

PİEZOELEKTRİK MALZEMELER YARDIMI İLE UÇAK KANADININ AKTİF TİTREŞİM KONTROLÜ

Kaan Yıldız* Seher Eken† ve Metin O. Kaya‡
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada bir uçak kanadının kapalı devre titreşim davranışı incelenmiştir. Kanat, dikdörtgen kutu şeklinde bir arakesite sahip, ince cidarlı kompozit kiriş olarak modellenmiştir. Bu kiriş modeli malzeme eşyönsüzlüğü (anisotropy), enlemesine kayma deformasyonu ve çarpılma kısıtlaması gibi bir takım klasik olmayan etkiler içermektedir. Diğer taraftan, ince cidarlı kompozit kirişlerin yönlülüğü, geniş bir elastik bağlaşım meydana getirmektedir. Bu konuda, dikey- yatay eğilme ve enlemesine kayma bağlaşımlı hareketini meydana getirmek için antisimetrik yerleştirme konfigürasyonu(i.e Circumferentially Uniform Stiffness (CUS)) ele alınmıştır. Aktif geribesleme kontrolü uyarlanabilir malzemeler aracılığıyla sağlanmıştır. Piezoelektrik katmanlar ana yapının içerisine simetrik bir şekilde gömülmüş ve piezoyleyiciler tüm kiriş uzunluğu boyunca yayılmıştır. Bunun sonucu olarak, kirişin uç noktasında bir sınır momenti indüklenmiş ve kontrolün sağlanmasında sınır momenti geribesleme kontrolü kullanılmış, kirişin dinamik karakteristiklerinde uyarlanabilir değişim gerçekleşmiştir. Orantısız ve huza bağlı geribesleme kontrol yöntemleri kullanılmış ve elyaf açısı dağılımının temel frekanslar üzerindeki etkileri incelenmiş ve tartışılmıştır.

GİRİŞ

Akıllı malzemelerin havacılık ve uzay, otomotiv, helikopter ve turbo makinelerin pervaneleri ve robotların idare mekanizmaları gibi çok çeşitli alanların kullanımına girmesi ile birlikte akıllı malzeme sistemleri teknolojisinin gelişiminde büyüyen bir ilgi bulunmaktadır. Uyarlanabilir malzemelerin kullanılması ile birlikte, yapısal rezonans gibi dinamik stabilite bozulmalarının önüne geçmek için yapıların dinamik karakteristikleri tahmin edilebilir bir ölçüde kontrol edilebilir [Zhang ve Schmidt, 2014; Zhang ve Wang, 2014].

Bu çalışmada bir uçak kanadının kapalı devre titreşim davranışı incelenmiştir. Kanat, dikdörtgen kutu şeklinde bir arakesite sahip, ince cidarlı kompozit kiriş olarak modellenmiştir. Bu kiriş modeli malzeme eşyönsüzlüğü (anisotropy), enlemesine kayma deformasyonu ve çarpılma kısıtlaması gibi bir takım klasik olmayan etkiler içermektedir. Diğer taraftan, ince cidarlı kompozit kirişlerin

