

## DUVAR FONKSİYONLU $k-\epsilon$ TÜRBÜLANS MODELİNİN PARALEL NAVIER-STOKES ÇÖZÜCÜSÜNDE UYGULANMASI

Onur Ozan KALKAN<sup>1</sup>  
ROKETSAN A.Ş, Ankara

İsmail H. TUNCER<sup>2</sup>  
Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara

### ÖZET

*Bu çalışmada, popüler bir türbülans modeli olan  $k-\epsilon$  türbülans modelinin 2-boyutlu, yoğunluk tabanlı, sonlu hacimler temelli paralel bir Navier-Stokes çözücüsüne eklenmesi gerçekleştirilmiştir. Literatürde farklı versiyonları da bulunan  $k-\epsilon$  türbülans modelinin standart versiyonu ile çalışılmıştır. Duvar kenarındaki çok yüksek değişimlerin türbülans üzerine etkilerini incelemek için Launder-Spalding duvar fonksiyonu modele adapte edilmiştir. Düz plaka ve RAE 2822 kanat profiline etrafındaki akışlar modellenmiş ve analiz edilmiştir. Eklenen türbülans modelinin doğrulaması da bu kanat profiline ait deney verisi ve daha önce doğrulanmış nümerik çözümlerle karşılaştırılarak yapılmıştır. Türbülanslı düz plaka probleminde plaka üzerindeki sınır tabakada oluşan hız profiline duvar kanuna uygun olduğu görülmüştür. RAE 2822 kanat profili için yapılan çalışmada ise diğer nümerik çözümlere oldukça benzer bir akış alanı elde edilmiştir. Kanat üzerindeki basınç katsayısı dağılımı ve kanat üzerinde oluşan şokun konumu doğru tahmin edilmiştir. Kanat üzerindeki yüzey sürtünme katsayısı ve sınır tabakadaki hız dağılımı şok öncesinde deney verilerine uygun iken şoktan sonraki bölgelerde bu profillerde küçük farklılıklar gözlenmiştir.*

### GİRİŞ

Türbülanslı akışların modellenmesinde en kritik konu duvar etkilerinin doğru tahmin edilmesidir. Akış alanında bir duvarın varlığı duvara normal yöndeki bileşenlerin sönmelerine ve türbülanslı akışın yöne bağımlı olmasına sebebiyet verdiği gibi türbülans üretiminin akış alanında oluşan kesme tabakası boyunca artmasına da neden olur.

Duvar içeren akış alanlarında duvar boyunca bir sınır tabaka gelişimi gerçekleşir. Sınır tabakanın en dışında akış serbest koşuldaki hızında iken duvara doğru hız azalır ve duvarda sifıra ulaşır. Sınır tabaka içinde bu yüksek hız değişiminden ötürü duvar etrafında oldukça yüksek gradyanlar oluşur. Duvardaki sürtünme kuvveti de söz konusu gradyanlar tarafından üretildiği için duvar etrafındaki akış özelliklerinin doğru şekilde tahmin edilmesi önem taşımaktadır.

Duvar etrafındaki akışın modellenmesine yönelik temel olarak iki yöntem bulunmaktadır. Standart olarak uygulanan yöntem duvar etrafında yüksek çözünürlükte ve oldukça yoğun bir çözüm ağı oluşturarak bu küçük ölçeklerde akış değişkenlerinin ve türbülans parametrelerinin çözülmesidir. Bu entegrasyon tipi yöntemin uygulanması düşük-Reynolds-sayı (DRS) türbülans modeli gerektirmektedir. Öte yandan, Reynolds sayısının yükselmesi duvar etkileri altındaki bölgenin küçülmesine sebep olmasına rağmen, duvar etrafındaki gradyanların hesaplanması hala oldukça kritiktir. Bu noktada, basit bir mühendislik yaklaşımı ile söz konusu gradyanların hesaba katılması

<sup>1</sup> Mühendis, Roketsan A.Ş, E-posta: okalkan@roketan.com.tr

<sup>2</sup> Prof. Dr., Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: ismail.h.tuncer@ae.metu.edu.tr

için bir fonksiyon sunulabilir Bu fonksiyon, yüksek çözünürlüklü bir çözüm ağına gerek duymadan, duvar ve akış alanı arasında bir köprü kurar ve hesaplama maliyetini düşürür. Bu yöntem duvar fonksiyonu yaklaşımı olarak adlandırılır ve bir yüksek-Reynolds-sayılı (YRS) türbülans modelini gerektirir.

Duvar etrafındaki akış alanı genellikle üç katmana ayrılır (Şekil 1). Bunlar [Tennekes ve Lumley, 1972]

- Viskoz katman ( $0 < y^+ < 5$ )
- Ara katman ( $5 < y^+ < 30$ )
- Tam türbülanslı katman ( $y^+ > 30$ )

$y^+$  duvardan uzaklığı tanımlayan boyutsuz bir parametre olup aşağıdaki şekilde tanımlanır.

