VI. ULUSAL HAVACILIK VE UZAY KONFERANSI
28-30 Eylül 2016, Kocaeli Üniversitesi, Kocaeli

UHUK-2016-063

ROKET MOTORU KATI YAKIT GEOMETRİSİ DEĞİŞKENLERİNİN YAPISAL DAYANIM AÇISINDAN CEVAP YÜZEYİ YÖNTEMİYLE İNCELENMESİ

Ceyhun Tola[1] ve Melike Nikbay[2]
İstanbul Tenik Üniversitesi / İstanbul

ÖZET

Çalışma kapsamında, oluklu kesit geometrisine sahip katı yakıtlı roket motorlarının yakıt yapısal dayanımları ile geometrik kesit parametreleri arasındaki ilişki cevap yüzeyi yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Farklı kesit parametre değerlerine sahip yakıtların yapısal dayanımları, doğrusal viskoelastik sonlu elemanlar modelleri oluşturularak analiz edilmiştir. Analiz sonuçları, deterministik yaklaşımdan faydalanılarak değerlendirilmiş ve analizi gerçekleştirilen yakıt geometrileri için güvenlik toleransı değerleri hesaplanmıştır. Bu sayede, oluklu yakıt geometrisine ait kesit parametrelerinin tasarım güvenlik toleransı üzerine etkilerinin cevap yüzeyi yöntemiyle incelenmesi sağlanmıştır. Sonlu elemanlar analizlerinin ateşleme adımında girdi olarak kullanılan yük değerleri, geliştirilen sıfır boyutlu iç balistik çözücü yardımıyla hesaplanmıştır. Çalışma sonucunda elde edilen cevap yüzeyi yardımıyla daha yüksek güvenlik toleransına sahip katı yakıt kesit geometrisi tasarımında kilit role sahip parametreler hakkında grafiksel bilgiler sunulmuştur.

GİRİŞ

Katı yakıtlı roket motorları, güvenilirlik, düşük üretim maliyeti, depolama ve nakliye kolaylığı gibi birçok avantaja sahiptirler. Bu sebeple 1960'lı yıllardan beri birçok askeri sistemde ve uydu fırlatma sistemlerinde katı yakıtlı roket motorlarının kullanımı tercih edilmektedir. Günümüzde, yoğun şekilde kullanılan bu teknolojinin iyileştirilerek daha verimli hale getirilmesi amacıyla çalışmalar yürütülmektedir. Araştırmacılar, mümkün olan en düşük kütle ve maliyete, mümkün olan en yüksek iç balistik performans ve mukavemete sahip sistemleri tasarlayabilmek için çalışırlar. Ancak, roket motorunun iç balistik performans ve yakıt yapısal dayanımını aynı anda arttırmak mümkün değildir. Daha yüksek iç balistik performansa sahip bir sistem tasarlandığında, tasarımın yapısal dayanımının bir ölçüsü olarak niteleyebileceğimiz güvenlik toleransı değeri düşmektedir. Bu sebeple, daha verimli katı yakıtlı motorların tasarımı, iç balistik performans ve yakıt yapısal dayanım disiplinlerinin bir arada optimize edilmesiyle sağlanabilir. Katı yakıt motoru tasarımına başlamadan önce, geometrik kesit parametrelerinin yakıt güvenlik toleransı üzerine etkilerinin incelenmesi tasarımcılara kolaylık sağlar.

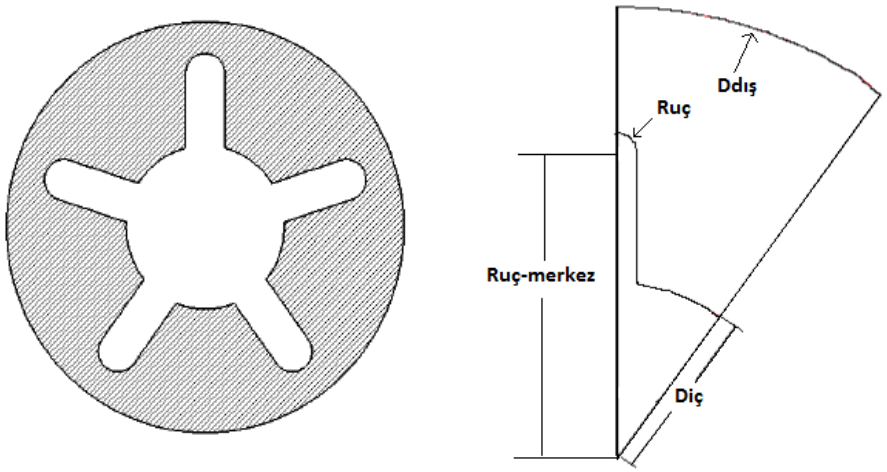
Çalışma kapsamında, cevap yüzeyi yöntemi yardımıyla, oluklu kesit geometrisine sahip katı yakıta ait geometrik parametrelerin, güvenlik toleransı değerlerini nasıl etkilediği incelenmiştir.

[1] Doktora Öğrencisi, FBE Uçak ve Uzay Müh. Doktora Prog. E-posta: tola@itu.edu.tr
[2] Doç. Dr., Uzay Müh. Böl., E-posta: nikbay@itu.edu.tr

YÖNTEM

Geometri

Şekil 1' de oluklu kesit yapısına sahip katı yakıt geometrisi ve bu kesite ait geometrik değişkenler gösterilmiştir.



a) 5 Oluklu Katı Yakıt Kesit Geometrisi

b) Kesit Parametreleri

Şekil 1: Oluklu Yakıt Geometrisi ve Kesit Parametreleri

Oluklu kesite sahip katı yakıtlı roket motorları için, 5'i sürekli, 1'i ayrık olmak üzere 6 geometrik parametre mevcuttur. Bu parametreler Çizelge 1'de listelenmiştir.

Çizelge 1 : Oluklu Yakıt Geometrisine Ait Değişken Parametreler

Tür	***Parametre***	***Açıklama***
Ayrık	N	Oluk Sayısı
Sürekli	$D_{iç}$	İç Çap
	$D_{dış}$	Dış Çap
	$R_{uç}$	Oluk Ucu Yarıçapı
	$R_{uç-merkez}$	Oluk Merkezinin Yarıçapı
	L	Yakıtın Boyu

Çizelge 1'de listelenen parametreler hem tasarlanan yakıt geometrisinin dayanımını hem de iç balistik performansını etkilemektedir.

Çalışmada, $205\ mm$ dış çapa sahip katı yakıtlı roket motoru için; oluk sayısı, iç çap, oluk ucu yarıçapı, oluk merkez yarıçapı ve yakıt boyu değerlerinin yakıt güvenlik toleransı üzerine olan etkisi, cevap yüzeyi yardımıyla incelenmiştir.

Malzeme

Yapısal analiz modelinde, HTPB (Hydroxyl-terminated Polybutadiene) tabanlı viskoelastik yakıt, EPDM (Ethylene Propylene Diene Monomer) tabanlı yalıtım malzemesi ve AISI 4140 çelikten üretilmiş motor gövdesi olmak üzere 3 farklı parçaya ait 3 farklı malzeme kullanılmıştır.

