

## RÜZGAR TÜRBİNİ AEROAKUSTİĞİ BENZETİMİ MAKSADIYLA YÜKSEK DOĞRULUKLU ÜÇ BOYUTLU NAVIER-STOKES KODU GELİŞTİRİLMESİ

Kenan CENGİZ\* ve Yusuf ÖZYÖRÜK†  
Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara

### ÖZET

*Rüzgar türbinlerinin aeroakustiğinin sayısal benzetimi konusu son yıllarda önem kazanmıştır. Bunun gerçekleştirilmesinde doğrudan gürültü benzetimi yaklaşımı, fiziğini ortaya çıkarması bakımından faydalı olmakla birlikte türlü zorluklar barındırmaktadır. Burada sunulan çalışma, rüzgar türbinlerinin türbülans temelli akustik kaynaklarını ve etkilerini sıkıştırılabilir Navier-Stokes denklemlerinin çözümü ile ortaya çıkartmak amacıyla yürütülen bir projede gelinen noktayı anlatmaktadır. Kullanılan numerik yöntem, akustik yayılımında ve türbülans çevrintilerinde yaşanacak kaybı en aza indirmek üzere tasarlanmış düşük dağılımlı düşük numerik yitimli bir sonlu hacim yöntemidir. Daha önce sunulan bir bildirinin devamı olarak burada, kullanılan yapay yitim yöntemi, viskoz akışının mertebesinin yükseltilmesi ve kullanılan türbülans modeli kısaca anlatılıp akış çözücüsünü doğrulama amaçlı yapılan örnek uygulama çalışmaları anlatılmaktadır. Bunun yanında, matematiksel tabanlı bir kod doğrulama yöntemi olan yapay şekilde üretilmiş çözüm yöntemi kullanılarak geliştirilen kodun mertebesini göstermenin değeri de vurgulanmaktadır. Bir sonraki çalışmada DES modeli kullanılarak üç boyut üzerinde kanat ve döner kanat benzetimlerine yer verilmesi tasarlanmaktadır.*

### GİRİŞ

Rüzgar türbinlerinin kullanımının yaygınlaşmasıyla birlikte yarattığı gürültünün, bir yandan kırsal kesimlere doğru yayılmakta olan yerleşimleri dahi rahatsız ettiği bildirilmektedir. Gürültünün en önemli kaynağı olan aerodinamik kaynaklı gürültünün azaltılmasına yönelik araştırmalar giderek önem kazanmıştır [Raman, 2010]. Aerodinamik kaynaklı rüzgar türbini gürültüsü karmaşık fiziksel bir olaydır [Rogers ve Manwell, 2004]. Türbin pallerinin hareketinden dolayı sırf pal hacminin yer değiştirmesiyle fiziksel ama daha çok matematiksel yapısı itibarıyla teknik literatürde monopol ve pal üzerindeki aerodinamik yüklemekten dolayı dipol olarak adlandırılan ayrık ama düşük frekans karakterli gürültü kaynakları mevcuttur. Bunların yanısıra quadropole olarak adlandırılan türbülanslı akışın tetiklediği geniş frekanslı ve rüzgar türbinleri için daha önemli gürültü kaynakları mevcuttur [Doolan ve ark., 2012; Rogers ve Manwell, 2004]. Örneğin, türbin pallerinin firar kenarlarının küt

