VI. ULUSAL HAVACILIK VE UZAY KONFERANSI **UHUK-2016-067**
28-30 Eylül 2016, Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli

3 BOYUTLU EULER ÇÖZÜCÜSÜ VE ADJOINT YÖNTEMİYLE KANAT-GÖVDE TASARIM ENİYİLEMESİ

Ali Yıldırım[1]
Orta Doğu Teknik Üniversitesi/Havacılık ve Uzay Mühendisliği, Ankara

Sinan Eyi[2]
Orta Doğu Teknik Üniversitesi/Havacılık ve Uzay Mühendisliği, Ankara

ÖZET

Bu çalışmada amaç 3 boyutlu dış akış problemlerinde Euler ve Adjoint yöntemleriyle tasarım eniyilemesi yapmak ve çeşitli çözüm yöntemlerini göstermektir. Tasarımın yapılacağı geometri CFL3D Test Örneği ARAM100 olarak seçilmiştir. Akış analizinde Preconditioned Newton GMRES kullanılmış olup, Adjoint değişkenlerinin çözümünü veren lineer sistem PARDISO programı ile çözülmüştür. Hassaslık analizi için gerekli olan Jacobian dizeyi analitik olarak hesaplanmıştır. Tasarım değişkenleri kanat-gövde geometrisinde kanadın yüzey çözüm ağı noktaları olarak seçilmiş ve değişim algoritmasında düzgün olmayan, rasyonel B-Spline formülü kullanılmıştır.

GİRİŞ

Transonik akışlar günümüz havacılık teknolojisinde çok önemli bir yere sahiptir. Yolcu uçaklarının tamamına yakını bu uçuş fazında faaliyet göstermektedir. Günümüzde Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği(HAD) ve bilgisayar teknolojilerindeki gelişim büyük boyutlu problemlerin, karmaşık transonik akışlarda hızlı çözümler alınmasını kolaylaştırmıştır. Aerodinamik alanında araştırmacılar sadece problemin çözümüyle kalmayıp, problemin eniyilemesi nasıl yapılır bunları araştırmaya başlamıştır. Bunun pratikte ilk örneği 1988 yılında Antony Jameson [Jameson, [1995]] tarafından çalışılmıştır. Jameson'ın bu çalışması kontrol teorisinin kısmı diferansiyel denklemler üzerinde kullanımının bir örneğidir. Seneler boyunca bir çok farklı uçuş fazında Adjoint methodu kullanılmış olup, özellikle yolcu uçaklarının sürükleme katsayısı düşürümü, şoksuz uçak kanadı tasarımında iyi sonuçlar elde edilmiştir. Tasarım değişkenleri tercihe bağlı olarak uçak kanadı şekil [Leoviriyakit, [2005]] ve/veya kesit alanlarının şekilleri [Nemec, [2003]] olarak seçilip eniyilenebilir.

Adjoint methodu diğer methodlardan farklı olarak her bir tasarım döngüsünde sadece bir akış çözümü gerektiren gradyant temelli bir yöntemdir. Her tasarım döngüsünde bir çözüm gerektirmesi eniyileme süresini kısaltıp, hızlı sonuç alınmasına olanak verir.

[1] Araştırma Görevlisi, Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: yildirim.ali@metu.edu.tr
[2] Doç. Dr., Havacılık ve Uzay Müh. Böl. , E-posta: seyi@metu.edu.tr

HAD temelli eniyileme yöntemleri büyük problemler için hızlı, güvenilir ve doğru akış çözümleri gerektirir. Geçmişte küçük problemler belirtilmiş yöntemlerle hızlıca çözülebilirken günümüz problemleri örtülü methodları gerektirmektedir. Aerodinamik alanında bilinen en eski ve güvenilir yöntemlerden biri Newton Methodu'dur. Ancak Newton Methodu büyük Jacobian dizeyinin defalarca çözülmesini gerektiren hem cpu hem maaliyet açısından kısıtlayıcı bir yöntemdir. Bu nedenle araştırmacılar daha farklı tekrarlamalı yöntemlere yönelmişlerdir. 1986 yılında Yousef Saad [Saad,Schultz, [1986]] GMRES algoritmasını seyrek lineer sistemlerde uygulamıştır. Ardından Jacobian gerektirmeyen Newton-GMRES methodu aerodinamik alanında yaygın kullanım haline gelmiştir.

Bu çalışmada hücre temelli sonlu hacimler yöntemi 3 boyutlu Euler denklemlerinin çözümünde kullanılmış olup, hücre yüzeylerinde akılar Steger Warming[Steger,Warming, [1981]], Van Leer[Van Leer, [1982]] ve AUSM[Liou,Steffen, [1993]] akı vektörü ayrımı yöntemleriyle hesaplanmıştır. Jacobian dizeyi analitik türev alım yöntemiyle oluşturulmuştur. Akış çözümünde Preconditioned Newton-GMRES yöntemi kullanılmış, Adjoint denklemi ise [PARDISO, [2016]] programıyla çözülmüştür. Tasarım değişkenleri olarak Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) [Piegl,Tiller, [1997]] noktaları seçilmiştir.