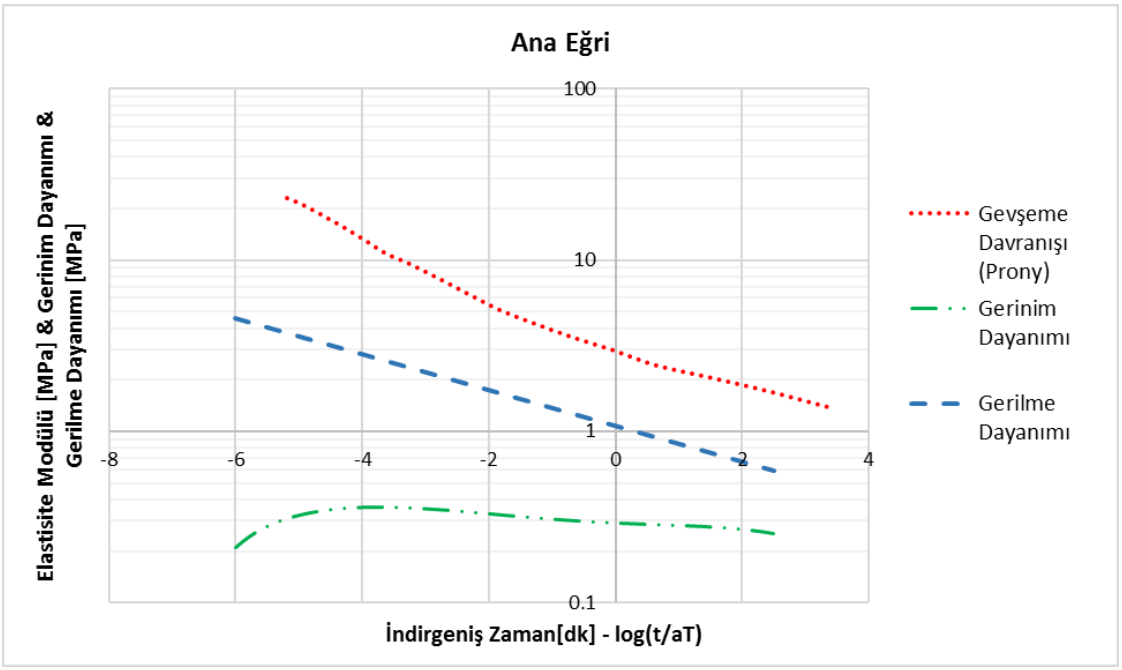
Viskoelastik malzemelerin göstermiş olduğu iki temel özellik; sürünme ve gevşeme davranışıdır. Bu malzemeler, elastik katı ile viskoz sıvı arasında özellikler sergilerler. Bu sebeple, gerinim ve gerilme arasındaki ilişki, yüke maruz kalınan süreye göre değişim gösterir [Lakes, 1999].

Viskoelastik malzemeleri modellemede kullanılan yöntemler hakkında daha detaylı bilgiye [Tola ve Nikbay, 2016] referansından erişilebilir.

Viskoelastik malzemelerin mekanik davranışlarının sıcaklık ve zamana göre ifade edildiği eğriler ana eğri olarak isimlendirilir. Bu grafik üzerinde, yakıtın elastisite modülü gerinim dayanımı ve gerilme dayanımının zaman – sıcaklığa göre değişimi bulunur. Ana eğri elde etmek için gerilme gevşeme ve sabit hızlı tek eksenli çekme testi verilerinin uygun şekilde işlenerek birleştirilmesi gerekmektedir.

Çalışmada, gerilme gevşeme ve sabit eksenli tek eksenli çekme testlerini gerçekleştirme olanağı bulunmadığından, test yapmadan mümkün olduğunca gerçekçi bir yakıt malzemesi modelleyebilmek amacıyla, gevşeme verisi [Sutton ve Biblarz, 2001] referansındaki ana eğriye ait gevşeme verisinin normalize edilmesiyle elde edilmiştir. Buna ek olarak, yakıt dayanım verileri yakıtın kompozisyonuna bağlı olduğundan, katı yakıtın dayanım limitlerinin sembolik olarak mümkün olduğunca gerçekçi şekilde temsil edilebilmesi için üstel ve çok terimli (polinom) denklemler kullanılmıştır. Bu denklemlerin türetilmesi sırasında dayanım verilerinin mantıklı limitler içerisinde kalmasına özen gösterilmiştir. Burada amaç, mümkün olduğunca gerçeğe yakın davranış modeli sergileyen sanal bir yakıt malzemesi elde ederek, sonlu elemanlar analizlerinde bu malzemeyi kullanmaktır.

HTPB tabanlı viskoelastik yakıtın farklı sıcaklıklardaki gevşeme özelliklerini, kopma gerinimi ve kopma gerilmesi verilerini içeren yakıt ana eğrisi Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2: Yakıt Ana Eğrisi [Sutton ve Biblarz, 2001]

İç Balistik Performans Analizleri

Katı yakıtlı roket motorları, menzil, hız ve taşımaları gereken faydalı yük gibi gereksinimleri karşılamak üzere tasarlanır. Bu gereksinimleri karşılamanın yolu, görev için en uygun itki zaman grafiğinin elde edilerek gerekli toplam darbe miktarının karşılanmasıdır. Roket itkisinin zamanla değişimi, yakıtın yanma karakteristiklerine, geometrisine ve lüle tasarımına göre değişir [Açık, 2010]. Bu parametreleri hesaba katarak tasarlanan roket motorlarının itki – zaman (ya da basınç – zaman) değişimlerini elde etmek amacıyla, iç balistik performans analizleri gerçekleştirilir. Bu analizler sıfır boyutlu (0B) sanki kararlı yaklaşımlar yardımıyla gerçekleştirilebildiği gibi özel karmaşık durumlar için 3 boyutlu zamana göre değişen akış çözüm modelleriyle de yapılabilmektedir. Sıfır boyutlu (0B) modeller, genellikle optimizasyon ve cevap yüzeyi oluşturulması gibi çalışmalarda seri şekilde çözüm elde etmek amacıyla kullanılır. 3 boyutlu modeller ise tasarım aşamasının son fazında tereddütte kalınan bazı anlara ait daha yüksek doğrulukta çözüm elde edebilmek amacıyla tercih edilirler [Yücel, 2012].

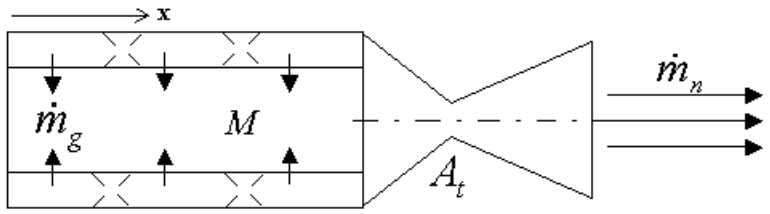
Sonlu elemanlar analizlerinin ateşleme adımında yük olarak tanımlanması gereken yanma odası basıncı ve bu basıncın artış süresi gibi parametreleri hesaplamak amacıyla, iç balistik performans

analizlerinin gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Oluklu kesit geometrisine sahip farklı geometrik özelliklerdeki katı yakıtlı roket motorlarının iç balistik performans çözümlerini gerçekleştirmek amacıyla, sıfır (0) boyutlu iç balistik çözücü ve lüle kısmı için de kararlı 1 boyutlu izantropik çözücü geliştirilmiştir. Bu çözücü yardımıyla farklı geometrik kombinasyonların üretmiş olduğu basınç – zaman ve itki – zaman profilleri elde edilmiştir. Geliştirilen çözücü, girdi olarak, geriye yanma analizleri ile hesaplanan yanma alanının yakıt profil gövde kalınlığına göre değişimini, yakıta ait termo-kimyasal özellikleri ve lüle boyutlarını kullanmaktadır.

Sıfır boyutlu (0B) iç balistik çözücünün oluşturulmasında yapılan varsayımlar aşağıda listelenmiştir [Açık, 2010 ve Yücel, 2012]:

- Yanma ürünü olarak oluşan gazlar ideal gazdır.
- Yanma sonucu oluşan gaz özellikleri yanma odası boyunca sabittir.
- Yakıt yanma hızı, yanma süreci boyunca Saint Robert Kanunu'na uygun şekilde $r_b = a.{P_c}^n$ ifadesiyle hesaplanır.
- Erozif yanma ve yanmadaki süreksizlik etkileri ihmal edilebilir boyuttadır.
- Yanma odasında gazların ataleti ihmal edilebilir düzeydedir.
- Lüle boyunca oluşan akış kararlı bir boyutlu ve izantropiktir.

