

## EKSENEL UZAMA-BURULMA BAĞLAŞIMI GÖSTEREN İNCE CİDARLI KOMPOZİT KİRİŞLERDE ÇARPILMA ETKİSİNİN İNCELENMESİ

Kaan Yıldız\* Seher Eken† ve Metin O. Kaya‡  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

### ÖZET

*Bu çalışmada, malzeme anisotropisi ve çarpılma gibi birçok klasik olmayan etkileri içeren tek hücreli, dikdörtgenel kesite sahip ince cidarlı bir kiriş modeli kurulmuş ve uygulanmıştır. Tüm analizler için, anti-simetrik katmanlı kompozit konfigürasyonu kullanılmıştır. Tek-gözlü kirişin aksel uzama-burulma bağlaşım hareketi çözümlenmiş ve literatürde yer alan sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Doğal frekansların elyaf açılarına göre değişimi incelenmiştir. Ayrıca, dinamik davranışa birincil ve ikincil çarpılma, kısıtlı çarpılma, serbest çarpılma etkileri incelenerek yorumlanmıştır.*

### GİRİŞ

Kompozit malzemeler, uygun maliyetli üretim teknolojileri sebebiyle, özellikle yüksek statik ve dinamik yüklemelere maruz kalan yapıların konstrüksiyonunda yaygın olarak kullanılmaktadırlar. Uçak kanatları, helikopter palleri, köprüler ve benzeri diğer inşaat yapıları bu tür kompozit yapılarına örnek olurken, bu yapılar daha basit hareket denklemlerine sahip ince-kalın cidarlı kirişler olarak idealize edilebilirler. Katmanlı kompozit ince cidarlı kirişler, özellikle dikdörtgen (kutu) kesite sahip olanları, havacılık konstrüksiyonunda mühim bir kullanım alanına sahiptirler. Birçok araştırmacı oldukça fazla başlığa sahip bu konu üzerinde düşünmekte, yapısal modeller üreterek bunların sayısal ve deneysel doğrulamalarını gerçekleştirmektedirler. Aeroelastik terzileme, çarpılma (birincil, ikincil), 3-B uzama etkisi, düzgün olmayan kayma katılığı ve enine (transvers) kayma uzaması, bu konuların en yaygınlarından [Sina ve Haddadpour, 2014; Zhang ve Wang, 2014].

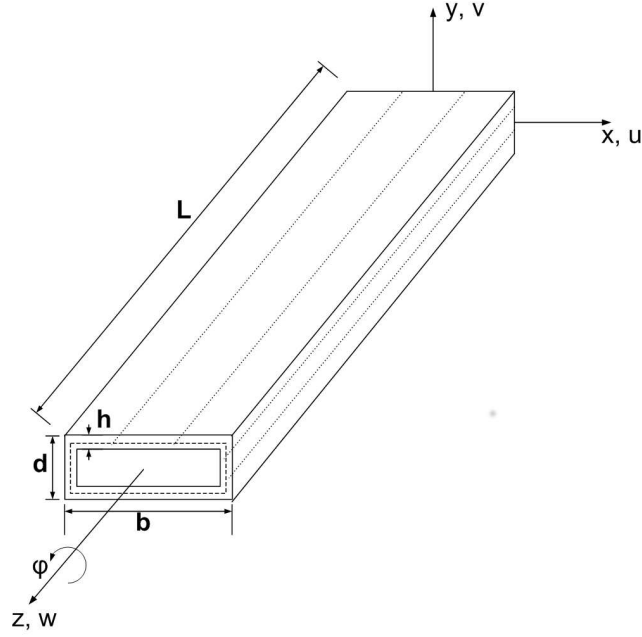
### İNCE CİDARLI KİRİŞ MODELİ

Kullanılan ince cidarlı dikdörtgenel keside sahip bir kiriştir.  $z = 0$ 'da sabit,  $z = L$ 'de serbest,  $L$  uzunluğuna sahip kirişin geometrisi Şekil 1'de verilmiştir. Ayrıca, kesit genişliği  $b$ , derinliği  $d$  ve cidar kalınlığı  $h$ 'dir.

