzaklık

ζ : panel ve referans koordinat eksenindeki açı şeklindedir.



Şekil 1: Panel Girdabı gösterimi – Ayırık Girdap Gösterimi

Bunlara göre panel girdabı için denklemler Çizelge 4’de verilmiştir.

Çizelge 4: Panel girdapları için elde edilmiş hız potansiyelleri ve x ve z yönünde hızlar

$\Phi_p = -\frac{\gamma_j}{2\pi} \left(\left[x \beta_1 - (x-d)\beta_2 + z \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \right] - \frac{1}{d} \left[xz \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) - \frac{zd}{2} + \frac{x^2-z^2}{2} \beta_1 - \frac{x^2-z^2-d^2}{2} \beta_2 \right] \right) - \frac{\gamma_{j-1}}{2\pi} \left(xz \ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right) - \frac{zd}{2} + \frac{x^2+z^2}{2} \beta_1 - \frac{x^2-z^2-d^2}{2} \beta_2 \right)$
$u_p = -\frac{\gamma_j}{2\pi d} \left[z \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + (x-d)(\beta_2 - \beta_1) \right] + \frac{\gamma_{j+1}}{2\pi d} \left[z \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + x(\beta_2 - \beta_1) \right]$
$w_p = -\frac{\gamma_j}{2\pi d} \left[(x-d) \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) - d + z(\beta_2 - \beta_1) \right] + \frac{\gamma_{j+1}}{2\pi d} \left[x \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) + d - z(\beta_2 - \beta_1) \right]$

Ayrık girdaplar için denklemler Çizelge 5’de verilmiştir.

Çizelge 5: Ayrık girdap denklemleri

$\Phi_a = -\frac{\gamma}{2\pi} \tan^{-1} \beta_v$
$u_a = \frac{\gamma}{2\pi} \left[\frac{z-z_0}{r_v^2} \right]$
$w_a = -\frac{\gamma}{2\pi} \left[\frac{x-x_0}{r_v^2} \right]$

Görüldüğü üzere bu denklemler girdap büyüklükleri cinsinden lineer denklemlerdir ve Çizelge 6’daki şekilde ifade edilebilirler.

Çizelge 6: Panel ve Ayrık girdaplar için elde edilmiş hız potansiyeli ve hız denklemleri

$u_p = a_p \gamma_j + b_p \gamma_{j+1}$	$u_d = e \gamma$
$w_p = c_p \gamma_j + d_p \gamma_{j+1}$	$w_d = f \gamma$
$\Phi_p = g \gamma_j + h \gamma_{j+1}$	$\Phi_d = q \gamma$

Burada a_p, b_p, c_p, d_p referans koordinat sistemine dönüştürülür (Denklem 1).

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\zeta) & 0 & \sin(\zeta) & 0 \\ 0 & \cos(\zeta) & 0 & \sin(\zeta) \\ -\sin(\zeta) & 0 & \cos(\zeta) & 0 \\ 0 & -\sin(\zeta) & 0 & \cos(\zeta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_p \\ b_p \\ c_p \\ d_p \end{bmatrix} \quad (1)$$

Kanatın yüzeyinde hızın normal bileşeninin sıfır olması sınır koşuluna göre $(\nabla\Phi + v) \cdot n = 0$ denkleminde; kinematik hız $v = [V_0 + v_{rel} + \Omega \times r]$ yerine yazılırsa;

$(\nabla\Phi - V_a - \Omega \times r) \cdot n = 0$ elde edilir ve bu denklem kanat üzerindeki her bir panel ortası kontrol noktası için çözülür.

Kanat üzerindeki hareketli koordinat sistemi referans koordinat sistemine göre X ve Y yönlerine sırasıyla U ve W hızına sahiptir ve kendi ekseninde $\dot{\theta}$ açısal hızıyla dönmektedir. Kontrol noktalarında yüzey normalinin X ve Y bileşenleri ise sırasıyla n_x ve n_y şeklinde ifade edilir. Bunlara göre n sayıda kontrol noktası için p zaman dilimi geçtiğinde hız denklemi Denklem 2'deki hali alır;

$$\sum_{j=1}^n [(a_j \gamma_j + b_j \gamma_{j+1}) n_x + (c_j \gamma_j + d_j \gamma_{j+1}) n_z] \sum_{l=1}^p [e_l \gamma_l n_x + f_l \gamma_l n_z] - (U + \dot{\theta} r_z) n_x - (W - \dot{\theta} r_x) n_z = 0 \quad (2)$$

Kanat kesiti boyunca sıralanmış n girdap panelinden her biri için 2 bilinmeyen uç nokta girdap büyüklüğü değerleri vardır. Her bir kontrol noktası için bu durumda n sayıda denklem varken $2n+1$ sayıda bilinmeyen vardır. Birleşik girdap dağılımı sürekliliğine göre ardışık panellerin uç bağlantı noktalarında aynı sirkülasyon değerine sahip olması gerektiğinden bilinmeyen sayısı $n+2$ ye düşer. Kelvin koşulu 1 denklem daha sağladığından $n+1$ denklemle $n+2$ bilinmeyi çözmek için 1 denkleme daha ihtiyaç vardır ki; bunu da Kutta Koşulu sağlar. Bu 2 koşul aşağıda ayrıntılı olarak verilmiştir.

Kelvin Koşulu

Akış korunumuna göre kanat etrafındaki toplam sirkülasyon değişmez ve kanat üzerinde oluşan birleşik sirkülasyon ve akış alanında bulunan bütün girdapların yarattığı sirkülasyonun toplamından oluşur. p tane zaman dilimi geçtiğinde toplam sirkülasyon değeri Denklem 3 ile hesaplanır.

$$\Gamma_p = (\oint \gamma(s) ds)_p + \sum_{l=1}^{p-1} \gamma_l + \gamma_p \quad (3)$$

$$\Gamma_p - \Gamma_{p-1} = 0 \quad (4)$$

$$(\oint \gamma(s) ds)_p - (\oint \gamma(s) ds)_{p-1} + \gamma_p = 0 \quad (5)$$

Birleşik girdap büyüklüğü lineer olarak artan girdap panellerinden oluşur. Buna durum Denklem 6'da belirtilmiştir.

$$(\sum_{j=1}^{n+1} \gamma_j)_p - (\sum_{j=1}^{n+1} \gamma_j)_{p-1} + \gamma_p = 0 \quad (6)$$

Kutta Koşulu

Firar kenarının alt ve üst noktalarında süreksizlik olamaz, bu sebeple firar kenarında sirkülasyon 0 değerini alır, bu durum da Denklem 7 ile gösterilmiştir.

$$\gamma_1 + \gamma_{n+1} = 0 \quad (7)$$

Denklem 2, 6 ve 7 ile katsayı matrisleri oluşturularak $AX=B$ formatında yazılır. A matrisi $n+2 \times n+2$ boyutlu γ ve γ_p terimlerinin katsayılarından oluşan matris, X bu terimlerin kendisinden oluşan $n+2 \times 1$ matris, B ise kinematik ve geometri ile tanımlanmış tüm bilinenleri içeren $n+2 \times 1$ matristir.

Bu algoritma kullanarak kontrol uygulamaları için bir simulink modeli oluşturulmuş, bu modelde her bir kontrol noktası için akış hızı ve akış potansiyeli hesaplanmıştır. Hız bulunduktan sonra Bernoulli formülü kullanılarak basınç değeri hesaplanmıştır. Yalnız burada klasik bilinen Bernoulli formülüne ek bir zaman bağımlılığı terimi getirilmiştir. Genel olarak referans koordinat sisteminde yazılan formül Katz & Plotkin'in türettiği şekilde kanat üzerindeki hareketli koordinat eksenlerine dönüştürülerek yazılmıştır.

$$\frac{P_\infty - P}{\rho} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (8)$$

$$\frac{P_\infty - P}{\rho} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] - (\mathbf{V}_a - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}_a) \nabla \Phi + \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (9)$$

Burada potansiyel yukarıda verilen Φ_p ve Φ_a terimlerinden hesaplanır.

Havada asılı kalan mikro hava araçları için dik kuvvet ağırlık dengelemesi için önemlidir. Yatay kuvvet ise kontrol ve manevraları dengelemek için öncem taşır.

