V. ULUSAL HAVACILIK VE UZAY KONFERANSI **UHUK-2014-144**
8-10 Eylül 2014, Erciyes Üniversitesi, Kayseri

İNCE CİDARLI KOMPOZİT BİR TÜRBİN PALASININ DİNAMİK ÇÖZÜMLEMESİ

Serhat YILMAZ*, Seher EKEN†
ve Metin O. KAYA‡
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada, bir anizotropik kompozit ince cidarlı kiriş olarak modellenmiş bir palanın titreşim çözümlemeleri yapılmaktadır. Kirişin analitik formülasyonu, çırpma yönünde eğilme, burulma ve çırpma yönünde enine kesme şekil değiştirmeleri için türetilmiştir Hem gerinim hem de kinetik enerji ifadelerinin çıkarımları yapılır ve hareket denklemleri, Hamilton ilkesi uygulanarak elde edilir. Hareket denklemleri, Çepeçevre Düzgün Katılık (Circumferentially Uniform Stiffness-CUS) olarak da adlandırılan ters bakışımlı (antisimetrik) yatırma biçimlenimi için Genişletilmiş Galerkin Yöntemi (Extended Galerkin Method-EGM) uygulanarak çözülür. Sonuç olarak, doğal frekanslar, literatürdeki sonuçlar ile karşılaştırmalar yapılarak doğrulanır ve sonuçlar arasında iyi bir uyum olduğu görülmektedir. Çırpma-burulma bağlaşımının, enine kesmenin, elyaf yönelimlerinin ve dönme hızının, dönen ince cidarlı kompozit kirişlerin doğal frekansları ve mod şekilleri üzerindeki etkileri ayrıca incelenmiştir.

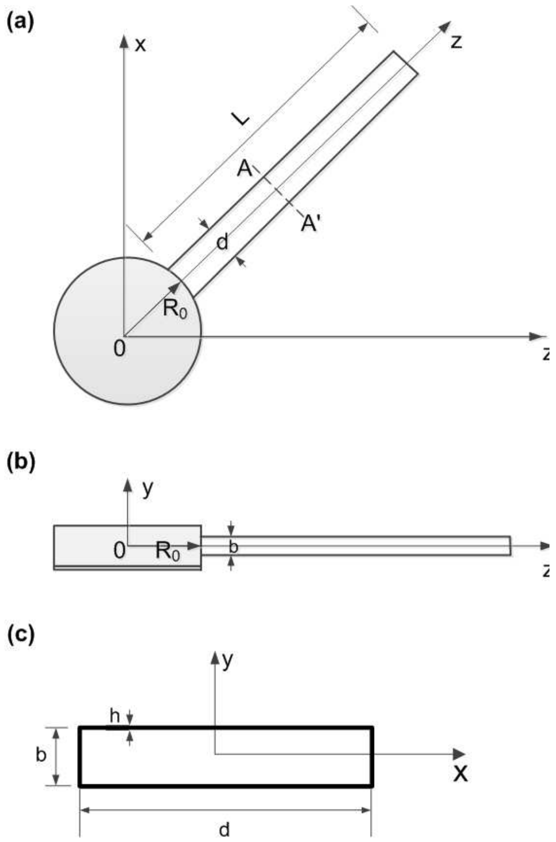
GİRİŞ

Yüksek yapısal verimlilikleri ve çeşitli potansiyel avantajları nedeniyle, anizotropik kompozit malzemelerden yapılan ince cidarlı yapılar, yaygın olarak, yeni gelişmiş havacılık ve uzay araçları, robot kolları, helikopter/türbin döneç palaları ve yüksek irtifa uzun süre havada kalan (High Altitude Long Endurance-HALE) uçaklar ve insansız hava araçları (İHA) tasarımında kullanılır olması muhtemeldir. Kompozit malzemelerin yönlülük özelliği, bu tür yapılarda geniş bir yelpazede elastik bağlaşımlar sağlayabilir [Vo ve Lee, 2008a,b; Sina, Ashrafi, Haddadpour ve Shadmehri, 2011; Haddadpour ve Zamani, 2012]. Çırpınma ve ıraksama gibi yüksek seviyede zarara yol açan aeroelastik kararsızlıkların ortaya çıkmasını önlemek amacıyla, bu bağlaşım etkilerinin dikkatli bir şekilde ele alınması gerektiği iyi bilinmektedir.

