

EĞİLME-BURULMA BAĞLAŞIMINDA KOMPOZİT UÇAK KANATLARIN HARİCİ YÜK ALTINDA DİNAMİK ANALİZLERİ

Alev Kaçar Aksongur* Seher Eken† ve Metin O. Kaya‡
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada, malzeme anisotropisi ve çarpılma gibi birçok klasik olmayan etkileri içeren tek hücreli, bikonveks kesite sahip ince cidarlı bir kiriş modeli kurulmuş ve uygulanmıştır. Simetrik çevresel katılık konfigürasyonu kullanılarak kanadın uzunluk boyunca farklı istasyonlarına yerleştiren tekil kütleler ile analizler yapılmıştır. Buna göre kütlelerin yerine göre doğal frekanslardaki değişim incelenerek yorumlanmıştır. Ayrıca, elyaf açıları ve kesme etkilerinin doğal frekanslar üzerindeki etkileri incelenerek, sayısal olarak literatürdeki diğer sonuçlar elde edilmiştir. Sayısal veriler, literatürde yer alan diğer çalışmaların sonuçları ile kıyaslanmış, birbiri ile tutarlı oldukları görülmüştür.

GİRİŞ

Kompozit malzemeler, uygun maliyetli üretim teknolojileri sebebiyle, özellikle izotropik malzemelerden yapılmış yapılara nazaran daha yüksek mertebede statik veya yüksek genlikli dinamik yüklemelere maruz kalan yapıların konstrüksiyonunda yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Uçak kanatları, helikopter palleri, köprüler ve benzeri diğer inşaat yapıları bu tür kompozit yapılarına örnek olurken, bu yapılar daha basit hareket denklemlerine sahip ince-kalın cidarlı kirişler olarak idealize edilebilirler [Wang, 2012; Zhang, 2014].

Yapısal Model

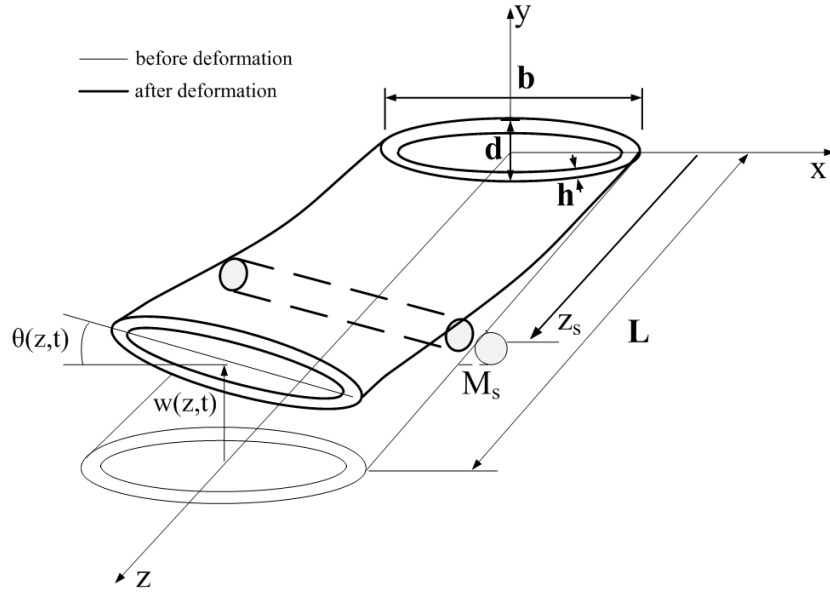
Kullanılan kanat modeli ince cidarlı bikonveks keside sahip bir kiriştir. $z = 0$ 'da sabit, $z = L$ 'de serbest, L uzunluğuna sahip kirişin üzerinde z_s istasyonunda M_s kütlesi vardır ve Şekil 1'de verilmiştir. Ayrıca, kesit genişliği b , derinliği d ve cidar kalınlığı h 'dir.