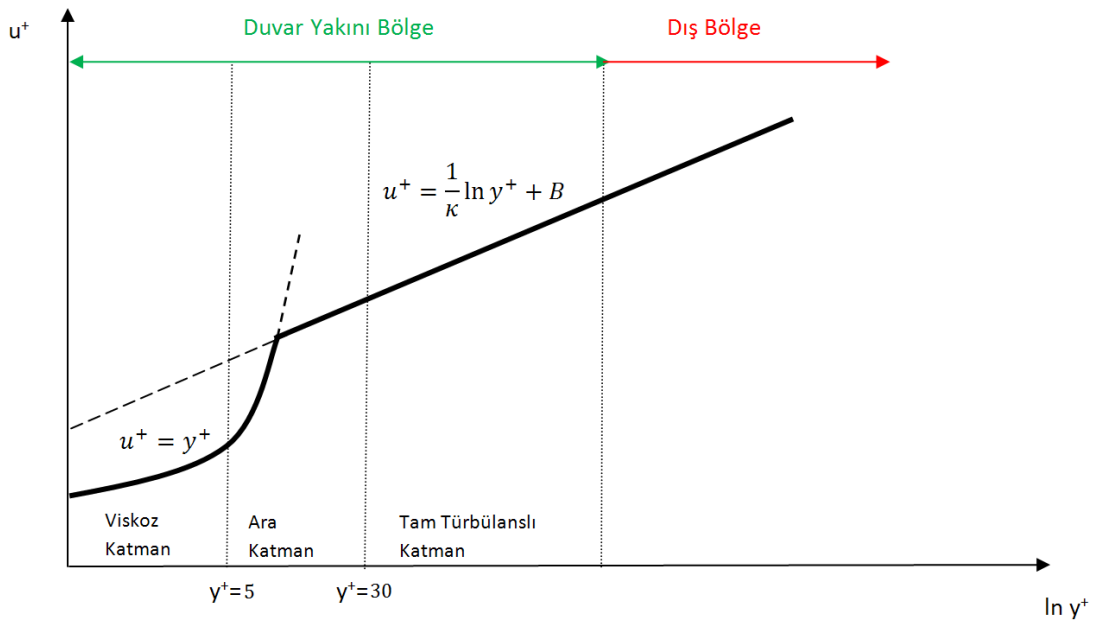
$$y^+ = \frac{\rho u_\tau y}{\mu}$$

Burada  $u_\tau$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$$

sürtünme hızıdır ve  $\tau_w$  ise duvardaki gerilmeyi ifade etmektedir.

Duvara en yakın bölge olan viskoz katmanda akışın laminar olduğu varsayımı yapılır. Bu katmanda moleküler viskozite, momentum ve ısı/kütle transferinde baskındır. En dıştaki tam türbülanslı katmanda türbülans oldukça etkindir. Bu iki katmanın arasındaki ara katmanda ise hem moleküler viskozite hem de türbülans etkindir [Bredberg, 2000].



Şekil 1: Logaritmik Duvar Kanunu

Duvar fonksiyonları Şekil 1’de verilen duvar kanununu akış alanına uygulayarak viskoz ve ara katmanda taşınım denklemlerinin çözümüne duyulan ihtiyacı ortadan kaldırmaktadır. İlk olarak Bradshaw, Ferriss ve Attwell tarafından kullanılan bu model [Bradshaw, Ferriss ve Attwell, 1967] uygulandığı bölgede kesme gerilmesinin sabit olduğu durumlar için doğru sonuçlar vermektedir. Bu modeldeki sürtünme hızı terimine bir iyileştirme getiren Spalding’in formülasyonu [Spalding, 1967] standart duvar fonksiyonu versiyonu olarak anılmaktadır ve bu yöntemin k-ε türbülans modeline uygulanmış hali Launder ve Spalding tarafından [Launder ve Spalding, 1974] literatüre kazandırılmıştır. Söz konusu standart model duvar etrafında türbülans kinetik enerjisinin üretimini türbülans kaynaklı gerçekleştiği varsayımını yapmaktadır. Ancak gerçekte viskoz katmanda etkin olan moleküler etkileşimler bu bölgede türbülans kinetik enerjisinin üretimine katkı sağlamaktadır. Viskoz katmandaki bu etkiyi ele alan Chieng ve Launder [Chieng ve Launder, 1980] iki katmanlı bir yaklaşım ile üretim ve yitim terimlerini modellemiştir. Ardından Amano, Chieng ve Launder tarafından geliştirilen iki katmanlı yaklaşımdaki viskozite-etkin katmanı viskoz katman ve ara katman olarak iki bölümde ele alarak duvar fonksiyonlarını uygulamıştır [Amano, 1984]. Tüm akış türleri için geçerli ve doğru sonuç verebilen evrensel bir duvar fonksiyonu için çalışmalar hala yürütülmektedir.

Bu çalışmada, 2 boyutlu hibrid çözüm ağlarında paralel olarak çalışabilen, basınç tabanlı ve sonlu hacimler yöntemini kullanan HYP2D yazılımına türbülanslı akışların çözümüne olanak sağlayacak yeteneğin kazandırılması için standart duvar fonksiyonlu k-ε türbülans modeli eklenmiştir. Eklenen model, denek taşlarında deneysel veriler ve Fluent yazılımından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır.

## YÖNTEM

Çalışmada sonlu hacimler yöntemi kullanılarak Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes (RONS) denklemleri ayrıklaştırılmıştır. RONS denklemleri ile türbülans denklemleri birbirinden ayrık şekilde çözülmüştür. Değişkenler boyutsuzlaştırıldığında kartezyen koordinatlarda iki boyutlu RONS denklem sistemi aşağıdaki gibi yazılır:

$$\int \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_T \end{bmatrix} d\Omega + \oint \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho ue_T + pu \end{bmatrix} ds + \oint \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho ve_T + pv \end{bmatrix} ds$$

$$= \oint \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \tau_{xx} \\ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \tau_{xy} \\ \frac{M_\infty}{Re_\infty} (u\tau_{xx} + v\tau_{xy}) - \frac{1}{(\gamma-1)} \frac{1}{Pr_\infty} \frac{M_\infty}{Re_\infty} q_x \end{bmatrix} ds + \oint \frac{\partial}{\partial y} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \tau_{xy} \\ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \tau_{yy} \\ \frac{M_\infty}{Re_\infty} (u\tau_{xy} + v\tau_{yy}) - \frac{1}{(\gamma-1)} \frac{1}{Pr_\infty} \frac{M_\infty}{Re_\infty} q_y \end{bmatrix} ds$$

Eşitliğin sağında yer alan viskoz terimler türbülanslı akışlar için düzenlendiğinde gerilme tensörünün iki boyuttaki bileşenleri laminar ve türbülanslı olmak üzere iki farklı parametre ile ifade edilmek durumundadır.

$$\tau_{xx} = \underbrace{\frac{2}{3} \mu_l \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right)}_{\text{laminar}} + \underbrace{\frac{2}{3} \mu_t \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right)}_{\text{türbülanslı}} - 2\rho k$$

$$\tau_{yy} = \underbrace{\frac{2}{3} \mu_l \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right)}_{\text{laminar}} + \underbrace{\frac{2}{3} \mu_t \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} \right)}_{\text{türbülanslı}} - 2\rho k$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \underbrace{\mu_l \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)}_{\text{laminar}} + \underbrace{\mu_t \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)}_{\text{türbülanslı}}$$