YÖNTEM

Problem Tanımı

Eniyileme problem tanımı şu şekilde yapılmıştır;

$$\begin{aligned} \text{Enküçült} \quad & I(w,S) \\ \text{bağlı kalarak} \quad & R(w,S) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & w : \text{akış değişkenleri} \\ & S : \text{tasarım değişkenleri vektörü} \\ & R(w,S) = 0 : \text{akış denklemi} \end{aligned}$$

Örneğin $I = C_d$ ise problem sürükleme katsayısı azaltımı olarak geçer.

Adjoint Methodu

Amaç fonsiyonundaki ve akış denklemindeki değişim akış değişkenleri ve tasarım değişkenleri cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\delta I = \left[\frac{\partial I}{\partial w}\right]^T \delta w + \left[\frac{\partial I}{\partial S}\right]^T \delta S \tag{1}$$

$$\delta R = \left[\frac{\partial R}{\partial w}\right] \delta w + \left[\frac{\partial R}{\partial S}\right] \delta S \tag{2}$$

Eğer Lagrange çarpanlarını ψ Denklem-2 ile çarpıp, Denklem-1'den çıkarıp düzenlersek Denklem-3'ü elde ederiz.

$$\delta I = \left\{ \left[\frac{\partial I}{\partial w}\right]^T - \psi^T \left[\frac{\partial R}{\partial w}\right] \right\} \delta w + \left\{ \left[\frac{\partial I}{\partial S}\right]^T - \psi^T \left[\frac{\partial R}{\partial S}\right] \right\} \delta S \tag{3}$$

Amacımız amaç fonksiyonun türevlerini akış değişkenlerinden bağımsız hale getirmektir. Bu şekilde Adjoint Denklemi elde edilebilir.

$$\left[\frac{\partial R}{\partial w}\right]^T \psi = \left[\frac{\partial I}{\partial w}\right] \tag{4}$$

Adjoint Denklemi'ni Lagrange çarpanları için çözüp Denklem-3'ten elersek, maliyet fonksiyonundaki değişimi buluruz.

$$\delta I = \underbrace{\left\{ \left[\frac{\partial I}{\partial S}\right]^T - \psi^T \left[\frac{\partial R}{\partial S}\right] \right\}}_{\Omega^T} \delta S \tag{5}$$

Bu denklem akış değişkenlerinden bağımsız olup fazladan akış çözümü gerektirmez. Ω^T ise amaç fonksiyonunun gradyantıdır.

HAD Denklemleri

3 Boyutlu Euler Denklemleri genelleştirilmiş kordinatlarda korunumlu şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\frac{\partial \hat{W}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \zeta} = 0 \tag{6}$$

$$\hat{W} = \frac{1}{J}\begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{Bmatrix} \quad \hat{F} = \frac{1}{J}\begin{Bmatrix} \rho U \\ \rho u U + \xi_x p \\ \rho v U + \xi_y p \\ \rho w U + \xi_z p \\ (\rho e + p)U \end{Bmatrix} \quad \hat{G} = \frac{1}{J}\begin{Bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (\rho e + p)V \end{Bmatrix} \quad \hat{H} = \frac{1}{J}\begin{Bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (\rho e + p)W \end{Bmatrix} \tag{7}$$

ρ yoğunluk, u ve v hız vektörünün bileşenleri, p basınç, e birim hacimdeki toplam enerji, U, V ve W kontravaryant hız bileşenleridir. Denklem-7'deki J ise kordinat değişim Jacobian'ıdır., ξ, η ve ζ eğrisel kordinatları gösterir, $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$ ise değişim metrikleridir. Üç boyutlu, zamandan bağımsız Euler Denklemlerinin diferansiyel hali 6 yüzlü sonlu hacimler için aşağıdaki gibi ayrıklaştırılabilir;

$$\frac{\delta_\xi \hat{F}}{\Delta \xi} + \frac{\delta_\eta \hat{G}}{\Delta \eta} + \frac{\delta_\zeta \hat{H}}{\Delta \zeta} = 0 \tag{8}$$

Hücre merkezli sonlu hacimler yöntemi için Denklem-8 aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$(\hat{F}_{i+\frac{1}{2},j,k} - \hat{F}_{i-\frac{1}{2},j,k}) + (\hat{G}_{i,j+\frac{1}{2},k} - \hat{G}_{i,j-\frac{1}{2},k}) + (\hat{H}_{i,j,k+\frac{1}{2}} - \hat{H}_{i,j,k-\frac{1}{2}}) = 0 \tag{9}$$

Euler Denklemlerindeki akışmaz akı vektörleri konvektif özellik gösterir. Bu nedenle upwind akı ayırma yöntemi kullanımı uygundur. Bu çalışmada akılar $\hat{F}^+, \hat{F}^-, \hat{G}^+, \hat{G}^-, \hat{H}^+, \hat{H}^-$, Stege-Warming, Van Leer ve AUSM gibi 3 farklı yöntemle hesaplanmıştır.