Deplasman Alanı: Bu bölümde, yatay eğilme, dikey eğilme bağlaşımında bir kirişin deplasman alanı verilmiştir. Şekil 1'de gösterilen Kartezyen koordinat sistemine ek olarak, orta yüzeyde tanımlanan (n, s, z_s) ile gösterilen eğrisel bir koordinat sistemine ihtiyaç vardır. Buna göre düzlem-içi u ve v

*Alev Kaçar Aksongur, Uçak Müh. Böl., E-posta: kacaral@itu.edu.tr

†Dr. Seher Eken, Uçak Müh. Böl., E-posta: durmazseh@itu.edu.tr

‡Prof. Dr. Metin O. Kaya, Uçak Müh. Böl., E-posta: kayam@itu.edu.tr



Şekil 1: Kiriş geometrisi

deplasmanları aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$u(x,y,z,t) = u_0(z,t) - y\phi(z,t) \quad (1)$$

$$v(x,y,z,t) = v_0(z,t) + x\phi(z,t) \quad (2)$$

Burada, t zaman, u_0 ve v_0 ise $(x_p = 0, y_p = 0)$ noktasında seçilen kutup noktası P 'nin yer değiştirmeleridir. $\phi(z,t)$ ise kesitin dönmesidir. Birincil çarpılma etkilerine göz önüne alarak uzama yer değiştirmesi w ise aşağıdaki şekilde yazılır.

$$w(s,z,t) = w_0(z,t) + \left[y(s) - n \frac{dy}{ds} \right] \theta_x(z,t) + \left[x(s) + n \frac{dx}{ds} \right] \theta_y(z,t) - F_w(s) \phi'(z,t) \quad (3)$$

Burada, birincil çarpılma fonksiyonu $F_w = \int_C [r_n(s) - \psi(s)] ds'$ dir. Çarpılma ifadesinde yer alan kutup noktasının orta yüzeye olan dik uzaklığı, r_n aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$r_n(x,s) = x \frac{dx}{ds} - y \frac{dy}{ds} \quad (4)$$