Standart k-ε türbülans modeli boyutsuzlaştırılarak aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\int \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\rho k}{\rho \varepsilon} \right] d\Omega + \oint \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\rho u k}{\rho u \varepsilon} \right] ds + \oint \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\rho v k}{\rho v \varepsilon} \right] ds$$

$$= \oint \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] ds + \oint \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] ds$$

$$+ \oint \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] ds + \oint \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \left( \mu_l + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] ds$$

$$+ \int \left[ \frac{M_\infty}{Re_\infty} \mu_t \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \right] d\Omega - \int \left[ \frac{Re_\infty}{M_\infty} \rho \varepsilon \right] d\Omega$$

$$- \int \left[ \frac{M_\infty}{Re_\infty} c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t \left[ 2 \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] \right] d\Omega - \int \left[ \frac{Re_\infty}{M_\infty} c_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \right] d\Omega$$

Türbülans modelinin taşınım denklemlerini ifade eden yukarıdaki eşitlikten de görüleceği üzere, türbülansın çözülmesi büyük ölçüde eşitliğin sağında kalan kaynak terimlerinin etkisi altındadır. Denklem sistemindeki son terim türbülansın kinetik enerjisinin (k) ve bu enerjinin yitim oranının (ε) yıkımını ifade ederken, bu terimden bir önceki ifade ise k ve ε parametrelerinde hız değişimlerinden ötürü gerçekleşen *üretimi* tanımlamaktadır. Söz konusu terimler denklem sisteminin çözümünü zorlaştırıcı bir etkiye de sahiptir. Modelde kullanılan katsayılar [Lauder ve Spalding, 1974] Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1:k-ε Türbülans Modeli Katsayıları

$c_{1\varepsilon}$	$c_{2\varepsilon}$	$\sigma_k$	$\sigma_\varepsilon$	$c_\mu$
1.44	1.92	1.0	1.3	0.09

RONs denklem sistemi ve türbülans modelinin zamanda çözümünde açık bir şema olan 3 adımlı Runge-Kutta yöntemi kullanılmıştır. Taşınım terimlerinde Roe'nin akı farkı bölme yöntemi [Roe, 1986] kullanılmıştır. Tüm akış özelliklerinin çözüm hücresi merkezindeki gradyanları Green-Gauss yöntemi ile hesaplanmıştır. Hücre yüzeylerindeki gradyanlar komşu iki hücrenin merkezinde hesaplanan gradyanların ortalaması ile elde etmek hesaplama eforu bakımından oldukça avantajlı olmasına rağmen kimi zaman çözümde salınımlara sebep olabilirler. Bu durumu önlemek için hücre yüzeyindeki gradyanlar aşağıdaki şekilde hesaplanmıştır.

$$\nabla Q_{ij} = \overline{\nabla Q_{ij}} + \left( \frac{Q_j - Q_i}{|r_j - r_i|} - \overline{\nabla Q_{ij}} \cdot \hat{r}_{ij} \right) \hat{r}_{ij}$$

Burada  $\overline{\nabla Q_{ij}}$  iki komşu hücrenin merkezlerinde hesaplanan gradyanların ortalamasıdır ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\overline{\nabla Q_{ij}} = \frac{1}{2}(\nabla Q_i + \nabla Q_j)$$

Ayrıca,

$$\hat{r}_{ij} = \frac{r_j - r_i}{|r_j - r_i|}$$

vektörü de  $i$  hücresinden  $j$  hücresine giden birim vektörü ifade etmektedir.

### Duvar Modellemesi

Duvar etrafındaki akışın modellenmesi için YRS-tabanlı bir model uygulanmıştır. Duvar etrafında görece düşük çözünürlüklü bir çözüm ağı oluşturularak duvar yakınındaki akış duvar fonksiyonları ile çözülmüştür. Bu yöntemin avantajı duvar yakınındaki bölgede oldukça yoğun çözünürlükte bir çözüm ağı oluşturmaya gerek duyulmadan bu bölgenin çözümünün gerçekleştirilebilmesidir. Ancak, bu model kullanılırken duvara bitişik ilk çözüm hücresinin merkezinin tam türbülanslı bölgeye yerleştirilmesi gerekmektedir. Bir diğer deyişle, viskoz bölge çözülmeyen modellenir, tam türbülanslı bölgede ise taşıma denklemleri çözülür.

Bu çalışmada uygulanan duvar fonksiyonu yöntemi, standart duvar fonksiyonlarının sirkülasyonlu ve ayrılmalı bölgeler gibi türbülans kinetik enerjisinin sıfır olduğu durumlardaki zayıflığını [Bredberg, 2000] ortadan kaldırmak için Launder ve Spalding tarafından önerilen teoriye [Launder ve Spalding, 1974] dayanmaktadır. Bu yaklaşımda, duvara bitişik çözüm hücresindeki momentum denkleminde duvardaki sürtünme kuvveti sınır koşulu olarak kullanılır. Duvardaki sürtünme kuvveti duvar fonksiyonları yardımı ile aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\tau_w = \frac{\rho_p C_\mu^{1/4} \sqrt{k_p} \kappa}{\ln(E y_p^*)} u_p$$

Burada  $E = 9.793$  ve  $\kappa = 0.42$  deneysel katsayılarıdır. Ayrıca,  $y_p^*$  duvar bitişikindeki ilk hücrenin duvardan uzaklığını tanımlayan boyutsuz bir parametredir ve aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$y_p^* = \frac{\rho_p C_\mu^{1/4} \sqrt{k_p} y_p}{\mu}$$

Duvar bitişikindeki çözüm hücresi için türbülans kinetik enerjisi denklemini yeniden düzenlenmiş bir üretim terimi ile çözülür. Duvar bitişikindeki üretim terimi için, üretimin sürtünme kaynaklı olduğu varsayımı yapılmıştır. Lokal denge koşulları altında ve logaritmik duvar kanununa dayanarak duvar bitişikindeki türbülans kinetik enerjisi üretimi aşağıdaki gibi hesaplanır [Craft, Gerasimov, Iacovides ve Launder, 2002]:

$$P_k = \frac{\tau_w^2}{\rho \kappa C_\mu^{1/4} \sqrt{k_p} y_p}$$

Yukarıdaki yaklaşım duvar bitişikindeki hücre boyunca türbülanslı gerilme kuvvetinin duvardaki sürtünme kuvvetine eşit ve sabit olduğu varsayımını içermektedir.

