

SONLU ELEMANLAR VE SONLU HACİM MODELLERİNİN BÜTÜNLEŞİK ÇÖZÜMÜ

E. Nadir Kaçar¹
TEI, Tusas Motor Sanayi, Eskişehir

L. Berrin Erbay²
Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir

ÖZET

Sonlu elemanlar ve sonlu hacim analizleri gaz türbinli motorların tasarım sürecinde aktif rol almakta ve yoğun biçimde kullanılmaktadır. Motor parçalarının sıcaklık değerlerinin doğru tahmin edilmesi önem arz ettiğinden, simülasyon modellerinin gerçek durum ile tutarlı değerler vermesi gerekmektedir. Bundan dolayı analizlerin temel amacı doğru sıcaklık dağılımını elde etmektir. Sıcaklık dağılımını elde etmek ise üç hesaplama yöntemiyle gerçekleştirilmektedir. Bunlar; konjuge hesaplamalı akışkanlar dinamiği analizleri, sonlu elemanlar analizleri ve sonlu elemanlar ile sonlu hacimler modellerinin bütünleşik çözümüdür. Bütünleşik çözüm yöntemi; hesaplamalı akışkanlar dinamiği analizlerine göre zaman açısından, sonlu elemanlar analizlerine de doğruluk açısından üstün olduğundan son zamanlarda sıklıkla tercih edilmektedir. Bütünleşik çözüm yönteminde ayrı ayrı hesaplamalı akışkanlar dinamiği analizi ve sonlu elemanlar analizi modelleri oluşturulup; ortak ara yüzde gaz sıcaklığı, ısı transfer katsayısı ve katı sıcaklığı parametrelerinin değişimi gerçekleştirilmektedir. Her değişimde analizler tekrar çözülüp yinelemeler tamamlanmaktadır. Bu çalışmada sonlu elemanlar ve sonlu hacim modellerinin bütünleşik çözüm teorisi anlatılıp, denklemleri detaylı olarak tanımlanmıştır.

GİRİŞ

Günümüz havacılığında, özellikle sivil havacılıkta, gün geçtikçe artan yüksek enerji verimliliği ihtiyacı bulunmaktadır. Gaz Türbinli motor üreticileri ise hem daha güvenilir, daha verimli ve daha hafif motorlar üretip hem de üretimden kar etmek zorundadır. Bu problemin üstesinden gelebilmek amacıyla uygulanabilecek iki yöntem bulunmaktadır. Bunlar; ya farklı tasarımlı konfigürasyona sahip motorlar test etmek ya da doğrulanmış yöntemler kullanarak gerçekçi simülasyonlar oluşturmaktır. Her yeni versiyon için motor testi yapmak yüksek maliyet getireceğinden gerçekçi analiz modelleri oluşturmak tercih edilmektedir. Bu analiz modellerinde daha gerçekçi modellenmek istenen ise sıcaklık dağılımıdır. Çünkü sıcaklık değerlerinin olduğundan daha yüksek tahmin edilmesi daha yüksek stres değerlerine, bu değerler de daha çok malzemenin kullanıldığı (kalın kanatçıklar, yüksek et kalınlığı değerleri) geometrik şekillere sebep olmaktadır. Bu durumda aşırı emniyetli tasarlanan motor bileşenleri daha ağır ve yüksek maliyetli olacaktır. Diğer taraftan daha düşük sıcaklık tahmini dayanıksız malzeme seçimine dolayısıyla çalışma sırasında kırılma uğramaya sebep olacağından, yeni bir motor ihtiyacı yani yüksek maliyet ortaya çıkaracaktır. Sonuç olarak, motor tasarımı sırasında daha doğru metal sıcaklıkları hesaplayıp ona göre tasarımı sonuçlandırmak önemlidir ve bundan dolayı kullanılan yöntemleri geliştirmek ya da yeni analiz yöntemleri oluşturmak gerekmektedir.