Yatay ve dikey kuvvetin yanı sıra bir de kanat kesitinde $\frac{3}{4}$ konumu etrafındaki moment hesaplanırken Denklem 10- Denklem 12 kullanılır.

$$\mathbf{F}'_x = -\oint \mathbf{P}(s) \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{i}} ds \quad (10)$$

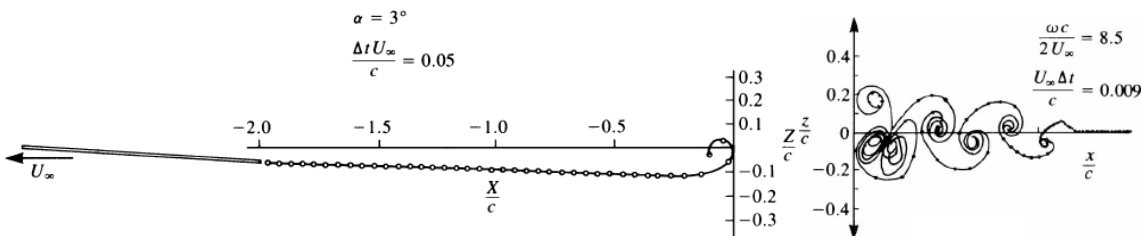
$$\mathbf{F}'_z = -\oint \mathbf{P}(s) \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{k}} ds \quad (3)$$

$$\mathbf{M}'_{qc} = -\oint \mathbf{P}(s) \vec{\mathbf{r}}_{qc} \times \hat{\mathbf{n}} ds \quad (4)$$

Burada $\vec{\mathbf{r}}_{qc}$ kanat kesiti $\frac{3}{4}$ konumundan yüzeye çizilen vektördür.

Bütün bu sirkülasyon, basınç, kuvvet ve moment değerleri her zaman dilimi sonunda güncellenerek yeni akış alanı belirlenir. Aynı şekilde kanat kesitinin pozisyon, yön, lineer ve açısal hızları zaman dilimi sonunda kinematik girdilere göre hesaplanır.

Girdaplar akış alanında serbest harekete sahip olduğu için üzerlerinde indüklenen hızlar ve pozisyonlarındaki değişim bulunarak oluşturdukları dönüş çizgileri elde edilebilir.



Şekil 2: Ani ivmelenme ve çırpma hareketi akış çizgileri [Katz ve Plotkin, 1991]

Çırpın Kanat Gövde Dinamiği Kontrolü

Gövde dinamiği için yalpalama (roll), yunuslama (pitch) ve sapma (yaw) açıları (ϕ, θ, ψ) , kanat için süpürme (sweep), dönme (pitch) ve çırpma (flap) açıları ise (s, p, f) şeklinde gösterilirse;

Sol kanat için dönme matrisleri;

$$R_{fL} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(f_L) & -\sin(f_L) \\ 0 & \sin(f_L) & \cos(f_L) \end{bmatrix} R_{pL} = \begin{bmatrix} \cos(p_L) & 0 & -\sin(p_L) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(p_L) & 0 & \cos(p_L) \end{bmatrix} R_{sL} = \begin{bmatrix} \cos(s_L) & \sin(s_L) & 0 \\ -\sin(s_L) & \cos(s_L) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_L = R_{pL} R_{fL} R_{sL}$$

$$R_L = \begin{bmatrix} \cos(p_L) \cos(s_L) + \sin(p_L) \sin(f_L) \sin(s_L) & \cos(p_L) \sin(s_L) - \sin(p_L) \sin(f_L) \cos(s_L) & -\sin(p_L) \cos(f_L) \\ -\cos(f_L) \sin(s_L) & \cos(f_L) \cos(s_L) & -\sin(f_L) \\ \sin(p_L) \cos(s_L) - \cos(p_L) \sin(f_L) \sin(s_L) & \sin(p_L) \sin(s_L) + \cos(p_L) \sin(f_L) \cos(s_L) & \cos(p_L) \cos(f_L) \end{bmatrix}$$

$$R_L^T = \begin{bmatrix} \cos(p_L) \cos(s_L) + \sin(p_L) \sin(f_L) \sin(s_L) & -\cos(f_L) \sin(s_L) & \sin(p_L) \cos(s_L) - \cos(p_L) \sin(f_L) \sin(s_L) \\ \cos(p_L) \sin(s_L) - \sin(p_L) \sin(f_L) \cos(s_L) & \cos(f_L) \cos(s_L) & \sin(p_L) \sin(s_L) + \cos(p_L) \sin(f_L) \cos(s_L) \\ -\sin(p_L) \cos(f_L) & -\sin(f_L) & \cos(p_L) \cos(f_L) \end{bmatrix}$$

(5)

Sol kanadın açısal hızları;

$$\omega = R_L \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{s}_L \end{bmatrix} + R_{pL} R_{fL} \begin{bmatrix} \dot{f}_L \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + R_{pL} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{p}_L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\omega = \begin{bmatrix} p_{Left} \\ q_{Left} \\ r_{Left} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos(p_L) \dot{f}_L - (\sin(p_L) \cos(f_L)) \dot{s}_L \\ \dot{p}_L - \sin(f_L) \dot{s}_L \\ -\sin(p_L) \dot{f}_L + (\cos(p_L) \cos(f_L)) \dot{s}_L \end{bmatrix} \quad (6)$$

Sağ kanat için dönme matrisleri;

$$R_{fR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(f_R) & \sin(f_R) \\ 0 & -\sin(f_R) & \cos(f_R) \end{bmatrix} R_{pR} = \begin{bmatrix} \cos(p_R) & 0 & -\sin(p_R) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(p_R) & 0 & \cos(p_R) \end{bmatrix} R_{sR} = \begin{bmatrix} \cos(s_R) & -\sin(s_R) & 0 \\ -\sin(s_R) & \cos(s_R) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_R = R_{pR} R_{fR} R_{sR}$$

$$R_R = \begin{bmatrix} \cos(p_R) \cos(s_R) + \sin(p_R) \sin(f_R) \sin(s_R) & -\cos(p_R) \sin(s_R) + \sin(p_R) \sin(f_R) \cos(s_R) & -\sin(p_R) \cos(f_R) \\ \cos(f_R) \sin(s_R) & \cos(f_R) \cos(s_R) & \sin(f_R) \\ \sin(p_R) \cos(s_R) - \cos(p_R) \sin(f_R) \sin(s_R) & -\sin(p_R) \sin(s_R) - \cos(p_R) \sin(f_R) \cos(s_R) & \cos(p_R) \cos(f_R) \end{bmatrix}$$

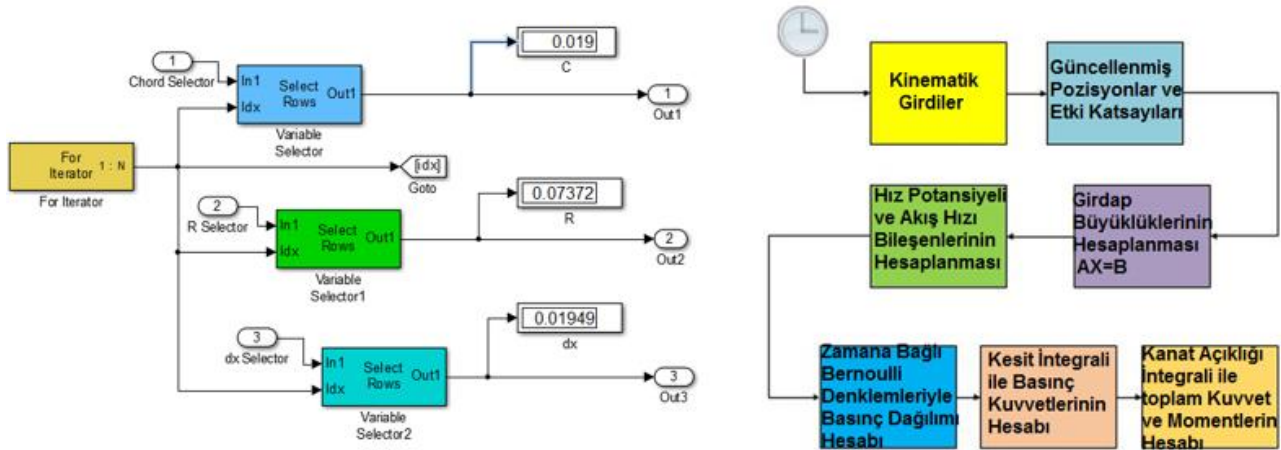
$$R_R^T = \begin{bmatrix} \cos(p_R) \cos(s_R) + \sin(p_R) \sin(f_R) \sin(s_R) & \cos(f_R) \sin(s_R) & \sin(p_R) \cos(s_R) - \cos(p_R) \sin(f_R) \sin(s_R) \\ -\cos(p_R) \sin(s_R) + \sin(p_R) \sin(f_R) \cos(s_R) & \cos(f_R) \cos(s_R) & -\sin(p_R) \sin(s_R) - \cos(p_R) \sin(f_R) \cos(s_R) \\ -\sin(p_R) \cos(f_R) & \sin(f_R) & \cos(p_R) \cos(f_R) \end{bmatrix} \quad (7)$$

R_L^T ve R_R^T matrisleri kanat üzerinde analitik model ile kinematik ve geometrik girdilere göre hesaplanan kuvvet ve momentleri gövde ağırlık merkezine taşımak için kullanılır.