Kütlenin korunumu kanunu kullanılarak sıfır boyutlu (0B) iç balistik çözücü aşağıdaki şekilde elde edilebilir:



Şekil 3 : 0B İç Balistik Çözücüye Ait Temel Denklemlerinin Türetilmesi [Açık, 2010]:

Şekil 3 kullanılarak, kütle korunumu kanununa göre (1) numaralı eşitlik oluşturulur [Açık, 2010]:

$$\dot{m}_g = \frac{dM}{dt} + \dot{m}_n \tag{1}$$

$\dot{m}_g$: Yanan yakıtın kütle debisi

$\frac{dM}{dt}$: Yanma odasında depolanan yakıt kütlesinin zamanla değişimi

$\dot{m}_n$: Lüleden çıkan debi miktarı

Yanan yakıtın kütle debisi ($\dot{m}_g$), (2) numaralı eşitlik kullanılarak hesaplanır:

$$\dot{m}_g = \rho_p.A_b.r_b = \rho_p.A_b.a.{P_c}^n \tag{2}$$

ρ_p: Yakıt yoğunluğu

A_b: Yanma yüzey alanı

r_b: Yanma oranı

a: Yanma oranı katsayısı

n: Yanma oranı basınç etki katsayısı

Lüleden çıkan debi miktarı ($\dot{m}_n$), (3) numaralı eşitlik kullanılarak hesaplanır:

$$\dot{m}_n = \frac{P_c.A_t}{c^*} \tag{3}$$

c^*: Karakteristik hız

P_c: Yanma basıncı

A_t: Lüle boğaz alanı

Yanma odasında depolanan yakıt kütlesinin zamanla değişimi ($\frac{dM}{dt}$), (4) numaralı eşitlikte gösterildiği şekilde hesaplanır:

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d(\rho_g V_p)}{dt} = \rho_g \frac{dV_p}{dt} + V_p \frac{d\rho_g}{dt} \tag{4}$$

ρ_g: Yanma odası gaz yoğunluğu

V_p: Gaz hacmi (Port hacmi)

İdeal gaz varsayımıyla; yanma odası gaz yoğunluğu (ρ_g), (5) numaralı denklemdeki gibi ifade edilir:

$$\rho_g = \frac{P_c}{R.T_c} \tag{5}$$

P_c: Yanma basıncı

R: Gaz sabiti

T_c: Yanma odası sıcaklığı

Elde edilen eşitlikler, kütle korunumu kanunu kullanılarak yazılan (1) numaralı denklemde yerine yerleştirilerek gerekli düzenlemeler yapıldığında, (6) numaralı eşitlik elde edilir.

$$\frac{dP_c}{dt} = \frac{1}{V_p}.\left[R.T_c.\left(\rho_p.A_b.a.{P_c}^n - \frac{P_c.A_t}{c^*}\right) - P_c.\frac{dV_p}{dt}\right] \tag{6}$$

Bu eşitlikte, $\frac{dV_p}{dt} = A_b.r_b = A_b.a.{P_c}^n$ şeklinde ifade edilir.

(6) numaralı eşitlik, katı yakıtlı roket motorlarının iç balistik performans analizlerini gerçekleştirmek amacıyla kullanılır. Bu denklemin küçük zaman adımlarında integre edilmesiyle roket motoruna ait basınç – zaman grafiği elde edilir [Açık, 2010].

Yanma basıncının (P_c) zamanla değişimi ve lüle genişleme oranı ($\frac{A_t}{A_e}$) kullanılarak, lüle çıkış basıncının (P_e) zamanla değişimi, (7) numaralı eşitlik yardımıyla hesaplanır.

$$\frac{A_t}{A_e} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\left[1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \tag{7}$$

İtki katsayısının (C_F) zamana göre değişimi; lüle çıkış basıncının (P_e) ve yanma basıncının (P_c) zamana göre değişimleri, lüle genişleme oranı ($\frac{A_t}{A_e}$) ve ortam basıncı (P_{amb}) değerleri kullanılarak (8) numaralı denklem yardımıyla hesaplanır.

$$C_F = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1}.\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}.\left[1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} + \left(\frac{P_e - P_{amb}}{P_c}\right)\left(\frac{A_e}{A_t}\right) \tag{8}$$

İtkinin zamanla değişimi (9) numaralı ifade kullanılarak elde edilir [Açık, 2010]:

$$F = C_F.P_c.A_t \tag{9}$$

Böylece farklı roket tasarımları için özgül itki (I_{sp}) ve toplam darbe (I_t), (10) ve (11) numaralı eşitlikler kullanılarak elde edilir.

$$I_{sp} = \frac{\int_0^t F.dt}{g_0 \int_0^t \dot{m}.dt} = \frac{F}{g_0.\dot{m}} = \frac{c^*.C_F}{g_0} \tag{10}$$

$$I_t = \int_0^t F.dt \tag{11}$$

Katı yakıt ateşlendiğinde; yanma prosesi süresince, yakıt yanma yüzeyi bu yüzeye dik bir şekilde geriye doğru ilerlerler. Bir başka deyişle; yakıt yandıkça, yanma yüzeyine dik bir şekilde hacim kaybeder. Katı yakıt yanma yüzeyinin yanma süresince gösterdiği bu değişime geriye yanma adı verilir. Katı yakıtlı roket motorlarına ait iç balistik performans analizlerinin gerçekleştirilebilmesi yani (6) numaralı denklemin doğru şekilde çözümlenebilmesi için, yakıt yanma yüzeyi ve port hacminin zamana göre değişimlerinin geriye yanma analizleri yardımıyla elde edilmesi önem arz etmektedir.

Geriye yanma analiz yöntemleri, analitik, sayısal ve teknik resim yöntemleri olmak üzere üç temel başlık altında incelenebilir. Çizelge 2'de bu yöntemlerin avantaj ve dezavantajları karşılaştırılmıştır.

Çizelge 2 : Geriye Yanma Analiz Yöntemlerinin Karşılaştırılması [Ata, 2012]

Yöntem	***Geometrik Analiz Yeteneği***	***Hesaplama Zamanı***	***Doğruluk Oranı***	***Ticari Program Gereksinimi***	***İnsan – Makine Etkileşim Gereksinimi***
Analitik	Basit Geometriler ve Bazı Kompleks Geometriler	Çok Kısa	Yüksek Doğrulukta	Yok	Oldukça Az
Sayısal	Bütün Geometriler	Uzun	Çözüm Ağına Bağlı	CAD ve Çözüm Ağı Oluşturma Programları	Yüksek
Teknik Resim	Bütün Geometriler	Çok Uzun	Yüksek Doğrulukta	CAD Programları	Çok Yüksek

Karşılaştırma sonucuna göre, çalışma kapsamındaki cevap yüzeyi oluşturma sürecine en uygun yöntem analitik yöntem olarak belirlenmiştir.

Bu bölümde özetlenen temel denklemleri çözmek ve sonlu elemanlar analizlerine gerekli girdiyi sağlamak amacıyla Matlab ortamında bir kod geliştirilmiştir.

Geliştirilen sıfır boyutlu (0B) iç balistik çözücüde girdi olarak kullanılan parametreler Çizelge 3'te sunulmuştur.

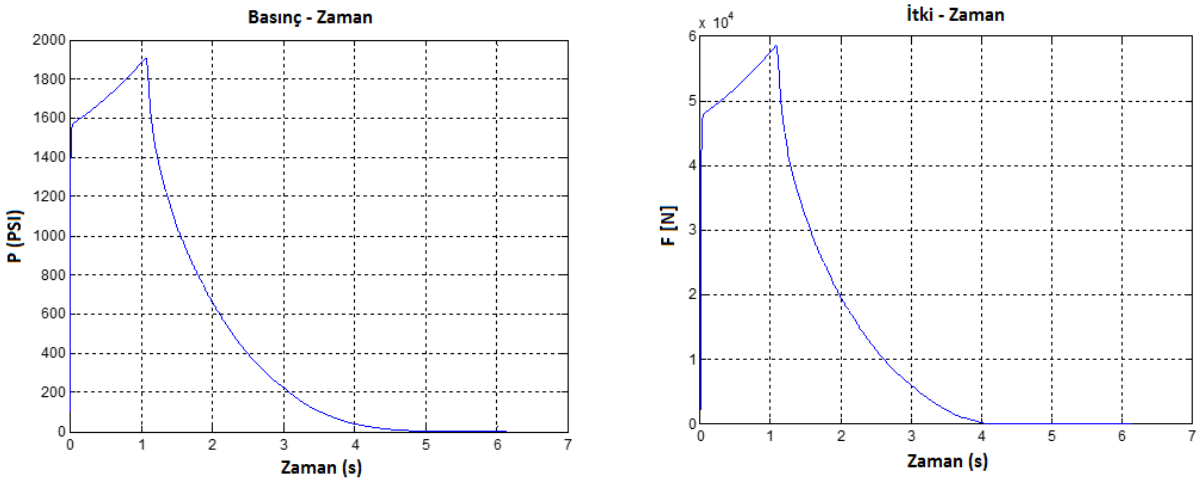
Çizelge 3 : 0B İç Balistik Çözücüde Kullanılan Girdiler

Sembol	***Açıklama***	***Değer***	***Birim***
$\boldsymbol{T_c}$	Yanma Odası Sıcaklığı	3370	K
$\boldsymbol{\rho_p}$	Yakıtın Yoğunluğu	1700	$kg/m3$
$\boldsymbol{R}$	Gaz Sabiti	284	$J/kg.K$
$\boldsymbol{\gamma}$	Özgül Isıların Oranı	1.17	–
$\boldsymbol{c^*}$	Karakteristik Hız	1575	m/s
$\boldsymbol{n}$	Yanma Oranı Basınç Etki Katsayısı	0.4	–
$\boldsymbol{r_{b-ref}}$	1000 PSI Basınçtaki Referans Yanma Hızı	15	mm/s
$\boldsymbol{A_e/A_t\ (\varepsilon)}$	Lüle Çıkış Alanının Lüle Boğaz Alanına Oranı	4	–

İç balistik performans analiz sonuçlarına örnek teşkil etmesi açısından Çizelge 4'teki kesit parametreleri kullanılarak bir analiz gerçekleştirilmiş ve Şekil 4'teki çözüm elde edilmiştir.

