

KOMPOZİT BİR HELİKOPTER PALİNİN KATMAN DİZİLİMLERİNİN PAL TİTREŞİM ÖZELLİKLERİ ÜZERİNDEKİ ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Yunus Emre Coşkun¹ ve Özge Özdemir²
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Bu araştırma kapsamında helikopter pallerinin katman açılarının ve dizilimlerinin, titreşim özellikleri üzerindeki etkisi incelenmiştir. Ankastre giriş olarak modellenen helikopter palinin incelenmesinde hem Euler Bernoulli hem de Timoshenko giriş teorileri kullanılarak bu girişlerin serbest titreşim analizleri sonlu elemanlar yöntemiyle yapılmıştır. İlk olarak dönmeyen kompozit bir Euler ankastre girişi tasarlanmıştır ve çözüm için ANSYS APDL 15.0 yazılım paketinden yararlanılmıştır. ANSYS APDL yazılım paketinden elde edilen doğal frekanslar boyutsuz hale getirilerek literatürle karşılaştırılmıştır. Daha sonra dönmeyen ankastre giriş için tabaka sayıları ve tabaka açıları değiştirilerek düzlem-dışı eğilme titreşimi doğal frekansına etkileri araştırılmıştır. Geliştirilen sonlu elemanlar modeliyle hesaplanan doğal frekanslar ve mode şekilleri, literatürde mevcut ve farklı yöntemlerle elde edilmiş sonuçlarla karşılaştırılarak tamamen uyumlu oldukları gösterilmiştir; böylece modelin doğrulanması yapılmıştır. Simetrik ve anti-simetrik diziliş durumları ayrı ayrı incelenmiştir. Sonuçlar çizelge ve grafiklerle gösterilmiştir. Son olarak Euler ve Timoshenko girişine dönmeden kaynaklanan etkininde ilave edilmesiyle doğal frekanstaki değişimler gözlemlenerek kayıt altına alınmıştır. Elde edilen frekanslar doğrulandıktan sonra katman sayıları ve katman açıları değiştirilerek sonuçlar yorumlanmıştır.

GİRİŞ

Helikopter rotor pallerinde ileri uçuşta ve askıda kalma durumlarında titreşimi azaltmak çok önemli bir etkiye sahiptir. Frekanslar ve mod şekilleri, girişlerin dinamik özellikleri olarak tanımlanır. Bu özellikler, yapıların maruz kaldıkları titreşimlerin ve bu titreşimlere yapılar tarafından verilen cevapların incelenmesinde kullanılır. Dönen girişlerin dinamik özellikleri tasarım ve verim açısından çok önemli bir yere sahiptir.

Bu nedenle, bu çalışmanın ilk kısmında Euler-Bernoulli ve Timoshenko girişlerinin dinamik incelemesi yapılmıştır. Dinamik inceleme kapsamında ilk olarak giriş teorileri hakkında kısa bilgiler verilerek giriş problemlerinde kullanılan hareket denklemlerinin çıkarımları yapılmıştır.

Euler-Bernoulli ve Timoshenko Girişleri

Euler-Bernoulli giriş teorisi veya diğer adıyla sadece giriş teorisi, düzgün izotropik bir girişin elastikliğinin basitleştirilmiş bir ifadesidir. Bu teori ile girişlerin yük taşıma ve çökme karakteristikleri hesaplanır. Zamanla düzlem teorisi ve sonlu elemanlar analizi gibi ilave analiz araçları geliştirilmiştir fakat, basit giriş teorisi bilimin ihtiyaç duyduğu en önemli araç olmaya devam etmiştir. Özellikle sivil ve mekanik mühendislik alanlarında büyük önem taşımıştır.

¹ Uçak Müh. Yunus Emre Coşkun, E-posta: yecoskun@itu.edu.tr

² Yard.Doc. Dr. Özge Özdemir, Uçak Müh. Böl., E-posta: ozdemirozg@itu.edu.tr

Kiriş Denklemi: Uzun ince tek boyutlu izotropik malzemeden yapılmış kabul edilen bir kiriş için, elastiklik eğrisi şöyle tanımlanır:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] = w \quad (1)$$

Bu Euler-Bernoulli denklemi olarak bilinir. Kirişi x eksenine doğrultusunda bir boyutlu nesne gibi düşünersek, u(x) eğrisi kirişteki çökmeyi tanımlar. Yayılı yük yani basıncın bir ifadesi olarak belirtilen w ise, x, u ve diğer değişkenlerin bir fonksiyonudur. E elastiklik modülüdür, I ise eylemsizlik modülüdür. Burada, u = u(x), w = w(x), ve EI sabittir, yani:

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} = w(x) \quad (2)$$

Bu denklem düzgün sabit bir kirişte çökmeyi tanımlar ve mühendislik uygulamalarında kullanılan en temel öğelerden birisidir.

Terimlerin anlamları şunlardır:

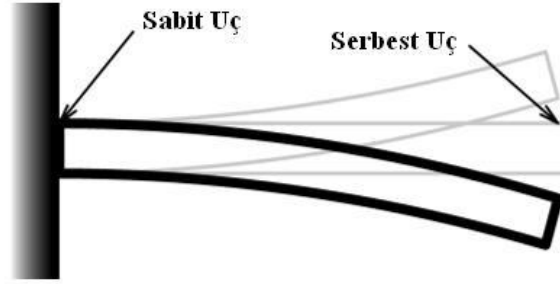
- u çökmedir.
- $\frac{\partial u}{\partial x}$ kirişin eğimidir.
- $EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4}$ kirişin eğilme momentidir.
- $-\frac{\partial}{\partial x} \left[EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right]$ kirişteki kayma gerilmesidir.