*Kaan Yıldız, Uçak Müh. Böl., E-posta: yildizkaa@itu.edu.tr

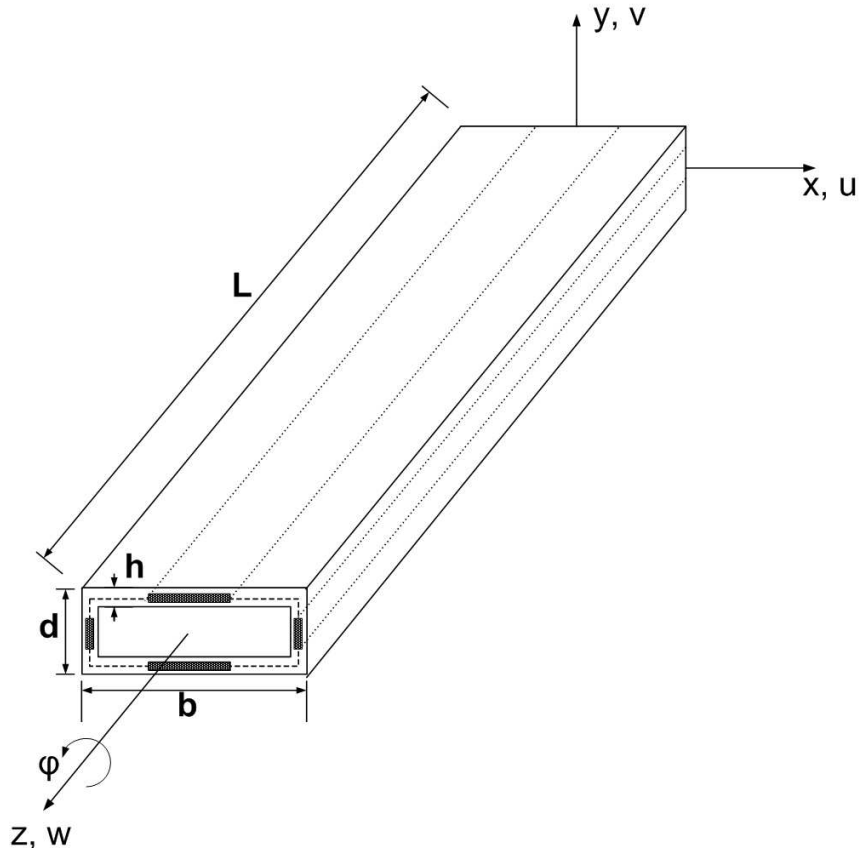
†Dr. Seher Eken, Uçak Müh. Böl., E-posta: durmazseh@itu.edu.tr

‡Prof. Dr. Metin O. Kaya, Uçak Müh. Böl., E-posta: kayam@itu.edu.tr

yönlülüğü, geniş bir elastik bağlaşım meydana getirmektedir. Bu konuda, dikey- yatay eğilme ve enlemesine kayma bağlaşımli hareketini meydana getirmek için antisimetrik yerleşirme konfigürasyonu (i.e Circumferentially Uniform Stiffness (CUS)) ele alınmıştır. Aktif geribesleme kontrolü uyarlanabilir malzemeler aracılığıyla sağlanmıştır. Piezoelektrik katmanlar ana yapının içerisine simetrik bir şekilde gömülmüş ve piezoeyleyiciler tüm kiriş uzunluğu boyunca yayılmıştır. Bunun sonucu olarak, kirişin uç noktasında bir sınır momenti indüklenmiş ve kontrolün sağlanmasında sınır momenti geribesleme kontrolü kullanılmış, kirişin dinamik karakteristiklerinde uyarlanabilir değişim gerçekleşmiştir. Orantısal ve hıza bağlı geribesleme kontrol yöntemleri kullanılmış ve elyaf açısı dağılımının temel frekanslar üzerindeki etkileri incelenmiş ve tartışılmıştır.

Yapısal Model

Kullanılan akıllı kanat modeli ince cidarlı dikdörtgenel keside sahip bir kiriştir. $z = 0$ 'da sabit, $z = L$ 'de serbest, L uzunluğuna sahip kirişin geometrisi Şekil 1'de verilmiştir. Ayrıca, kesit genişliği b , derinliği d ve cidar kalınlığı h 'dır. Şekil 1'de görüldüğü üzere eyleyiciler simetrik olarak üst-alt ve sağ-sol katmanlardaki ana yapıya bütün açıklık boyunca gömülü olarak bulunmaktadır. Burada üst ve alt yüzeylerdeki eyleyiciler yatay eğilme hareketinin kontrolünü yaparken sağ ve soldakiler ise dikey eğilme kontrolünü yapmaktadır. Ana yapı grafit-epoksi kompozit malzemesidir, piezoelektrik malzeme ise *PZT* – 4 olarak da bilinen piezoseramiktir. Her iki malzemenin özellikleri ilerideki bölümlerde verilmiştir.