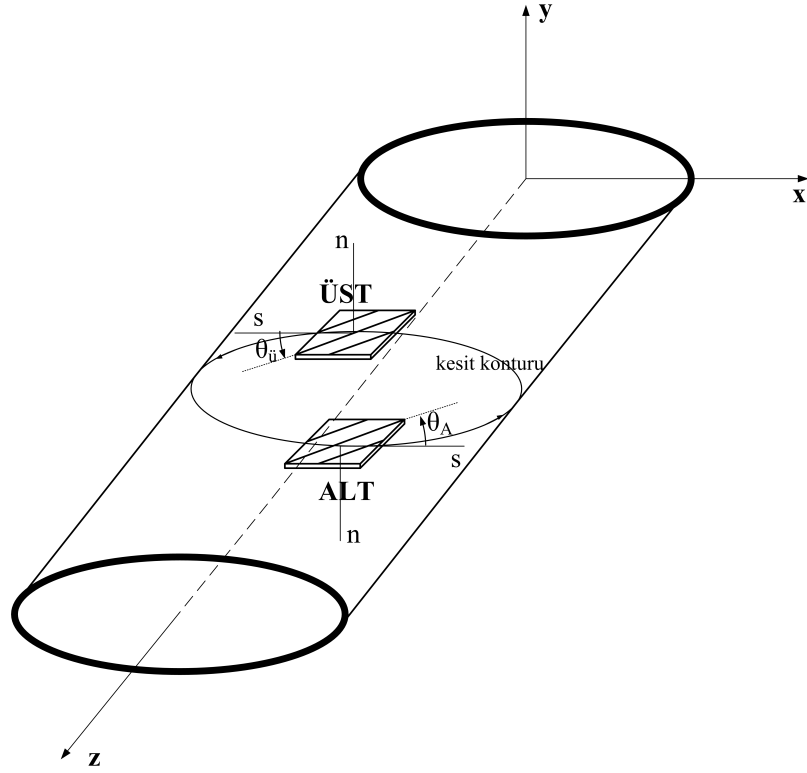
KOMPOZİT KONFIGÜRASYONU

Ana yapı için seçilen malzeme grafit-epoksidir ve simetrik katman konfigürasyonu kullanılmıştır. Simetrik katman konfigürasyonu kullanılarak iki ayrı elastik bağlaşım modu ortaya çıkmaktadır. Bunlardan birinci eğilme-burulma bağlaşım hareketini, ikincisi de dikey eğilme-eksenel uzama bağlaşım hareketini modellemektedir. Bu çalışma birinci bağlaşım hareketini incelemektedir.

HAREKET DENKLEMLERİ

Hamilton prensibi kullanılarak yatay eğilme-burulma bağlaşımında ince cidarlı kompozit kirişin hareket denklemleri aşağıda verilmiştir. Burada kayma etkileri de göz önüne alınmıştır.

$$a_{55} (v_0'' + \theta_x') - a_{56} \phi''' + (M_s \ddot{v}_0 + M_s y_s \ddot{\phi} - M_s z_s^2 \ddot{v}_0') \delta_D(z - z_s) = b_1 \ddot{v}_0 \quad (5)$$



Şekil 2: Simetrik kompozit konfigürasyonunda katmanlar

$$a_{56}(v_0''' + \theta_x'') - a_{66}\phi'''' + a_{37}\theta_x'' + a_{77}\phi'' + (M_s y_s \ddot{v}_0 + (I_{M_s} + M_s(y_s^2 + z_s^2))\ddot{\phi}) \delta_D(z - z_s) = (b_4 + b_5)\ddot{\phi} - (b_{10} + b_{18})\phi'' \quad (6)$$

$$a_{33}\theta_x'' + a_{37}\phi'' - a_{55}(v_0' + \theta_x) + a_{56}\phi'' = (b_4 + b_{14})\ddot{\theta}_x \quad (7)$$

with the boundary conditions at $z = 0$:

$$v_0 = \phi = \theta_x = \phi' = 0 \quad (8)$$

at $z = L$

$$a_{55}(v_0' + \theta_x) - a_{56}\phi'' = 0 \quad (9)$$

$$a_{56}(v_0'' + \theta_x') - a_{66}\phi'''' + a_{37}\theta_x' + a_{77}\phi' = -(b_{10} + b_{18})\phi' \quad (10)$$

$$a_{33}\theta_x' + a_{37}\phi' = 0 \quad (11)$$

$$a_{56}(v_0' + \theta_x) - a_{66}\phi'' = 0 \quad (12)$$

Burada, a_{ij} 'ler ve b_i 'ler katılık matrisi ile indirgenmiş kütle terimleridir.

ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Önceki bölümde verilen hareket denklemleri çeşitli bağlaşım modlarını içermektedir, ayrıca sınır koşulları oldukça karmaşıktır. Analitik bir çözüm yapmak mümkün olmamakla birlikte, Galerkin yöntemi kullanılarak ayrıklaştırma yapılmıştır. Bu metot şekil fonksiyonlarının sadece geometrik sınır şartlarını sağlayacak şekilde seçilmesini önerir. Bu yöntemi kullanarak aşağıdaki şekilde bir ayrıklaştırma yapılır:

$$v_0(z,t) = N_u^T(z) q_u(t) \quad (13)$$

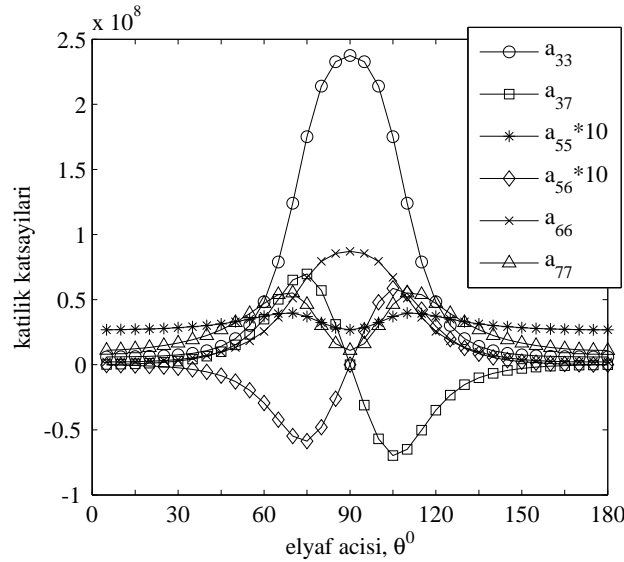
$$\phi(z,t) = N_\phi^T(z) q_\phi(t) \quad (14)$$

$$\theta_x(z,t) = N_x^T(z) q_x(t) \quad (15)$$

Burada, N_v , N_ϕ ve N_x $N \times 1$ boyutunda şekil fonksiyonlarıdır ve q_v , q_ϕ , ve q_x ise genelleştirilmiş koordinatlarıdır. Sonuçlar şekil fonksiyonlarının polinom olarak önerilmesi ile elde edilir.

UYGULAMALAR

Uygulanan yapısal modelin doğruluğunu belirlemek amacı ile geometrik boyutları ve malzeme özellikleri Librescu ve Song (2006)'dan alınan ince cidarlı kiriş kullanılarak analizler yapılmıştır. Şekil 3'te bu kirişe ait elyaf açılarına göre elde edilmiş katılık katsayıları gösterilmiştir.

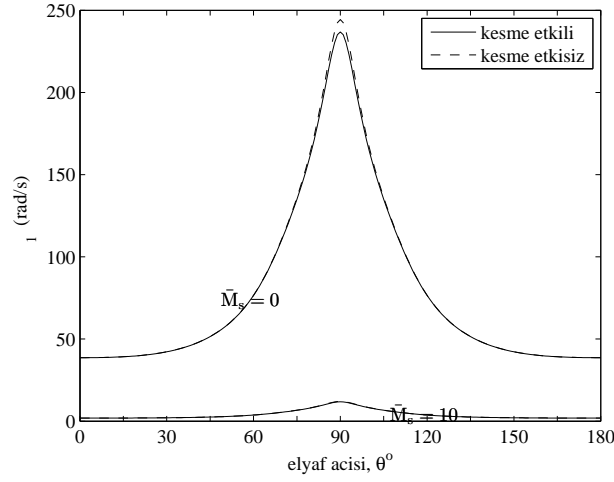


Şekil 3: Katılık katsayılarının elyaf açıları ile değişimi

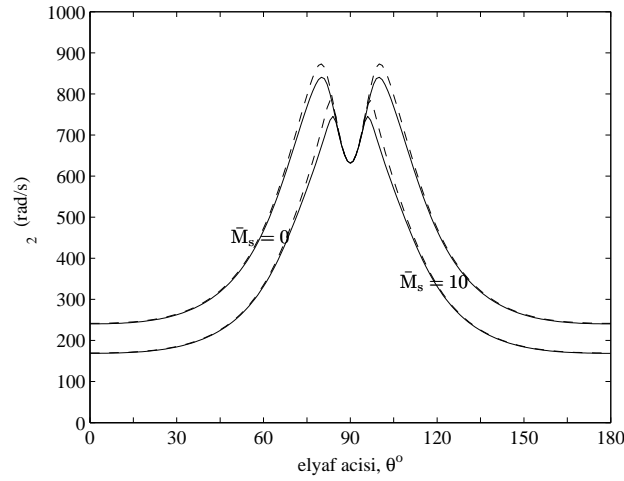
elde edilmiştir. Kesme etkilerinin dahil edilmesi ve ihmal edilmesinin doğal frekansa etkisi incelenmiştir. Şekil 4'te kütle taşıyan kanat ve kütle taşımayan kanat durumları ele alınmış, kütleli konfigürasyonda boyutsuz kütle kanat ucunda incelenmiştir. Beklenildiği gibi, kütle taşıyan kanat doğal frekanslarıyla karşılaştırıldığında, $M_s = 10$ kütle $z_s = L$ konumundayken daha düşük doğal frekanslar elde edilmektedir. Doğal frekansın kesme etkileri ile değişimi incelendiğinde, 1. ve 2. modlarda kesme etkileri ihmal edilebilir seviyededir. Fakat 3. modda elyaf açısı 90° civarındayken, kesme etkileri dahil edilmediğinde doğal frekanslar gerçek değerlerinden fazla elde edilmektedir.