Böylece ağırlık merkezi üzerindeki moment değerlerine göre herhangi bir kanadın frekansı değiştirildiğinde oluşacak moment farkı bulunarak denge analizi yapılabilir.

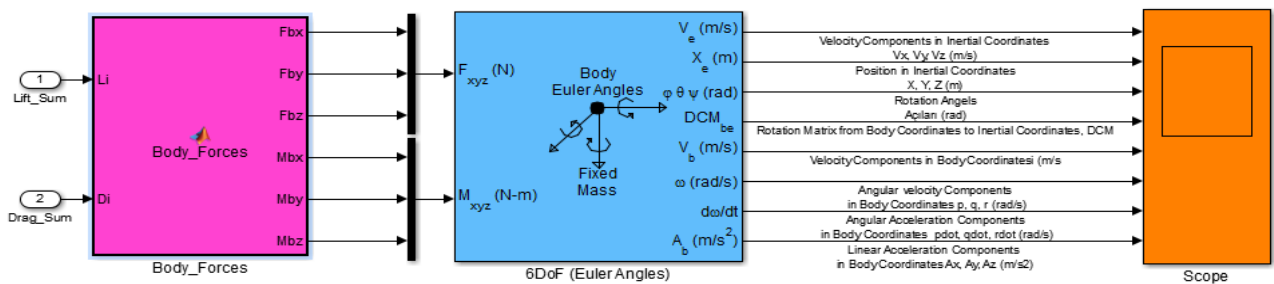
UYGULAMALAR

Bu çalışma kapsamında kanadın zamana bağlı periyodik çırpma, periyodik süpürme ve periyodik yalpalama hareketleri, havada asılı konumdayken ve gövdenin ileri hızı varken modellenmiştir. Modelin temel girdileri zaman, kanat hareketlerinin frekansları ve genlikleri, kanat kesitinin geometrisi ve eğer değişkense herhangi bir kanat açıklığı pozisyonunda veter uzunluğudur. Modelde 2 boyutlu panel metodu kullanılarak zamana bağlı kuvvet ve momentlerin kanat açıklığı boyunca toplanması ile kanatlar üzerindeki toplam aerodinamik kuvvetler hesaplanmaktadır (Şekil 3). Daha sonra da bu kuvvetler gövde eksen takımlarına dönüştürülerek gövde üzerindeki zamana bağlı toplam kuvvet ve momentler elde edilmektedir.



Şekil 3: Kanat kesiti parametrelerinin seçilmesi için model dışına yazılmış for döngüsü ve zamana bağlı kuvvet hesabı algoritması

2 kanadın da hareketlerine göre hesaplanan kuvvetler gövdeye taşınıp gövde eksen takımında hesaplandıktan sonra MATLAB Simulink'te bulunan 3 veya 6 serbestlik derecesinde hazır bloklar ile açısal hız ve ivme değerleri elde edilir (Şekil 4).



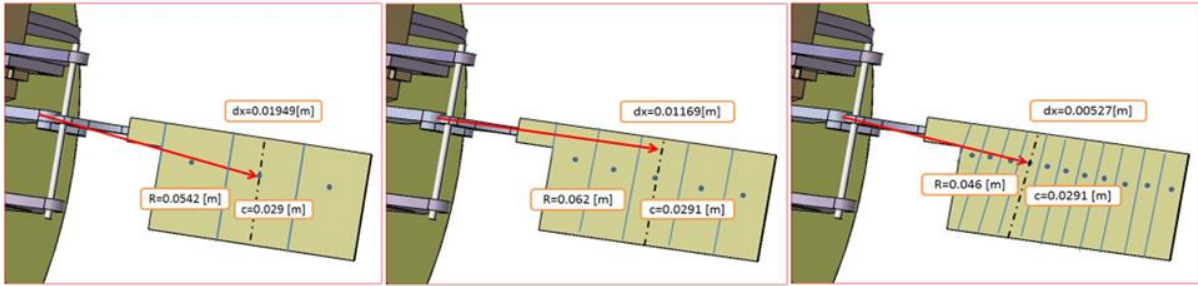
Şekil 4: Kuvvetlerin Gövde Eksenine Taşınması ve Gövdedeki Açısal Hız ve İvme Değerleri Hesabı

Modelin doğrulama aşamasında elde edilen sonuçlar farklı koşullarda ANSYS CFD Simulasyonları [Şenol, 2015, 2016] ile elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Kanat üzerindeki toplam aerodinamik kuvvetler ve belirli kesitler için basınç dağılım sonuçları çizilerek farklılıklar yorumlanmıştır.

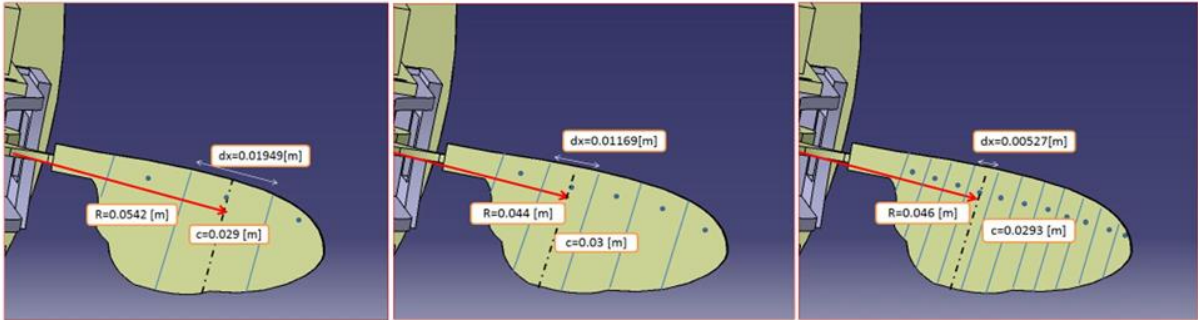
2 çeşit kanat profili için sonuçlar kullanılmıştır; bunlar düz kanat ve “Calliphora” kanadıdır ve parametreleri Çizelge 7’de verilmiştir. Her iki kanat da plexi plakadan kesildiği için kanat kesiti kalınlığı 1mm olan dikdörtgen şeklindedir. Yalnız düz kanat için kanat açıklığı boyunca veter uzunluğu değişmezken, “Calliphora” ‘da değişmektedir. Bu nedenle kanat 3, 5 ve 11 kesite bölünerek integral alınmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır (Şekil 5-Şekil 6).

Çizelge 7. Model parametreleri

Kanat Açıklığı	b= 0.05847 [m]	
Yüzey Alanı	Düz Kanat	$A=1.7044 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}$
	“Calliphora” Kanadı	$A=1.3752 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{]}$
Maximum Hız	$V=1.35 \text{ [m/s]}$	
Yoğunluk	$\rho =1.225 \text{ [kg/m}^3\text{]}$	