Çizelge 4 : Örnek İç Balistik Performans Analizinde Kullanılan Kesit Parametreleri

Sembol	***Parametre***	***Değer***	***Birim***
$\boldsymbol{R_{dış}\ (R_o)}$	Dış Yarıçap	100	mm
$\boldsymbol{R_{iç}\ (R_i)}$	İç Yarıçap	40	mm
$\boldsymbol{R_{uç-merkez}\ (R_p)}$	Oluk Merkezinin Yarıçapı	75	mm
$\boldsymbol{R_{uç}\ (f)}$	Oluk Ucu Yarıçapı	5	mm
$\boldsymbol{N}$	Oluk Sayısı	5	–
$\boldsymbol{L}$	Yakıtın Boyu	1000	mm



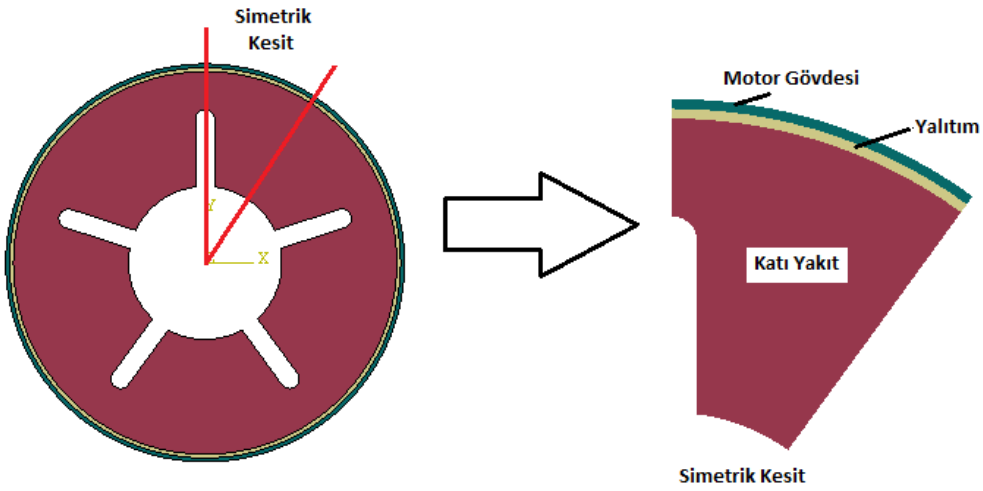
a) Basınç – Zaman Grafiği b) İtki Zaman Grafiği

Şekil 4 : Örnek İç Balistik Performans Analiz Sonuçları

Şekil 4 a)'dan görüldüğü üzere, ateşleme anınından hemen sonra yanma basıncında ani bir artış meydana gelmektedir. Viskoelastik malzemeler için yükün büyüklüğü kadar uygulanma süresi (etki süresi) de önemlidir. Yapısal dayanım bakımından, büyük miktardaki yükün zamana yayılarak adım adım uygulanması, daha küçük bir yükün aniden uygulanmasına göre tercih edilir. Bu nedenle cevap yüzeyi oluşturulması sürecindeki sonlu elemanlar analizlerinde, basıncının aniden arttığı süre zarfında oluşan yanma basıncı değeri kullanılmıştır. Bu basınç değeri ve bu değere karşılık gelen süre sıfır boyutlu (0B) iç balistik çözücü tarafından hesaplanarak elde edilmektedir.

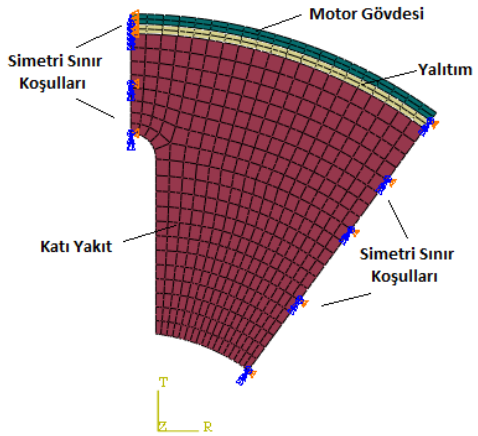
Sonlu Elemanlar Modeli

Çalışmada kapsamında, Çizelge 1'de listelenen kesit parametreleri değiştirilerek bu parametrelerin yakıt güvenlik toleransı üzerine etkilerinin incelenebilmesi amacıyla çok sayıda sonlu elemanlar modeli oluşturulmuştur. Amaç kesit geometrisindeki parametrelerin analiz sonuçlarındaki etkilerini incelemek olduğundan, bu modeller, düzlem gerinim varsayımı altında iki boyutlu olarak hazırlanmıştır. N adet oluğa sahip katı yakıtlı roket motoru geometrileri, sonlu elemanlar analiz çözüm sürecinden tasarruf ederek cevap yüzeyi oluşturma sürecine hız kazandırmak amacıyla, Şekil 5'te gösterildiği gibi simetri sınır koşulları kullanılarak $1/(2N)$' lik dilimler şeklinde oluşturulmuştur.



Şekil 5 : Simetrik Modelin Oluşturulması

Şekil 6'da örnek olarak, 5 adet oluğa sahip katı yakıtlı roket motoru için hazırlanan 1/10'luk model, çözüm ağı yapısı ve simetri sınır koşulları ile birlikte gösterilmiştir.



Şekil 6 : 5 Adet Oluğa Sahip Örnek bir Kesit için Oluşturulan Simetri Sınır Koşulları

Sonlu elemanlar analiz modellerinde, yüklemeler şartlandırma ve ateşleme olmak üzere 2 adımda gerçekleştirilmiştir.

Şartlandırma işlemi sırasında roket motorları, gerinimsiz – gerilmesiz sıcaklık değerinden, görev yapacakları minimum sıcaklık değerine zorlanmış taşınım yoluyla soğutulurlar. Bu işlem, ortalama $2\ m/s$ hız ile soğuk hava üfleyen şartlandırma kabinlerinde gerçekleştirilir.

Çalışmada kullanılan, $205\ mm$ çapa sahip katı yakıtlı roket motorlarının gerinimsiz – gerilmesiz sıcaklık olarak varsayılan $331\ K$'den, minimum görev sıcaklığı olarak belirlenen $233\ K$'e şartlandırma kabininde ne kadar sürede soğuduğunu (şartlanma süresini) bulabilmek için doğrusal viskoelastik analizlerden önce, ısı transferi analizleri gerçekleştirilmelidir.

Isı transferi analizlerinde girdi olarak kullanılan ortalama zorlanmış taşınım katsayısı aşağıdaki değişkenler kullanılarak (12) – (15) arasındaki eşitlikler yardımıyla $h = 11.896\ W/m^2.K$ olarak hesaplanmıştır [Incropera ve DeWitt, 2007].

$T_{ilk} = 331\ K$ (Roket motorunun ilk sıcaklığı)

$T_{son} = 233\ K$ (Şartlandırma kabini sıcaklığı)

$$T_{film} = \frac{T_{ilk}+T_{son}}{2} = 282\ K \text{ (Film sıcaklığı)} \qquad (12)$$

Film sıcaklığındaki havaya ait kinematik viskozite (υ), ısıl iletkenlik katsayısı (k) ve Prandtl sayısı (Pr) ara değer hesaplama yöntemi (interpolasyon) ile hesaplanacaktır. Bu amaçla $T_1 = 250\ K$ ve $T_2 = 300\ K$ sıcaklıkları için [Incropera ve DeWitt, 2007] kaynağında hazır olarak verilen Çizelge 5'in ilk 2 sütunundaki değerler kullanılarak interpolasyon işlemi gerçekleştirilmiştir. $T_{film} = 282\ K$ için bu değerler hesaplanmıştır.