Şekil 1: Kiriş ve kesit geometrisi

Deplasman Alanı: Bu bölümde, yatay eğilme, dikey eğilme bağlaşımında bir kirişin deplasman alanı verilmiştir. Şekil 1'de gösterilen Kartezyen koordinat sistemine ek olarak, orta yüzeyde tanımlanan (n, s, z_s) ile gösterilen eğrisel bir koordinat sistemine ihtiyaç vardır. Buna göre düzlem-içi u ve v deplasmanları aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$u(x, y, z, t) = u_0(z, t) - y\phi(z, t) \quad (1)$$

$$v(x,y,z,t) = v_0(z,t) + x\phi(z,t) \quad (2)$$

Burada, t zaman, u_0 ve v_0 ise $(x_p = 0, y_p = 0)$ noktasında seçilen kutup noktası P 'nin yer değiştirmeleridir. $\phi(z,t)$ ise kesitin dönmesidir. Birincil çarpılma etkilerine göz önüne alarak uzama yer değiştirmesi w ise aşağıdaki şekilde yazılır.

$$w(s,z,t) = w_0(z,t) + \left[y(s) - n \frac{dy}{ds} \right] \theta_x(z,t) + \left[x(s) + n \frac{dx}{ds} \right] \theta_y(z,t) - F_w(s) \phi'(z,t) \quad (3)$$

Burada, birincil çarpılma fonksiyonu $F_w = \int_C [r_n(s) - \psi(s)] ds$ 'dir. Çarpılma ifadesinde yer alan kutup noktasının orta yüzeye olan dik uzaklığı, r_n aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$r_n(x,s) = x \frac{dx}{ds} - y \frac{dy}{ds} \quad (4)$$

Enerji İfadeleri Bu bölümde, kirişin enerji ifadelerini türetmeden önce hareket denklemlerini çıkarmak için gerekli olan Hamilton prensibi üzerinde durulmuştur. Bunun için, U birim uzama enerjisine sahip, K kinetik enerjisine sahip bir kiriş düşünelim. Dış yüklerin ve bünye kuvvetlerinin yaptığı iş ise W_e ile gösterilsin. $\Delta_i = \bar{\Delta}_i$ sınır koşullarını sağlayan $\Delta_i = \Delta_i(x,y,z,t)$ yer değiştirmeleri için t_0 ve t_1 zamanlarında $\delta \Delta_i = 0$ 'dır. Hamilton prensibi aşağıda verilen varyasyonelin gerçek yol için durağan olduğunu söyler:

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} \delta(U - K - W_e) dt = 0 \quad (5)$$

Bu çalışma serbet titreşim problemini ele aldığı için dış yüklerin yaptığı iş terimleri dahil edilmeyerek, $\delta W_e = 0$ alınmıştır.

Birim Uzama Enerjisi: Kesitin kendi düzlemi içinde şeklini koruduğunu varsayarak, sıfırdan farklı birim uzama bileşenleri ile potansiyel enerji aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$U = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV \quad (6)$$

Birim uzama ya da potansiyel enerjinin varyasyonu alınır:

$$\delta U = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} \int_0^L \int_C \int_h [\sigma_{zz} \delta \epsilon_{zz} + \sigma_{sz} \delta \Gamma_{sz} + \sigma_{nz} \delta \Gamma_{nz}] dndsdz \quad (7)$$

Kinetik Enerji:

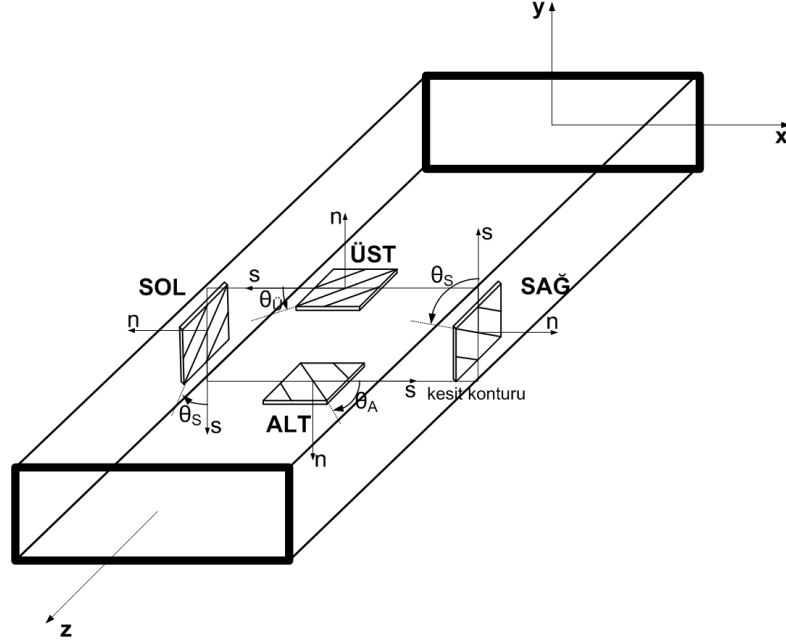
Kirişin kinetik enerjisi ve varyasyonu alınmış ifadesi aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$K = \frac{1}{2} \int_V \rho (\dot{R}^2) dV \quad (8)$$

$$\delta K = - \int_{t_0}^{t_1} dt \int_V \rho (\ddot{R} \delta R) dV \quad (9)$$