Bu kiriş, yapılan kabullere göre bir boyutlu nesne olarak tanımlıdır. Kiriş düzgün olmalıdır, yayılı yükler düzlem içinde bulunmamalıdır ve burulma olmamalıdır. Bu kabuller doğrultusunda çekme gerilmesi aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = Ec \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3)$$

Buradaki c, u doğrultusundadır ve tarafsız eksenle kuvvetin uygulanma doğrultusundaki mesafesini gösterir. M eğilme momentidir. Kirişin kesitini göz önüne alırsak en üst kısımda çekme, en alt kısımda ise basma gerilmeleri oluşur, bunlar aynı zamanda kirişteki maksimum gerilmelerdir. Kesidin tam ortadan geçen tarafsız eksen bir başka adıyla normal ekseninde ise, çekme ve basma gerilmesi değeri sıfırdır.

Sınır Şartları: Kiriş denklemi x'e göre türev alınarak hesaplanan en fazla dört sınır şartına sahiptir. Sınır şartları genellikle model destekleri yani onların noktaya etki eden yükleri, momentler ve diğer etkilerden oluşur.



Şekil 1: Ankastre Mesnetli Kiriş

Mesnetli kirişten bir örnek (Şekil 2): Tek ucundan hiç hareket etmeyecek şekilde sabit olan kirişin diğer ucu da tamamen serbesttir. Hiç hareket etmeyecek şekilde sabit deyince çökme ve eğimin sıfır, tamamen serbest deyince de kayma kuvveti ve eğilme momentinin sıfır olduğu anlaşılır. EI'nın sabit olduğu durumda, x'in en sol koordinatı sıfır olarak alınır ve en sağ tarafı da L olarak düşünüldüğünde(L kirişin boyu olur) sınır şartları belirlenmiş olur:

$$u|_{x=0}=0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad \text{(sabit uç)} \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right|_{x=L} = 0 \quad ; \quad -EI \left. \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right|_{x=L} = 0 \quad \text{(serbest uç)} \quad (5)$$

En bilinen sınır şartları aşağıdakileri içerir:

- $u = \frac{\partial u}{\partial x} = 0$ sabit bir destek olduğunu gösterir.
- $u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$ pin bağlantısı olduğunu gösterir. (çökme ve moment sıfırdır).
- $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} = 0$ bağlantı ve dolayısıyla yük olmadığını gösterir.
- $-\frac{\partial}{\partial x} \left[EI \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] = F$ uygulama noktasında F büyüklüğünde bir kuvvet olduğunu gösterir.

Yükleme Durumu: Uygulama yükü sınır şartları altında veya w'nin fonksiyonu olarak bulunabilir. Yayılı yüklemeye kolaylık açısından sıklıkla tercih edilir. Sınır şartları modeldeki yüklerin belirlenmesinde ve özellikle titreşim analizlerinde kullanılır. Nokta yükler modellenirken delta fonksiyonu yardımcı olarak kullanılır. Örneğin sabit mesnetli L uzunluğundaki bir kirişi düşünelim ve bunun serbest ucunun üst noktasına F yükü etki etsin. Sınır şartlarını göz önüne alarak şu şekilde ifade edilebilir:

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} = 0 \quad (6)$$

$$u|_{x=0} = 0 \quad ; \quad \left. \frac{du}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (7)$$

$$\left. \frac{d^2u}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad -EI \left. \frac{d^3u}{dx^3} \right|_{x=L} = F \quad (8)$$

Fonksiyon olarak,

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = F\delta(x - L) \quad (9)$$

$$u|_{x=0} = 0 \quad ; \quad \left. \frac{du}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (10)$$

$$\left. \frac{d^2u}{dx^2} \right|_{x=L} = 0 \quad (11)$$

Kayma gerilmesinin sınır şartları(3. Türev) kaldırıldı, aksi halde burada bir çelişki olurdu. Bunlar aynı sınır değeri problemleridir ve her ikisi de aynı sonuca çıkar:

$$u = \frac{F}{6EI} (3Lx^2 - x^3) \quad (12)$$

Birkaç noktasal yükün farklı bölgelerde yüklendiği uygulamalarda $u(x)$ önemli bir fonksiyona sahiptir. Bu fonksiyonun kullanımı durumu çok basite indirger, aksi takdirde kiriş her biri 4 farklı sınır şartına sahip olan bölümlere ayrılmak zorunda olurdu.

Akıllı formülasyon ile birçok farklı yük ve bu yüklerin oluşturduğu ilginç problemler rahatlıkla çözümlenebiliyor. Bunun örneği olarak, kirişteki titreşimler yükün bir fonksiyonu olarak kullanılarak hesaplanabilir:

$$w(x, t) = -\mu \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (13)$$

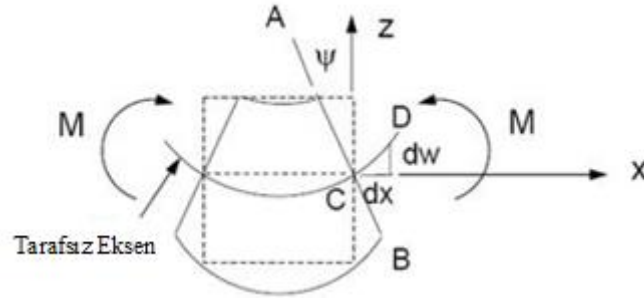
Burada μ kirişin doğrusal yoğunluğudur ve kesinlikle bir sabit değildir. Bu zamana bağlı yük değişikliği denklemi kısmi diferansiyel bir eşitlik haline getirir. Bir başka ilginç örnek ise, kirişteki dönme hareketinin sabit açısal hız ω ile tanımlanmasıdır:

$$w(u) = \mu\omega^2 u \quad (14)$$

Timoshenko Kiriş Teorisi

Bu teori kirişteki (Şekil 3) kayma ve dönmenin oluşturduğu eylemsizlik momentini faktörlerinin Euler-Bernoulli teorisine (Şekil 4) ilave edilmişidir yani bir bakıma daha geliştirilmişidir. Kirişteki kayma gerilmeleri eğilme esnasında nesnenin iç yapısındaki deformasyonlar sebebiyle titreşim sonucunda ortaya çıkar. Bu enine titreşimler, kirişe uygulanan dış kuvvetlere yani bunun oluşturduğu torka ve kirişin malzeme özelliklerine bağlıdır. Kirişte kayma etkilerinin göz önüne alınması için efektif bir kayma alanına ihtiyaç vardır. Timoshenko'nun kayma faktörü ($k>1$) bu alanı kA şeklinde ifade eder.

Timoshenko teorisinde hesaplamalar yapılırken kayma ve eylemsizlik momenti de göz önüne alındığından sonuç Euler-Bernoulli teorisine göre her zaman daha büyük çıkar. Timoshenko teorisi gerçeğe daha yakın sonuçlar veren bir teoridir. Özellikle büyük kesitli çok daha isabetli sonuçlar verdiğiinden bu teori, kalın kiriş teorisi olarak bilinir. Euler-Bernoulli teorisi ise, tam tersi yönde yani ince kiriş teorisi olarak bilinmektedir. Bu iki teoriyle çözülen kiriş problemlerinde kiriş uzunluğu(L)'nin kesit yüksekliği(h)'a oranı büyüdükçe sonuçlar birbirine yaklaşır. Yani kesin olarak diyebiliriz ki, L/h oranı küçük olan problemlerde Timoshenko çok daha doğru sonuçlar vermektedir.



Şekil 5: Euler-Bernoulli kiriş eğilmesi

$$u_x = -z \frac{dw}{dx} \quad \epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} = -z \frac{d^2w}{dx^2} \quad (15)$$

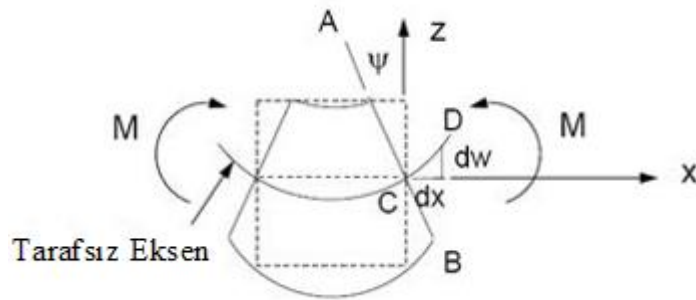
$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = 0$ olduğunu düşünürsek;
Gerilme-gerinme için aşağıdaki ifadeleri yazabiliriz;

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] \quad (16)$$

$$\sigma_{xx} = -Ez \frac{d^2w}{dx^2} \quad (17)$$

$$\sigma_{xz} = G \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = G \left(\frac{dw}{dx} - \frac{dw}{dx} \right) = 0 \quad (18)$$

Timoshenko teorisinde ise,



Şekil 6: Timoshenko Kiriş Eğilmesi

$$u_x = -z\psi(x) \quad (19)$$

$$\psi(x) \neq \frac{dw}{dx} \quad (20)$$

$$\sigma_{xx} = -EZ \frac{d\psi}{dx} \quad (21)$$

$$\sigma_{xz} = G \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = G \left(-\psi(x) + \frac{dw}{dx} \right) \quad (22)$$

$$\sigma_{xz} = \kappa^2 G \left(-\psi(x) + \frac{dw}{dx} \right) \quad (23)$$

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = \sigma_{yz} = 0$$

Eğilme momenti ve kayma kuvveti için ;

$$M = -\int_A z \sigma_{xx} dA = E \frac{d\psi}{dx} \int_A z^2 dA = E \frac{d\psi}{dx} \quad (24)$$

$$V = -\int_A \sigma_{xz} dA = -\kappa^2 G \left(-\psi + \frac{dw}{dx} \right) \int dA \quad (25)$$

$$= -\kappa^2 G \left(-\psi + \frac{dw}{dx} \right) A = -\sigma_{xz} A \quad (26)$$

şeklinde hesaplanır.

Timoshenko Kiriş Teorisi :

$$\frac{dw}{dx} - \psi(x) = -\frac{V(x)}{\kappa^2 GA} \quad (27)$$

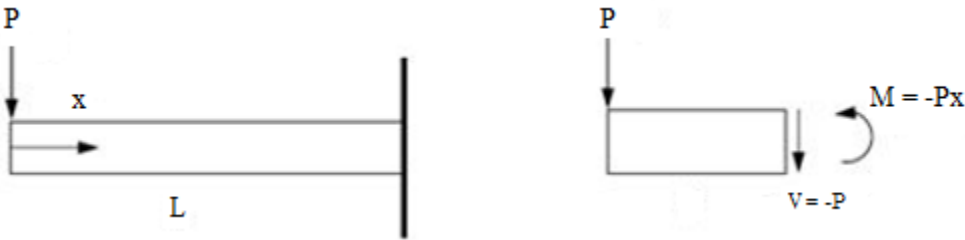
$$M = EI \frac{d\psi}{dx} \quad (28)$$

Euler-Bernoulli Kiriş Teorisi:

$$M = EI \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (29)$$

$$\psi = \frac{dw}{dx} \quad (30)$$

Örneğin:



$$EI \frac{d\psi}{dx} = -Px$$

$$EI\psi = -\frac{Px^2}{2} + C_1$$

$$\psi(L) = 0 \text{ ise } \psi = \frac{P[L^2 - x^2]}{2EI}$$

Kiriş kesidindeki dönme miktarı

$$\text{Buradan; } \sigma_{xx} = \frac{Pxz}{I} \quad (\text{Euler-Bernoulli teorisi ile aynı})$$