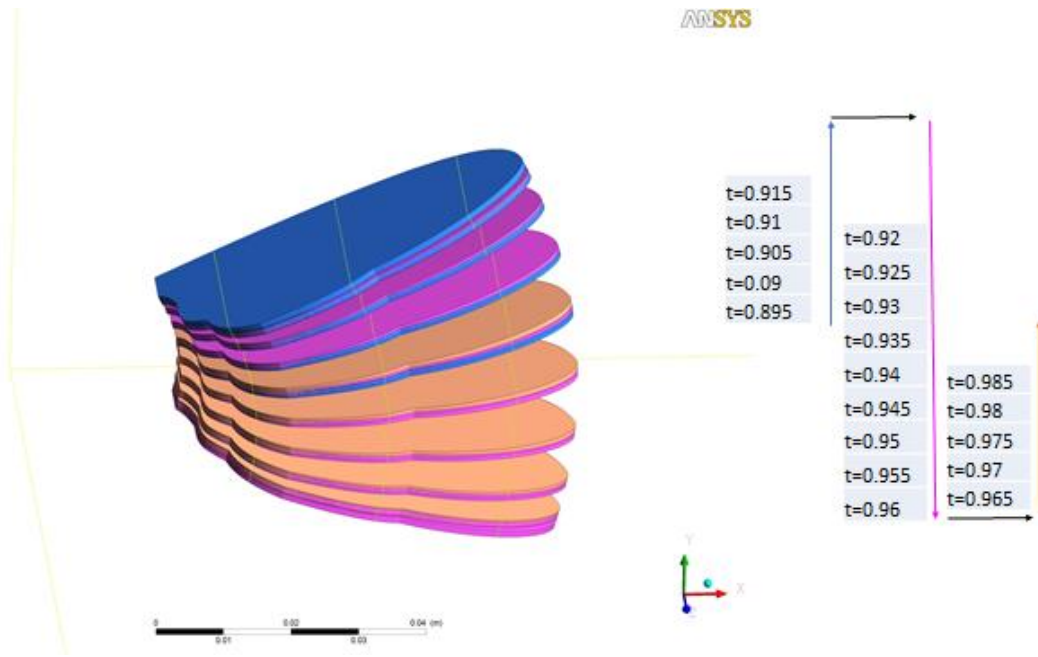


Şekil 5: Düz kanadın kanat açıklığı boyunca 3,5 ve 11 kesite bölünmesi

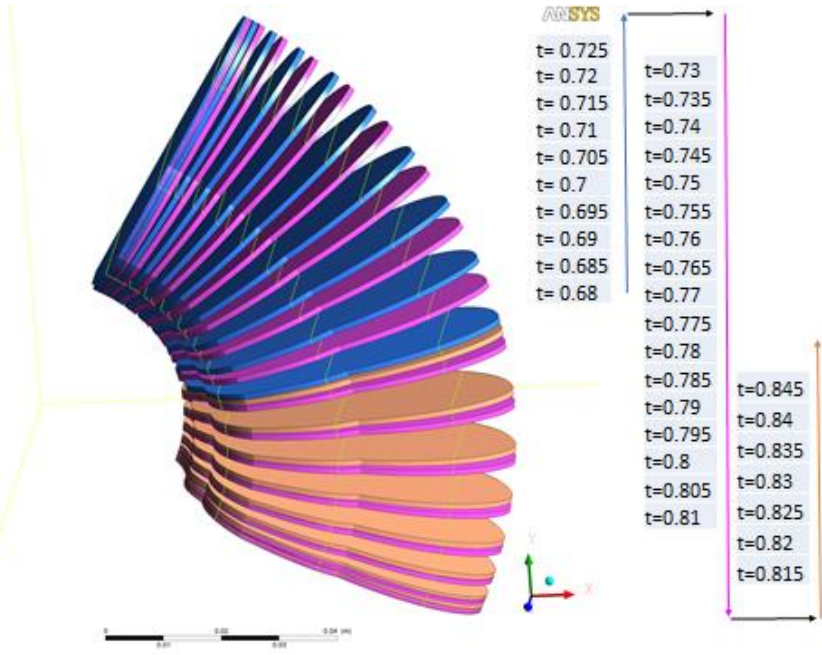


Şekil 6: Calliphora kanadının kanat açıklığı boyunca 3,5 ve 11 kesite bölünmesi

2 boyutlu panel analizi kanadın kesitinin sonuçlarını hesapladığından, kesitin hareket süresince dairesel konumu önem taşımaktadır. Bu nedenle kanat kesiti üzerinde alınan 3 farklı kesit için hızlar farklıdır. Dolayısıyla bu kesitler üzerindeki basınç dağılımları ve kuvvet değerleri de farklılık göstermektedir. Şekil 7 ve Şekil 8’de “Calliphora” kanadının 2 farklı frekans ve genlikteki hareketlerindeki pozisyonları gösterilmiştir. Bu zamanlardaki kanatlar yüklenerek CFD-Post’ta eş yüzey silindirleri ile kesitlerin kanat açıklığı üzerindeki pozisyonlarda kesiştirilerek bu kesitlerdeki istenen değerler elde edilmiştir.



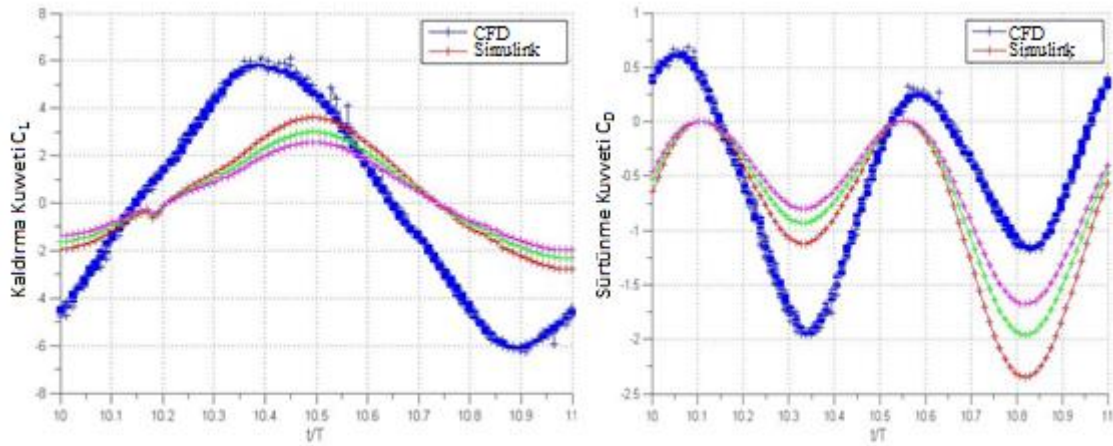
Şekil 7: “Calliphora” için belirlenen kanat kesitleri (Hareketin 10. periyodu $A=41.52^\circ$, $f=11.2\text{Hz}$) (mavi: 1. yarı üst-vuruş; magenta: alt-vuruş; turuncu: 2. yarı üst-vuruş)



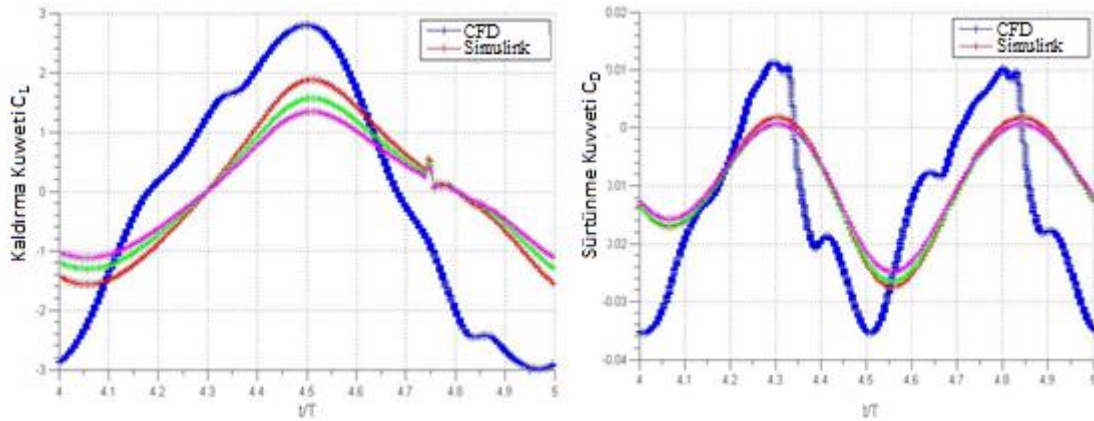
Şekil 8: “Calliphora” için belirlenen kanat kesitleri (Hareketin 4. Periyodu $A=85.90^\circ$, $f=5.85\text{Hz}$) (mavi: 1. yarı üst-vuruş; magenta: alt-vuruş; turuncu: 2. yarı üst-vuruş)

Bu çalışmada farklı genlik ve frekanslara sahip iki çırpma hareketinin (Koşul 1: $A=41.52^\circ$, $f=11.2\text{Hz}$, Koşul 2: $A=85.90^\circ$, $f=5.85\text{Hz}$) ANSYS simülasyonundan elde edilen aerodinamik kuvvet katsayıları, 2 boyutlu panel metodu kullanılarak kanat açıklığı boyunca kuvvetlerin integralinin alınmasıyla elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Öncelikle Şekil 9 ve Şekil 10’de görüldüğü

gibi havada askıda kalma koşulunda elde edilen sonuçlarda ANSYS'e göre daha az kuvvetler elde edildiği gözlenmiştir.