$$\hat{F}_{i\pm\frac{1}{2},j,k} = \hat{F}^+(\hat{Q}^L_{i\pm\frac{1}{2},j,k}) + \hat{F}^-(\hat{Q}^R_{i\pm\frac{1}{2},j,k}) \tag{10}$$

$$\hat{G}_{i,j\pm\frac{1}{2},k} = \hat{G}^+(\hat{Q}^L_{i,j\pm\frac{1}{2},k}) + \hat{G}^-(\hat{Q}^R_{i,j\pm\frac{1}{2},k}) \tag{11}$$

$$\hat{H}_{i,j,k\pm\frac{1}{2}} = \hat{H}^+(\hat{Q}^L_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}) + \hat{H}^-(\hat{Q}^R_{i,j,k\pm\frac{1}{2}}) \tag{12}$$

Sonlu hacim hücrelerinin yüzeylerinde ayrıştırılmış akılar sağ ve sol olarak ayrılıp Upwind yöntemiyle aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{Q}^L_{i+\frac{1}{2}} = \hat{Q}_i, \qquad \hat{Q}^R_{i+\frac{1}{2}} = \hat{Q}_{i+1} \tag{13}$$

Uzayda yüksek mertebeden doğruluk için Monotonic Upstream-Centered Scheme Conservation Law (MUSCL) interpolasyonu kullanılmıştır. Formülasyonu aşağıdaki gibidir.

$$\hat{Q}^L_{i+\frac{1}{2}} = \hat{Q}_i + \frac{1}{4}\Big\{\phi(r)\big[(1-\kappa)\nabla + (1+\kappa)\Delta\big]\Big\}_i \tag{14}$$

$$\hat{Q}^R_{i+\frac{1}{2}} = \hat{Q}_{i+1} - \frac{1}{4}\Big\{\phi(r)\big[(1+\kappa)\nabla + (1-\kappa)\Delta\big]\Big\}_{i+1} \tag{15}$$

Upwind temelli yöntemler şok bölgelerinde çözümü doğru olarak yakalayamazlar, osilasyon gösterirler. Bu nedenle şok bölgelerine limitleyici konulması yaygındır. Bu çalışmada türevi alınabilir Van Albada Limiter[Anderson,Thomas ve Leer, [1985]] kullanılmıştır. Limiter uygulaması aşağıda gösterilmiştir.

$$\hat{Q}^L_{i+\frac{1}{2}} = \hat{Q}_i + \Big\{\frac{s}{4}\big[(1-s\kappa)\nabla + (1+s\kappa)\Delta\big]\Big\}_i \tag{16}$$

$$\hat{Q}^R_{i+\frac{1}{2}} = \hat{Q}_{i+1} - \Big\{\frac{s}{4}\big[(1+s\kappa)\nabla + (1-s\kappa)\Delta\big]\Big\}_{i+1} \tag{17}$$

ayrıca s, Δ ve ∇ aşağıdaki gibi tanımlanabilir

$$s = \frac{2\Delta\nabla + \epsilon}{\Delta^2 + \nabla^2 + \epsilon} \tag{18}$$

$$\Delta_i = \hat{Q}_{i+1} - \hat{Q}_i, \qquad \nabla_i = \hat{Q}_i - \hat{Q}_{i-1} \tag{19}$$

ϵ parametresi tanımsız bölmeyi engellemek için kullanılır ve bu çalışmada belirtilen referanstan[Kalita,Dass ve Sarma, [2015]] aşağıdaki gibi alınmıştır.

$$\epsilon = 10 * \Omega^{1.25} \tag{20}$$

burada Ω hücre hacmini temsil eder. Van Albada Limiter'ı için, $\kappa = 0$ seçilir.

Newton-GMRES

Euler denklemlerinin çözümünde Jacobian-Free Newton GMRES yöntemi kullanılmıştır. Bu method Newton Metodu ve Krylov Subspace yöntemlerinden biri olan GMRES[Saad,Schultz, [1986]] metodunun birleşimi olup algoritması[Gatsis, [2015]] aşağıda verildiği gibidir. Algoritmada L_2 yani Euclidean normu kullanılmıştır.

Algorithm 1 Newton-GMRES Algoritması

x_k için ilk tahmini yap, $x_k :=$ Newton basamağı için çözüm vektörü
η_k için ilk tahmini yap, $\eta_k :=$ Yakınsama için zorlayıcı parametre
s^0_k seç, m=0 iken
$r^0_k = -F'(x_k)s^0_k - F(x_k)$, $\beta_k = \|r^0_k\|$, $v_1 = r^0_k/\beta_k$
While $\|r^0_k\| > \eta_k\|F(x_k)\|$ **do**
  $m = m + 1$
  Jacobian-vektör çarpımı(Av_m) hesapla, $Av_m = F'(x_k)v_m$,
  $w_m = Av_m$
  Upper-Hessenberg matrisi oluştur; $h_{i,m} = (w^T_m, v_i)\ \forall i = 1, 2, ..., m$
  Ortogonalize et; $\hat{v}_{m+1} = w_m - \sum_{i=1}^{m} h_{i,m}v_i$
  $h_{m+1,m} = \|\hat{v}_{m+1}\|$
  $v_{m+1} = \hat{v}_{m+1}/h_{m+1,m}$
Doğrusal Küçük Kareler(LLS) Problemini çöz;