\*Kaan Yıldız, Uçak Müh. Böl., E-posta: yildizkaa@itu.edu.tr

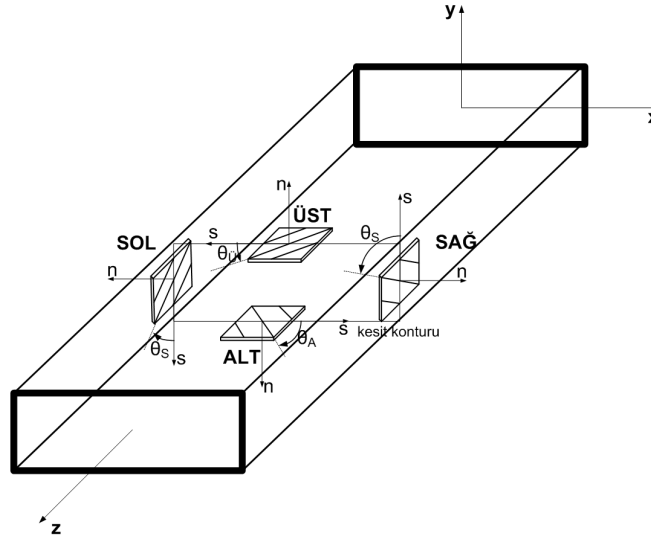
†Dr. Seher Eken, Uçak Müh. Böl., E-posta: durmazseh@itu.edu.tr

‡Prof. Dr. Metin O. Kaya, Uçak Müh. Böl., E-posta: kayam@itu.edu.tr



Şekil 1: Kiriş ve kesit geometrisi

Seçilen malzeme grafit-epoksidir ve anti-simetrik katman konfigürasyonu kullanılmıştır. Anti-simetrik katman konfigürasyonu kullanılarak aksel uzama-burulma bağlaşım hareketini incelemiştir (Şekil 2).



Şekil 2: Anti-simetrik kompozit konfigürasyonunda katmanlar

## HAREKET DENKLEMLERİ

Hamilton prensibi kullanılarak yatay eğilme-dikey eğilme bağlaşımında ince cidarlı kompozit kirişin hareket denklemleri aşağıda verilmiştir. Burada kayma etkileri de göz önüne alınmıştır. Ayrıca denklemler karşılıklı katmanlara gömülmüş piezoelektrik malzemeninin etkisini de içermektedir.

$$\delta w_0 : \quad a_{11}w_0'' + a_{17}\phi'' = b_1\ddot{w}_0 \quad (1)$$

$$\delta\phi : \quad -a_{66}\phi'''' + a_{77}\phi'' + a_{71}w_0'' = [(b_4 + b_5) + \delta_n(b_{14} + b_{15})]\ddot{\phi} - (b_{10} + \delta_n b_{18})\ddot{\phi}'' \quad (2)$$

Kökteki sınır koşulları,  $z = 0$ 'da,

$$w_0 = 0 \quad \phi = 0 \quad \phi' = 0 \quad (3)$$

Uçtaki sınır koşulları,  $z = L$ 'de

$$\delta w_0 : a_{11}w_0' + a_{17}\phi' = 0 \quad (4)$$

$$\delta\phi : -a_{66}\phi'''' + a_{77}\phi'' + a_{71}w_0'' = -(b_{10} + \delta_n b_{18})\ddot{\phi}'' \quad (5)$$

$$\delta\phi' : a_{66}\phi'' = 0 \quad (6)$$

Denklem 5 ve 6'den görüleceği üzere, piezoelektrik etki uçta  $M_x^p$  ve  $M_y^p$  tekil momentleri olarak modellenmiştir. Hareket denklemlerinde yer alan katılık katsayıları,  $a_{ij}$  olarak ifade edilmiştir.