Duvar bitişindeki ilk çözüm hücrelerinde yitim oranı taşınım denklemi çözülmeden aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanır [Craft, Gerasimov, Iacovides ve Launder, 2002]:

$$\varepsilon = \frac{C_{\mu}^{3/4} k_p^{3/2}}{\kappa y_p}$$

Bu eşitlik de türbülans kinetik enerjisinin üretimi ile yitim oranının duvar bitişinde birbirine eşit olduğu varsayımını ifade eden lokal denge hipotezinden türetilmiştir.

## UYGULAMALAR

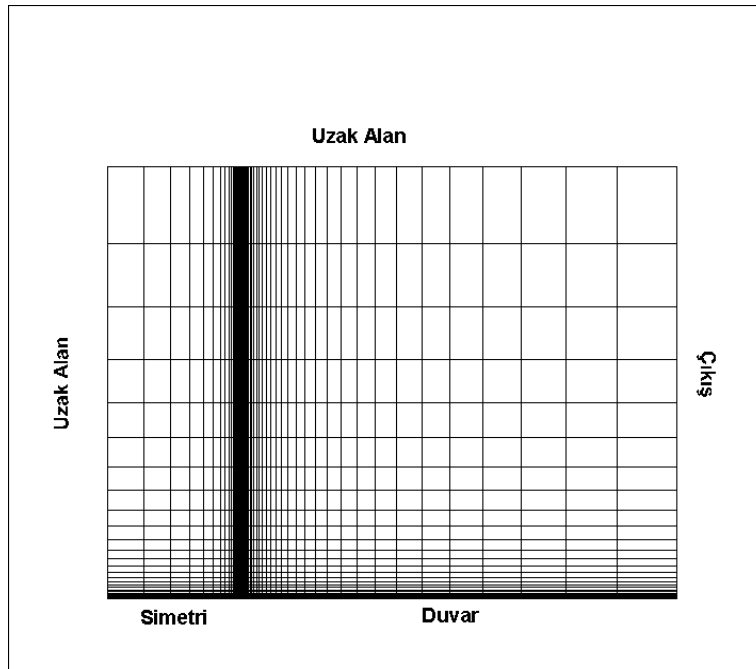
Duvar fonksiyonlu  $k$ - $\varepsilon$  türbülans modelinin doğruluğunun ve geçerliliğinin incelenmesi için iki denek taşı çalışması yapılmıştır. Türbülanslı düz plaka problemi çözülerek sınır tabaka içindeki hız dağılımı duvar kanunu ile karşılaştırılmıştır. İkinci olarak, RAE 2822 kanat profili için çözüm yapılmış ve elde edilen basınç katsayısı, yüzey sürtünme katsayısı ve kanat üzerindeki hız profilleri deney verileri ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca aynı problem Fluent yazılımı ile de çözülmüş ve akış eşeğrileri karşılaştırılmıştır.

### Türbülanslı Düz Plaka Çözümleri

Türbülanslı düz plaka çözümü için dikdörtgen bir çözüm alanı oluşturulmuştur (şekil 2). Düz plaka 1 birim uzunluğunda olacak şekilde çözüm alanının alt kısmına yerleştirilmifitir. Alt kısımda kalan diğer bölge ise simetri sınır koşulu olarak tanımlanmıştır. Bu çalışmada sıkıştırılmaz bir akışın uzak alan sınır koşulu vasıtasıyla çözüm alanına girdiği ve çıkış sınır koşulu ile çözüm alanını terkettiği varsayımı yapılmıştır. Söz konusu akışa ilişkin boyutsuz parametreler Tablo 2’de verilmiştir.

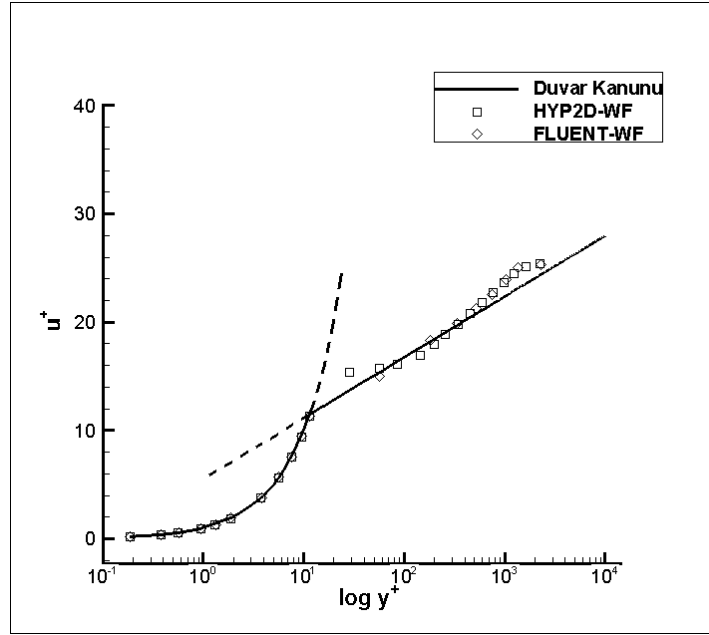
Tablo 2: Türbülanslı Düz Plaka için Akış Parametreleri

$M_{\infty}$	0.2
$\alpha$	$0^{\circ}$
$Re$	$4.8 \times 10^6$



şekil 2: Türbülanslı Düz Plaka için Oluşturulan Çözüm Alanı

Türbülanslı düz plaka için gerçekleştirilen analiz sonucunda  $x/c=0.4$  konumundaki boyutsuz hız profili Şekil 3'teki gibi elde edilmiştir. Burada  $y^+>30$  için elde edilen değerler tam türbülanslı bölgedeki hızları ifade etmektedir. Tam türbülanslı bölgeye yerleştirilen çözüm hücreleri için elde edilen hız profillerinin logaritmik duvar kanuna uygunluk gösterdiği görülmektedir. Aynı zamanda, viskoz katmandaki hız profilinin de duvardaki sürtünme kuvveti,  $\tau_w = \mu \partial u / \partial n$ , vasıtasıyla hesaplanması mümkündür. Sürtünme kuvvetinin viskoz katman boyunca entegre edilmesi ile elde edilen hız profilinin de yine Şekil 3'te duvar kanununa uygun olduğu görülmektedir. Bu çalışmada, Fluent yazılımında da bulunan standart duvar fonksiyonlu k- $\epsilon$  türbülans modeli ile analiz yapıp elde edilen hız profili de karşılaştırma amacıyla kullanılmıştır.