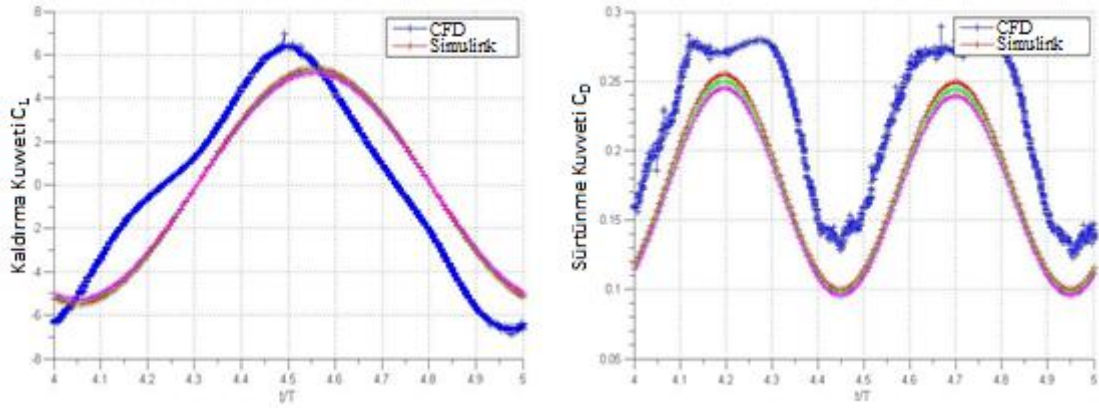


Şekil 9: Koşul 1 ($A=41.52^\circ$, $f=11.2$ Hz), havada askı durumunda, 10. periyot için elde edilmiş Kaldırma ve Sürtünme Kuvveti Katsayıları (kesit sayısı: kırmızı:11, yeşil:5, magenta:3)



Şekil 10: Koşul 2 ($A=85.90^\circ$, $f=5.85$ Hz), havada askı durumunda, 4. periyot için elde edilmiş Kaldırma ve Sürtünme Kuvveti Katsayıları (kesit sayısı: kırmızı:11, yeşil:5, magenta:3)

Her iki koşul için de kaldırma kuvvetlerinde küçük bir zaman kayması olmasına rağmen hücum kenarı etkisinin panel metotta dikkate alınmadığı düşünülürse beklendiği gibi bir sonuç elde edilmiştir. Sürtünme kuvveti için ise Koşul 1'de farklı genlikte 2 tepe gözlenmesine rağmen Koşul 2'de hem CFD hem de panel metodu aynı genlikte 2 tepe görülmektedir. İlk koşul için elde edilen tepelerin genlikleri Şekil 9'de de görüldüğü gibi sanki yer değiştirmiş gibidir. Daha fazla simülasyon ile bu durumun sebebi araştırılacaktır. Bütün bu farklılıklara rağmen yine de panel modeli ile havada asılı kalma koşullarına ait ortalama kuvvet ve moment değerleri elde edilip kontrol uygulamalarında kullanılabilir.

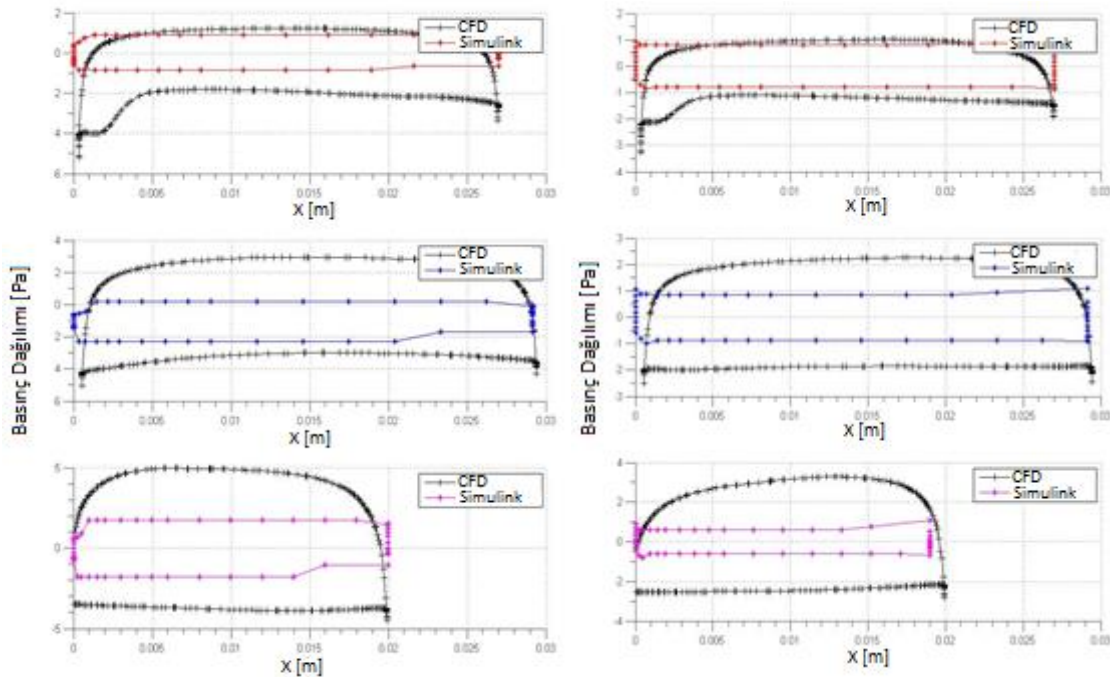


Şekil 11: Koşul 2 ($A=85.90^\circ$, $f=5.85\text{Hz}$), (ileri hız, $U=-3\text{m/s}$), 4. periyot için elde edilmiş Kaldırma ve Sürtünme Kuvveti Katsayıları (kesit sayısı: kırmızı:11, yeşil:5, magenta:3)

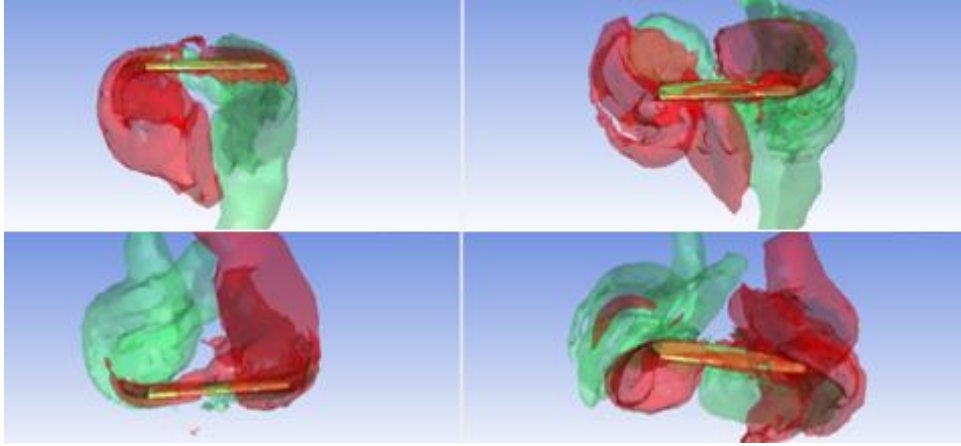
İleri hıza sahip uçuşlarda ise panel metodu ile Şekil 11'deki gibi ANSYS'e çok daha yakın sonuç elde edilmiştir. Bu aşamada aradaki farkın sebebini daha iyi anlamak adına kesitteki basınç dağılımları incelenmiştir. Havada askıda kalma koşulunda Şekil 12'de görüldüğü gibi özellikle kanat ucu girdaplarının etkisinden dolayı kökte bir nebze daha yakın olan basınç değerleri uca doğru farklılaşmaktadır. Yalnız Şekil 14'de görüldüğü gibi ileri hız varken yapılan basınç dağılımı karşılaştırmalarında hücum kenarı girdaplarının etkisinin azalmasından dolayı çok daha iyi sonuçlar elde edildiği gözlenmiştir. Bunların yanı sıra CFD Simulasyonları viskoz etkileri de içerdiğinden parazit sürtünme kuvveti panel metot ile karşılaştırmalarda bazı açıklanamayan yerler bırakmıştır.

Şekil 13 ve Şekil 15'de ANSYS Simulasyonlarında belirli anların yüklenmesi ile havada asılı konumda ve ileri hız olması durumlarında kanat etrafındaki denklem 14'e göre elde edilen eş girdap konturları gösterilmiştir. Görüldüğü gibi ileri hız varken firar kenarı girdapları daha baskındır; hava asılı konumdayken ise neredeyse firar kenarı girdaplarına eşdeğer hücum kenarı girdaplarının etkisi gözlemlenmiştir.