Ayrıca, yapının kütle ve katılık matrisleri aşağıdaki şekildedir.

$$M = \int_0^1 \begin{bmatrix} N_w N_w^T & 0 \\ 0 & \frac{(b_4 + b_5 + \delta_n(b_{14} + b_{15}))}{(b_{10} + \delta_n b_{18})} N_\phi N_\phi^T + \frac{1}{L^2} N'_\phi N'^T_\phi \end{bmatrix} d\eta$$

$$K = \int_0^1 \begin{bmatrix} \frac{a_{11}}{b_1 L^2} N'_w N'^T_w & \frac{a_{17}}{b_1 L^2} N'_w N'^T_\phi \\ \frac{a_{71}}{(b_{10} + \delta_n b_{18}) L^2} N'_\phi N'^T_w & \frac{a_{66}}{(b_{10} + \delta_n b_{18}) L^4} N''_\phi N''^T_\phi + \frac{a_{77}}{(b_{10} + \delta_n b_{18}) L^2} N'_\phi N'^T_\phi \end{bmatrix} d\eta$$

Genelleştirilmiş koordinatlar aşağıdaki şekilde verilir.

$$q = \{q_w \quad q_\phi\}^T$$

## SONUÇLAR

Uygulanan yapısal modelin doğruluğunu belirlemek amacı ile geometrik boyutları ve malzeme özellikleri [Librescu ve Song, 2006]'den alınmıştır. Buna göre uzama-burulma bağlaşımı gösteren ince cidarlı kiriş için analizler yapılmış ve Tablo 2'deki sonuçlar elde edilmiştir.

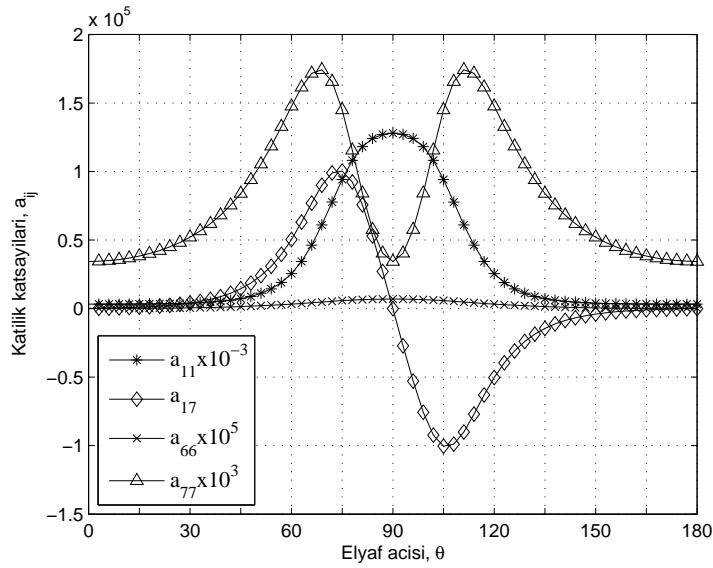
Şekil 3'te katılık katsayılarının elyaf açılarına göre değişimi gösterilmiştir. Burada  $a_{11}$ ,  $a_{17}$ ,  $a_{66}$  ve  $a_{77}$  eksenel uzama, eksenel uzama-burulma bağlaşım, çarpılma ve burulma katsayılarıdır.

İkincil çarpılmanın eksenel uzama-burulma titreşimine olan etkisi Şekil 4(a)'da gösterilmiştir. Burada görüldüğü üzere, kalınlık arttıkça ikincil çarpılmanın etkisi de artmaktadır. Bir başka deyişle, ikincil çarpılma etkisinin ihmal edildiği durumlarda, kalın-cidarlı kirişler için doğal frekanslar olduklarından yüksek tahmin edilmiştir. Diğer yandan ince-cidarlı kirişler için ikincil çarpılmanın etkisi yok denecek kadar az olduğu gözlenmiştir. Şekil 4(b)'da ise benzer analiz ikinci doğal frekanslar için gerçekleştirilmiştir.