Doğal frekansın elyaf açısı ile değişimine bakıldığında ise 1. modda 90°'de en yüksek doğal frekans değeri elde edilmektedir. 2. ve 3. modlarda ise en yüksek doğal frekans 75° ve 105° civarlarında elde edilmekte, 90° civarında yerel kritik doğal frekans görülmektedir.

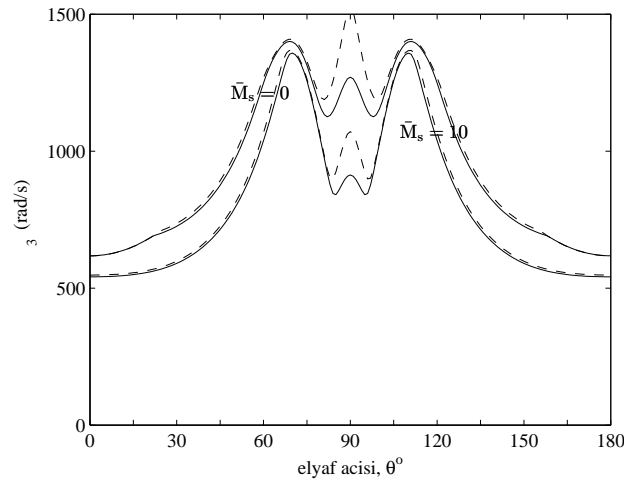
Şekil 5'te ise $M_s = 100$ boyutsuz kütleinin kanat orta noktasında $z_s = L/2$ ve kanat ucunda $z_s = L$ olduğu durumlar göz önüne alınmıştır. Kütleinin konumunun, elyaf açısının ve kesme etkilerinin doğal frekansa etkisi irdelenmiştir. Şekil 5'te görüldüğü gibi kütle $z_s = L/2$ 'de kanat orta noktasına yerleştirildiğinde ise $z_s = L$ 'deki kanat ucuna kıyasla, 1. ve 3. modlarda doğal frekans artmış, 2. modda azalmıştır. Şekil 4'deki sonuçlara benzer olarak; kesme etkilerinin kanadın dinamik davranışına etkisi 1. ve 2. modlarda ihmal edilebilir. Fakat 3. modda kesme etkilerinin ihmal edilmesi doğal frekansların 90° civarında olduğundan yüksek hesaplanmasına sebep olmaktadır.