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dx} &= -\frac{V}{\kappa^2 GA} + \psi & (\text{Tarafsız eksen eğimi}) \\ &= \frac{P}{\kappa^2 GA} + \frac{P(L^2 - x^2)}{2EI} \end{aligned}$$

Bunu integre ettiğimizde;

$$w = \frac{Px}{\kappa^2 GA} + \frac{P(L^2x - x^3/3)}{2EI} + C_2$$

$$w(L) = 0 \text{ ise } \frac{PL}{\kappa^2 GA} + \frac{PL^3}{3EI} + C_2 = 0 \quad \text{Buradan; } C_2 = w(0) = -\frac{PL^3}{3EI} - \frac{PL}{\kappa^2 GA}$$

Eğilme kayma

Sonuç olarak sehim: $w(0) = -\frac{PL^3}{3EI} \left[1 + \frac{3E}{\kappa^2 G} \frac{I}{AL^2} \right]$ şeklinde bulunur.

K:Timoshenko kayma katsayısı (Dikdörtgen kesit için $\cong 0,822$)

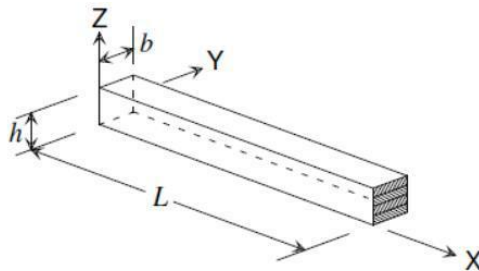
E:Elastiklik modülü

G:Kayma elastiklik modülü

Timoshenko ve Euler-Bernoulli teorileri genel olarak kirişlerdeki sehim ve gerilmelerin hesaplandığı denklemlerden oluşur. İki teori de aynı amaca hizmet ederler. Temelde her iki teori de aynı amacı hizmet ediyor olsa da aralarında belli başlı farklılıklar bulunmaktadır ve bu farklılıkları şöyle izah edebiliriz.

Bu teorileri tek taraftan mesnetli basit bir kiriş düzeneğinde düşünürsek, kirişin serbest ucundan uygulanan tekil bir yük için Euler-Bernoulli teorisinde sadece bu kuvvetin oluşturduğu momentten kaynaklanan eğilme hesap edilir. Timoshenko teorisinde ise, bu kuvvetin oluşturduğu momentin yanı sıra kirişte malzemede kaynaklanan deformasyonlar ve dikey kuvvetler sebebiyle oluşan kayma gerilmeleri ve eğilme sonucunda dönme etkisiyle ortaya çıkan eylemsizlik momenti de hesaba katılır. Bu nedenle Timoshenko teorisine göre daha doğru sonuçlar vermesi beklenir. Burada başka bir çok önemli nokta vardır ki o da, Timoshenko teorisinin kalın kirişlerde 6 kata kadar daha büyük ve doğru sonuç vermesidir. Bu nedenle Timoshenko teorisi "kalın kiriş teorisi" olarak da bilinir. Kiriş incelendiğinde ise, iki teori arasındaki sonuç farkı azalmaktadır ve ince kirişlerde nispeten çok yakın sonuçlar alınmaktadır.

Kompozit Kirişin Sonlu Elemanlar Modeli



Şekil 4 : Kompozit kirişin geometrisi ve koordinat sistemi

Tabakalı Euler kirişin geometrisi ve koordinatları Şekil 4' de görülmektedir. Kirişin boyu, kalınlığı ve genişliği, sırasıyla, L , h ve b ile gösterilmektedir. Kirişin düzlem-dışı eğilme, düzlem-içi eğilme, burulma ve eksenel titreşimlerinin simülasyonunu yapmak amacıyla ANSYS 15.0 APDL sonlu eleman analizi yazılım paketinden yararlanılmıştır. 8 düğümlü, her düğüm noktasında altı serbestlik derecesi (x , y ve z doğrultularında ötelenmeler ve x , y , ve z -eksenleri etrafında dönmeler) olan doğrusal tabakalı 3-boyutlu yapısal kabuk elemanı (3D 4Node 181) kullanılmıştır. Bu eleman dönme ataleti ve kayma deformasyonu etkilerini dikkate almaktadır.