$$\|r^0_k\| = J(y_m) = \min_{y_m} \|\beta e_1 - \bar{H}_m y_m\|$$

Çözümü güncelle $x_k = x_0 + V_m y_m$

Bu algoritmada çözümü hızlandırmak için, çözülen lineer sistemin condition sayısını düşürmek amacıyla preconditioner kullanılmıştır. Sağdan uygulanan preconditioner çözülen sistemde sağ tarafı değiştirmez. Preconditioner dizeyi olarak gerçek Jacobian dizeyinin block-diagonal'ı seçilmiştir. Bu dizeye eğer M dersek bize her bir GMRES iterasyonunda M^{-1} gerekmektedir. Bu dizeyin tersini almak yerine Incomplete Lower Upper(ILU) faktörizasyonu kullanılmıştır.

NURBS Eğrileri

Yüzeydeki NURBS[Piegl,Tiller, [1997]] eğrileri 2 parametrik kordinattan oluşmaktadır;

$$S(\xi,\eta) = \frac{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} N_{i,p}(\xi)N_{j,q}(\eta)w_{i,j}P_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{m} N_{i,p}(\xi)N_{j,q}(\eta)w_{i,j}} \tag{21}$$

burada ξ ve η parametrik kordinatlar olup, $P_{i,j}$ 2-yönlü kontrol ağıdı., $w_{i,j}$ bu kontrol ağının ağırlığı olup, $N_{i,p}$ ve $N_{j,q}$, p ve q derece köken denklemleridir. Özgül bir knot vektöründe köken denklemi aşağıdaki gibidir;

$$N_{i,k=1}(\xi) = \begin{cases} 1 \text{ if } u_i \leq \xi < u_{i+1} \\ 0 \text{ aksi takdirde} \end{cases} \tag{22}$$

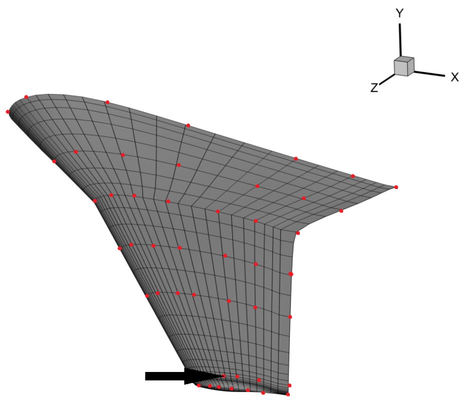
$$N_{i,k}(\xi) = \frac{(\xi - u_i)N_{i,k-1}(\xi)}{u_{i+k-1} - u_i} + \frac{(u_{i+k} - \xi)N_{i+1,k-1}(\xi)}{u_{i+k} - u_{i+1}} \tag{23}$$

u_i ve v_i'ler tek düze olmayan knot vektörleri U ve V'nin elemanıdır. Knot vektörleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

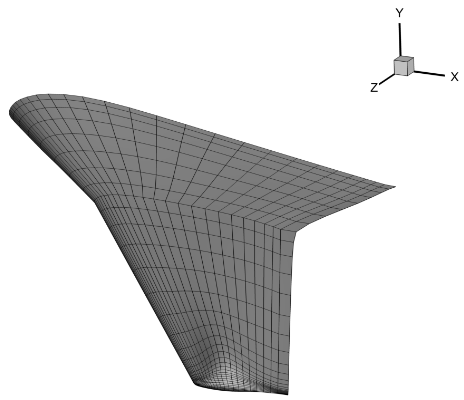
$$U = \left\{ \underbrace{0,...,0}_{p+1}, u_{p+1},...,u_i,...,u_n, \underbrace{1,...,1}_{p+1} \right\} \tag{24}$$

$$V = \left\{ \underbrace{0,...,0}_{q+1}, v_{q+1},...,v_i,...,v_m, \underbrace{1,...,1}_{q+1} \right\} \tag{25}$$

Kanadın altında ve üstünde 50 kontrol noktası tasarım değişkeni olarak seçilmiş, kontrol hacminde değişim cebirsel olarak parametrize edilmiştir. Örnek perturbasyon Şekil-1 ve Şekil-2'den görülebilir.