Artan hesaplamalı akışkan dinamiği (HAD) analizi kapasitesi ve bilgisayar gücünün etkisiyle; metal sıcaklığı hesaplamalarında sıklıkla kullanılan sonlu elemanlar analizi (SEA) programlarının yanı sıra HAD analizleri de kullanılmaya başlamıştır. Katı / akışkan arasındaki ısı transferi problemleri

¹ Termal Sis. Tas. & Yanma Tk. L., E-posta: EminNadir.Kacar@tei.com.tr

² Prof. Dr., Makine Müh. Böl., E-posta: lberbay@ogu.edu.tr

için genellikle, HAD analizlerini de içeren, üç yöntem kullanılmaktadır. Bunlar sırasıyla; konjuge ısı transfer analizi, birleşik olmayan (non-coupled) SEA / HAD süreci ve bütünleşik (coupled) SEA / HAD yaklaşımıdır. Konjuge analizlerde katı / akışkan ısı transferi hesaplamaları, HAD kapasitesini akışkana komşu olan katı elemanlarındaki ısı iletimini de içerecek şekilde genişletilerek gerçekleştirilir. Fakat HAD hesaplamaları akışkana ek olarak katı elemanlarına da genişletildiğinden uzun hesaplama süresi ve yüksek kapasiteli teknik donanım gerektirmektedir. Bu sebeple genellikle kararlı hal (steady state) modelleri veya zamana bağlı (transient) basit problemler çözülebilmektedir. Birleşik olmayan SEA / HAD sürecinde ise sonlu elemanlar programında sınır şartı olmak üzere HAD analizleri sonucu elde edilen korelasyonlar kullanılmaktadır. Bu korelasyonlar sınırlı sayıda, kararlı hal için çözülen HAD problemi sonucu elde edilmiştir. Bu sebeple analizlerdeki yüksek maliyet azaltılmıştır. Bu yöntem son yıllarda sıklıkla kullanılsa da birleşik olmayan sürecin başarısı analizcinin deneyimine bağlıdır. Çünkü parça elemanlarının hangi oranda bölüneceği ve bu elemanlara hangi korelasyonların uygulanacağı analizcinin tercihidir. Bütünleşik SEA / HAD yaklaşımı, son zamanlarda sıklıkla uygulanan ve literatürde örneğine rastlanılan bir yöntemdir. Bu yöntem kullanılarak, tek bir araç ile alınan çözümlerden (hesaplamalı akışkanlar dinamiği, ısı transferi analizleri ve mekanik analizler) daha doğru sonuçlar elde edilebilmektedir. Farklı iki araç, ya da ikiden fazla araç birleştirilerek sonuç ulaşılabilir. Örnek olarak; aerodinamik ile ısı transferi modelleri birleştirilerek aero-termal, ısı transferi analizleri ile mekanik analizler (yapısal analizler) birleştirilerek termo-mekanik, aerodinamik hesaplamalar ile mekanik analizler birleştirilerek aero-mekanik veya her üç model (aerodinamik, ısı, mekanik analizler) birleştirilerek aero-termo-mekanik analizler gerçekleştirilmektedir. Tüm bu süreçler bütünleşik çözümü oluşturan modeller arasındaki yinelemelere dayandığı için, bütünleşik çözüm aynı zamanda bir optimizasyon yöntemidir. Yinelemeler, modeller arasındaki veri alışverişine dayanır ve bir model çözümünden elde edilen veri diğer modelin girdisi olarak kullanılır. Birbirlerini doğrudan etkilemeyen yöntemler arasındaki yinelemeler düşük sayıda (çoğunlukla bir veya iki) olduğu için veri transferi el ile gerçekleştirilir. Bu yöntemler termo-mekanik ve aero-mekanik çözümler olarak sayılabilir. Fakat aero-termal çözümlerde metal sıcaklığı, her seferinde uygulanan gaz sıcaklığına göre değişeceğinden; iki yineleme arasında oluşan farkın minimum'a gelmesi istenir. Bu sebeple yineleme sayıları çok fazladır (yüzlerce) ve yakınsama kayda değer bir süre alacaktır. Bundan dolayı otomatikleştirme araçları kullanılmaktadır. Bu araçların temel görevi daha önceden oluşturulan analiz modellerini koşturup, ilk koşturulan modelin çıktısını diğer modele besleyip o modeli koşturmaktır.