Modelin Doğrulaması: İki model oluşturulmuştur; 1. Model Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre 2. Model Timoshenko kiriş teorisine göre hesaplama yapmaktadır. Timoshenko teorisinde hesaplamalar yapılırken kayma ve eylemsizlik momenti de göz önüne alındığından sonuç Euler-Bernoulli teorisine göre her zaman daha büyük çıkar. Timoshenko teorisi gerçeğe daha yakın sonuçlar veren bir teoridir. Özellikle büyük kesitli çok daha isabetli sonuçlar verdiği için bu teori, kalın kiriş teorisi olarak bilinir. Euler-Bernoulli teorisi ise, tam tersi yönde yani ince kiriş teorisi olarak bilinmektedir. Bu iki teoriyle çözülen kiriş problemlerinde kiriş uzunluğu(L)' nin kesit yüksekliği(h)'a oranı büyüdükçe sonuçlar birbirine yaklaşır. Yani kesin olarak diyebiliriz ki, L/h oranı küçük olan problemlerde Timoshenko çok daha doğru sonuçlar vermektedir. Oluşturulan modelin hassasiyetini ve geçerliliğini doğrulamak amacıyla literatürdeki analitik ve sayısal çözümlerin sonuçları ile karşılaştırma yapılmıştır. Bu amaçla üç örnek üzerinde durulmuştur. Bu örnekler, simetrik ve anti-simetrik dizilişe sahip, malzemelerden üretilmiş, farklı dönme hızlarına sahip, aynı boy/kalınlık oranlarına sahip kirişler ile karşılaştırma yapacak şekilde seçilmiştir. Örneklerde kullanılan malzeme özellikleri Çizelge 1'de verilmiştir. Burada, E , G , n ve r , sırasıyla elastisite modülü, kayma modülü, Poisson oranı ve yoğunluğu ifade etmektedir. L ve T indisleri ise, elyafın boyuna ve enine doğrultularını göstermektedir.

Çizelge 1 : Malzeme Özellikleri

Malzeme 1	E_l (GPa)	E_t (GPa)	G_{LT} (GPa)	G_{TT} (GPa)	ν	(kg/m ³)	L/h	Tabaka Açısı
AS/3501-6 Grafite/epoksi	144.8	9.65	4.14	3.45	0.3	1389.23	15	[[0°/90°] _s]

Malzeme 1'den üretilmiş, boy/kalınlık oranı $L/h=15$ olan simetrik dört çapraz tabakalı (0°/90°/90°/0°) kiriş incelenmiştir. Ankaste-serbest sınır şartı için ilk beş modun boyutsuz frekanslarının hesaplanmıştır.

Dönen Timoshenko Kirişi

Bu örnekte, kompozit kirişin dönen durumdaki sonuçları sunulmuştur. Sayısal değerleri elde etmek için 4 katmanlı simetrik fiber oryantasyon tabakaları [0°/90°-90°/0°] açılımlarına sahip, $L/h= 10$ olan Grafite-Epoksi kompozit kirişi kullanılmıştır. Kompozit kirişin malzeme özellikleride Çizelge 2'de gösterilmiştir.

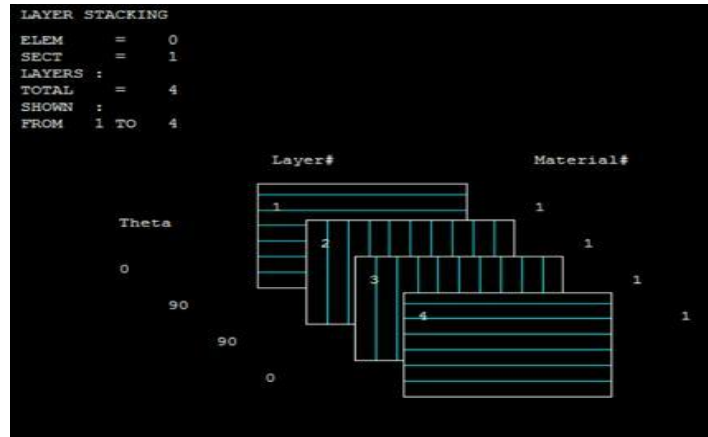
Çizelge 2: Malzeme Özellikleri

Malzeme 1	E_l (GPa)	E_t (GPa)	G_{LT} (GPa)	G_{TT} (GPa)	ν_{LT}	ρ (kg/m ³)	L (m)
AS/3501-6 Grafite/epoksi	144.8	9.65	4.14	3.45	0.3	1411.23	0.254