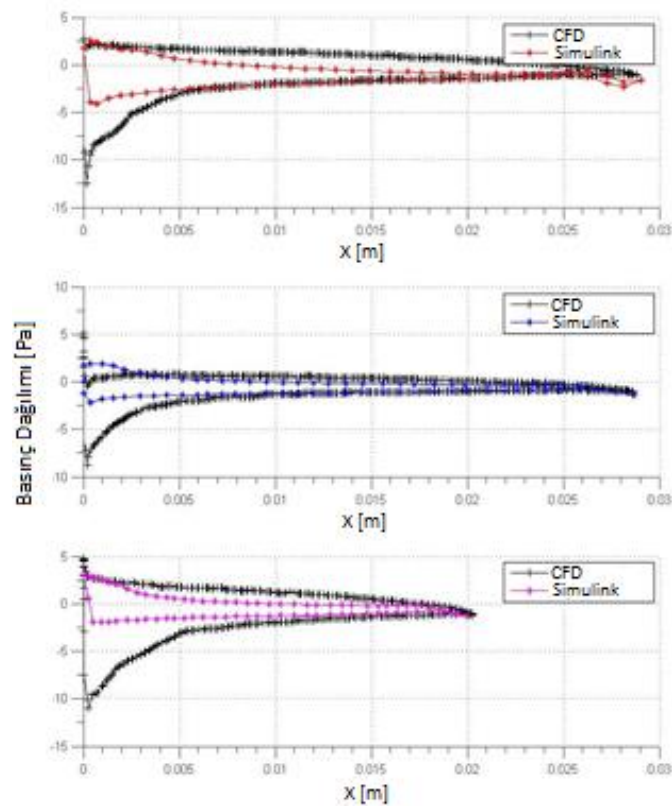
$$\gamma_x = \hat{i} \left(\frac{dv}{dz} - \frac{dw}{dy} \right) \quad (8)$$



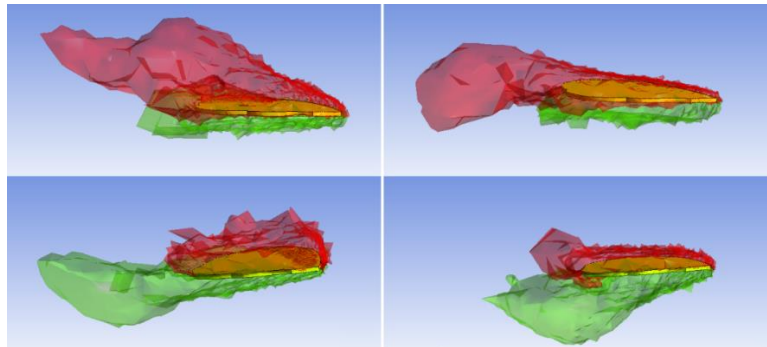
Şekil 12: Havada asılı konumda koşul 1 10. periyot ve koşul 2, 4. periyot için in sırasıyla $t= 0.975$ ve 0.83 . saniyelerde kanat kökünden ucuna kadar üç kesit üzerindeki basınç dağılımları



Şekil 13: Havada asılı konumdaki çırpın kanat hareketi için eş girdap konturları (yeşil: saat-yönü, kırmızı: saat yönünün tersi)



Şekil 14: İleri hızı varken koşul 2 4. periyot için $t = 0.82$ saniyede kanat kökünden ucuna kadar üç kesit üzerindeki basınç dağılımları

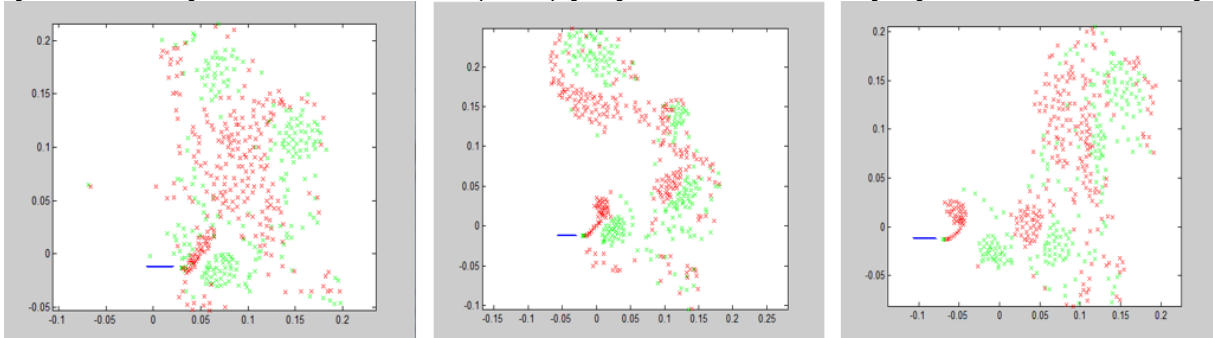


Şekil 15: İleri hız varlığında çırpın kanat hareketi için eş girdap konturları (yeşil: saat-yönü, kırmızı: saat yönünün tersi)

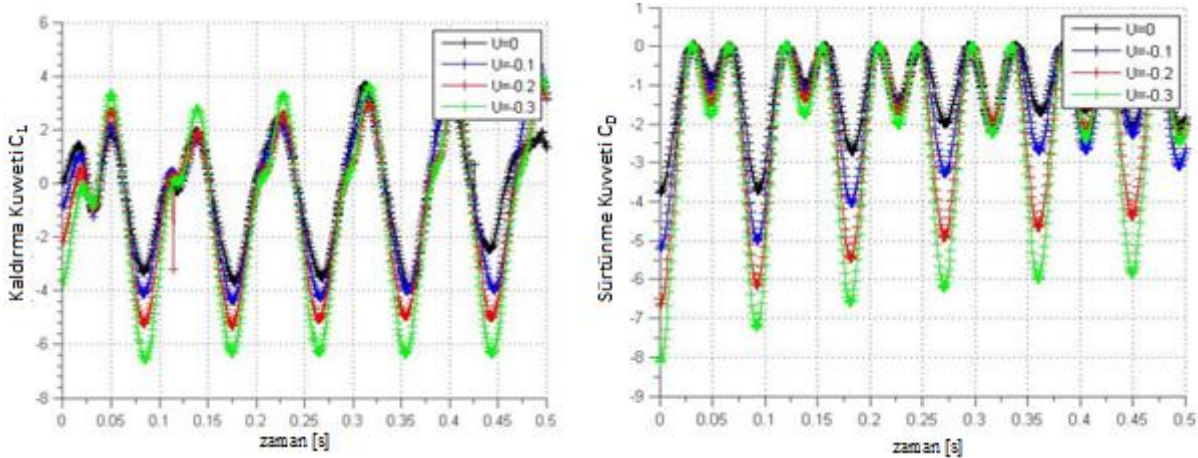
Özet olarak, 2 boyutlu panel metodu kanat kesiti üzerinde firar kenarı girdaplarının oluşturduğu basınç dağılımını dikkate aldığından; bu çalışma bize çok daha gelişmiş model tasarımları için öncelikle havada asılı konumdaki çırpın kanat çalışmalarında hücum kenarı etkisinin önemini, daha sonra da 3 boyutlu analizlerle kanat ucu girdaplarının etkisini dahil etmenin gerekliliğini fark ettirmiştir.

ANSYS ile yapılan karşılaştırmalardan sonra sadece Simulink model ile farklı, askı konumuna yakın veya daha fazla ileri hızlara sahip koşullarda sonuçlar alınmıştır. Bunlardan ilk koşul olan 41.52° maksimum genlik, 11.2 Hz frekansta çırpma hareketi yaparken ileri hız değeri 0 , -0.1, -0.2 [m/s] alınarak hem kesitin çırpma hareketiyle oluşan saat yönünde ve saatin tersi yönünde akış izleri elde edilmiş ve karşılaştırılmıştır. İkinci koşulda ise maksimum genlik 85.90° , frekans ise 5.85 Hz alınmıştır. İkinci koşulda frekans daha düşük olduğundan hareket daha yavaştır, buna göre Şekil 16 ve Şekil 18 karşılaştırılırsa ilk koşulda girdapların çok daha dağınık olduğu gözlenmektedir.

Girdap hareketlerini görsel olarak analiz etmek için Prosser'in (2011) çalışmasında kullandığı ve Appendix'de verilen kodun benzeri kullanılmıştır. Benzer algoritmayı daha önce literatürde birçok çalışma kullanmıştır, Katz ve Plotkin'in (1991) çalışması ise bütün bu çalışmalara öncülük etmiştir.