KOMPOZİT KONFIGÜRASYONU

Ana yapı için seçilen malzeme grafit-epoksidir ve anti-simetrik katman konfigürasyonu kullanılmıştır. Anti-simetrik katman konfigürasyonu kullanılarak iki ayrı elastik bağlaşım modu ortaya çıkmaktadır. Bunlardan birinci aksenal uzama-burulma bağlaşım hareketini, ikincisi de yatay-dikey eğilme bağlaşım hareketini modellemektedir. Bu çalışma ikinci bağlaşım hareketini incelemektedir.



Şekil 2: Anti-simetrik kompozit konfigürasyonunda katmanlar

HAREKET DENKLEMLERİ

Hamilton prensibi kullanılarak yatay eğilme-dikey eğilme bağlaşımında ince cidarlı kompozit kirişin hareket denklemleri aşağıda verilmiştir. Burada kayma etkileri de göz önüne alınmıştır. Ayrıca denklemler karşılıklı katmanlara gömülmüş piezoelektrik malzemeninin etkisini de içermektedir.

$$\delta u_0 : \quad a_{34} \theta_x'' + a_{44} (u_0'' + \theta_y') = b_1 \ddot{u}_0 \quad (10)$$

$$\delta v_0 : \quad a_{25} \theta_y'' + a_{55} (v_0'' + \theta_x') = b_1 \ddot{v}_0 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \delta \theta_x : \quad & a_{33} \theta_x'' + a_{34} (u_0'' + \theta_y') - a_{25} \theta_y' - a_{55} (v_0'' + \theta_x') \\ & = (b_4 + b_{14}) \ddot{\theta}_x \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \delta \theta_y : \quad & a_{22} \theta_y'' + a_{25} (v_0'' + \theta_x') - a_{34} \theta_x' - a_{44} (u_0'' + \theta_y') \\ & = (b_5 + b_{15}) \ddot{\theta}_y \end{aligned} \quad (13)$$

Kökteki sınır koşulları, $z = 0$ 'da,

$$u_0 = 0 \quad v_0 = 0 \quad \theta_x = 0 \quad \theta_y = 0 \quad (14)$$

Uçtaki sınır koşulları, $z = L$ 'de

$$\delta u_0 : a_{34} \theta_x' + a_{44} (u_0' + \theta_y) \quad (15)$$

$$\delta u_0 : a_{25}\theta'_y + a_{55}(v'_0 + \theta_x) \quad (16)$$

$$\delta \theta_x : a_{33}\theta'_x + a_{34}(u'_0 + \theta_y) = M_x^p \quad (17)$$

$$\delta \theta_y : a_{22}\theta'_y + a_{25}(v'_0 + \theta_x) = M_y^p \quad (18)$$

Denklem 17 ve 18'den görüleceği üzere, piezoelektrik etki uçta M_x^p ve M_y^p tekil momentleri olarak modellenmiştir. Hareket denklemlerinde yer alan a_{ij} katılık katsayılarını ifade eder ve kapalı eğri integralleri olarak tanımlanır.

ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Önceki bölümde verilen hareket denklemleri çeşitli bağlaşım modlarını içermektedir, ayrıca sınır koşulları oldukça karmaşıktır. Analitik bir çözüm yapmak mümkün olmamakla birlikte, Galerkin yöntemi kullanılarak ayrıklaştırma yapılmıştır. Bu metod şekil fonksiyonlarının sadece geometrik sınır şartlarını sağlayacak şekilde seçilmesini önerir. Bu yöntemi kullanarak aşağıdaki şekilde bir ayrıklaştırma yapılır:

$$u_0(z, t) = N_u^T(z) q_u(t) \quad (19)$$

$$v_0(z, t) = N_v^T(z) q_v(t) \quad (20)$$

$$\theta_x(z, t) = N_x^T(z) q_x(t) \quad (21)$$

$$\theta_y(z, t) = N_y^T(z) q_y(t) \quad (22)$$

Burada, N_u , N_v , N_x ve N_y $N \times 1$ boyutunda şekil fonksiyonlarıdır ve q_u , q_v , q_x and q_y ise genelleştirilmiş koordinatlarıdır. Sonuçlar şekil fonksiyonlarının polinom olarak önerilmesi ile elde edilir. Ayrıklaştırılmış hareket denklemleri aşağıdaki formda elde edilir.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = K_p\mathbf{K}_C\mathbf{q}(t) + \delta_v K_v\mathbf{K}_C\dot{\mathbf{q}}(t) \quad (23)$$