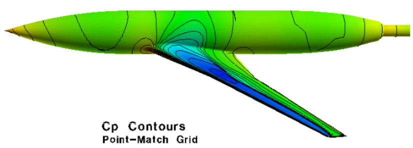
Şekil 1: Perturbe edilmemiş yüzey çözüm ağı



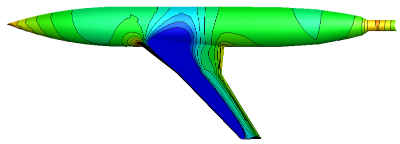
Şekil 2: Perturbe edilmiş yüzey çözüm ağı

UYGULAMALAR

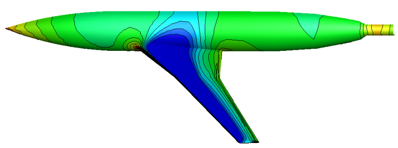
Bu çalışmada kullanılan geometri ARAM100 olup çözüm ağı NASA Test Örnekleri'nden alınmıştır. Giriş Mach sayısı 0.8027 olup hücum açısı 2.873 derece olarak seçilmiştir. Çözüm ağının boyutu 81x21x49 C-H tipinde olup, geometri üzerindeki basınç dağılımı sonuçları farklı akı yöntem hesaplarına göre Şekil-3'te verilmiş ve [CFL3D, [1998]] sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.



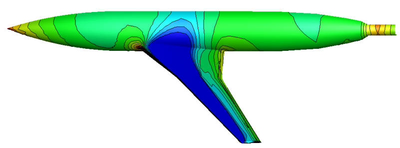
(a) Basınç katsayısı konturları - CFL3D



(b) Basınç katsayısı konturları - S-W splitting



(c) Basınç katsayısı konturları - Van Leer splitting



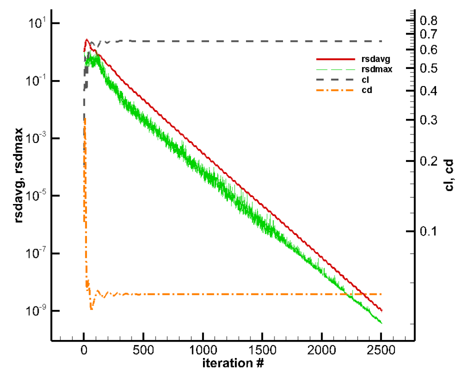
(d) Basınç katsayısı konturları - AUSM splitting

Şekil 3: Kanat-gövde üzerinde basınç katsayısı konturları

Ayrıca Şekil-4'te örnek olması açısından Van-Leer metodunun Newton-GMRES'teki yakınsaması gösterilmiştir. Yakınsama kriteri olarak süreklilik denkleminin hata payı 10^{-9} seçilmiş ve iterasyonlar durdurulmuştur. Yapılan denemelere göre bu sayı 10^{-13}'e yani makine doğruluğuna kadar inebilmektedir. Çizelge-1'de ise aerodinamik katsayıların karşılaştırma tablosu verilmiştir. Sonuçlar birbirine yakındır.

Çizelge 1: Aerodinamik katsayılar

	CFL3D	Bu çalışma
C_l	0.6820	0.6520
C_d	0.0512	0.0535
C_m	0.1437	0.1326
$log(res)$	-0.9e+01	-0.9e+01

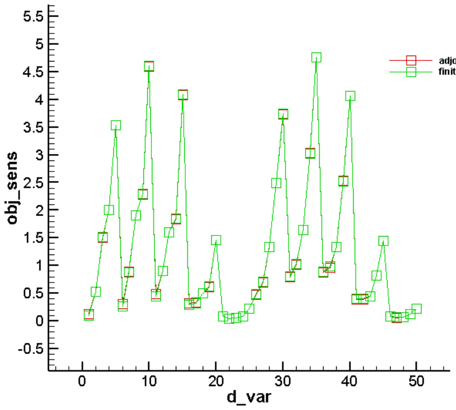


Şekil 4: Akış çözümü için yakınsama geçmişi

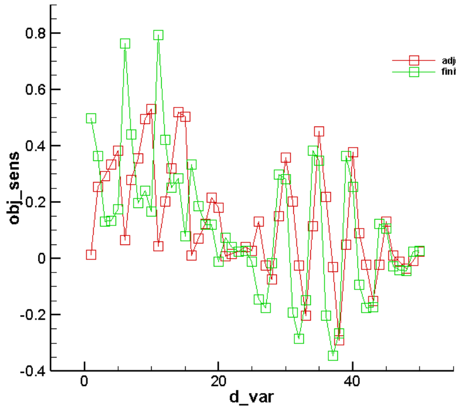
Elde edilen sonuçlar geliştirilen çözücünün güvenilirliğini yansıtmaktadır. Çözücünün gerçeğe yakın sonuçlar vermesi eniyileme aşamasına geçmeden önce çok önemlidir.

Adjoint yöntemini kullanarak eniyileme sürecine başlamadan önce Adjoint hassaslık değerleri Finite Difference(FD) hassaslık değerleriyle karşılaştırılmıştır. Finite Difference metodunda herbir tasarım değişkeni perturbe edilmiş tekrar akış çözümü elde edilmiştir. Central Difference yöntemide 50 tasarım değişkeni için 50*2=100 akış çözümü yapılmış olup Adjoint metodunda tek akış çözümüyle bu hassaslık verisine ulaşılmıştır.