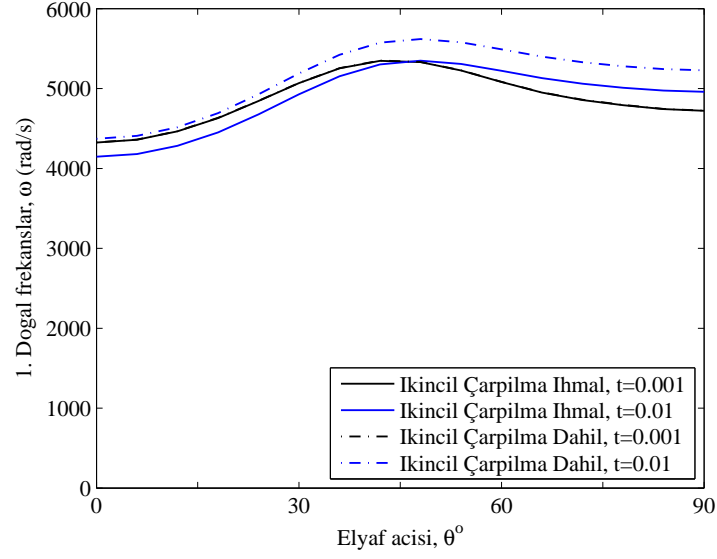
İnce cidarlı kirişlerdeki çarpılma modelleri aşağıdaki şekilde incelenebilir:

Tablo 2: Kutu kiriş için ilk doğal frekansların karşılaştırılması.

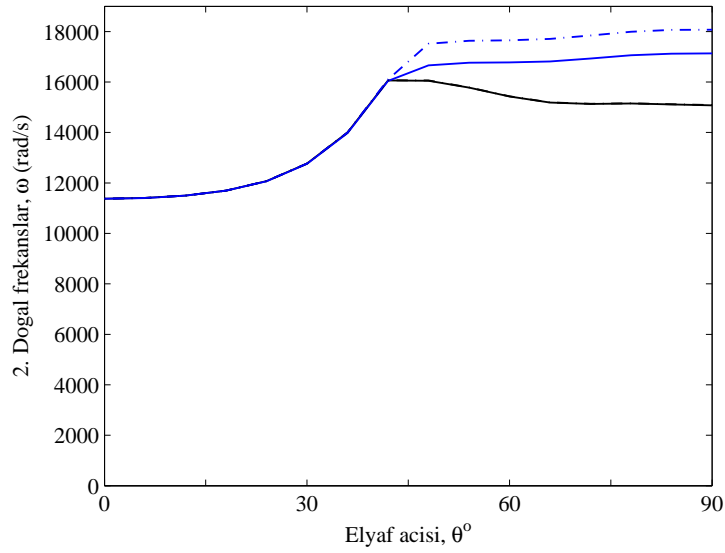
Elyaf Açısı $\theta^\circ$	$\omega_i$ , rad/s (İkincil Çarpılma Dahil)	[Librescu ve Song, 2006] (İkincil Çarpılma Dahil)	$\omega_i$ , rad/s	[Librescu ve Song, 2006]
0	4326 11376	4328 11376	4329 11376	4328 11376
15	4542 11580	4543 11580	4544 11580	4544 11580
30	5069 12772	5070 12773	5072 12773	5072 12772
45	5352 16110	5351 16097	5354 16207	5355 16114
60	5082 15438	5079 15405	5085 15437	5085 15437
75	4824 4827	4820 4827	15146 15155	15117 15155
90	4724 15080	4719 15051	4726 15092	4726 15090



Şekil 3: Katılık katsayılarının elyaf açılarına göre değişimi



(a)