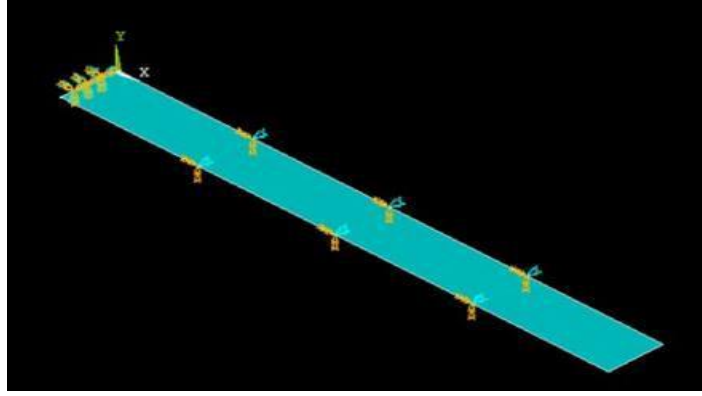
YÖNTEM

Kompozit kirişin hareket denklemini, birinci mertebe kayma deformasyonu teorisini (BKDT-1) kullanarak elde etmişlerdir [Chandrasekhara vd., 1990]. Birinci mertebe kayma teorisini geliştirmişlerdir. BKDT- 2:[Eisenberger vd., 1995]; çalışmalarında transfer matrisi yöntemini kullanarak simetrik çapraz tabakalı kompozit kirişlerin serbest titreşim analizini yapmışlar; sınır şartları, narinlik oranı, yüksekliğin genişliğe oranı, tabaka sayısı ve malzeme özelliklerinin serbest titreşim frekansları üzerindeki etkilerini incelemişlerdir BKDT-3:[Yıldırım, 2001]. Birinci-mertebe kayma deformasyonu teorisine dayalı yeni bir tasfiye edilmiş sonlu eleman geliştirerek çalışmalarında bu modeli kullanmışlardır. Geliştirilmiş birinci mertebe kayma deformasyonu teorileri RBKDT:[Chakraborty vd., 2002]; Yapmış oldukları çalışmada, yüksek mertebe teorileri ve buna uygun sonlu elemanlar kullanarak lamine kompozit kirişlerin serbest titreşim analizlerini incelemişlerdir. Normal kayma gerilmelerinin etkilerini hesaba katmamışlardır. Yüksek mertebe kayma deformasyonu teorileri YKDT:[Kant vd., 1998]; Yüksek mertebe kayma deformasyonu teorilerine dayalı sonlu eleman metodu YKDT-SEM:[Subramanian, 2006], Yüksek mertebe teorilerini kullanarak lamine kompozit kirişlerin ve sandviç kirişlerin doğal frekanslarını hesaplayabilmek için analitik bir metot geliştirmişlerdir. Denklemlerin çözümlerinde Hamilton prensibi kullanmışlardır. Her bir lamine ortotropik ve planda 2 boyutlu olarak düşünmüşlerdir. Nümerik sonuçları birinci mertebe teorilerinin sonuçları ile de karşılaştırmışlardır. KT:[Rao vd., 2001]; ve karışık sonlu eleman modeli KT-SEM:[Ramtekkar vd., 2002] ile elde edilmiştir.

UYGULAMALAR



Şekil 5 : Katman Dizilimlerinin Gösterimi



Şekil 6 : Kompozitin Sınır Şartlarının Girilmesi

```

***** INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE *****
SET   TIME/FREQ   LOAD STEP   SUBSTEP   CUMULATIVE
  1    262.67      1           1          1
  2    1389.3     1           2          2
  3    3246.8     1           3          3
  4    4907.0     1           4          4
  5    5304.5     1           5          5

```

Şekil 7: Modlara Göre Doğal Frekanslar (hz)

Şekil 5'deki gibi dönmeyen kirişin katman dizilimleri girildikten sonra kompozit kiriş sınır oluşturulmuştur ve sınır şartları ankastre-serbest olacak şekilde Şekil 6' deki gibi girilmiştir. Elde edilen Şekil 4'teki bu doğal frekanslar boyutsuz hale getirilmiştir ve literatürle karşılaştırılmıştır. Boyutsuz frekans

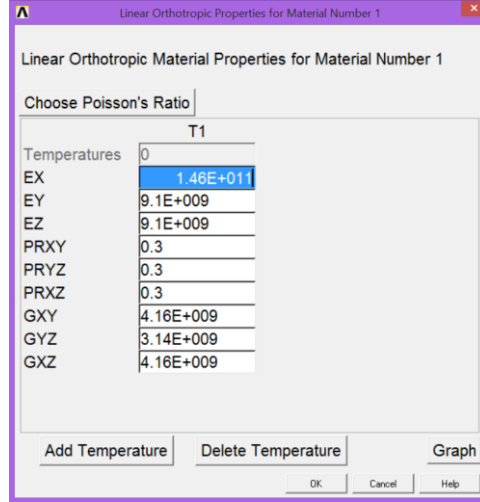
$\bar{\omega} = \omega L^2 \sqrt{\rho / E_1 h^2}$ şeklinde tanımlanmıştır; burada ω gerçek frekansı ifade etmektedir.

Çizelge 3'de elde edilen boyutsuz doğal frekanslar literatürle karşılaştırılmıştır. Literatürle oldukça uyum gösteren doğal frekanslar daha sonra Şekil 5'te farklı fiber açıları verilerek, her bir mod için ayrı ayrı grafikler ve değişimler elde edilmiştir.

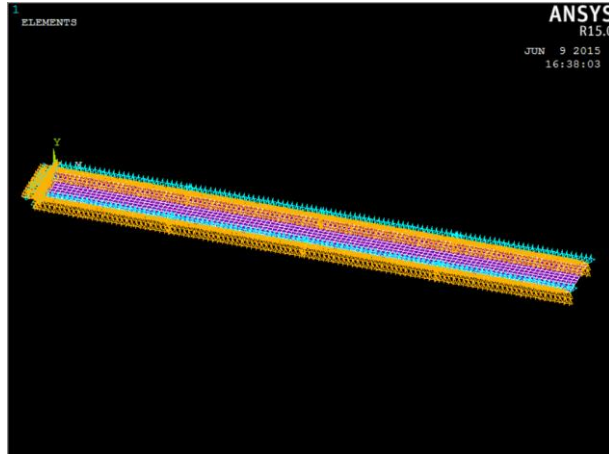
Çizelge 3: Simetrik çapraz-tabakalı (0°/90°/90°/0°) kompozit kirişin boyutsuz doğal frekansları

Modlar	1	2	3	4	5
YKDT-SEM-1	0.9225	4.9209	11.5957	17.3237	19.0663
YKDT-SEM-2	0.9222	4.9212	11.5963	17.3237	19.0693
RBKDT	0.925	4.9070	11.572	17.3021	----
BKDT-1	0.9241	4.8920	11.4400	18.6972	26.2118
BKDT-2	0.9241	4.89253	11.4401	17.2591	18.6974
BKDT-3	0.9215	4.88318	11.4251	17.2070	18.6813
Bu Çalışma	0.9238	4.8863	11.4194	17.2585	18.6566

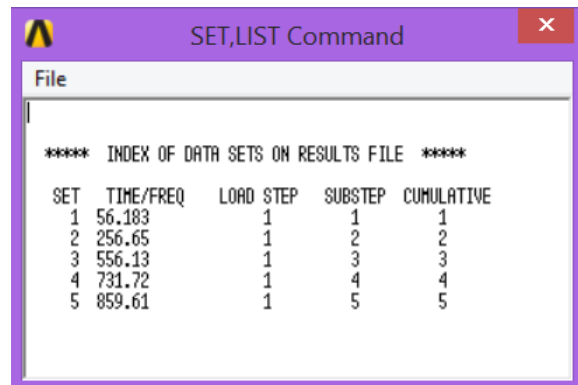
Dönen kompozit kirişin malzeme özellikleri Şekil 8'deki gibi girilmiştir. Kompozit kirişin sınır şartları Şekil 9'deki gibi girilmiştir.