Çizelge 5 : Film Sıcaklığı için Havaya ait υ, k ve Pr Değerlerinin İnterpolasyon ile Hesaplanması [Incropera ve DeWitt, 2007]

Sıcaklık	$\boldsymbol{T_1 = 250\ K}$	$\boldsymbol{T_2 = 300\ K}$	$\boldsymbol{T_{film} = 282\ K}$
Kinematik Viskozite $\boldsymbol{[m^2/s]}$	$\upsilon_1 = 11.44 \cdot 10^{-6}$	$\upsilon_2 = 15.89 \cdot 10^{-6}$	$\upsilon_{film} = 14.29 \cdot 10^{-6}$
Isıl İletkenlik Katsayısı $\boldsymbol{[W/m.K]}$	$k_1 = 22.3 \cdot 10^{-3}$	$k_2 = 26.3 \cdot 10^{-3}$	$k_{film} = 24.9 \cdot 10^{-3}$
Prandtl Sayısı	$Pr_1 = 0.720$	$Pr_2 = 0.707$	$Pr_{film} = 0.712$

Zorlanmış taşınım katsayısı hesaplanırken, roket motoru dış çapının $D = 0.205\ m$ olduğu ve şartlandırma kabinindeki fanın $u_\infty = 2\ m/s$ hız ile hava üflediği göz önüne alınmıştır. Buna göre, Reynolds sayısı (Re_D), ortalama sıcaklığa göre hesaplanan Nusselt ($\overline{Nu_D}$) sayısı ve ortalama zorlanmış taşınım katsayısı ($\bar{h}$) değerleri (13), (14) ve (15) numaralı denklemler yardımıyla elde edilmiştir [Incropera ve DeWitt, 2007].

$$Re_D = \frac{u_\infty D}{\upsilon_{film}} \cong 28695 \tag{13}$$

$$\overline{Nu_D} = 0.3 + \frac{0.62.Re_D^{\frac{1}{2}}.Pr^{\frac{1}{3}}}{\left[1+(0.4/Pr)^{\frac{2}{3}}\right]^{\frac{1}{4}}}.\left[1+\left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{\frac{5}{8}}\right]^{\frac{4}{5}} \cong 98.097 \tag{14}$$

$$\bar{h} = \frac{\overline{Nu_D}.k}{D} = 11.896\ W/m^2K \tag{15}$$

Re_D : Reynolds sayısı
u_∞ : Akış hızı $[m/s]$
D : Motor gövdesi dış çapı $[m]$
$\overline{Nu_D}$: Ortalama Nusselt sayısı
Pr : Prandtl sayısı
k : Isıl iletkenlik katsayısı $[W/m.K]$
υ : Kinematik viskozite $[m^2/s]$

Sıcaklığın zamanla değişimi ve yanma basıncı gibi bütün yük bilgileri elde edildikten sonra viskoelastik analiz modeline ait yük yükleme adımları tanımlanabilir.

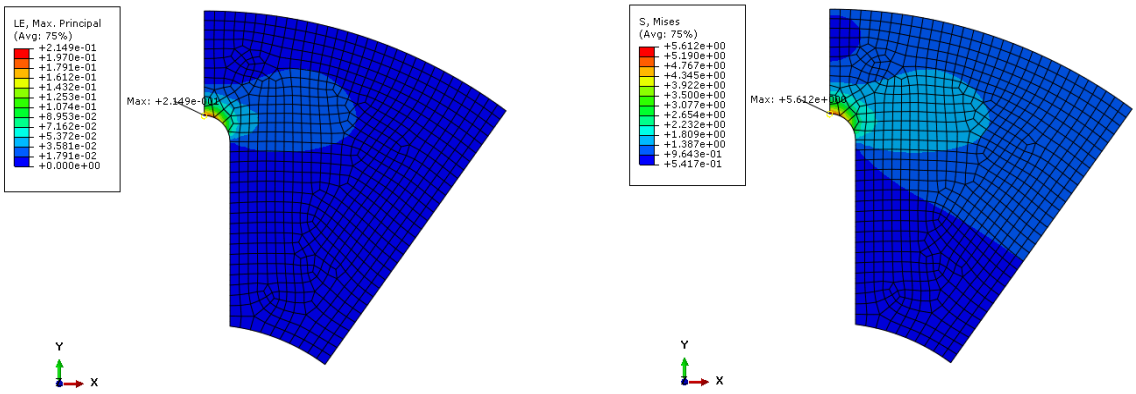
Şartlandırma Adımı: Bu adımda, katı yakıtlı roket motoru, gerinimsiz – gerilmesiz sıcaklıktan $(331\ K)$, görev yapacağı varsayılan en düşük sıcaklığa $(233\ K)$ soğutulmuş ve sıcaklık değişimi sebebiyle oluşan gerinim ve gerilme değerleri hesaplanmıştır. Şartlandırma adımına girdi sağlamak amacıyla kesit geometrisinin şartlanma süresi olarak adlandırılan soğuma süresi, ısı transferi analizleri yardımıyla belirlenmiştir. Isı transferi analiz çözümünden elde edilen, çözüm ağındaki sıcaklığın zamanla değişimi bilgisini içeren sonuçlar, bu adımda analiz yük girdisi olarak kullanılmıştır.

Ateşleme Adımı: Roket motorunun görev yapacağı varsayılan en düşük sıcaklığa soğutulmasının ardından bu adımda, iç balistik performans analizlerinden elde edilen ateşleme basıncı yükü, ateşleme süresi içerisinde yakıt yanma yüzeyine uygulanmış; böylece, ateşleme anında oluşan gerinim ve gerilme dağılımları elde edilmiştir.

Sonlu elemanlar analizleri yardımıyla hesaplanan gerinim ve gerilme değerleri, gerilme ve gerinim güvenlik toleransı değerlerinin hesaplanmasında kullanılmıştır.

Sonlu elemanlar analiz sonuçlarına örnek teşkil etmesi açısından Çizelge 4'teki kesit parametreleri kullanılarak bir analiz gerçekleştirilmiş ve Şekil 7'deki çözüm elde edilmiştir.

Şekil 7 incelendiğinde, yakıt oluk ucunun gerinim ve gerilme bakımından en kritik bölge olduğu anlaşılmıştır. Dolayısıyla, çözüm sistematiği bölümünde anlatılan proses kapsamında deterministik yaklaşım ile değerlendirilen kritik nokta yakıt oluk ucudur.



Maks.Asal Gerinim Von Misses Gerilmesi [MPa]

Şekil 7 : Ateşleme Adımına Ait Örnek Doğrusal Viskoelastik Analiz Sonuçları

Güvenlik Toleransı Hesabı

Deterministik yaklaşım yöntemi yardımıyla, viskoelastik özellik gösteren katı yakıta ait yapısal analiz sonuçlarını değerlendirmek mümkündür. Bu yöntemde, yapısal analiz sonuçları, uygun bir başarısızlık ölçütü kullanılarak malzeme kapasitesiyle karşılaştırılır ve hesaplanan güvenlik toleransı değeriyle sistemin hangi ölçüde güvenli olduğu yorumlanır.

Çalışma kapsamında, (16) numaralı eşitlikte sunulan güvenlik toleransı (MS) parametresi, sonlu elemanlar analizleri sonuçlarının deterministik yaklaşım yardımıyla değerlendirilmesi amacıyla kullanılmıştır [AGARD-AR-350, 1997]:

$$MS = \frac{KDF_{Toplam} . Z_{izin\ verilen}}{DF . Z_{hesaplanan}} - 1 \qquad (16)$$

MS : Güvenlik toleransı değeri

KDF_{Toplam} : Toplam azaltma çarpanı

$Z_{izin\ verilen}$: İzin verilen en yüksek başarısızlık parametresi değeri (Örn: Gerilme, gerinim)

$Z_{hesaplanan}$: Analiz sonucunda hesaplanan başarısızlık parametresi değeri (Örn: Gerilme, gerinim)

DF : Tasarım çarpanı

Katı yakıtlı roket motorunun sahip olması gereken güvenlik toleransı eşik değeri, ülkeden ülkeye ve projeden projeye farklılık göstermektedir. Negatif güvenlik toleransı, kesin olarak sistemin belirtilen yükleme koşullarına dayanamayacağını bildirir. Bu sebeple, risk faktörleri de göz önünde bulundurularak, daha güvenli tasarımlar yapabilmek amacıyla güvenlik toleransı eşiği genellikle $0 - 0.25$ arasında bir değer olarak belirlenir [AGARD-AR-350, 1997].