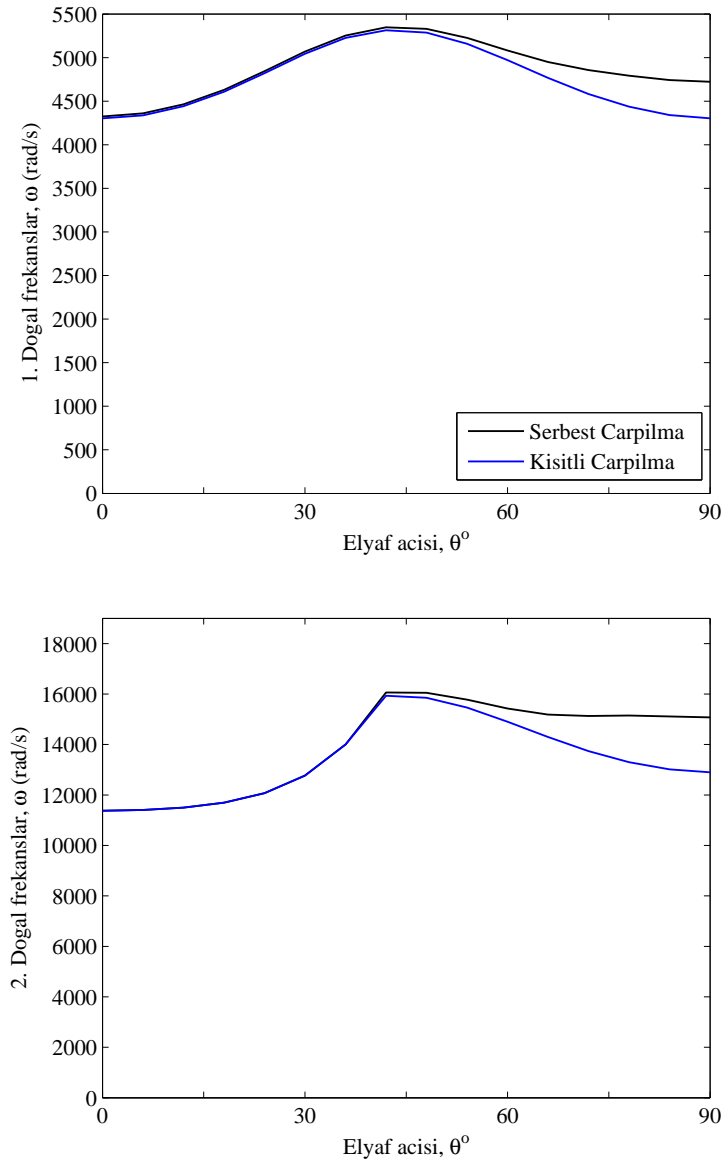


(b)

Şekil 4: Farklı kalınlık değerleri için ikincil çarpılmanın 1. ve 2. doğal frekanslara etkisi

- *Uniform Burulma Modeli:* Eğer kiriş kesiti serbest çarpılmaya maruz ise, bir başka deyişle çarpılma, kesitin herhangi bir yerinde sabitlenmemiş ise uygulanan burulma momentine karşı gelen gerilmeler (burulmadan kaynaklı) kayma gerilmeleridir.
- *Uniform Olmayan Burulma Modeli:* Eğer kiriş kesiti kısıtlı çarpılmaya maruz ise, bir başka deyişle çarpılma, kesitin herhangi bir yerinde sabitlenmiş ise uygulanan burulma momentine karşı gelen gerilmelere (burulmadan kaynaklı) kayma gerilmelerinin yanında çarpılma burulması da eklenir.

Şekil 5(a) ise serbest çarpılma ve kısıtlı çarpılma modellerinin doğal frekanslara olan etkisi incelenmiştir. Görüldüğü üzere, serbest çarpılma modeli kullanıldığı zaman elyaf açılarının  $50 < \theta < 90$  aralığında doğal frekanslar kısıtlı çarpılma modeline göre düşük kalmıştır. Benzer olarak, Şekil 5(b)'de 2. doğal frekanslardaki durumu göstermektedir. Özellikle aeroelastik analizlerde kısıtlı çarpılma modeli kullanılır, serbest çarpılma modeli gerçekçi sonuç üretmez.



Şekil 5: Serbest çarpılma ve kısıtlı çarpılma modellerinin eksenel uzama-burulma titreşimine etkisi

## **Kaynaklar**

Librescu, L. ve Song, O., 2006. Thin-walled composite beams: Theory and Application, The Netherlands: Springer

Sina, S.A. ve Haddadpour, H., 2014. Axial–torsional vibrations of rotating pretwisted thin walled composite beams, International Journal of Mechanical Sciences, Cilt.80, s.93-101

Zhang, C. ve Wang, S., 2014. Structure mechanical modeling of thin-walled closed-section composite beams, part 1: single-cell cross section, Composite Structures, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.03.005>