Burada, \mathbf{K}_c kontrol moment matrisidir ve aşağıdaki şekilde yazılır.

$$\mathbf{K}_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{11}N_x(L)N_x^T(L) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{22}N_y(L)N_y^T(L) \end{bmatrix}$$

K_p orantısız geribesleme, K_v ise hıza bağlı geribesleme kazanımıdır. Ayrıca, yapının kütle ve katılık matrisleri aşağıdaki şekildedir.

$$\mathbf{M}_s = \int_0^1 \begin{bmatrix} N_u N_u^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_v N_v^T & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_x N_x^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_y N_y^T \end{bmatrix} d\eta$$

$$K_s = \int_0^1 \begin{bmatrix} \frac{a_{44}}{b_1 L^2} N'_u N'^T_u & 0 & \frac{a_{34}}{b_1 L^2} N'_u N'^T_x & \frac{a_{44}}{b_1 L} N'_u N'^T_y \\ 0 & \frac{a_{55}}{b_1 L^2} N'_v N'^T_v & \frac{a_{55}}{b_1 L} N'_v N'^T_x & \frac{a_{25}}{b_1 L^2} N'_v N'^T_y \\ \frac{a_{34}}{(b_4+b_{14})L^2} N'_x N'^T_u & \frac{a_{55}}{(b_4+b_{14})L} N'_x N'^T_v & \frac{a_{55}}{(b_4+b_{14})} N'_x N'^T_x + \frac{a_{33}}{(b_4+b_{14})L^2} N'_x N'^T_x & \frac{a_{25}}{(b_4+b_{14})L} N'_x N'^T_y + \frac{a_{34}}{(b_4+b_{14})L} N'_x N'^T_y \\ \frac{a_{44}}{(b_5+b_{15})L} N'_y N'^T_u & \frac{a_{25}}{(b_5+b_{15})L^2} N'_y N'^T_v & \frac{a_{25}}{(b_5+b_{15})L} N'_y N'^T_x + \frac{a_{34}}{(b_5+b_{15})L} N'_y N'^T_x & \frac{a_{22}}{(b_5+b_{15})L^2} N'_y N'^T_y + \frac{a_{44}}{(b_5+b_{15})} N'_y N'^T_y \end{bmatrix} d\eta$$

Denklem 23'deki genelleştirilmiş koordinatlar aşağıdaki şekilde verilir.

$$q = \{q_u \quad q_v \quad q_x \quad q_y\}^T$$

Yapısal sönümlenmenin olmadığı durumlarda, sönümlenme terimi sadece hıza bağlı geribesleme kontrolü uygulandığında ortaya çıkmaktadır. Durum vektörü şu şekilde $x(t) = [q^T(t) \dot{q}^T(t)]^T$, tanımlandığında sistem durum-uzay formuna aşağıdaki şekilde getirilebilir.

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) \quad (24)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\hat{\mathbf{K}} & \delta_v \mathbf{K}_v \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}_c \end{bmatrix}$$

Burada \mathbf{I} birim matris ve $\mathbf{0}$ sıfır matrisidir. Ayrıca $\hat{\mathbf{K}}$,

$$\hat{\mathbf{K}} = \mathbf{K} - \delta_p \mathbf{K}_p \mathbf{K}_c \quad (25)$$

UYGULAMALAR

Uygulanan yapısal modelin doğruluğunu belirlemek amacı ile Tablo 1'de geometrik boyutları ve malzeme özellikleri verilen ince cidarlı kiriş kullanılarak analizler yapılmıştır. Yapılan bu karşılaştırmaya Tablo 2'den ulaşılabilir ve görüleceği üzere elde edilen frekanslar ile referans tarafından verilen frekanslar arasında mükemmel bir uyum gözlenmektedir. Daha sonraki analizlerde ise genişlik ve derinlik değerleri 0.254 m olarak alınırken, kalınlık ve uzunluk değerleri sırasıyla 0.01 m ve 2.032 m olarak seçilmişlerdir. Yapılan bu analizlere göre, Şekil 3'te bu kirişe ait elyaf açılarına göre elde edilmiş katılık katsayıları gösterilmiştir. Şekil 4'te ise birinci ve ikinci yatay ve dikey eğilme frekanslarının elyaf açıları ile değişimi görülmektedir.