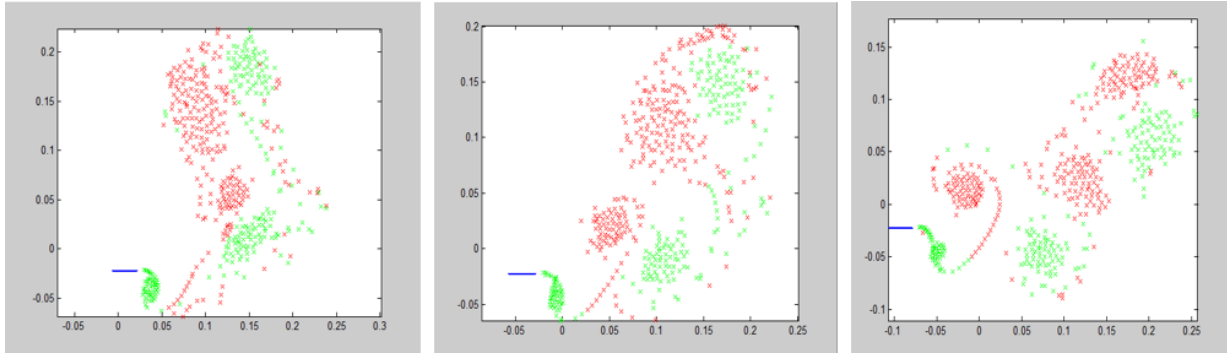


Şekil 16: Koşul 1 ($A=41.52^\circ$, $f=11.2$ Hz) ($U=0$, -0.1, -0.2 [m/s]) (yeşil:saat-yönü, kırmızı: saat yönünün tersi)

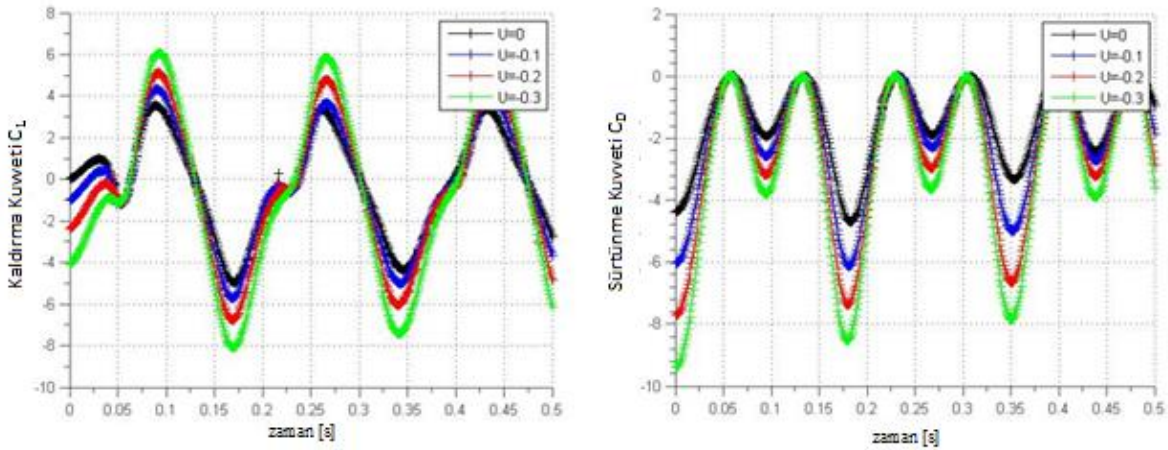


Şekil 17: Koşul 1, farklı askı konumuna yakın ileri hızlarda Aerodinamik Kuvvetlerin ($A=41.52^\circ$, $f=11.2$ Hz) ($U=0$, -0.1, -0.2 [m/s])

Şekil 17 ve Şekil 19'de görüldüğü gibi aerodinamik kuvvetler ileri hız ile doğru orantılı olarak artmaktadır. Yalnız sürtünme kuvvetleri için x ekseninin üzerindeki tepelerde bu gözlemlenmemektedir. Bu durumun sebebi halen araştırılmaktadır.

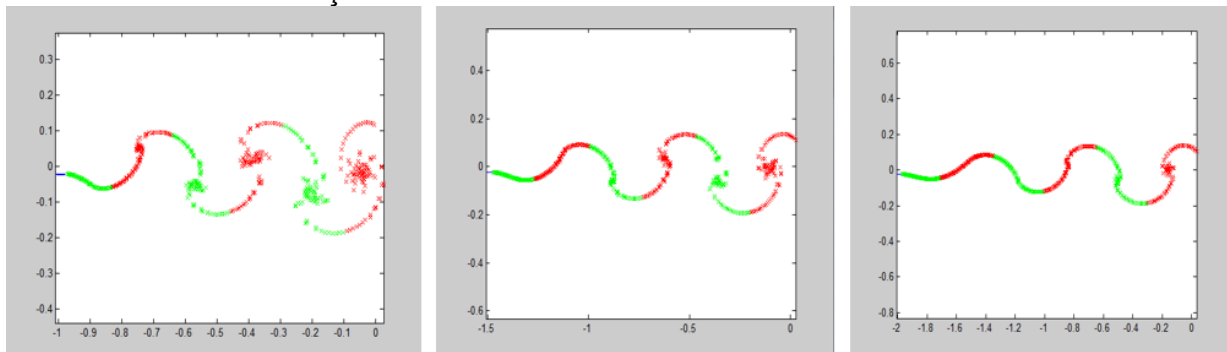


Şekil 18: Koşul 2 ($A=85.90^\circ$, $f=5.85$ Hz) ($U=0$, -0.1 , -0.2 [m/s]) (yeşil:saat-yönü, kırmızı: saat yönünün tersi)



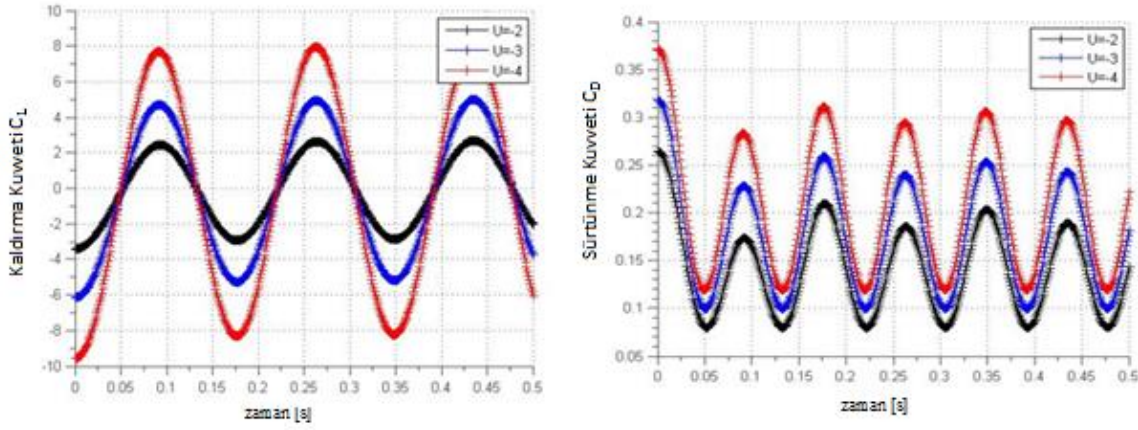
Şekil 19: Koşul 2, farklı askı konumuna yakın ileri hızlarda ($A=85.90^\circ$, $f=5.85$ Hz) ($U=0$, -0.1 , -0.2 [m/s])

2. koşul için havada askıda kalma koşuluna yakın (çok küçük) ileri hızların yanı sıra, ileri hız değeri 2, 3, 4 [m/s] olan simülasyonların akış izleri Şekil 20'deki gibi elde edilmiştir. Görüldüğü gibi ileri hız sonucu kanat çırpması akış izleri "mantar şekli"ni andırmaktadır. Literatürde birçok deneysel ve nümerik model ile elde edilmiş bu akış izleri "Karman Yolu" olarak adlandırılmaktadır. 3 boyutlu analizlerle daha gelişmiş akış izleri elde etmek mümkündür; bu sayede kanat ucu girdaplarının da hem kuvvetlere hem de akış izlerine etkisi modellenebilmektedir.