Güvenlik toleransı hesabında, malzeme özelliklerindeki ve yükleme koşullarındaki belirsizlikleri göz önüne almak ve tasarımı bu yönde geliştirmek amacıyla azaltma çarpanları (KDF) kullanılır. Yaşlanma, değişkenlik, çok eksenlilik, sıkıştırılabilirlik gibi bağımsız azaltma çarpanlarının birbirleriyle çarpılmasıyla toplam azaltma çarpanı (KDF_{Toplam}) hesaplanır.

$$KDF_{Toplam} = KDF_{Yaşlanma} * KDF_{Değişkenlik} * KDF_{Çok\ Eksenlilik} * KDF_{Sıkıştırılabilirlik} \qquad (17)$$

Azaltma çarpanlarının belirlenme yöntemi, çalışmanın konusu dışında olup bu konu ile ilgili detaylı bilgi, [AGARD-AR-350, 1997] referansından sağlanabilir. Çalışma kapsamında kullanılacak azaltma çarpanlarına ait değerler Çizelge 6'da paylaşılmıştır.

Çizelge 6 : Çalışmada Kullanılan Azaltma Çarpanlarının Değerleri

Azaltma Çarpanı	*Gerinim Güvenlik Toleransı*	*Gerilme Güvenlik Toleransı*
$KDF_{Yaşlanma}$	0.88	1.12
$KDF_{Değişkenlik}$	0.75	0.75
$KDF_{Çok\ Eksenlilik}$	0.75	1.33
$KDF_{Sıkıştırılabilirlik}$	1.5	-

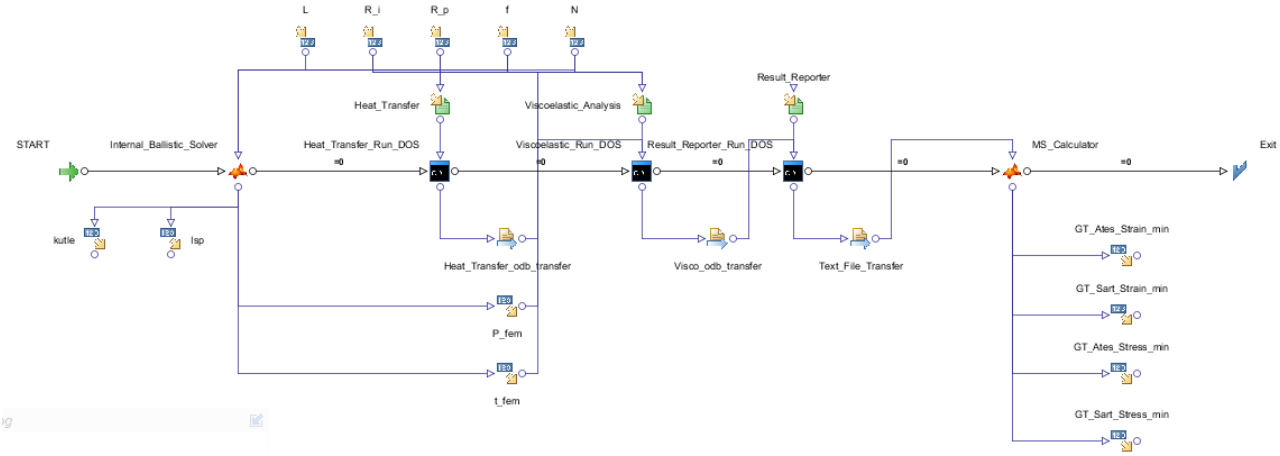
Ateşleme analiz sonuçlarını doğru şekilde değerlendirebilmek için, yakıtın basınç yükü altında göstermiş olduğu dayanım limitlerinin yakıt karakterizasyon testleri aracılığıyla elde edilmesi gerekir. Ancak, bu testler çoğunlukla atmosferik ortamda gerçekleştirilir. $KDF_{Sıkıştırılabilirlik}$ parametresi, atmosferik ortamda yürütülen sabit hızlı tek eksenli çekme test verilerinin ateşleme basıncı analiz sonuç değerlendirme sürecinde kullanılabilmesi amacıyla oluşturulmuştur. Bu nedenle, $KDF_{Sıkıştırılabilirlik}$ parametresi, sadece ateşleme analizi sonuçları değerlendirilirken kullanılır, şartlandırma analiz sonuçlarının değerlendirilmesi sırasında kullanılmaz.

Katı yakıtın sentezlenmesi ve karakterizasyonu sırasında tamamen elenmesi mümkün görülmeyen ya da önceden öngörülmesi oldukça güç olan hata ve belirsizlikleri bir ölçüde hesaba katarak daha güvenli motor tasarımları gerçekleştirebilmek amacıyla, tasarım çarpanı (DF) kullanılır. Eğer yakıt çok iyi derecede her yönüyle karakterize edilmiş ise tasarım çarpanı $1.00 - 1.25$ aralığında bir değer olarak hesaba katılabilir [AGARD-AR-350, 1997]. Çalışmada, tasarım çarpanı 1.25 olarak hesaba katılmıştır.

Sonlu elemanlar analiz sonuçlarını seri şekilde değerlendirerek güvenlik toleransı değerlerinin zamana göre değişimini elde etmek amacıyla Matlab ortamında bir kod geliştirilmiştir.

Çözüm Sistematiği

Araştırma kapsamında hedeflenen cevap yüzeyinin oluşturulabilmesi için oluklu yakıt geometrisine ait parametrelerin birçok kez değiştirilerek birbirine bağlı farklı analizlerin peş peşe tamamlanması gerekmektedir. Bu işlemi çok kısa süre içerisinde hataya yol açmadan yürütebilmek amacıyla Mode Frontier Process Modeler arayüzü kullanılarak bir çözüm sistematiği geliştirilmiştir. Araştırma kapsamında uygulanan çözüm sistematiğine ait akış şeması Şekil 8'de gösterilmiştir.



Şekil 8 : Akış Şeması

Şekil 8'den görüldüğü üzere akış şeması 5 adımdan oluşmaktadır. İlk aşamada, Matlab ortamında oluşturulan sıfır boyutlu (0B) iç balistik performans çözücü kullanılarak tasarımın kütlesi, özgül itkisi ve sonlu elemanlar analizlerinde girdi olarak kullanılacak olan basınç ve bu basınca karşılık gelen zaman hesaplanmaktadır. Sonraki 4 adım sırasıyla tasarımın sonlu elemanlar yöntemiyle modellenerek gerekli ısı transferi ve viskoelastik analizlerin gerçekleştirilmesi, sonuçların raporlanması ve analiz sonuçlarının değerlendirilerek güvenlik toleransı değerlerinin hesaplanması ile ilgilidir. Isı transferi ve viskoelastik analizleri Abaqus ortamında parametrik olarak gerçekleştirebilmek ve sonuçları raporlamak amacıyla 3 farklı Pytheon kodu oluşturulmuştur.

Pytheon kodlarının DOS ortamında çalıştırılmasının ardından, sonuçların değerlendirilerek güvenlik toleransı değerlerinin hesaplanması amacıyla Matlab kodu kullanılmıştır. Böylece hem girdilerin hatasız şekilde sonraki analiz adımına aktarılması sağlanmış hem de çözüm süresi oldukça kısaltılmıştır.