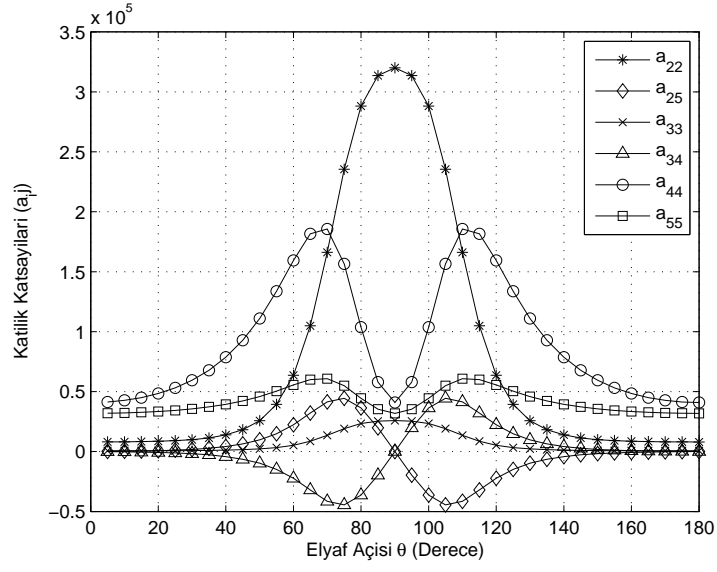
Yapılan bu çalışmada iki farklı kontrol yasası kullanılmış olup, bunlar sırasıyla orantısız ve hıza bağlı kontrol yasaları olarak adlandırılmaktadırlar. Birinci yasaya göre, kanat ucuna etki edecek olan eğilme momenti kanat ucundaki deplasman değeri ile orantılıdır. Hıza bağlı kontrol yasasına göre ise, kanat ucundaki piezoelektriksel olarak indüklenen eğilme momenti kanat ucundaki düşey ya da yatay açılma hızı ile orantılıdır. Buna göre analizler tamamlanmış ve sonuçlar aşağıdaki şekilde elde edilmişlerdir.

Tablo 1: Malzeme özellikleri ve geometik boyutlar.

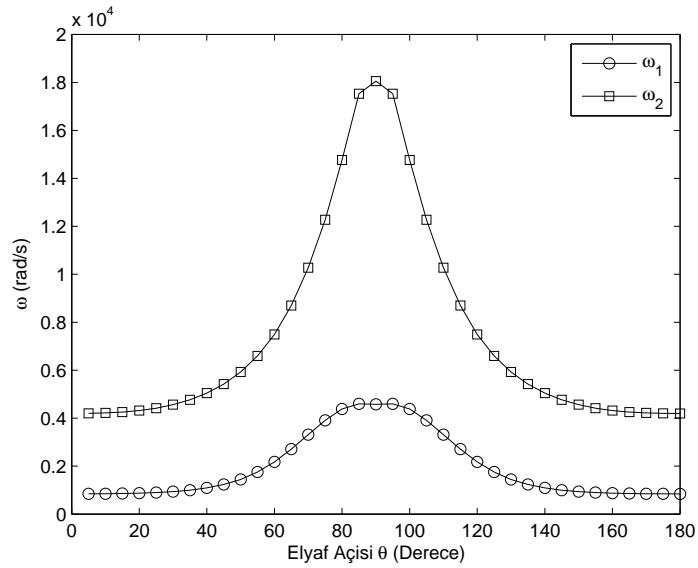
Grafitepoksi	
E_{11}	206.75 GPa
$E_{22} = E_{33}$	5.17 GPa
G_{12}	3.10 GPa
$G_{13} = G_{23}$	2.55 GPa
$\nu_{21} = \nu_{31}$	0.00625
ν_{32}	0.25
Yoğunluk, ρ	1528.15 kg/m ³
PZT-4	
$C_{11} = C_{22}$	139 GPa
C_{12}	77.77 GPa
C_{13}	74.30 GPa
C_{33}	115 GPa
C_{44}	25.59 GPa
Yoğunluk, ρ_p	7498 kg/m ³
e_{31}	-5.202 N/Vm
e_{33}	15.101 N/Vm
Genişlik, b	0.0254 m
Derinlik, d	0.00508 m
Kalınlık, h	0.001016 m
Uzunluk, L	0.254 m
Açıklık oranı, $AR = L/b$	8
Katman sayısı	6