YÖNTEM

Literatürde; bir nükleer santral ısı değiştiricisindeki çatallaanma borusunun sıcaklık dağılımını doğru tahmin edebilmek amacıyla bütünleşik çözüm gerçekleştirilmiştir [Dixon ve arkadaşları, 2010]. Bu çözüm sırasında sonlu elemanlar programı olarak SC03 (Rolls-Royce şirket içi oluşturulan ve ticari olarak diğer kullanıcılara da sağlanan ısı, mekanik ve titreşim çözümleri alan program), HAD programı olarak da Fluent kullanılmıştır. İki program arasındaki veri alışverişini gerçekleştirmek için ise iletişim kodu yazılmış, otomatik yineleme yapılması sağlanmıştır. Bu çalışmada yinelemeler iki sıcaklık analizi arasındaki fark 0,1 K olana kadar devam ettirilmiştir. Modelin çok çabuk sonuç verdiği ve gerçek sıcaklık dağılımına çok yakın bir dağılım elde edildiği bildirilmiştir. Başka bir çalışmada bir gaz türbin motorunun kompresör disk boşluğundaki soğutma havasının hareketi ve diskin buna bağlı sıcaklık dağılımı değişimi incelenmiştir [Dixon ve arkadaşları, 2004]. Ayrıca analizler sonucunda hesaplanan sıcaklık değerleri ısı çift ölçümleriyle de valide edilmiştir. Benzer şekilde dönen ve sabit türbin bileşenleri arasındaki boşluğun analizi bütünleşik çözüm yöntemi kullanarak hesaplanmıştır [Mirzamoghadam ve arkadaşı, 2000]. Buna ek olarak da yineleme yöntemiyle hesaplanan sıcaklık değerleri kullanılarak yapısal analiz gerçekleştirilmiş ve termomekanik analiz ile birleştirilmiştir. Bunun sonucunda motorun çalışır durumundaki geometrisi (sıcak hal) kullanılarak en gerçekçi metal sıcaklıkları elde edilmiştir. Başka bir çalışmada ise serbest dönen diskin sıcaklık dağılımı hem konjuge hem de birleşik yöntem ile hesaplanmış ve analitik çözüm ile karşılaştırılmıştır [Verdicchio ve arkadaşları, 2001]. Buna göre birleşik yöntem ile konjuge yöntem arasındaki çözüm zamanı olarak çok fazla fark olsa da, sonuçlar ihmal edilebilir farklarla ayrılmaktadır. Ayrıca farklı çalışmalarda, gaz türbin motorun karmaşık hava akımları içeren bölümleri için doğru sıcaklık dağılımını elde edebilmek amacıyla bütünleşik çözüm

gerçekleştirilmiştir [Sun ve arkadaşları, 2010;2012]. Bu çalışmalar sırasında bütünleşik çözümü oluşturan sonlu hacim ve sonlu elemanlar modelleri arasında duvar sıcaklığı ve duvar ısı akısı alışverişi yapılmıştır. Duvar sıcaklığı sonlu elemanlar modelinden, duvar ısı akısı ise sonlu hacim modelinden sağlanmıştır. Yazılım olarak ise, sonlu hacim çözümleri HYDRA'da (Rolls-Royce şirket içi oluşturulan hesaplamalı akışkanlar dinamiği programı), sonlu elemanlar çözümleri SC03'te gerçekleştirilmiştir. Çalışmaların tamamında kullanılan bütünleşik çözüm yaklaşımında SEA ve HAD modelleri kullanılarak iletim ve taşınım ısı transferi hesaplamaları yapılmıştır. Uygulamalar bölümünde iletim ve taşınım denklemleriyle problemin çözümü anlatılacaktır.