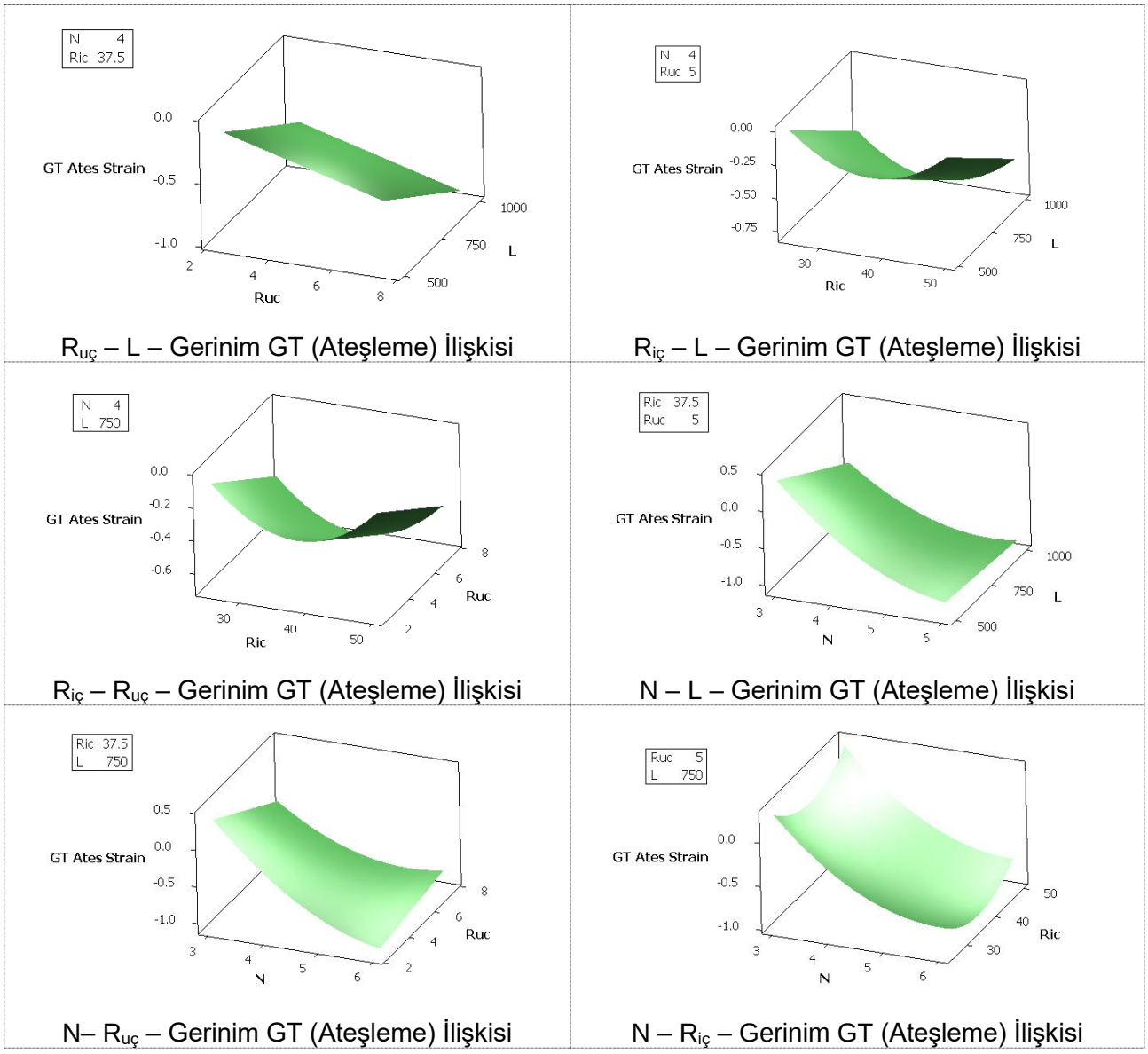
Cevap Yüzeyinin Oluşturulması

Belirli girdi değişkenlerinin deney ya da analiz sonuçlarını ne şekilde etkilediğini grafiksel anlatım yardımıyla belirlemek amacıyla kullanılan yöntemlerden biri de cevap yüzeyi yöntemidir. Çalışma kapsamında, dış çap sabit tutulmak koşulu ile ($Rdış = 100\ mm$) Çizelge 1'de listelenen girdilerin yakıt güvenlik toleransı üzerine etkisini anlayabilmek için cevap yüzeyi yönteminden faydalanılmıştır.

Bu incelemeyi gerçekleştirebilmek için Çizelge 1'de listelenen kesit parametreleri için 43 adet tasarım Şekil 8'deki akış şeması kullanılarak analiz edilmiştir.

Bu analizler sonucunda, yapısal bakımdan ateşleme adımı sonucunda elde edilen gerinim güvenlik toleransı değerinin en kritik parametre olduğu belirlenmiş ve bu sebeple Çizelge 1'de listelenen kesit parametrelerinin gerinim güvenlik toleransı üzerine olan etkisi detaylı şekilde incelenmiştir.

Şekil 9 ve Şekil 10'da kesit parametrelerinin ateşleme adımı sonunda elde edilen gerinim güvenlik toleransı üzerine olan etkisi sırasıyla 2 ve 3 boyutlu grafikler kullanılarak gösterilmiştir.



$R_{uç}$ – L – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

$R_{iç}$ – L – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

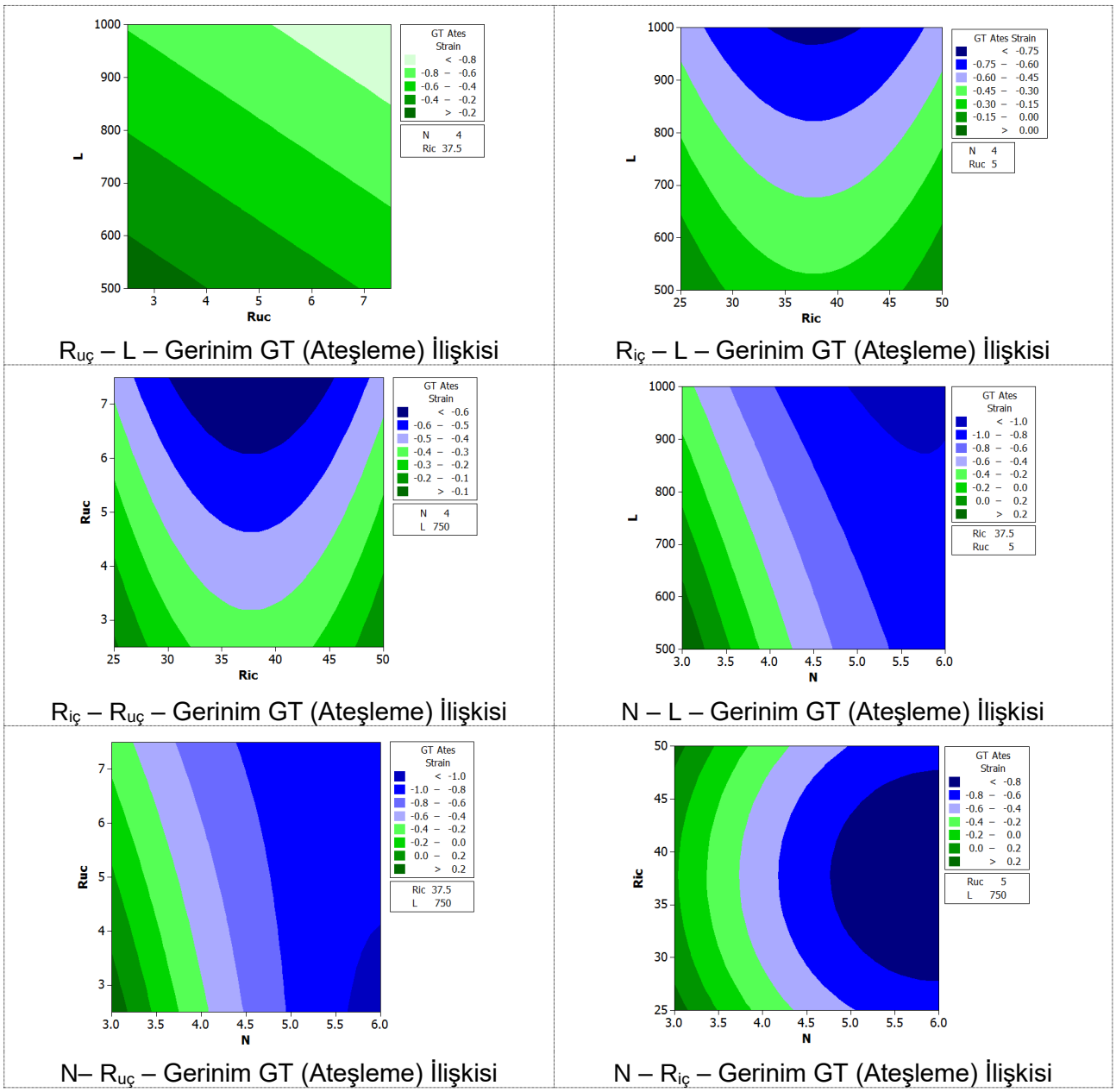
$R_{iç}$ – $R_{uç}$ – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