\*Araştırma görevlisi, E-posta: kcengiz@ae.metu.edu.tr

†Prof. Dr., Havacılık ve Uzay Mh. Bl., E-posta: yusuf@ae.metu.edu.tr

olması girdaplı bir akış ile neticelenebilmekte ve ayrık frekanslarda ek gürültü yaratabilmektedir [Shannon ve Morris, 2006]. Bir diğer kaynak pal üzerindeki türbülanslı sınır tabakanın kendisidir. Zamana bağlı rahatsızlıklar içeren sınır tabaka pal yüzeyi ve firar kenarı ile etkileşerek özellikle firar kenarından önemli miktarlarda gürültü yayılımına neden olmaktadır [Oerlemans ve ark., 2007]. Bu kaynaklar türbin ve kule etrafındaki 3 boyutlu akış ile sıkıca ilişkili olduğundan bilgisayar ortamında gerçekleştirilecek bir rüzgar türbini gürültü seviyesi ve yayılma doğrultusu benzetimi (simülasyonu), öncelikle yüksek doğruluk dereceli, 3 boyutlu ve zamana bağlı akış alanı hesaplamalarını gerekli kılar. Rüzgarın darbeleri yapısı, rüzgar yönünün olası değişimi ve türbin kulesinden kaynaklanan girdaplı akış yapısı, benzetim çalışmalarında fazladan zorluklar getiren etmenlerdir. Türbülanslı akış alanının çözümüne ilişkin akışı yöneten Navier-Stokes (N-S) denklemlerinin doğrudan çözümleri (DNS) dışında kalan en ileri yöntemler, genellikle akış alanının geniş ölçekli çevrinti benzetimine (Large Eddy Simulation, LES) dayanmaktadır [Fleig ve ark., 2004; Tadamas ve Zangeneh, 2011]. Yüksek doğruluk içeren hesaplamalar, yüksek mertebeli sonlu hacimler, sonlu farklar veya sonlu elemanlar yöntemlerinden birini gerektirir [Tam, 1995]. Aksi durumda hesaplama ağının çözünürlüğünün yeterince yüksek seviyeli olması istenir, ki öncelikle oluşan türbülanslı ve çevrintili akış, onun pal ve kule gibi yüzeyler ile etkileşimlerinin doğurduğu akustik sinyaller (gürültü) hesaplama hataları arasında kaybolmasın. Yüksek mertebeli algoritmalar (örn. [Tam ve Webb, 1993; Kok, 2009]), geometri etrafındaki türbülanslı bölgede yaratılan ses dalgalarının kayıpsız ve dağılmadan ilerlemesini sağlar. Dalgaların gerçek fiziksel dağılıma ilişkisi benzetimi, büyük oranda bahsi geçen yöntemlerin sahip olduğu dağılıma ilişkisi korunumu (dispersion relation preserving, DRP) özelliğiyle mümkündür. Aksi halde, ağ yapısındaki düğümlerin eşit olmayacak şekilde yayılarak oluşturulmasından ötürü yüksek dalga dağılımlarına sebebiyet veren nümerik yöntemler dalgaların yönbağımlı (anisotropic) bir şekilde ilerlemelerine sebebiyet verir. Tam ve Webb doğrusallaştırılmış Euler denlemlerini yüksek mertebeli DRP prensipli sonlu farklar yöntemiyle çözümleyerek dalga ilerlemelerinin gerçek yapısıyla hemen hemen aynı olduğunu göstermiştir [Tam ve Webb, 1993].

Bilindiği üzere, standart bir sonlu hacim yönteminde bölgesel olarak kütle, momentum ve enerji korunumu esastır. Fakat kinetik enerjinin ve ses hızının (iç enerjinin) korunumu temin edilmemektedir. Dolayısıyla, oluşabilecek fiziksel olmayan kinetik enerji, çözümün kararlılığını bozabilmektedir. Bunu önlemek için genellikle yapılagelen yapay bir sönümleme (difüzyon) katmaktır. Viskoz problemlerde ise, bu gerçekçi olmayan kinetik enerji üretimi, grid-altı ölçekteki türbülans modelleriyle (SGS) etkileşime girerek çözümün kalitesini bozabilmektedir [Kok, 2009]. Literatürde, tüm bu sorunlara karşılık göreceli olarak yeni kullanılmaya başlanan ayrık formülasyonda simetriyi korumaya yönelik yöntemler öne sürülmüştür [Verstappen ve Veldman, 2003; Morinishi, 2010]. Böylelikle, geleneksel ayrıklaştırmalarda kullanılmakta olan yapay difüzyon teriminin gerekliliğini ortadan kaldırmakla birlikte çözüm daha kararlı ve doğru hale getirilmektedir [Pirozzoli, 2011]. Bu niteliğin yapay yitim kullanımının beraberinde getirdiği işlem yükü ve fiziksel olmayan etkileri yok ettiğinden son derece faydalı olduğu, bir önceki yayında da kanıtlanmıştır [Cengiz ve Özyörük, 2013]. Sıkıştırılabilen akışlar için yapay yitim gerekliliği tam olarak ortadan kalkmasa da, şiddetinin azaltılmasına olanak verdiği için LES modellerindeki SGS terimlerinin etkisini bozmadığı kanıtlanmıştır [Kok ve Ven, 2010]. Tüm bu faydalar göz önünde bulundurularak bu çalışmada, Kok'un öne sürdüğü [Kok, 2009] hem kütle, momentum ve enerjiyi, hem de kinetik enerji ve ses hızını -yerel olarak- koruyabilen, aynı zamanda yüksek mertebe doğruluğuna ve DRP'ye sahip olan bir sonlu hacim yöntemi benimsenmiştir.