UYGULAMALAR

Bütünleşik yöntemle çözüm alma süreci teorik olarak incelenirken iki alt başlığa dikkat edilmelidir. Bunlar; ısı transfer katsayısının süreçteki yeri ve katı/akışkan arayüzündeki bir eleman için yazılan denklemlerdir.

Isı Transfer Katsayısının Süreçteki Yeri

Katı ve akışkan bölgeleri arasındaki ilişkiyi daha iyi anlamak amacıyla mühendislikte sıklıkla kullanılan ısı transfer katsayısı olgusunu değerlendirmek önem arz etmektedir. Akışkan için enerji denklemi denklem (1)'de gösterilmiştir.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[u_i \rho \left(H + \frac{u_i^2}{2} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[q_i + u_j (T_{ij})_{eff} \right] \quad (1)$$

Denklem (1)'de "H" entalpiyi, "x" koordinatı, u, q, ve τ ise sırasıyla hız, ısı akısı ve kesme gerilmesini temsil etmektedir. Entalpi ve ısı akısı denklem (2) ve (3)'te gösterilmiştir. Denklem (2)'de C_p , sabit basınçta özgül ısıyı, denklem (3)'te k_{eff} etkin ısı iletim katsayısını göstermektedir.

$$H = \int_{t_{ref}}^t C_p dt \quad (2)$$

$$q_i = k_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (3)$$

Modelde özgül ısı, etkin iletkenlik, etkin kesme gerilmesi ve yoğunluk zamandan bağımsız olduğunda; hız bileşenleri de zamandan bağımsız olmakta ve denklem (1) "t" zamanında doğrusal olmaktadır. Bu durum çözüm bölgesinde sıcaklık değişimi ve kaldırma kuvvetinin küçük olduğu anda doğrudur.

Bir akış probleminde; sınır şartı olarak belirlenen gaz giriş sıcaklığına T_g ve tüm katı yüzeyler adyabatik iken bu yüzeylerin sabit sıcaklığına ise T notasyonu verelim. Bunlara ek olarak, adyabatik çözümle elde edilmiş yüzey sıcaklığına ise T_{ad} kısaltmaları tanımlayalım. Başka bir çözümde ise T_1 sıcaklığı için q_1 ısı akısı dağılımını hesaplamış olalım. Tüm bu tanımlamalara göre ısı transfer katsayısı dağılımı denklem (4)'teki gibi ifade edilebilir.

$$h = q_1 / (T_1 - T_{ad}) \quad (4)$$

Denklem (1)'de sürtünmeden gelen ısınma terimi ve kinetik enerji terimi ihmal edilebilir olduğundan T_{ad} ve T_g (gaz sıcaklığı) birbirine eşittir. Hem bundan hem de denklem (1)'in sıcaklık için doğrusal sonuç vermesinden dolayı; yüzey sıcaklığını T_1 'den T_2 'ye değiştiren ısı akısı (q_2) çözümler toplanarak elde edilir (denklem (5)).

$$q_2 = h(T_2 - T_{ad}) \quad (5)$$

Denklem (4) ve (5)'i kullanarak ısı transfer katsayısı için denklem (6) yazılabilir.

$$h = \frac{q_1 - q_2}{T_1 - T_2} \quad (6)$$

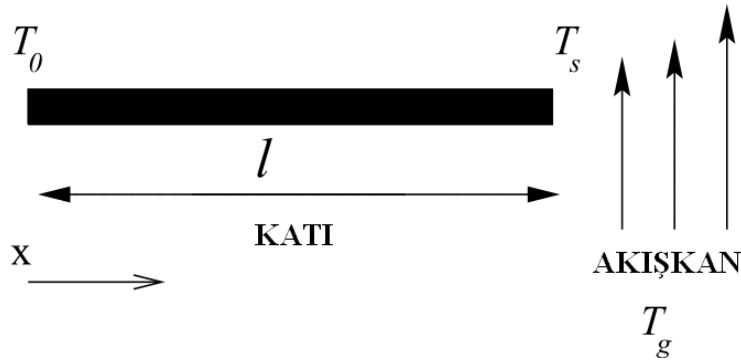
Sonuç olarak, iki farklı yüzey sıcaklığından elde edilen iki HAD çözümü kullanılarak “h” elde edilebilir [Verdicchio ve arkadaşları, 2001].