Şekil 8: Malzeme Özelliklerinin Girilmesi



Şekil 9: Kompozitin Modellenmesi ve Mesh atımı



Şekil 10: İlk beş modun doğal frekansların değeri

Şekil 10'daki doğal frekanslar elde edilmiştir.

Çizelge 4: Açısal hızın $\omega_n = 0$ (rad/sn) olduğu durum için

ω_n (rad/sn)	Load Step	Mod
0	1	3.1175
0	2	14.585
0	3	31.720

Çizelge 5: Açısal hızın $\omega_n = 1000$ (rad/sn) olduğu durum için

ω_n (rad/sn)	Load Step	Mod
1000	1	10.214
1000	2	28.144
1000	3	52.535

Çizelge 6: Açısal hızın $\omega_n = 2000$ (rad/sn) olduğu durum için

ω_n (rad/sn)	Load Step	Mod
2000	1	21.303
2000	2	50.618
2000	3	91.724

Çizelge 7: Açısal hızlara göre doğal frekansların değişmesi

ω_n (rad/sn)	Mod	Ref[12]	Ref[13]	Bu çalışma
0	1	3.067	3.073	3.1175
	2	14.359	14.44	14.585
	3	31.397	31.75	31.720
1000	1	10.698	-----	10.214
	2	28.802		28.144
	3	52.397		52.535
2000	1	20.522	-----	21.303
	2	51.492		50.618
	3	86.791		91.724

Çizelge 7’de açısal hızlara göre doğal frekansların değişmesi verilmiştir. Açısal hız arttıkça doğal frekansların arttığı gözlemlenmiştir. $\omega_n = 1000$ rad/sn ‘de katman dizilimlerine farklı açılar verilerek boyutsuz doğal frekanslar elde edilmiştir. Lif yönelim açıları $[0^\circ-45^\circ-(-45^\circ)-0^\circ]$ olacak şekilde programa girildi ve Çizelge 8’deki değerler elde edildi.

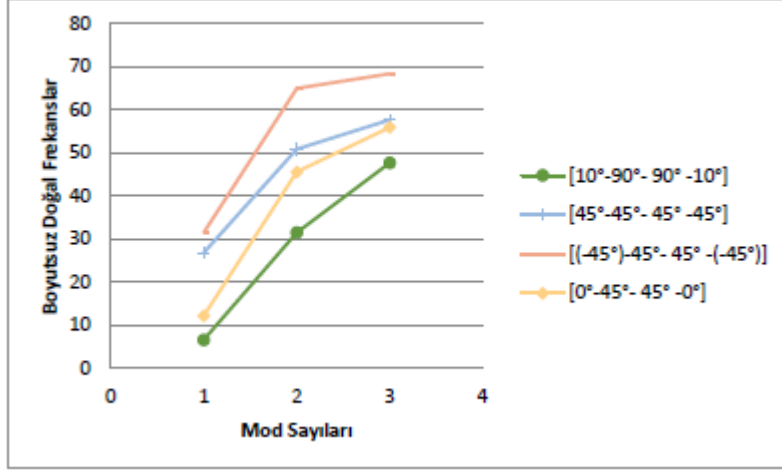
Çizelge 8: $[0^\circ-45^\circ-(-45^\circ)-0^\circ]$