## YÖNTEM

Düşük dağılım ve düşük yitim özelliklerine sahip sonlu hacim sayısal yönteminin koda uygulanması daha önceki bir yayında ayrıntısıyla anlatılmıştır [Cengiz ve Özyörük, 2013]. Bunlara ek olarak bu çalışmada yapay yitim teriminin yenilenmesinden, viskoz akının dördüncü hata mertebesine çıkarılmasından ve türbülans modelinin uygulanmasından bahsedilecektir.

## Yapay yitim(filtreleme)

Önceki yayında anlatılan yapay yitim yöntemi burada yenilenmiştir. Yerine, durağan-olmayan problemlerde dağılma etkisi olmayan bir uygulama konulmuştur.

Akış denklemlerinin çözümünde yinelemeler süresince kararlılığı sağlayabilmek amacıyla taşınım akısından bir yapay yitim (artificial dissipation) akısı çıkarılması gerekmektedir. Jameson, Schmidt ve Turkel tarafından öne sürülmüş yitim modeli (JST modeli [Jameson ve ark., 1981]) aşağıda betimlenmiştir:

$$\mathcal{L}_{AD}Q_{i,j,k} = (D_\xi^2 + D_\eta^2 + D_\zeta^2 - D_\xi^4 - D_\eta^4 - D_\zeta^4)Q_{i,j,k} \quad (1)$$

Bu model, ikinci mertebeden yöntemler için uygundur. Kullanılan taşınım ayrıklaştırmasının mertebesini kaybetmemek maksadıyla dördüncü mertebeden taşınım ayrıklaştırması için altıncı mertebeden bir yapay yitim gerekecektir. Üç boyut ve dördüncü mertebeden yöntemler için yapay yitim akısını aşağıdaki biçimde uyarlayabiliriz:

$$\mathcal{L}_{AD}Q_{i,j,k} = (D_\xi^2 + D_\eta^2 + D_\zeta^2 + D_\xi^6 + D_\eta^6 + D_\zeta^6)Q_{i,j,k} \quad (2)$$

Burada ikinci dereceden terimler ( $D_\xi^2$ , vb.) akış süresizlikleri içerebilen transonik akışlar için gerekli olup, şok üzerinde entropi kuralını sağlamak amaçlıdır. Düşük Mach sayılarında gerekmemektedir.

Mevcut koda, klasik JST yönteminden farklı olarak, durağan-olmayan akışlara daha uygun olan bir ayrıklaştırma kullanılmıştır. Bu düzenlemede yapay yitimin dağılım etkisi ortadan kaldırılmış, yalnızca yitim etkisi görülmüştür [Swanson ve Turkel, 1997]:

$$D_\xi^4 Q_{i,j,k} = \nabla_\xi \Delta_\xi \left[ \lambda_{i,j,k} \epsilon_{i,j,k}^{(4)} \nabla_\xi \Delta_\xi \right] Q_{i,j,k} \quad (3)$$

Altıncı mertebeden yitime uyarladığımızda ise,

$$D_\xi^6 Q_{i,j,k} = \nabla_\xi \Delta_\xi \nabla_\xi \left[ \lambda_{i,j,k} \epsilon_{i,j,k}^{(6)} \Delta_\xi \nabla_\xi \Delta_\xi \right] Q_{i,j,k} \quad (4)$$

elde edilir.  $\Delta_\xi$  ve  $\nabla_\xi$  ileri ve geri yönlü fark operatörünü temsil etmektedir. Görüldüğü üzere, tamamen simetrik bir ayrıklaştırma olduğundan yalnızca yitim etkisi içerir. Burada  $\epsilon^{(6)}$  ve  $\epsilon^{(4)}$  akının boyutunu ayarlayan katsayılarıdır.  $\lambda = \lambda_\xi + \lambda_\eta + \lambda_\zeta$  ise boyutlandırma çarpanı olup spektral yarıçap üzerinden hesaplanır:

$$\lambda_\xi = |\mathbf{V} \cdot \mathbf{A}_\xi^h| + c \|\mathbf{A}_\xi^h\| \quad (5a)$$

$$\lambda_\eta = |\mathbf{V} \cdot \mathbf{A}_\eta^h| + c \|\mathbf{A}_\eta^h\| \quad (5b)$$

$$\lambda_\zeta = |\mathbf{V} \cdot \mathbf{A}_\zeta^h| + c \|\mathbf{A}_\zeta^h\| \quad (5c)$$