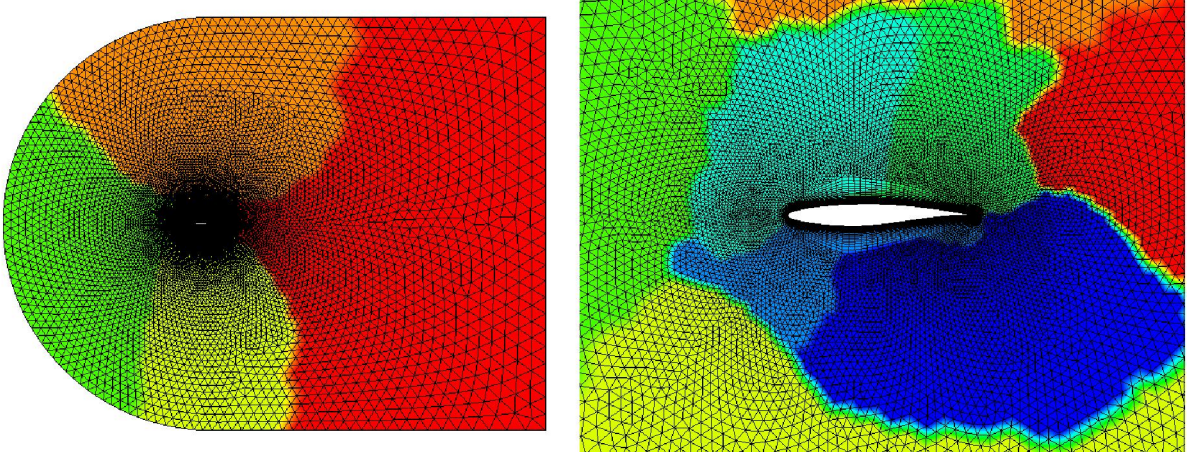


Şekil 3: Türbülanslı Düz Plaka Üzerindeki Hız Profili

### RAE 2822 Kanat Profili Çözümleri

RAE 2822 transonik kanat profili için sınır tabaka, basınç dağılımı ve iz bölgesi bilgilerine ilişkin oldukça detaylı çalışmalar yürütülmüş ve açık literatürde sunulmuştur [Cook, McDonald ve Firmin, 1979]. Türbülanslı bir akış çözücüsünün doğrulaması için detaylı bir altyapıya sahip bu kanat profili için çözümler yapılmış ve deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışmada ayrıca Fluent ticari yazılımına gömülü standart duvar fonksiyonlarını kullanan k- $\epsilon$  türbülans modeli ile elde edilen sonuçlar da karşılaştırma amaçlı kullanılmıştır.

Gerçekleştirilen çözüm için oluşturulan çözüm alanı kanat gerisinde 20 veter uzunluğu kadar, kanadın alt ve üstlerinde 12.5 veter uzunluğu kadar ve kanadın önünde ise 11.5 veter uzunluğu kadardır. Oluşturulan C-tipi çözüm ağı 5032 hücre dikdörtgen olmak üzere toplamda 36710 çözüm hücresinden oluşmaktadır. Söz konusu çözüm ağı paralel hesaplama için 8 parçaya bölünmüş ve Şekil 4'te verilmiştir.



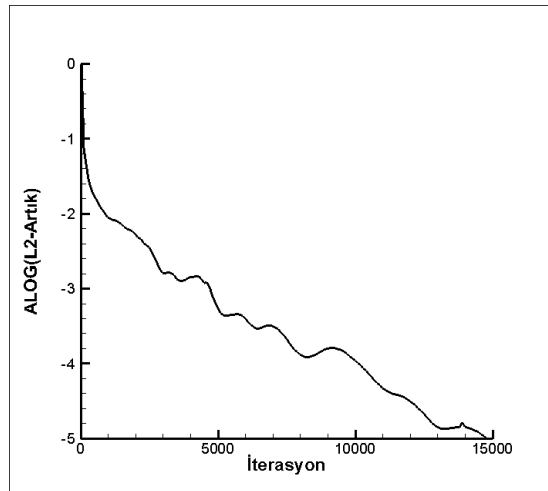
Şekil 4: RAE 2822 için Oluşturulan Çözüm Ağı

RAE 2822 için gerçekleştirilen deneysel çalışmalardan 9 numaralı testin benzetimi gerçekleştirilmiştir. Bu test  $3.19^\circ$  hücum açısında gerçekleştirilmiş olmasına rağmen 2-boyuta indirgenmiş hücum açısı  $2.8^\circ$  olarak alınmıştır. Bu teste ilişkin akış parametreleri Tablo 3'te verilmiştir:

Tablo 3: RAE 2822 için Akış Parametreleri

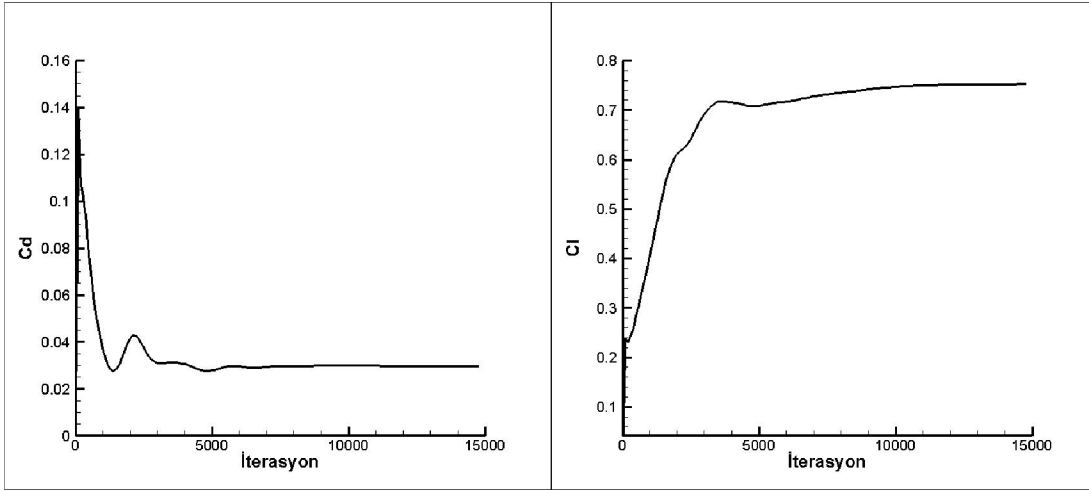
$M_\infty$	0.73
$\alpha$	$2.8^\circ$
$Re$	$6.5 \times 10^6$

Standart duvar fonksiyonu kullanılarak gerçekleştirilen çözümde elde edilen yakınsama değerleri Şekil 5'te gösterilmiştir. Çözüm artıklarında 5 seviyelik bir düşüşün yakınsama için yeterli olacağı değerlendirilmiştir. Ayrıca, kanat üzerindeki kaldırma ve sürüklenme katsayılarının da yeterince yakınsadığı Şekil 6'da görülmektedir.