Tablo 2: Kutu kiriş için ilk doğal frekansların karşılaştırılması.

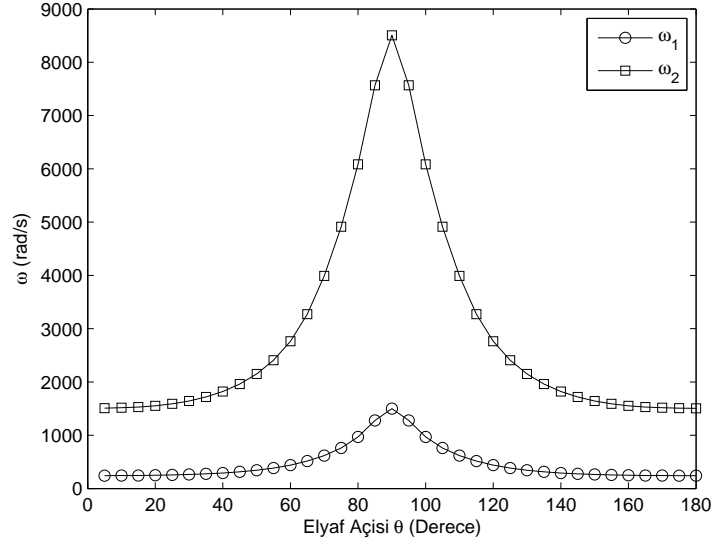
Elyaf Açısı θ (deg)	ω_{yatay} (rad/s)	[Librescu ve Song, 2006]	ω_{dikey} (rad/s)	[Librescu ve Song, 2006]
0	842.89	843	241.4	241
	4193.02	4193	1506.75	1507
15	857.36	857	245.06	245
	4255.90	4256	1529.57	1530
30	935.46	935	263.08	263
	4562.69	4563	1641.94	1642
45	1234.83	1235	314.33	314
	5424.28	5424	1962.15	1962
60	2174.23	2174	439.75	440
	7491.19	7491	2763.99	764
75	3907.77	3908	761.00	761
	12272.81	12273	4912.88	4913
90	4579.59	4580	1499.36	1499
	18056.78	18057	8503.90	8503



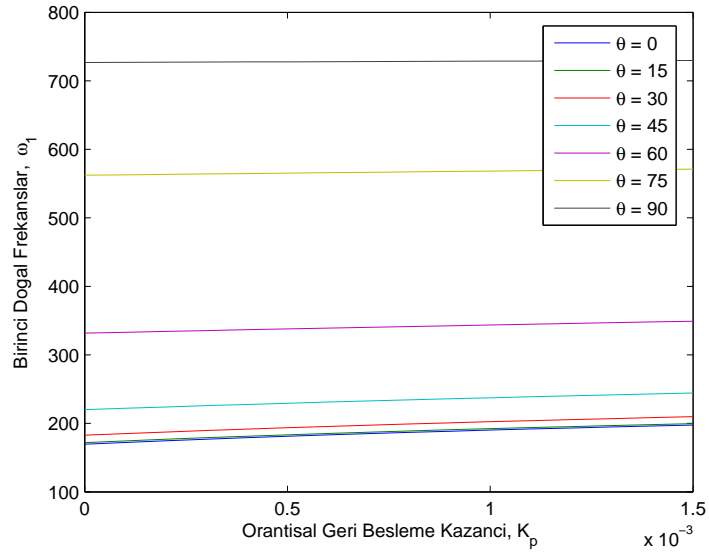
Şekil 3: Katılık katsayılarının elyaf açılara göre değişimi