$z = 0$'da sabit mesnetli ve $z = L$'de serbest uçlu olan L uzunluğundaki bir dönen ince cidarlı kompozit kiriş incelenmiştir. Kirişin karakteristik kesitsel boyutu ve en büyük cidar kalınlığı,

*Arş. Gör. Serhat YILMAZ, Uçak Müh. Böl., E-posta: yilmazser2@itu.edu.tr
†Dr. Seher EKEN, Uçak Müh. Böl., E-posta: durmazseh@itu.edu.tr
‡Prof. Dr. Metin O. KAYA, Uçak Müh. Böl., E-posta: kayam@itu.edu.tr

sırasıyla, d ve h ile temsil edilmektedir. Ayrıca, dönme hızı Ω ile ve göbek yarıçapı R_0 ile belirtilmiştir. Kirişin kartezyen koordinat sistemi ile ilişkili kinematik değişkenleri, u, v, w and ϕ ile temsil edilen yer değiştirmeler ve kesitsel dönme ile gösterilmiştir. Burada, çevresel koordinat olarak adlandırılan orta yüzeye s teğet ve n ise diktir. Kapalı kontur $x = x(s)$ ve $y = y(s)$ koordinatları ile tanımlanır. Çift dışbükey kesite sahip pala geometrisinin önden ve yandan görünüşü Şekil **??**a-c'de gösterilmiştir.



Şekil 1. (a) Önden görünüş, (b) Yandan görünüş, (c) AA' kesidi

Göbeğin merkezinden ölçülen konum vektörü R, aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$R = R_0 + R_v + \Delta \tag{1}$$

Burada, $R_0 = R_0\mathbf{k}$, $R_v = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ve $\Delta = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$'dir. Buna göre hız ve ivme vektörleri tanımlanabilir.

Yer Değiştirme Alanı

Bu bölümde, çırpma yönünde eğilme, çırpma yönünde enine kayma ve burulma sehimlerine maruz kalan bir kompozit ince cidarlı kirişin yer değiştirme alanı türetilmiştir. Burada, kartezyen koordinat sistemi (x,y,z) ile temsil edilirken, eğrisel sistemin koordinatları ise (n,s,z_s) ile gösterilir. Orta konturda bulunan $S(x,y)$ noktasının düzlem-içi dönüşümleri u ve v ile tanımlanır.

$$u(x,y,z,t) = u_0(z,t) - y\phi(z,t) \tag{2}$$

$$v(x,y,z,t) = v_0(z,t) + x\phi(z,t) \tag{3}$$

$$\begin{aligned} w(s,z,t) = \quad & w_0(z,t) + \left[y(s) - n\tfrac{\mathrm{dy}}{\mathrm{ds}}\right]\theta_x(z,t) + \left[x(s) + n\tfrac{\mathrm{dx}}{\mathrm{ds}}\right]\theta_y(z,t) \\ & - \left[F_w(s) - nr_t(s)\right]\phi'(z,t) \end{aligned} \tag{4}$$

Burada; t, zaman; u_0 and v_0, $(x_P = y_P = 0)$ merkezinde bulunan kutup noktası P'nin yer değiştirmeleri ve $\phi(z,t)$, kesidin dönmesidir. Eğrisel koordinat sistemi ile ilişkili olan teğetsel ve dik yer değiştirme bileşenleri sırasıyla, u_t ve u_n'dir. Hem birincil ve hem de ikincil çarpılma için geçerli olan eksenel yer değiştirme aşağıda verilmiştir.

Gerinim Alanı

İkinci varsayım, kesitlerin kendi düzlemleri içerisinde şekil değiştirmediğini belirtir (kesit şekil değişemezliği) [Gjelsvik, 1981; Librescu ve Ohseo, 2006]. Bunun bir sonucu olarak, gerinim bileşenleri ε_{xx}, ε_{yy} ve γ_{xy} sıfır olur . Ayrıca ,sıfır olmayan gerinim bileşenleri ε_{zz}, γ_{xz} ve γ_{yz}; 2, 3 ve 4 denklemleri kullanılarak yeniden ifade edilir.

$$\varepsilon_{zz}(s,z,n,t) = \varepsilon_{zz}^{(0)}(s,z,n,t) + n\varepsilon_{zz}^{(1)}(s,z,t) \tag{5}$$