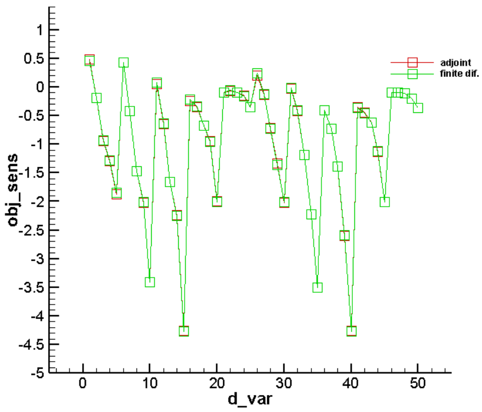
3 amaç fonksiyonu için aşağıdaki grafikler alınmıştır. Bu grafikler herbir tasarım değişkeninin amaç fonksiyonuna etkisini gösterir.



Şekil 5: C_l hassaslık verisi - Adjoint ve FD



Şekil 6: C_d hassaslık verisi - Adjoint ve FD



Şekil 7: C_m hassaslık verisi - Adjoint ve FD

Şekil-5 ve Şekil-7'de hassaslık değerleri tamamıyla örtüşmüştür. Drag hassaslık verisinde ise farklılıklar vardır. Bunun sebebi Finite Difference metodundaki perturbasyon epsilon seçimi olabileceği gibi akıştaki şok bölgelerindeki tanımsızlık da olabilir. C_l ve C_m'deki verinin doğruluğu C_d için de Adjoint hassaslığının doğruluğuna işaret eder.

Eniyileme aşamasında 3 farklı durum düşünülmüştür.

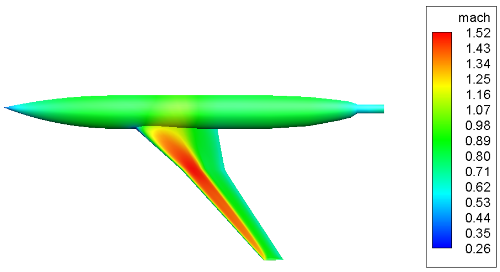
1. Maksimize et $\frac{C_l}{C_{l_0}}$, iken $\frac{C_d}{C_{d_0}} - 1 \leq 0.005$
2. Minimize et $\frac{C_d}{C_{d_0}}$, iken $1 - \frac{C_l}{C_{l_0}} \leq 0.005$
3. Minimize et $\frac{C_m}{C_{m_0}}$, iken $\frac{C_d}{C_{d_0}} - 1 \leq 0.1$

Çizelge-2'de farklı sınırlayıcılar ile elde edilen sonuçlar ilk durumlarına göre verilmiştir.

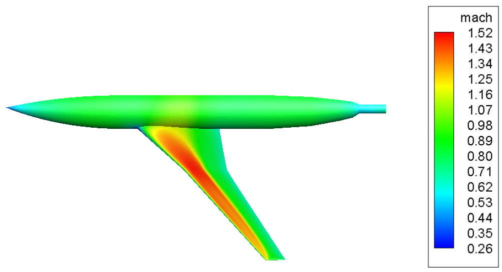
Çizelge 2: Eniyileme sonuçları

	Amaç	Kısıtlayıcı
Maksimize et $\frac{C_l}{C_{l_0}}$	1.0418877883	0.0049453971
Minimize et $\frac{C_d}{C_{d_0}}$	0.9823511197	0.0028410509
Minimize et $\frac{C_m}{C_{m_0}}$	-0.5399434686	0.0644969919

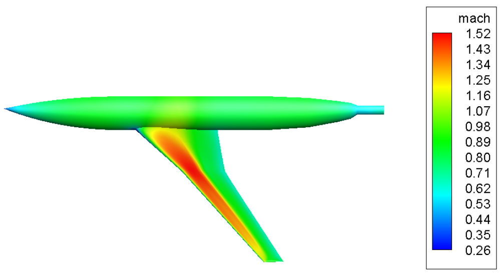
Elde edilen sonuçlara göre kaldırma kuvveti 1.04 katına çıkmış, sürükleme kuvveti 0.98'ine düşmüş ve yunuslama momentinde ilk durumun tam tersi olacak şekilde burun yukarı moment elde edilmiştir. Kanat üzerindeki Mach sayısı değişimi Şekil-8'de verilmiştir.