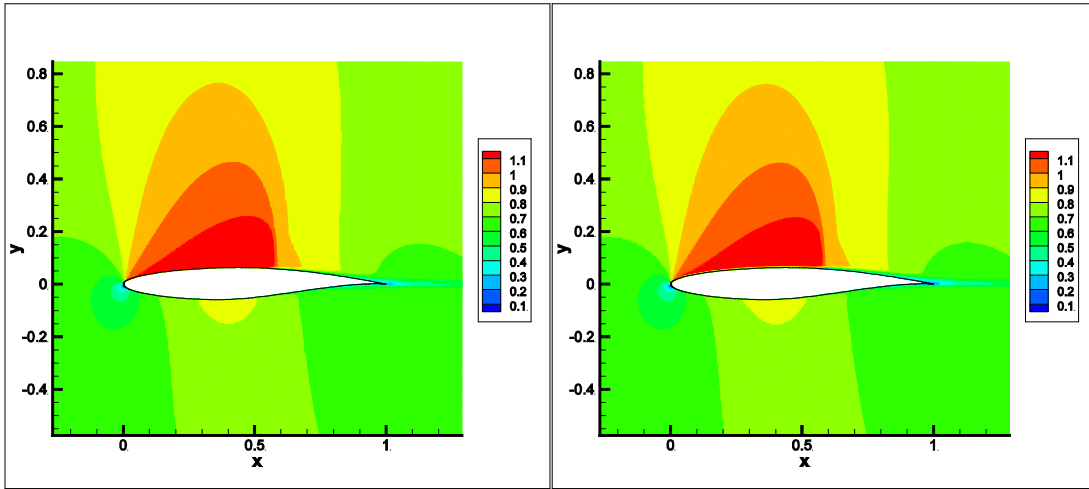
Şekil 5: Akış Değişkenleri Yakınsama Tarihi



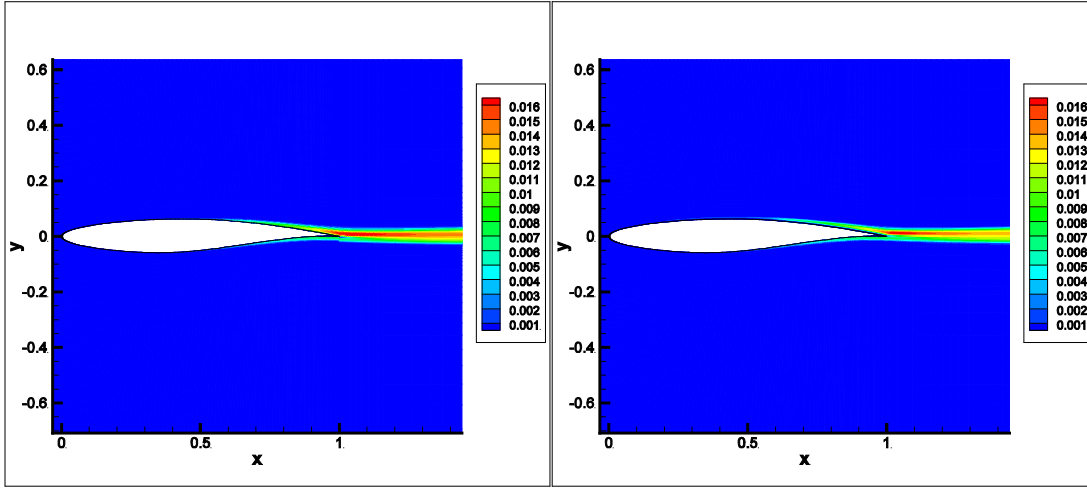


Şekil 6: Sürüklenme ve Kaldırma Katsayıları Yakınsama Tarihçesi

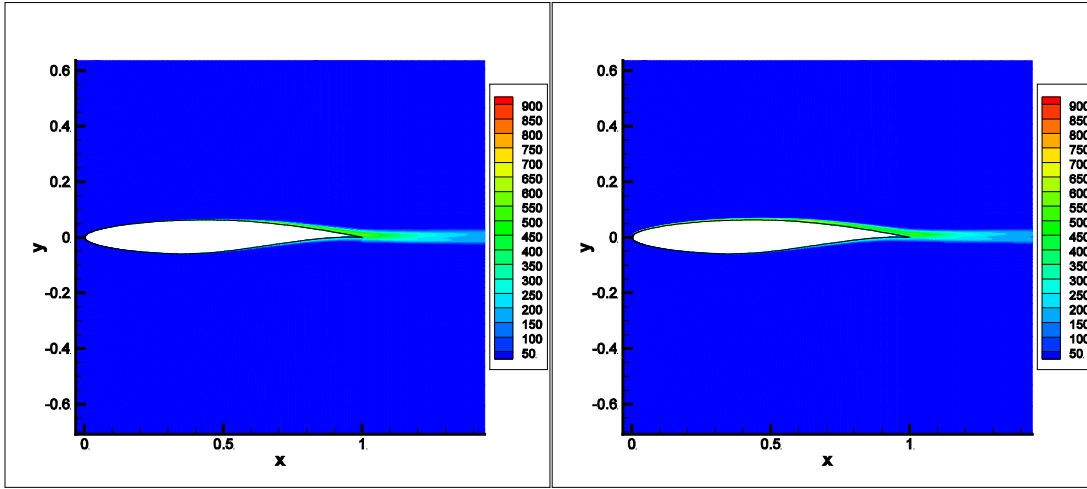
Gerçekleştirilen çözüm sonucunda RAE 2822 kanat profili etrafındaki Mach sayısı dağılımı, türbülanslı viskozite dağılımı ve türbülans kinetik enerjisi dağılımı Fluent yazılımı ile elde edilen dağılımlar ile karşılaştırmalı olarak sırasıyla Şekil 7, Şekil 8 ve Şekil 9'da verilmiştir. Söz konusu şekillerde her iki çözümün de birbiri ile uyum içinde olduğu görülmektedir. Kanadın iz bölgesindeki türbülans yoğunluğu da gerek türbülans kinetik enerjisi dağılımından gerekse türbülanslı viskozite dağılımından anlaşılabilir.