İzotropik karakterli bu boyutlandırma çarpanı, en/boy oranı  $\mathcal{O}(1)$  olan hücrelerde (bkz.viskoz-olmayan problemlere özgü çözüm ağları) uygun olmakla birlikte, viskoz problemlerde (en/boy oranı  $\mathcal{O}(10^3)$ ) çok fazla yitime sebep olmaktadır. Buna çözüm olarak, Swanson ve Turkel anizotropik boyutlandırma çarpanını önermiştir [Swanson ve Turkel, 1987]. Tek grid üzerinde oldukça etkili olsa da anizotropik boyutlandırma, multigrid yöntemlerde yakınsamayı yavaşlatmaktadır. Saf anizotropik boyutlandırma yerine, Martinelli [Martinelli, 1987] tarafından öne sürülen, hücre biçimine uyumlu bir boyutlandırma ileriki aşamalarda multigrid bir uygulama da gerekebileceğinden, daha faydalı olacaktır. Bu yöntem, üç boyuta aşağıdaki gibi uyarlanmıştır:

$$(\bar{\lambda}_\xi)_{i,j,k} = \phi_{i,j,k}(r_\eta, r_\zeta)(\lambda_\xi)_{i,j,k} \quad (6a)$$

$$\phi_{i,j,k}(r_\eta, r_\zeta) = 1 + (r_\eta)_{i,j,k}^\psi + (r_\zeta)_{i,j,k}^\psi \quad (6b)$$

Burada  $r_\eta = \lambda_\eta/\lambda_\xi$  ve  $r_\zeta = \lambda_\zeta/\lambda_\xi$  oranları sayesinde boyutlandırma çarpanı izotropik ve anizotropik durum aralığında sınırlandırılmış olmaktadır.  $\psi$  sabiti genellikle 1/2 ila 2/3 arasında seçilmektedir. Diğer yönlerdeki eşitlikler de aynı şekilde elde edilebilir.

Ayrıca akış süreksizlikleri üzerinde çözüm kararlılığını sağlamak amacıyla JST tipi yapay yitim içerisinde ikinci mertebeden bir terim de bulunmamaktadır:

$$D_{\xi}^2 Q_{i,j,k} = \nabla_{\xi} \left[ \lambda_{i,j,k} \epsilon_{i,j,k}^{(2)} \Delta_{\xi} \right] Q_{i,j,k} \quad (7)$$

Standart JST tipi yapay yitimde buradaki katsayı,

$$s_{JST} = \frac{|p_{i+1,j,k} - 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}|}{p_{i+1,j,k} + 2p_{i,j,k} + p_{i-1,j,k}} \quad (8)$$

ile hesaplanır. Bu bir tür basınç duyurgacı (pressure sensor) işlevi görüp şok vb. gibi büyük gradyan içeren durumlarda ikinci mertebeden yapay yitimi devreye sokarak kararsızlıkları bastırabilir. Yalnız, süreksizlik içermeyen bölgelerde etkisi az olsa da  $\mathcal{O}(\Delta x^3)$  mertebesinde hataya sebep olacağından genel hatanın mertebesini bozacaktır. Bu sorunu çözmek için süreksizlik harici bölgelerde bu ek yitimi kapatacak anahtar kullanılmalıdır. Bu çalışmada, standart JST anahtarı [Jameson ve ark., 1981] yerine Kok'un [Kok, 2007] önerdiği aşağıdaki anahtar kullanılmıştır:

$$\epsilon_{i,j,k}^{(2)} = \min(20s_{JST}^2, s_{JST}) \quad (9)$$

### Dördüncü Mertebeden Difüzyon Akısı oluşturulması

Temel olarak, söz konusu sonlu hacimler yöntemi için difüzyon akısının dördüncü dereceye çıkarılması, taşınım akısının mertebesinin yükseltilmesi için kullanılan aynı yaklaşımla gerçekleştirilmiştir. Mevcut hücreye ek olarak  $3 \times 3 (\times 3)$  büyüklükte bir hücre için de hesaplanan akı kullanılarak, Richardson extrapolation yöntemiyle ikinci derece hata teriminin yok edilmesi suretiyle gerçekleşir. Çıkarım önceki yayında ve kaynak yayında [Cengiz ve Özyörük, 2013; Kok, 2009] (taşınım akısı için) anlatıldığından burada elde edilen sonuca yer vermek yeterli olacaktır:

$$B_{i,j,k}^* = \frac{9}{8} B_{i,j,k}^h - \frac{1}{8 \cdot 3^d} B_{i,j,k}^{3h} \quad (10)$$

Burada  $B_i = V_i \nabla_i \mathcal{F}$  hücrenin yüzleri üzerinden geçen toplam akıyı,  $d$  ise problemin boyutunu temsil etmektedir.

### Türbülans modellemesi

Bu kısımda, daha sonra DES yönteminde kullanılmak üzere Spalart-Allmaras tek denklemlilik türbülans modeli kullanılacaktır [Spalart ve Allmaras, 1992].

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{F}_c = \nabla \cdot \vec{F}_v + P - D \quad (11)$$

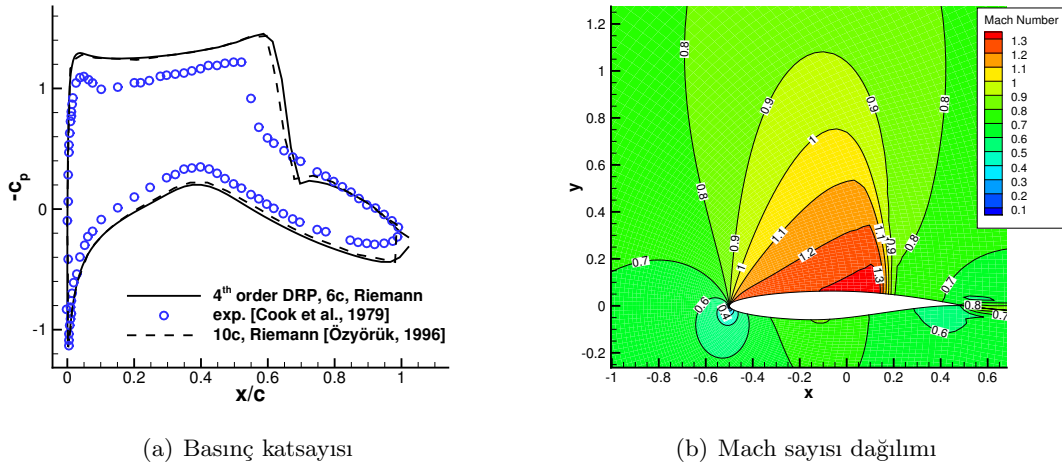
denklemindeki taşınım ve yitim akıları; üretim ve tüketim terimleri aşağıda verilmiştir:

$$\vec{F}_c = \vec{V} \tilde{\nu}, \quad \vec{F}_v = \frac{\nu + \tilde{\nu}}{\sigma} \nabla \tilde{\nu}, \quad P = c_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu} + \frac{c_{b2}}{\sigma} |\nabla \tilde{\nu}|^2, \quad D = c_{w1} f_w \left( \frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 \quad (12)$$

Bu taşıma denkleminde elde edilen  $\tilde{\nu}$  büyüklüğü türbülans viskozitesini hesaplamasında kullanılır. Türbülans viskozitesi ise Boussinesq varsayımıyla dinamik viskozitesine eklenerek toplam viskozite hesaplanır:

$$\mu_{tur} = \rho f_{v1} \tilde{\nu}, \quad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}, \quad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}, \quad \nu = \frac{\mu_{dyn}}{\rho} \quad (13a)$$

$$\mu_{tot} = \mu_{dyn} + \mu_{tur} \quad (13b)$$



Şekil 1: RAE2822 kanat kesidi üzerinde transonik akış benzetimi ( $M = 0.725$ ,  $\alpha = 2.92^\circ$ )