Benzer şekilde, orta hat konturlarının dışındaki kayma gerinim bileşenleri, yer değiştirme nicelikleri cinsinden tarif edilmiştir:

$$\Gamma_{sz}(s,z,n,t) = \gamma_{sz}^{(0)}(s,z,n,t) + \gamma_{sz}^{(t)}(s,z,n,t) + n\gamma_{sz}^{(1)}(s,z,t) \tag{6}$$

$$\Gamma_{nz}(s,z,n,t) = \gamma_{nz}^{(0)}(s,z,n,t) \tag{7}$$

Enerji İfadeleri

Kirişteki enerjisi ifadelerini türetmeden önce, başlangıç olarak Hamilton ilkesi üzerinde durulacaktır. Bunu yapabilmek için , U potansiyel enerjisine , K kinetik enerjisine ve dış yükler ve bünye kuvvetleri tarafından yapılan W_e işine sahip kirişi ele alalım. $\Delta_i = \Delta_i(x,y,z,t)$ olarak gösterilen yer değiştirmeler $\Delta_i = \bar{\Delta}_i$ sınır koşullarını sağlar ve yer değiştirmelerdeki değişimler ayrıca $\delta\Delta_i = 0$ koşulunu iki rastgele zaman olan t_0 and t_1'de karşılar. Hamilton ilkesi ile aşağıdaki varyasyonelin, t_0'dan t_1 zamanına kadarki mevcut hareket yolu için sabit olduğu görülmektedir ve şöyle verilir:

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} \delta(U - K - W_e)\,\mathrm{d}t = 0 \tag{8}$$

Sunulan çalışma yalnızca serbest titreşim problemini kapsadığından,kiriş üzerine etkiyen hiçbir $\delta W_e = 0$ dış yükü yoktur.

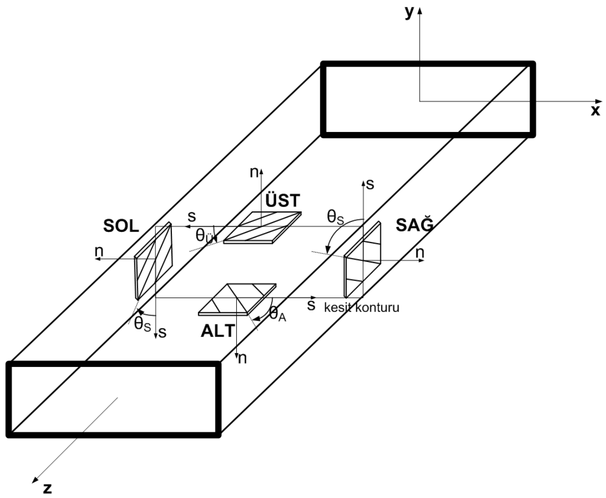
YAPISAL BAĞLAŞIM BİÇİMLENİMİ

Seçilen malzeme grafit-epoksidir ve Şekil 2'de görüldüğü gibi ters bakışımlı katman biçimlenimi kullanılmıştır. Ters bakışımlı katman biçimlenimi kullanılarak iki ayrı elastik bağlaşım modu ortaya çıkmaktadır. Bunlardan birinci eksenel uzama-burulma bağlaşım hareketini, ikincisi de yatay-dikey eğilme bağlaşım hareketini modellemektedir. Bu çalışma bir palanın dinamik çözümlemesi olduğu için fiziksel olarak incelenmesi gereken ikinci bağlaşım hareketidir. Birinci bağlaşım hareketi çalışmaya dahil edilmemiştir.

TEMEL DENKLEMLER DÜZENİ

Çırpma yönünde eğilme (v_0)-burulma(ϕ)- çırpma yönünde enine kayma (θ_x) CAS biçimlenimine sahip, dönen ince duvarlı kompozit bir kiriş için temel hareket denklemleri şu şekilde verilmiştir[Sina, Ashrafi, Haddadpour ve Shadmehri, 2011]:

$$\delta u_0 : \qquad a_{34}\theta_x'' + a_{44}\left(u_0'' + \theta_y'\right) = b_1\ddot{u}_0 \tag{9}$$