Şekil 7: RAE 2822 Etrafındaki Mach Sayısı Dağılımı (soldaki HYP2D, sağdaki Fluent)

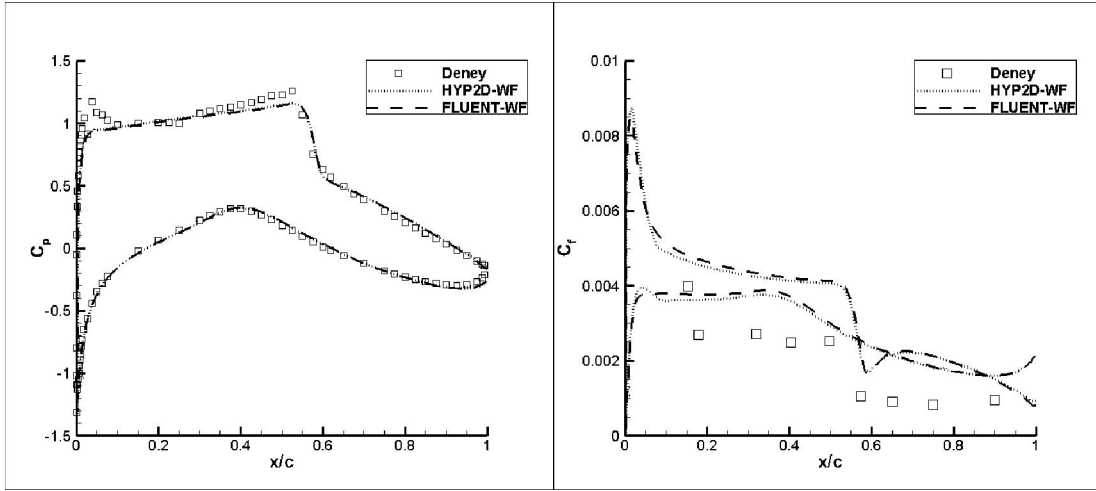


Şekil 8: RAE 2822 Etrafındaki Türbülanslı Viskozite Dağılımı (soldaki HYP2D, sağdaki Fluent, birimi  $\text{kg/m s}$ )

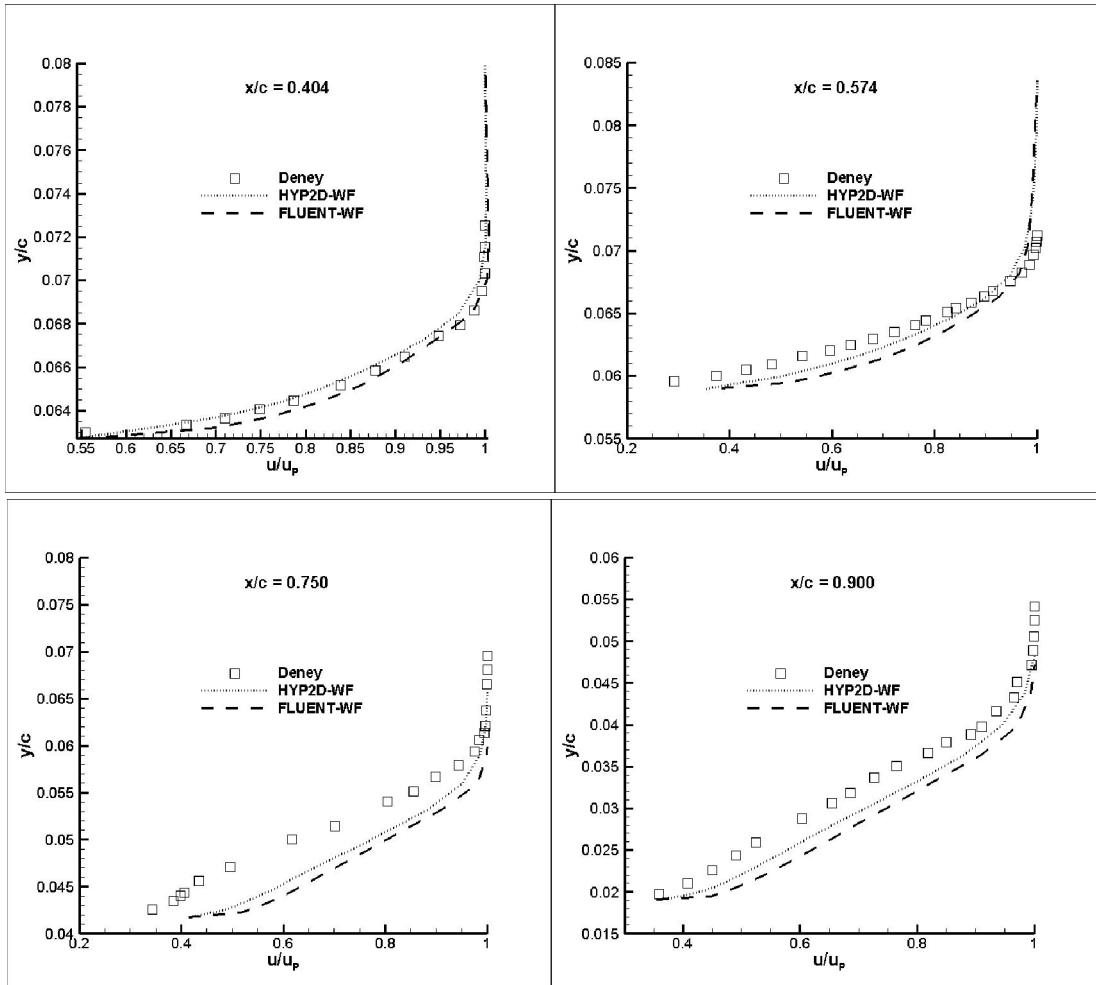


Şekil 9: RAE 2822 Etrafındaki Türbülans Kinetik Enerjisi Dağılımı (soldaki HYP2D, sağdaki Fluent, birimi  $\text{m}^2/\text{s}^2$ )