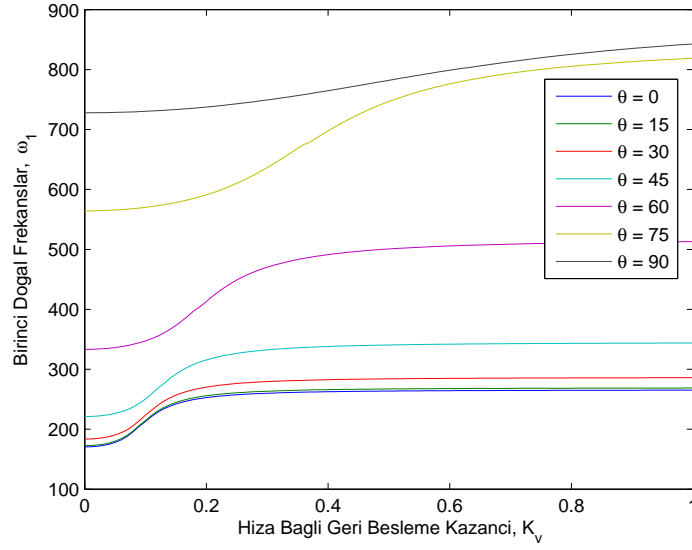
Şekil 4: Yatay eğilme birinci ve ikinci modunun elyaf açılara göre değişimi



Şekil 5: Dikey eğilme birinci ve ikinci modunun elyaf açlarına göre değişimi



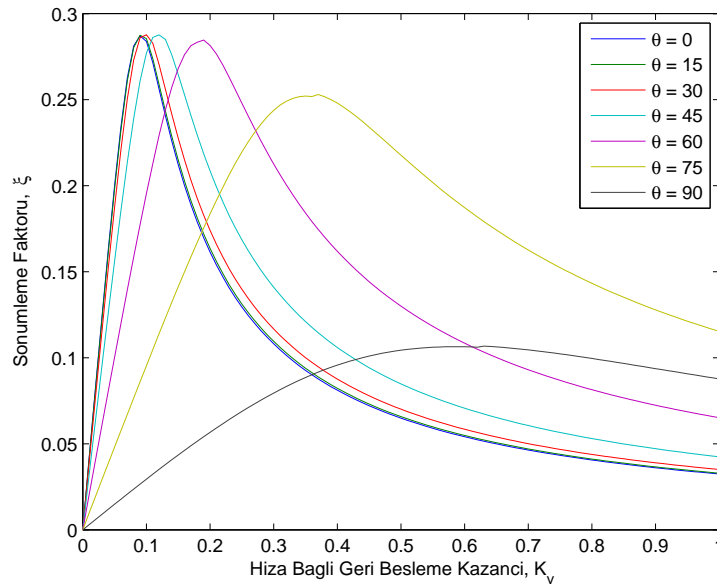
Şekil 6: Çeşitli Elyaf Açları İçin Birinci Doğal Frekansların Orantisal Geri Besleme Kazancı İle Değişimi



Şekil 7: Çeşitli Elyaf Açılımları İçin Birinci Doğal Frekansların Hıza Bağlı Geri Besleme Kazancı İle Değişimi

Şekil 6'da doğal frekansların orantısal geribesleme kazancı ile değişimi gözükürken, Şekil 7'de hızla bağlı geribesleme kazancının doğal frekanslar üzerinde etkisi görülmektedir.

Daha önceden de belirtildiği gibi hızla bağlı kontrol uygulandığında ortaya sönümlenme çıkacaktır. Şekil 8 ortaya çıkan bu sönümlenme hakkında bilgi sunmaktadır ve sönümlenme faktörünün hızla bağlı geribesleme kazancı ile değişimi gözükmektedir.



Şekil 8: Çeşitli Elyaf Açılımları İçin Sönümlenme Faktörünün Hıza Bağlı Geri Besleme Kazancı İle Değişimi

Kaynaklar

Librescu, L. ve Song, O., 2006. Thin-walled composite beams: Theory and Application, The Netherlands: Springer.

Zhang, S.Q. ve Schmidt, R., 2014. Large rotation theory for static analysis of composite and piezoelectric laminated thin-walled structures, Thin-Walled Structures, Cilt.78, s.16-25.

Zhang, C. ve Wang, S., 2014. Structure mechanical modeling of thin-walled closed-section composite beams, part 1: single-cell cross section, Composite Structures, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.03.005>