Şekil 2: Ters bakışımlı kompozit biçimleniminde katmanlar

$$\delta v_0: \quad a_{25}\theta_y'' + a_{55}\left(v_0'' + \theta_x'\right) = b_1 \ddot{v}_0 \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \delta\theta_x: \quad & a_{33}\theta_x'' + a_{34}\left(u_0'' + \theta_y'\right) - a_{25}\theta_y' - a_{55}\left(v_0' + \theta_x\right) \\ & = \left(b_4 + b_{14}\right)\ddot{\theta}_x \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned} \delta\theta_y: \quad & a_{22}\theta_y'' + a_{25}\left(v_0'' + \theta_x'\right) - a_{34}\theta_x' - a_{44}\left(u_0' + \theta_y\right) \\ & = \left(b_5 + b_{15}\right)\ddot{\theta}_y \end{aligned} \tag{12}$$

Kökteki sınır koşulları, $z = 0$'da,

$$u_0 = 0 \qquad v_0 = 0 \qquad \theta_x = 0 \qquad \theta_y = 0 \tag{13}$$

Uçtaki sınır koşulları, $z = L$'de

$$\delta u_0: a_{34}\theta_x' + a_{44}\left(u_0' + \theta_y\right) \tag{14}$$

$$\delta u_0: a_{25}\theta_y' + a_{55}\left(v_0' + \theta_x\right) \tag{15}$$

$$\delta\theta_x: \quad a_{33}\theta_x' + a_{34}\left(u_0' + \theta_y\right) = 0 \tag{16}$$

$$\delta\theta_x: \quad a_{22}\theta_y' + a_{25}\left(v_0' + \theta_x\right) = 0 \tag{17}$$

Eksenel kuvveti hesaba katmayarak şu elde edilebilir: $T_z(z,t) = b_1\Omega^2 R(z)$ and $R(z) = R_0(L - z) + \frac{1}{2}\left(L^2 - z^2\right)$.

ÇÖZÜM

Bu çalışmada incelenen dönen ince cidarlı kompozit kiriş modeli için, temel denklemler çeşitli elastik bağlaşımlar içerir ve ilgili sınır koşulları oldukça karmaşıktır. Sonuç olarak kesin bir çözüm elde etmek kolay değildir. Bu nedenle, kiriş modelinin dinamik özelliklerinin elde edilmesi için EGM kullanılacaktır. Bu yöntem sadece geometrik sınır koşullarını sağlaması gereken ağırlık fonksiyonlarını seçmeyi önerir [Meitrovich, 1997]. Özdeğer problemini ayrıklaştırılabilmek için Genişletilmiş Galerkin Yöntemi kullanılarak v_0, ϕ ve θ_x yer değiştirmeleri aşağıdaki biçimdeki gibi kabul edilir: Önceki bölümde verilen hareket denklemleri çeşitli bağlaşım modlarını içermektedir, ayrıca sınır koşulları oldukça karmaşıktır. Analitik bir çözüm yapmak mümkün olmamakla birlikte, Galerkin Yöntemi kullanılarak ayrıklaştırma yapılmıştır. Bu metot şekil fonksiyonlarının sadece geometrik sınır şartlarını sağalayacak şekilde seçilmesini önerir. Bu yöntemi kullanarak aşağıdaki şekilde bir ayrıklaştırma yapılır:

$$u_0(z,t), v_0(z,t), \theta_x(z,t), \theta_y(z,t) \quad = \quad \left(N_u^T(z), N_v^T(z), N_x^T(z), N_y^T(z)\right)\left(q_u(t), q_v(t), q_x(t), q_y(t)\right) \quad (18)$$

Burada, N_u, N_v, N_x ve N_y $N \times 1$ boyutunda şekil fonksiyonlarıdır ve q_u, q_v, q_x and q_y ise genelleştirilmiş koordinatlardır. Sonuçlar şekil fonksiyonlarının çokterimli olarak önerilmesi ile elde edilir. Ayrıklaştırılmış hareket denklemleri aşağıdaki formda elde edilir.

$$\mathbf{M}\ddot{q}(t) + \hat{\mathbf{K}}q(t) = 0 \quad (19)$$

Serbest titreşim çözümlemesini yapabilmek için , $q = X\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$ kabul edilir ve özdeğer problemi aşağıdaki gibi tanımlanır:

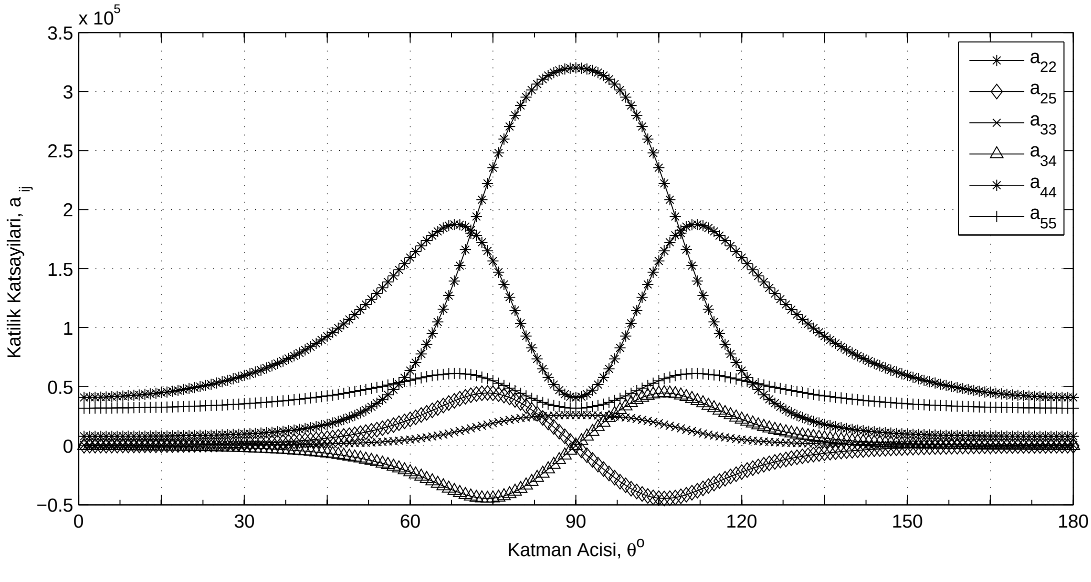
$$(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K})X = 0 \quad (20)$$

Burada $\lambda = \omega^2$'dir. Burada, Sistemin doğal frekansları ω ile gösterilirken, özvektörler ve özdeğerler sırasıyla, X and λ ile temsil edilmektedir.

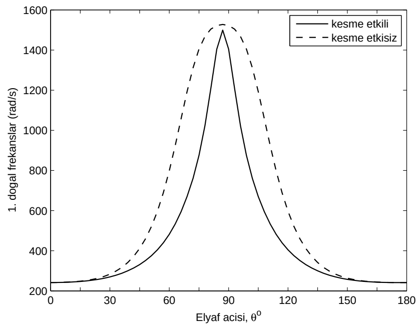
SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, dönen ince duvarlı kompozit kirişlerin dinamik çözümleme sonuçları sunulmuştur. İlk olarak, dinamik çözümlemeler dönmeyen ince cidarlı kompozit kiriş (Ω=0) için yapılmıştır. Doğal frekansların doğrulaması, [Librescu ve Ohseo, 2006] kaynağındaki kiriş için yapılmıştır. Göbek yarıçapının sıfır ($R_0 = 0$) olduğuna dikkat edilmelidir.

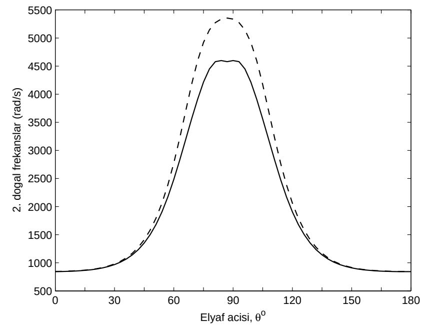
Katılık niceliklerinin değişimi, katman açısı yönelimine göre çizilmiş ve Şekil 3'te verilmiştir. Daha sonra sıfır dönme hızı için Şekil 4, katman açısının bir fonksiyonu olarak, birinci, ikinci ve üçüncü özfrekanslarını gösterir. Burada daireli ve dairesiz sürekli çizgiler sırasıyla, kesme etkisiz (US) ve kesme etkili kiriş kuramlarını gösterir.