(a) Birinci doğal frekans



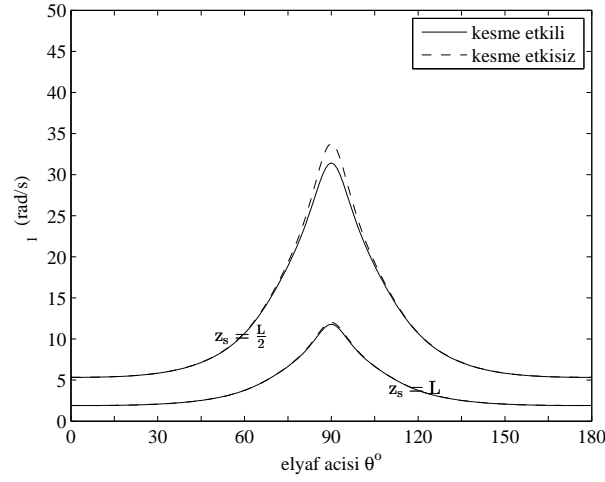
(b) İkinci doğal frekans



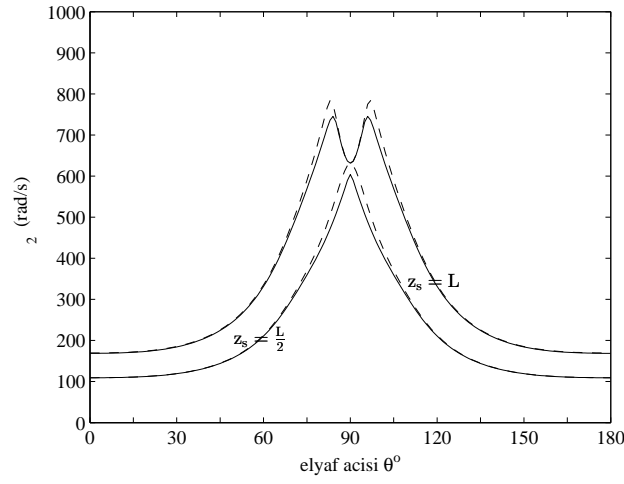
(c) Üçüncü doğal frekans

Şekil 4: Kütlesiz ve kütleli kanat ($x_s = L$) için doğal frekansların elyaf açıları ile değişimi

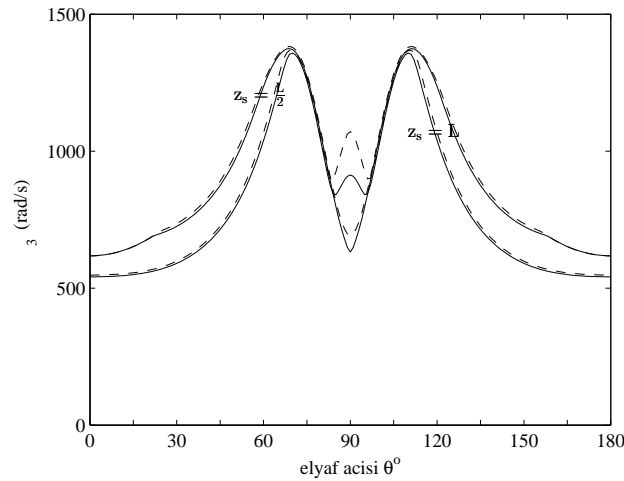
Kütle $z_s = L/2$ 'de iken en yüksek doğal frekans değerleri 1. ve 2. modda elyaf açısı 90° 'deyken elde edilmektedir. 3. modda ise en yüksek doğal frekans 75° ve 105° civarlarında görülmekte, 90° civarında yerel kritik doğal frekans görülmektedir. Kütle $z_s = L$ 'deyken ise en yüksek frekans 1.



(d) Birinci doğal frekans



(e) İkinci doğal frekans



(f) Üçüncü doğal frekans

Şekil 5: Kütleli kanat ($\bar{M}_s = 100$) için doğal frekansların elyaf açıları ile değişimi

modda 90° 'de, 2. ve 3. modlarda ise 80° ve 100° civarlarında görülmekte olup 90° civarında lokal minimum frekanslar elde edilmektedir.

Kaynaklar

- Librescu, L. ve Song, O., 2006. *Thin-walled composite beams: Theory and Application*, The Netherlands: Springer.
- Wang, L., Wan, Z., Wu, Q., ve Yang, C., 2012. *Aeroelastic modeling and analysis of the wing/engine system of a large aircraft*, Cilt.31, s.879-885.
- Zhang C. ve Wang S., 2014. *Structure mechanical modeling of thin-walled closed-section composite beams, part 1: single-cell cross section*, Cilt. 113 s.56-62.