Katı / Akışkan Arayüzündeki Bir Elemanın Isıl Dengesi

Basit bir örnekleme ile katı ve akışkan enerji denklemlerinin yinelemeli (iterative) birleşik çözümünün etkileri gösterilebilir [Verdicchio ve arkadaşları, 2001]. Şekil 1’de 1 boyutlu (1B) akışkan/katı iletim problemi görülmektedir. Buna göre “l” uzunluğunda, “k” sabit ısı iletim katsayısına sahip ve bir ucu T_0 sıcaklığında bir metal çubuk bulunmaktadır. Akışkan/katı arayüzündeki bilinmeyen metal sıcaklığı ise T_s değerindedir. Akışkandan metale yapılan ısı transferi ise sıcaklık farkının, ısı transfer katsayısı ile çarpımıyla elde edilir (denklem (7)).

$$q = h(T_s - T_g) \quad (7)$$

Birleştirme (coupling) süreci boyunca h ve T_g ’nin sabitlenmiş olduğu kabul edilerek katı modele bu iki parametreyi (ısı transfer katsayısı ve gaz sıcaklığı) göndermek hızlı yakınsama sağlamaktadır.



Şekil 1: 1 Boyutlu Katı / Akışkan ısı dengesi

1 boyutlu iletim probleminin doğru sıcaklık değeri ise denklem (8) ile ifade edilir. Burada T_t , T_s için doğru (exact) çözümü ifade etmektedir.

$$T_t = \frac{kT_0 + hlT_g}{k + hl} \quad (8)$$

Diğer taraftan iletim problemi çözümü için ısı akısı sınır şartı kullanılırsa; $x=0$ ’da $T=T_0$ ve “q” ısı akısıyla $x=l$ ’deki ısı iletim denklemi aşağıdaki gibi olur (denklem (9)).

$$T(x) = T_0 - \frac{qx}{k} \quad (9)$$

“q” T_s ’nin bir fonksiyonu olduğundan, T_s için yinelemeli çözüm gerekmektedir. T_s ’ye başlangıç olarak $T_t + \Delta T$ değeri verildiğinde ısı akısı aşağıdaki gibi olur (denklem (10)).

$$q = h(T_t + \Delta T - T_g) \quad (10)$$

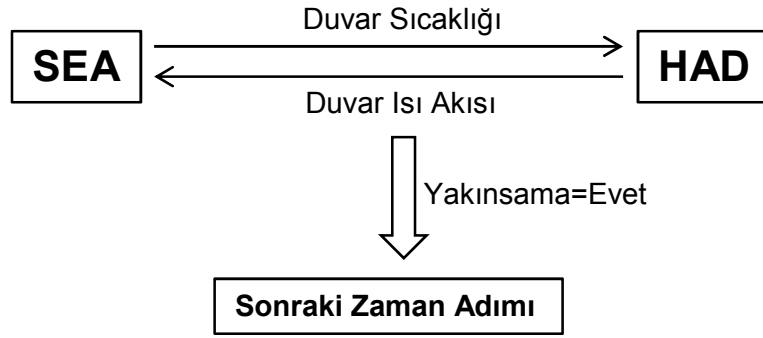
Isı akısı değeri denklem (9)’da yerine koyulduğunda $x=l$ ’de yeni bir T_s değeri elde edilir. Bu değer denklem (11)’de gösterilmiştir.

$$T'_s = T_t - \frac{hl}{k} \Delta T \quad (11)$$

Katı ile akışkan arasında “n” sayıda yineleme gerçekleştirildiğinde ise denklem (12) yazılabilir.

$$T_t'^n = T_t + \left(-\frac{hl}{k}\right)^n \Delta T \quad (12)$$

Denklemlerle gösterilen çözüm ve yineleme sürecinin şematik hali şekil 2’de gösterilmiştir.