ω_n (rad/sn)	Load Step	Mod
1000	1	12.259
1000	2	45.637
1000	3	55.948

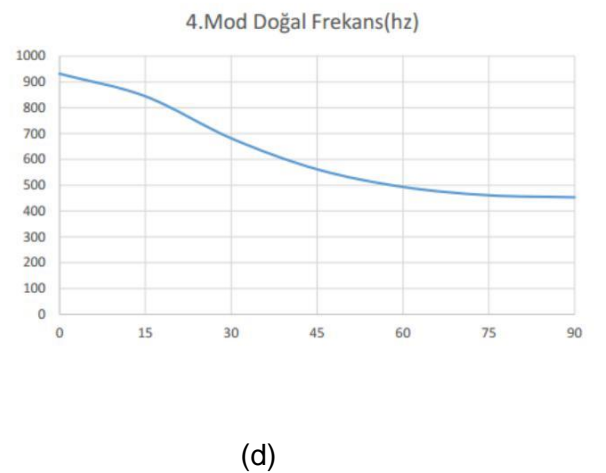
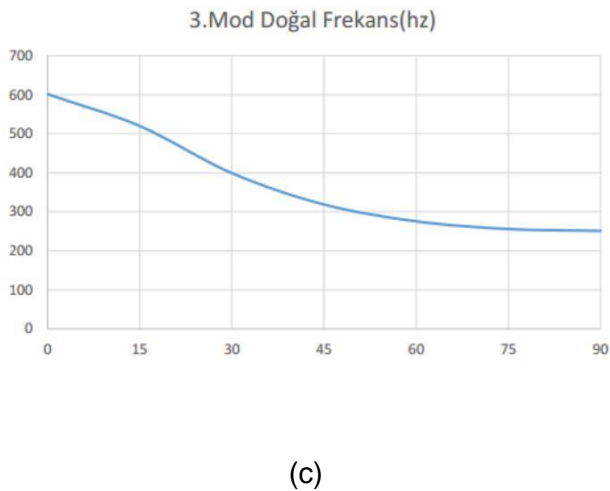
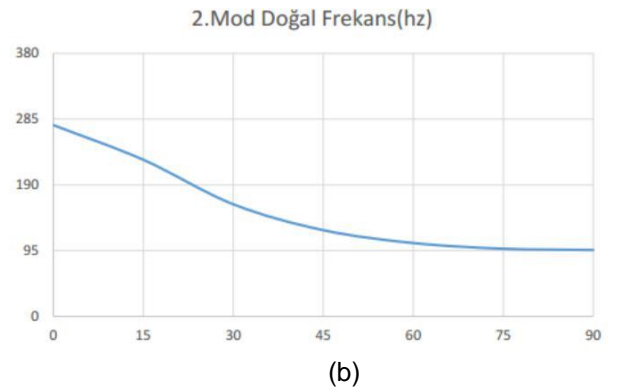
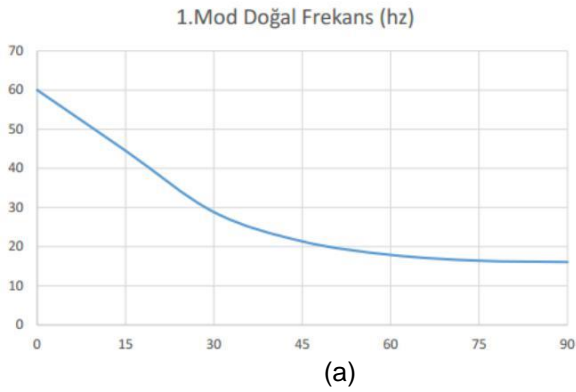
Çizelge 9: $[45^\circ-45^\circ-45^\circ-45^\circ]$

ω_n (rad/sn)	Load Step	Mod
1000	1	26.879
1000	2	50.913
1000	3	57.668

Lif yönelim açıları $[(-45^\circ)-45^\circ-45^\circ-(-45^\circ)]$ olacak şekilde programa girildi ve Çizelge 9'deki değerler elde edildi. Doğal frekansların Çizelge 8'e göre arttığı gözlemlendi. Şekil 10'da açıların katmanlara göre mod değişimi verilmiştir.



Şekil 9: Modların Açılara Göre Değişimi



Şekil 10: Her bir mod için Şekil a,b,c,d'de doğal frekansların fiber açılışına göre değişimi

SONUÇ

Bu projede, açılı tabakalı ve dönen kompozit kirişlerin etkileşimli serbest titreşimleri sonlu eleman yöntemi ile analiz edilmiştir. Doğal frekanslar ve mod yapıları detaylı olarak incelenmiştir. Elyaf açısı, diziliş şekli, tabaka sayısı, titreşim davranışı üzerindeki etkileri parametrik olarak araştırılmıştır. Bu çalışmadan aşağıdaki sonuçları çıkarmak mümkündür:

- Sunulan sonlu eleman modeli literatürdeki diğer yöntemler ve çalışmalarla oldukça uyumlu sonuçlar vermiştir; yeterince doğru ve uygulanabilir olduğu açıktır.
- Elde edilen doğal frekanslar sayesinde istenilen katılımda paller elde edilebilir ve titreşimi kontrol edilebilir.
- Açılma hızı arttıkça; simetrik çapraz-tabakalı dizilişte frekans artmakta; ancak anti simetrik çapraz-tabakalı ile simetrik ve anti-simetrik açılı-tabakalı dizilişte azalmaktadır.

İleriye yönelik olarak akıllı malzemelerinde ortaya çıkmasıyla birlikte aktif burkulmalı pal ve aktif flap paller için titreşimi azaltmaya yönelik çalışmalar yapılabilir.

Kaynaklar

CHAKRABORTY A., Mahapatra D.R., Gopalakrishnan S., (2002).Finite Element Analysis of Free Vibration and Wave Propagation in Asymmetric Composite Beams with Structural Discontinuities, *Composite Structures*, 55, 23-36

CHANDRASEKHA K., Krishnamurthy K., Roy S., (1990).Free Vibration of Composite Beams Including Rotatory Inertia and Shear Deformation, *Composite Structures*, 14, 269-79

EISENBERGER M., Abramovich H., Shulepov O., (1995).Dynamic Stiffness Analysis of Laminated Beams Using First Order Shear Deformation Theory, *Composite Structures*, 31, 265-71,

SİNGH, M., Abdelnaser, A., (1992) .Random response of symmetric cross-ply composite beams with arbitrary boundary conditions, *AIAA Journal* (30) 201–210

SUBRAMANIAN P., (2006). Dynamic Analysis of Laminated Composite Beams Using Higher Order Theories and Finite Elements, *Composite Structures*, 73, 342-53

YILDIRIM V., (2001). Common Effects of the Rotary Inertia and Shear Deformation on the Out-of-plane Natural Frequencies of Composite Circular Bars, *Composites: Part B*, 32(8), 687-695

YOO, H. H., Lee, S. H., Shin, S. H., (2005) .Flapwise bending vibration analysis of rotating multi-layered composite beams, *Journal of Sound and Vibration* (286) 745– 761