Çalışma sonunda elde edilen kanat üzerindeki basınç katsayısı ( $C_p$ ) ve yüzey sürtünme katsayısı ( $C_f$ ) dağılımları Fluent yazılımı ve deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır. İlgili karşılaştırma Şekil 10'da verilmiştir. Basınç katsayısı karşılaştırıldığında kanadın üst yüzeyinde yaklaşık  $x/c=0.6$  konumunda oluşan şokun yerinin hem HYP2D hem de Fluent tarafından doğru tahmin edildiği görülmektedir. Ancak, türbülanslı bir akış çözücüsü için daha kritik parametre duvar üzerindeki yüzey sürtünme katsayısı, yani duvar sürtünme kuvvetidir. Duvar fonksiyonlarında duvar sürtünme kuvveti duvar kanunu yardımı ile hesaplanarak momentum denkleminde sınır koşulu olarak tanımlanmaktadır. Duvar sürtünme kuvveti için taşınım denklemleri kullanılarak fiziksel bir çözüm yapılmadığı için duvar fonksiyonlarında duvar sürtünme katsayısında deneysel veriden farklılık görülmesi doğal olarak beklenmelidir. Şekil 10'da verilen, kanat üzerindeki  $C_f$  dağılımı deneysel veri ile aynı profilde olup birbirine yakın değerlere sahiptir. Hem  $C_p$  hem  $C_f$  dağılımında Fluent ile oldukça yakın sonuçlar elde edildiği de söz konusu grafiklerde görülmektedir.



Şekil 10: RAE 2822 Kanat Profili Üzerindeki Basınç Katsayısı ve Yüzey Sürtünme Katsayısı Dağılımları



Şekil 11: RAE 2822 Üst Yüzeyindeki Hız Dağılımları

Son olarak, RAE 2822 kanat profilinin üst yüzeyinde oluşan sınır tabaka içindeki hız dağılımları deney verileri ve Fluent yazılımından elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılarak Şekil 11'de sunulmuştur. Kanat veteri boyunca farklı noktalardan alınan sonuçların özellikle şok oluşumundan

önceki kısımda ( $x/c < 0.6$ ) deney ile uyumlu olduğu gözlenirken, şoktan sonra sınır tabakadaki hız profillerindeki uyumluluğun azaldığını söylemek mümkündür. Fluent yazılımı ile karşılaştırıldığında hız profillerinin bu yazılıma göre daha başarılı tahmin edildiği de ilgili grafiklerden görülmektedir.

### SONUÇ

Bu çalışmada duvar fonksiyonlu  $k-\epsilon$  türbülans modeli 2 boyutlu, paralel bir Navier-Stokes çözücüsüne başarıyla eklenmiştir. Elde edilen denek taşı çözümleri deneysel ve analitik veriler ve aynı türbülans modeline sahip Fluent yazılımı ile doğrulanmıştır. Ayrıca düz plaka üzerinde oluşan sınır tabakadaki hız profiline duvar kanunu ile uyumlu olduğu görülmüştür. RAE 2822 kanat profili için yapılan çalışmada kanat üzerindeki basınç katsayısı dağılımı ve kanat üzerinde oluşan şokun konumu doğru tahmin edilmiştir. Kanat üzerindeki yüzey sürtünme katsayısı ve sınır tabakadaki hız dağılımı şok öncesinde deney verilerine uygun iken şoktan sonraki bölgelerde bu profillerde küçük farklılıklar gözlenmiştir. Sonuç olarak standart duvar fonksiyonlarının duvar etrafındaki akışın modellenmesi için ucuz ve kolay bir yöntem olduğu görülmektedir. Özellikle hızlı sonuç almaya yönelik ve endüstriyel uygulamalarda bu yöntemlerin değerlendirilmesi maliyet ve performans açısından makul bir sonuca ulaştırabilecektir.

Yapılan çalışma sonucunda elde edilen sonuçlar ışığında viskoz katmandaki akışın daha doğru tahmin edilebilmesi için duvar fonksiyonlarında iyileştirmeler yapılması, viskoz ve ara katmanda gerçekleşen türbülans üretimi ve yitiminin modellenmesi için çalışmalar yürütülmesi gerektiği değerlendirilmektedir.

### Kaynaklar

- Amano, R., 1984. Development of a Turbulence Near-Wall Model and Its Application to Separated and Reattached Flows, Numer. Heat Transfer, 7, s. 59–76
- Bradshaw, P., Ferriss, D. H. ve Atwell, N. P., 1967. Calculation of Boundary-Layer Development Using the Turbulent Energy Equation, J. Fluid Mech., 28, s. 593-616
- Bredberg, J., 2000. On the Wall Boundary Condition for Turbulence Models, Internal Report 00/4, Department of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology.
- Chieng, C.C. ve Launder, B.E., 1980. On the Calculation of Turbulent Heat Transport Downstream From an Abrupt Pipe Expansion, Numer. Heat Transfer 3, s. 189–207
- Cook, P. H, McDonald, M. A. ve Firmin, M. C. P., 1979. Aerofoil RAE 2822 – Pressure Distributions and Boundary Layer and Wake Measurements
- Craft, T.J., Gant, S. E., Gerasimov, A. V., Iacovides, H ve Launder, B: E., 2006, Development and Application of Wall-Function Treatments for Turbulent Forced and Mixed Convection Flows, Fluid Dynamics Research, 38, s. 127 – 144
- Craft, T.J., Gerasimov, A. V., Iacovides, H ve Launder, B: E., 2002. Progress in Generalization of Wall-Function Treatments, Int. Journal of Fluid Flow, 23, s. 148-160
- Launder, B.E. ve Spalding, B., 1974. The Numerical Computation of Turbulent Flows, Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering, 3, s. 269-289
- Roe, P. L., 1986. Characteristic Based Schemes for the Euler Equations, Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 18, s. 337-365
- Spalding, B., 1967. Heat Transfer from Turbulent Separated Flows, J. Fluid Mech., 27, s. 97
- Tennekes, H. ve Lumley, J. L., 1972. A First Course in Turbulence, the MIT Press.
- Wilcox, D. C., 1994. Turbulence Modeling for CFD, DCW Industries Inc.