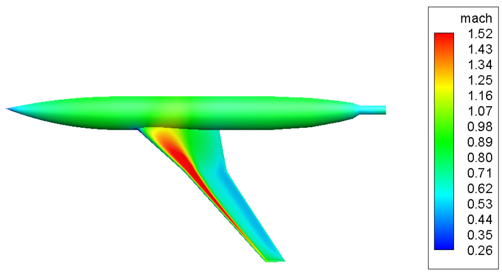
(a) Mach konturları - orijinal



(b) Mach konturları - C_l eniyilenmiş



(c) Mach konturları - C_d eniyilenmiş

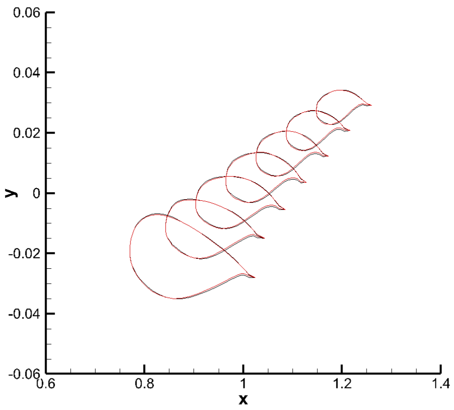


(d) Mach konturları - C_m eniyilenmiş

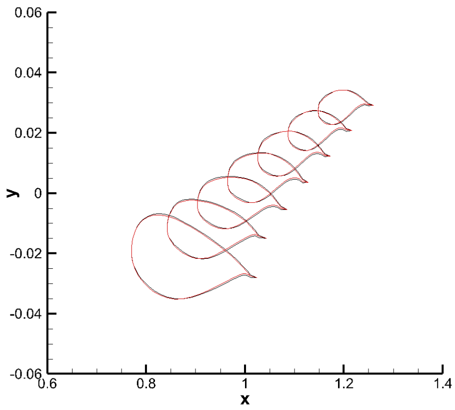
Şekil 8: Kanat-gövde üzerinde mach konturları karşılaştırması

Şekil-8.b'de kaldırma kuvveti maksimize edilmiş olup şok uçak kanadının gerisine doğru ötelenmiştir. Şekil-8.c'de sürükleme katsayısını düşürmek için özellikle kanat uçlarında mach sayısı düşürülmüş ve indirgenmiş drag azaltılmıştır. Şekil-8.d'de yunuslama momentini azaltmak için uçak kanadının arkası kısmı yukarı kalkmış ve kuyruksuz uçaklardaki fenomen gözlenmiştir.

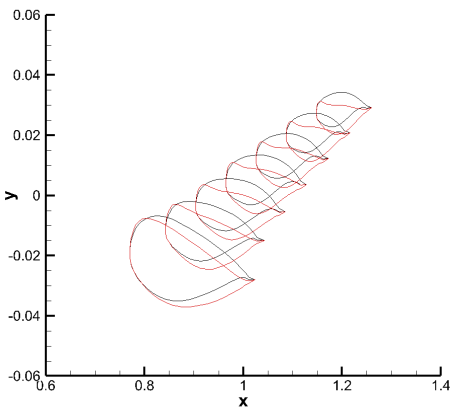
Şekil-9'da kanat boyu kesitler eniyileme öncesi ve sonrası verilmiş olup, siyah orijinal, kırmızı eniyilenmiş kesitleri gösterir.



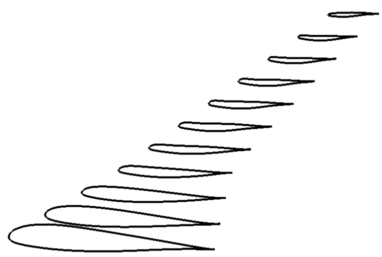
(a) C_l için eniyileme, kanat boyu kesitler



(b) C_d için eniyileme, kanat boyu kesitler



(c) C_m için eniyileme, kanat boyu kesitler

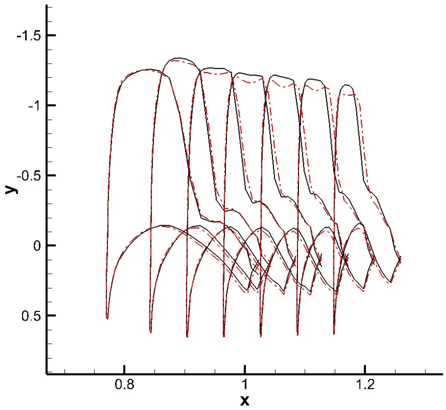


(d) C_m için eniyileme, kanat boyu kesitler

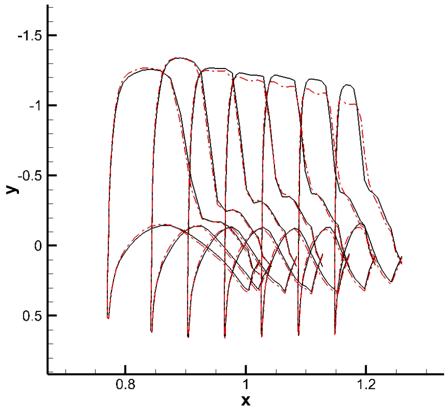
Şekil 9: Kanat boyu kesitlerin karşılaştırması

Şekil-9.a'da kaldırma kuvvetini artırmak için kamber yapısı artmış ve kanat arka kısmında flap tarzı yapı çıkmıştır. Sürükleme katsayısını azaltmak için Şekil-9.b'de kanat üstü daha düzleşmiş olup wave drag azaltılmış, kanat uçlarında basınç farkı düşürülmüştür. Şekil-9.c ve Şekil-9.d de ise yunuslama momentini azaltmak amacıyla elde edilen geometri uçan-kanat yapılarına benzetilebilir.