Şekil 2: Çözüm ve yineleme şematik gösterimi

Buna göre adımlar aşağıdaki gibi listelenebilir:

- HAD modelinde akışkan / katı sınırındaki sıcaklık belirli bir değere sabitlenir. İlk analiz koşusu sırasında sıcaklık değeri homojen dağılmıştır. Daha sonraki yinelemelerde ise sıcaklık değeri SEA sonuçlarından interpolasyon yapılarak elde edilir.
- HAD modeli kendi içinde yakınsayana kadar koşuturulur.
- SEA analizi için ihtiyaç duyulan sınır şartı hesaplanır.
- SEA modeli yakınsayana kadar koşuturulur.
- Yüzey metal sıcaklıkları HAD modeline aktarılır.
- Yinelemeler bir taraftaki değer (ısı transfer katsayısı, metal sıcaklığı) yakınsayana kadar devam ettirilir.

SONUÇ

Sonuç olarak, gaz türbinli motorlarda metal sıcaklığı dağılımı ve sıcaklık değerlerinin doğru bulunması tasarımın gelişmişliğini doğrudan belirlediğinden, motor analiz modellerinde hem metal hem de akışkan bölümlerini simüle etmek önemlidir. Fakat sürecin aynı zamanda hızlı ilerlemesi gerektiğinden konjuge modellerden hızlı çözüm alan yöntemler geliştirilmelidir. Bütünleşik çözüm yöntemi ise hem hızlı hem de gerçeğe (test sonuçları) olduğundan analiz ihtiyacını karşılamaktadır. Burada temel yöntem katı / akışkan arayüzünde akışkandan konveksiyon ile yapılan ısı geçişinin, katı eleman içinde iletim ile gerçekleşmesidir. Bu iki fenomen eşitlendiğinde yinelemeli çözümlerle doğru sıcaklık dağılımı elde edilecektir.

Kaynaklar

- Dixon, J.A., Verdicchio, J.A., Benito, D., Karl, A. ve Tham, K.M., 2004, *Recent Developments in Gas Turbine Component Temperature Prediction Methods Using Computational Fluid Dynamics and Optimization Tools in Conjunction with More Conventional Finite Element Analysis Techniques*, Proc. Instn. Mech. Engrs, Part A: J. Power and Energy, Vol. 218, 241-255 p.
- Dixon, J.A., Guijarro Valencia, A., Ireland, P., Ridland, P. ve Hills, N., 2010, *A Coupled CFD Finite Element Analysis Methodology in a Bifurcation Pipe in a Nuclear Plant Heat Exchanger*, CFD4NRS-3, Washington
- Mirzamoghadam, A.V. ve Xiao, Z., 2000, *Flow and Heat Transfer in an Industrial Rotor-Stator Rim Sealing Cavity*, Proceedings of ASME Turboexpo 2000, 2000-GT-285

Verdicchio, J.A., Chew, J.W. ve Hills, N.J., 2001, *Coupled Fluid / Solid Heat Transfer Computation for Turbine Discs*, Proceedings of ASME Turboexpo 2001, 2001-GT-0205

Sun, Z., Chew, J.W., Hills, N.J., Lewis, L. ve Mabilat, C., 2010, *Coupled Aero-Thermo-Mechanical Simulation for a Turbine Disc Through a Full Transient Cycle*, Proceedings of ASME Turboexpo 2010, GT2010-22673

Sun, Z., Chew, J.W., Hills, N.J., Barnes, C.J. ve Valencia, A.G., 2012, *3D Coupled Fluid-Solid Thermal Simulation of a Turbine Disc Through a Transient Cycle*, Proceedings of ASME Turboexpo 2012, GT2012-68430