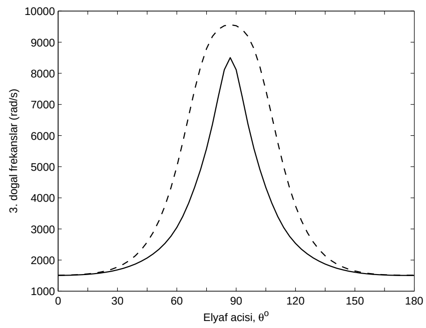
Şekil 3: Katılık katsayılarının elyaf açılarına göre değişimi



(a)



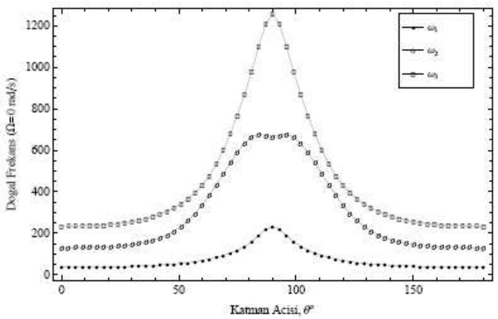
(b)



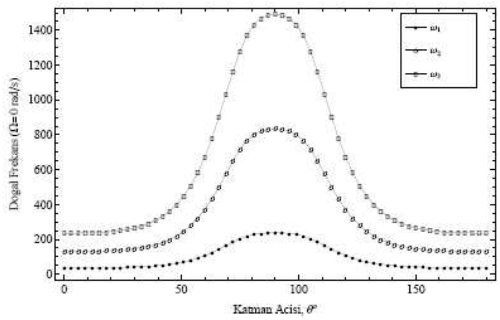
(c)

Şekil 4: 1., 2. ve 3. doğal frekansların elyaf açıları ile değişimi, $\Omega = 0$.

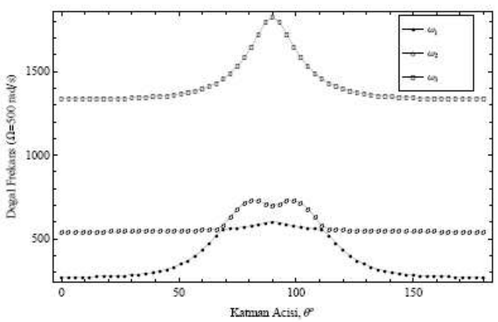
Ayrıca, Şekil 5a-d sıfır olmayan dönme hızları için katman açılarına göre ilk üç doğal frekansın değişimini gösterir. Her iki şekilde de görüldüğü gibi, enine kesme etkisini hesaba katmadan yapılan çözümlemeler, doğal frekansları olduklarından düşük olarak sunarlar ve bu düşük tahmin yüksek dönme hızları için daha belirgin bir hale gelir.



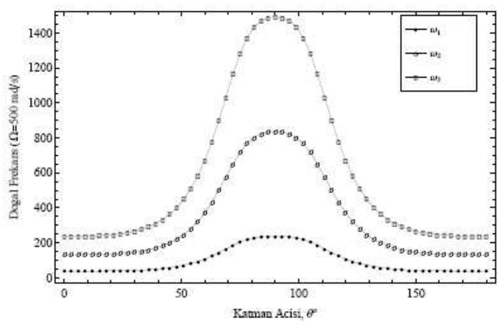
(a) Ω=0 rpm



(b) Ω=0 rpm



(c) Ω=500 rpm



(d) Ω=500 rpm

Şekil 5: Farklı dönme hızları için doğal frekansların değişimi.

Kaynaklar

Gjelsvik, A., 1981. *The theory of thin walled bars*, Wiley

Haddadpour, H. ve Zamani Z., 2012. *Curvilinear fiber optimization tools for aeroelastic design of composite wings*, Journal of Fluids and Structures, Vol 33, p.180-190

Librescu, L. ve Ohseop, S., 2006. *Thin-walled composite beams: Theory and Application*, The Netherlands: Springer

Meitrovich, L., 1997. *Principles and Techniques of Vibrations*, Prentice-Hall

Sina, S. A., Ashrafi, M. J., Haddadpour, H. ve Shadmehri, F., 2011. *A Strip Method for Prediction of Damping in Subsonic Wind Tunnel and Flight Flutter Tests*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G, Journal of Aerospace Engineering, Vol 225, p.387-402

Vo, Thuc Phuong ve Lee, Jaehong, 2008. *Flexural-torsional behavior of thin-walled composite box beams using shear-deformable beam theory*, Engineering Structures, Vol 30, p.1958-1968

Vo, Thuc Phuong ve Lee, Jaehong, 2008. *Free vibration of thin-walled composite box beams*, Composite Structures, Vol 84, p.11-20