N – L – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

N– $R_{uç}$ – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

N – $R_{iç}$ – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

Şekil 9 : Kesit Parametrelerinin Ateşleme Gerinim Güvenlik Toleransı (GT) Üzerine Etkisi (3B)



$R_{uç}$ – L – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

$R_{iç}$ – L – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

$R_{iç}$ – $R_{uç}$ – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

N – L – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

N– $R_{uç}$ – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

N – $R_{iç}$ – Gerinim GT (Ateşleme) İlişkisi

Şekil 10 : Kesit Parametrelerinin Ateşleme Gerinim Güvenlik Toleransı (GT) Üzerine Etkisi (2B)

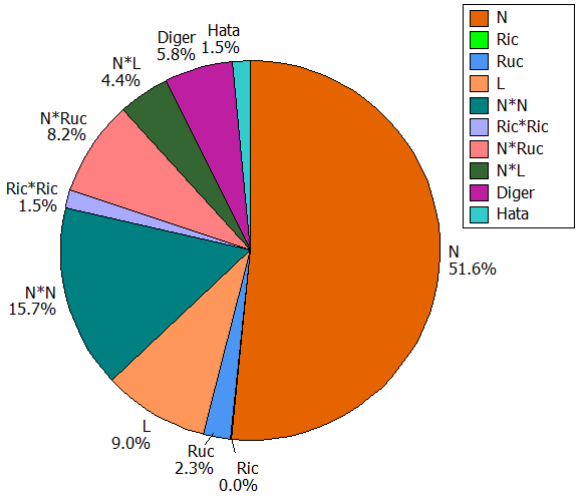
Şekil 9 ve Şekil 10 incelendiğinde aşağıdaki çıkarımlar yapılabilir:

- Oluk sayısının (N) artırılması hem yakıt yanma yüzey alanını artırarak yanma odası basıncının artmasına yol açmakta hem de yakıtın yapısal bakımdan daha dayanıksız hale gelmesine yol açmaktadır.
- Yakıt boyunun (L) uzatılması yanma yüzey alanını dolayısıyla yanma odası basıncını artırmakta ve güvenlik toleransı değerinin azalmasına yol açmaktadır.
- Oluk uç yarıçapının ($R_{uç}$) artırılması, sabit yanma basıncı altında maksimum asal gerinim değerlerinin azalmasına yol açmaktadır. Ancak bu işlem aynı zamanda yakıt yanma yüzeyinin artmasına yol açacağından, oluk uç yarıçapında gerçekleştirilecek değişikliklerin ateşleme güvenlik toleransının azalmasına yol açabileceği görülmüştür.
- Yakıt doluluk oranının azaltılması, $R_{iç}$ parametresinin artırılması ile mümkündür. $R_{iç}$ parametresinin artırılması, oluk sayısına bağlı olarak yanma yüzey alanını arttırıp azaltabilmektedir. Oluk sayısının az olduğu tasarımlarda $R_{iç}$ değerinin artırılması yanma yüzey alanını dolayısıyla yanma odası basıncını hafifçe artırırken; oluk sayısının fazla olduğu tasarımlarda yanma yüzey alanını azaltarak yanma basıncı değerinin azalmasına yol açmaktadır. Buna göre, oluk sayısının fazla olduğu tasarımlarda $R_{iç}$ parametresini artırmanın,

ateşleme adımı sonucunda elde edilen gerinim güvenlik toleransının iyileştirilmesinde kilit rol oynayacağı düşünülebilir.

- $R_{uç-merkez}$ parametresinin artırılmasının, sabit basınç yükü altında maksimum asal gerinim değerlerinin azalmasına yol açtığı bilinmektedir. Ancak, bu değerin değişimi aynı zamanda yanma yüzey alanının ve dolayısıyla yanma odası basıncının değişimine neden olmaktadır. $R_{uç-merkez}$ parametresinin artırılması yapısal bakımdan daha dayanıklı bir tasarım oluşturmakta; ancak bu tasarım artan yanma yüzey alanı sebebiyle daha fazla basınç yükünü taşımak durumunda kalmaktadır. Bu nedenle, cevap yüzeyi analizi sonucunda $R_{uç-merkez}$ parametresi üzerinde gerçekleştirilen değişikliklerin gerinim güvenlik toleransı üzerinde, oluk sayısına bağlı olarak, bir miktar iyileştirme sağladığı söylenebilir. Oluk sayısının az olduğu durumlarda, $R_{uç-merkez}$ parametresini artırmanın daha fazla iyileştirme sağladığı görülmüştür.

Şekil 11'de, cevap yüzeyi analizi sonucunda elde edilen ve kesit parametrelerinin ateşleme analizleri sonucunda hesaplanan gerinim güvenlik toleransı değeri üzerine etkilerini yüzdelik dilimler halinde özetleyen bir grafik sunulmuştur.



Şekil 11 : Kesit Parametrelerinin Ateşleme Analizleri Sonucunda Elde Edilen Gerinim Güvenlik Toleransı Üzerine Etkisi

Buna göre, oluk sayısının gerinim güvenlik toleransının belirlenmesinde kilit role sahip olduğu görülmektedir. Bu parametrenin etkisinin bu denli büyük olmasının nedeni; oluk sayısı değişiminin yanma yüzey alanı ve dolayısıyla yanma odası basıncında yol açtığı hızlı değişim ile beraber yakıt tasarımının yapısal dayanımı üzerinde yaratmış olduğu etkilerin birleşmesidir.

DEĞERLENDİRME

Çalışma kapsamında, oluklu kesite sahip katı yakıt geometrisi için analitik yöntem yardımıyla geriye yanma analizi gerçekleştiren sıfır boyutlu (0B) iç balistik performans çözücü geliştirilmiş ve bu çözücüden elde edilen sonuçlar sonlu elemanlar analizlerinde girdi olarak kullanılmıştır. Deterministik yaklaşım yardımıyla sonlu elemanlar çözümlerine ait sonuçlar değerlendirilmiş ve oluklu kesit geometrisine sahip katı yakıta ait geometrik parametrelerin güvenlik toleransı değerlerini nasıl etkilediği cevap yüzeyi yöntemi kullanılarak incelenmiştir.

Yapılan araştırma sonucunda oluk sayısının güvenlik toleransı üzerindeki oldukça etkili olduğu görülmüştür. Ayrıca, cevap yüzeyi analizi ile Çizelge 1'deki parametrelerin arasındaki etkileşimlerin de yakıt güvenlik toleransı değerleri üzerine etkisi incelenmiştir. Bu sayede, güvenlik toleransı üzerine büyük etkiye sahip parametreler belirlenerek, daha yüksek dayanıma sahip yakıt kesit geometrilerinin daha kısa sürede tasarlanmasının önü açılmıştır.

Kaynaklar

Açık, S., 2010, *Internal Ballistic Design Optimization of a Solid Rocket Motor*, M.Sc. Thesis, Mechanical Engineering Dept., Middle East Technical University, Ankara.

Advisory Group for Aerospace Research and Development (AGARD), 1997, *Structural Assessment of Solid Propellant Grains*, AGARD-AR-350.

Ata, Y., 2014, *Numerical Burnback Analysis of Three Dimensional Solid Propellant Grains*, M.Sc. Thesis, Department of Aerospace Engineering, METU, Ankara.

Incropera, F. P. ve DeWitt, D. P., 2007, *Isı ve Kütle Geçisinin Temelleri*, Literatür Yayınları, İstanbul.

Lakes, R. S., 1999, *Viscoelastic Solids*, CRC Press.

NATO Standardization Agency, STANAG, 4507 PCS (Ed. 1) Explosives, 2002, *Physical/Mechanical Properties Stress Relaxation Tests in Tension*.

NATO Standardization Agency, STANAG, 4506 PPS (Ed. 1) Explosives, 2000, *Physical/Mechanical Properties Uniaxial Tensile Test*.

Sutton, G. P., ve Biblarz, O., 2001, *Rocket Propulsion Elements*, 7th Edition, John Wiley and Sons.

Vliet, K., J., V., 2006, Massachusetts Institute of Technology Lecture Notes.

Tola, C. ve Nikbay, M., 2016, *Jenerik Katı Yakıtlı Roket Motoru Geometrisinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Doğrusal Viskoelastik Analizi*, VI. Ulusal Havacılık ve Uzay Konferansı, Kocaeli.

Yücel, O., 2012, *Ballistic Design Optimization of Three-Dimensional Grains Using Genetic Algorithms*, M.Sc. Thesis, Department of Mechanical Engineering, METU, Ankara.