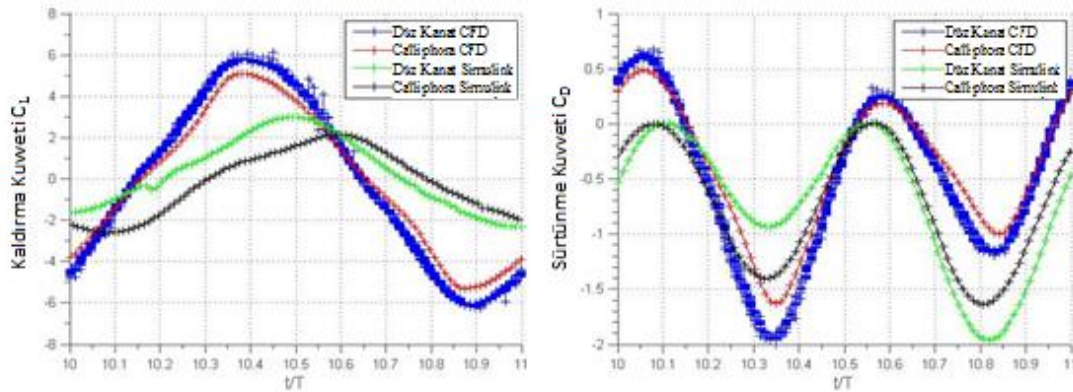
Şekil 20: Koşul 2 ($A=85.90^\circ$, $f=5.85$ Hz) ($U=-2$, -3 , -4 [m/s]) (yeşil:saat-yönü, kırmızı: saat yönünün tersi)

Havada askılı koşulda sürtünme kuvveti x ekseninde salınım gösterirken ileri hız olan koşulda bu salınımın pozitif bir değer etrafında olduğu gözlemlenmiştir (Şekil 21). Aynı zamanda bu sefer grafikte pozitif taraftaki tepeler için hız arttıkça kuvvet artmakta negatif taraftaki değerler için ise hız arttıkça kuvvet azalmaktadır.



Şekil 21: Koşul 2, farklı ileri hızlarda Aerodinamik Kuvvetlerin Karşılaştırması ($A=85.90^\circ$, $f=5.85$ Hz) ($U=-2$, -3 , -4 [m/s])

Modelde zaman döngüsünün dışında kanat açıklığı boyunca kuvvetleri toplamak amacıyla parametrelerin seçilmesi için bir dış döngü yazılmıştır. Bu döngüde kanat kesitine ait parametrelerin kanadın bölünmesi istenen kesit sayısına göre seçilmesi ile kanat şeklinin etkisi de modele yansıtılmıştır. Şekil 22'de görüldüğü gibi düz kanat için ortalama veter uzunluğu ya da kanat alanı "Calliphora" kanadına göre daha fazla olduğu için toplam kaldırma kuvveti de daha fazladır. Panel metodu ile elde edilen değerler de ANSYS Simulasyonlarından alınan sonuçları desteklemektedir.



Şekil 22: Koşul 1 ($A=41.52^\circ$, $f=11.2$ Hz), havada askı durumunda, 10. periyot için elde edilmiş Kaldırma ve Sürtünme Kuvveti Katsayılarının Kanat Şekline göre Karşılaştırması (kesit sayısı: kırmızı:11, yeşil:5, magenta:3)

SONUÇ

Bu çalışma kapsamında gerçekleştirilen analitik modellemede kanat geometrisinin ve uçuş koşullarının etkilerini olabildiğince yansıtmak amaçlanmıştır. Model 2 boyutlu kanat kesitinin parametrelerini akış modeline yansıttığından, kuvvet sonuçları kanat açıklığı boyunca farklı kesitler için elde edilen birim kuvvetlerin toplanmasıyla elde edilmiştir. Bu model sonucu elde edilen en genel sonuç panel metodu firar kenarı girdaplarının kanat üzerindeki basınç sonuçlarını modellediğinden, havada asılı konumda yapılan çırpma hareketleri için eksik kalmıştır. İleri hız varlığında yapılan çırpma hareketlerine göre havada asılı konumda yapılan çırpma hareketleri arasında hücum kenarında ihmal edilmeyecek büyüklükte girdap oluştuğu anlaşılmıştır. Bu sebeple basınç dağılımı ve aerodinamik kuvvetler bu hücum kenarı girdabından etkilenmekte ve değiştirmektedir.

İleri hız durumunda hız arttıkça hücum kenarı girdapları küçülmektedir ve model, hesaplamalı akışkanlar dinamiği sonuçları ile karşılaştırmalarında da görüldüğü gibi daha iyi sonuçlar vermiştir. Fark edilen bir diğer etken ise kanat ucu girdaplarıdır. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği modelinde de gözlemlendiği gibi çırpma hareketi yaparken hücum ve firar kenarlarının dışında kanat uçlarında da girdaplar oluşmaktadır. Bu etki ileriki çalışmalarda 3 boyutlu panel metotları ile çırpın kanat aerodinamiğinin nümerik modellenmesi ile giderilecektir. Aynı zamanda panel metoduna hücum kenarı girdaplarının etkisi eklenerek çok daha gelişmiş bir model elde edilebilir. Panel metodundan elde edilen modeller kontrol sistemlerini gerçek zamanlı besleyecek hızda olmadığından literatürdeki birçok çalışma gibi ilgili koşuldaki ortalama değerler kullanılabilir.

Teşekkür

Bu çalışma 213M327 Nolu TÜBİTAK 1001 projesi ve TUBA-GEBİP ödülleri (2012-18) tarafından desteklenmiştir, çalışmalarımıza verdikleri destekten dolayı teşekkür ederiz

Kaynaklar

- Anmar, A. H. 2008, "Computational Method for Unsteady Motion of Two-Dimensional Airfoil", Journal of Engineering, 14(4).
- Jiménez, R. A., & López, O. D. 2011., "Computational Model for the Dynamic Analysis of a Two-Dimensional Airfoil with a Control Surface", AIAA, 3846.
- Kamali, R., & Ravesh, S. R. 2008, "Numerical Analysis of MAV's Flapping Wings in Unsteady Conditions", JAST, Vol 5 No:1.
- Katz, J. and Plotkin, A. 1991, "Low-speed Aerodynamics: From Wing Theory to Panel Methods". New York: McGraw-Hill, Inc.
- Kurtulus DF, Farcy A, Alemdaroglu N, 2004, "Numerical Calculation and Analytical Modelization of Flapping Motion." Proceeding of 1st European Micro Air Vehicle Conference and Flight Competition. Braunschweig, Germany, 13-14 July.
- Kurtulus DF, 2005, Numerical and Experimental Analysis of Flapping Motion in Hover. Application to Micro Air Vehicles, Ph.D Thesis, METU, University of Poitiers
- Kurtulus DF, Farcy A, Alemdaroglu N, 2005, "Unsteady Aerodynamics of Flapping Airfoil in Hovering Flight at Low Reynolds Numbers." AIAA-2005-1356, 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, 10 - 13 Jan.
- Kurtulus DF, David L, Farcy A, Alemdaroglu N, 2006, "A Parametrical Study with Laser Sheet Visualization for an Unsteady Flapping Motion." AIAA-2006-3917, 36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, San Francisco, California USA, 5 - 8 June.
- Kurtulus DF, David L, Farcy A, Alemdaroglu N, 2006, "Laser Sheet Visualization for Flapping Motion in Hover." AIAA-2006-0254, 44rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA, 9 - 12 Jan.
- Kurtulus DF, 2015, "On the unsteady behavior of the flow around NACA 0012 airfoil with steady external conditions at $Re=1000$ ", International Journal of Micro Air Vehicles, Vol 7, No 3, pp 301-326, September 2015
- Kurtulus DF, 2016, "On the wake pattern of symmetric airfoils for different incidence angles at $Re=1000$," International Journal of Micro Air Vehicles, Vol 8, No:2, pp. 109-139
- Mantia, M. La, & Dabnichki, P. 2009. "Unsteady panel method for flapping foil". Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol 33, Issue 4.
- Ormanci, F., 2016 "Development of Unsteady Models for Flapping Wings' Controller Design Approach", M.Sc. Thesis, METU Aerospace Engineering Department.
- Persson, P.O., Willis, D. J., Peraire, J. 2011. "Numerical Simulation of Flapping Wings using a Panel Method and a High-Order Navier-Stokes Solver"

- Prosser, D.T. 2011 “Flapping Wing Design for a Dragonfly-Like Micro Air Vehicle” Thesis, Rochester Institute of Technology.
- Smith, M., Wilkin, P., Williams, M. 1996 “The advantages of an unsteady panel method in modelling the aerodynamic forces on rigid flapping wings.” *Journal of Experimental Biology* 199, 1073-1083.
- Sunada, S., Kawachi, K., Matsumoto, A. and Sakaguchi, A. 2001, “Unsteady forces on a two-dimensional wing in plunging and pitching motion”, *AIAA J.* 39, 1230 -1237.
- Şenol, M. G., 2016 “Design and Testing of a Four-Bar Flapping Wing Mechanism”, M.Sc. Thesis, METU Aerospace Engineering Department.
- Şenol, M. G., Comez F. Y., Kurtuluş D. F., Arıkan K. B. 2015 “Testing of Flapping Wing Four-Bar Mechanism”, Workshop on Non- Intrusive Measurements for unsteady flows and aerodynamics, Poitiers, Fransa
- Vest, M.S., and Katz, J. 1996, “Unsteady aerodynamic model of flapping wings”, *AIAA J.* 34, 1435.