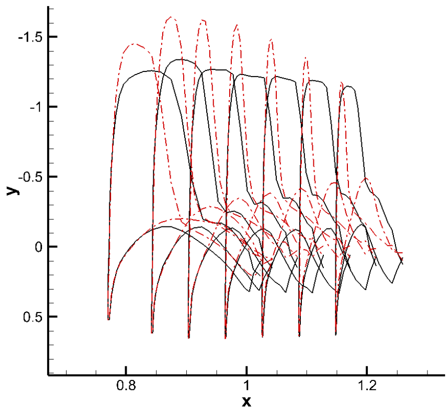
Aşağıdaki figürlerde kanat boyu basınç katsayı değişimleri gösterilmiştir.



Şekil 10: C_l için kanat boyu basınç katsayı değişimi



Şekil 11: C_d için kanat boyu basınç katsayı değişimi



Şekil 12: C_m için kanat boyu basınç katsayı değişimi

Şekil-10, Şekil-11, ve Şekil-12, şok bölgesinin kaymasını ve gücünün değişimini daha iyi göstermektedir. Görüldüğü gibi C_m eniyilenmesinde şok kuvveti artmasına rağmen yunuslama momenti düşürülebilmiştir.

SONUÇ

Bu çalışmada Adjoint yöntemi kullanılarak transonik bir akışta kanat+gövde yapıları aerodinamik açıdan eniyilenmiştir. Uygulanan eniyileme sürecinde hassaslık verisi Adjoint metoduyla elde edilmiş, tasarım değişkenleri olarak NURBS kontrol noktaları alınmıştır. Adjoint Denklemi PARDISO tarafından çözülmüş, akış denklemlerinde sağdan Preconditioner'lı Newton-GMRES kullanılmıştır.

Elde edilen sonuçlar Newton-GMRES'in 3 Boyutlu Euler denklemlerinin çözümünde yüksek doğruluklu ve az masraflı olduğunu göstermiştir. Adjoint metodu ise Finite Difference metoduna göre daha az masraflı olup, neredeyse aynı doğruluk payında hassaslık verisini doğru vermiştir.

Eniyileme sonucunda kaldırma kuvvetini artırabilmek için kanat kesitlerinin kamber yapısı artmış ve şok daha geride bir noktada oluşmuştur. Sürükleme katsayısını azaltmak için kanat uçlarında indirgenmiş drag azaltılmış ve şok kuvveti düşürülmüştür. Yunuslama momenti için kanat arka yüzeyi yukarı kıvrılmış ve burun yukarı moment elde edilmiştir.

Bundan sonraki çalışmalar preconditioner'a ek olarak Newton-GMRES metoduna scaling ve reordering algoritmalarının eklenmesi ve araştırılması olacaktır.

Kaynaklar

Anderson, W., Thomas, J., & Leer, B. V. 1985. *A comparison of finite volume flux vector splittings for the Euler equations*. 23rd Aerospace Sciences Meeting.

Epstein, B., Rubin, T., Sé, S.,2003. *Accurate Multiblock Navier-Stokes Solver for Complex Aerodynamic Configurations*, AIAA Journal, 41(4), 582-594.

Gatsis, J., 2015. *Preconditioning Techniques for a Newton–Krylov Algorithm for the Compressible Navier–Stokes Equations*, (Doctoral dissertation)

Jameson, A., 1995. *Optimum aerodynamic design using CFD and control theory*, 12th Computational Fluid Dynamics Conference.

Kalita, P., Dass, A. K., & Sarma, A. 2015. *Effects of Numerical Diffusion on the Computation of Viscous Supersonic Flow Over a Flat Plate*, International Journal of Applied and Computational Mathematics Int. J. Appl. Comput. Math.

Leoviriyakit, K., 2005. *Wing Planform Optimization via An Adjoint Method*, (Doctoral dissertation)

Liou, M., Steffen, C., J.,1993. *A New Flux Splitting Scheme*, Journal of Computational Physics, 107(1), 23-39.

Nemec, M., 2003. *Optimal Shape Design of Aerodynamic Configurations: A NewtonKrylov Approach*, (Doctoral dissertation)

Pardiso Project. (n.d.). Retrieved March 27, 2016, from `http://www.pardiso-project.org/`

Piegl, L., Tiller, W., 1997. *The NURBS book.*, Berlin: Springer.

Saad, Y., Schultz,M.,H., 1986. *GMRES: a generalized minimal residual method for solving nonsymmetric linear systems.*, SIAM J. Sci. Stat. Comput., 7:856-869.

Steger, J. L., and Warming, R. F., 1981. *Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite-Difference Methods*, Journal of Computational Physics, Vol. 40, 1981, pp. 263-293.

Test Cases. (n.d.). Retrieved March 25, 2016, from `http://cfl3d.larc.nasa.gov/Cfl3dv6/cfl3dv6_testcases.html`

Van Leer, B.,1982. *Flux Vector Splitting for the Euler Equations*, ICASE Report 82-30.