Buradaki kaynak terimi  $\tilde{S} = |\vec{\omega}| + \frac{\nu}{\kappa^2 d^2} f_{v2}$  ve vortisite  $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V}$  hesaplanır.  $d$  en yakın duvara olan uzaklık olup,  $f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v2}}$ ,  $f_w = g \left[ \frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right]^{1/6}$ ,  $g = r + c_{w2}(r^6 - r)$  ve  $r = \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}$  hesaplanır. İlgili sabitler ise aşağıdaki gibi saptanmıştır:

$$\sigma = 2/3, c_{b1} = 0.1355, c_{b2} = 0.622, \kappa = 0.41, c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}, c_{w2} = 0.3, c_{w3} = 2, c_{v1} = 7.1 \quad (14)$$

Duvar üzerinde türbülans olamayacağından koşulu  $\tilde{\nu} = 0$  alınıp uzak sınırdaki ise tamamen türbülanslı akış tercih edileceğinden  $\tilde{\nu} = 3\nu_\infty$  alınmıştır. Böylelikle model denkleminin kapanması sağlanmıştır. Ayrıca  $\tilde{S}$ 'nin eksi değerlere düşmemesi için yine Allmaras ve ark.'ın aşağıdaki iyileştirmesi kullanılmıştır [Allmaras ve Johnson, 2012]:

$$\bar{S} = \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \quad (15)$$

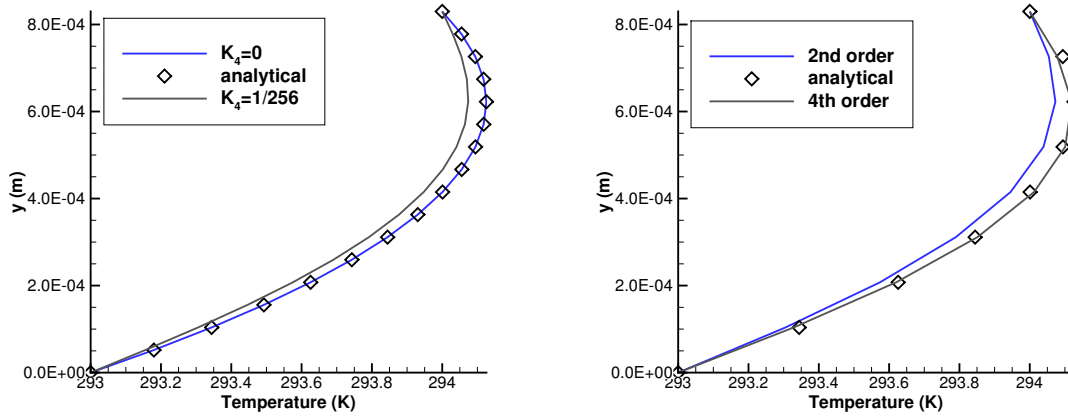
$$\tilde{S} = \begin{cases} S + \bar{S} & \bar{S} \geq -c_{v2} S \\ S + \frac{S(c_{v2}^2 S + c_{v3} \bar{S})}{(c_{v3} - 2c_{v2})S - \bar{S}} & \bar{S} < -c_{v2} S \end{cases} \quad (16)$$

## DOĞRULAMA AMAÇLI ÖRNEK UYGULAMALAR

Bahsi geçen düşük-dağılımlı, düşük-yayımlı, yüksek-mertebeli yöntem, taşınım konusundaki başarısını daha önce izantropik bir girdap üzerinden sınanmasıyla kanıtlamıştı [Cengiz ve Özyörük, 2013]. Burada ise önce transonik kanat kesidi üzerinde vizkoz-olmayan bir akış benzetimi, daha sonra laminar koşullarda vizkoz akının doğrulanması için ise -düşük Reynolds sayısına sahip-birtakım temel test düzenekleri üzerinden iki boyutta deneme çözümleri yapılarak sonuçları sunulmaktadır. Ardından, taşınım, dağılım ve yapay yitim operatörlerinin doğruluğundan emin olmak amacıyla yapay olarak üretilmiş çözüm yöntemi kullanılmıştır. Son olarak, kullanılan türbülans modelinin sınır tabaka teorisi ışığında sınanması gelmektedir. Elde edilen sonuçlar, daha sonra gelecek büyük ölçekli çözümlerin başarısı hakkında öfikir vermektetir.

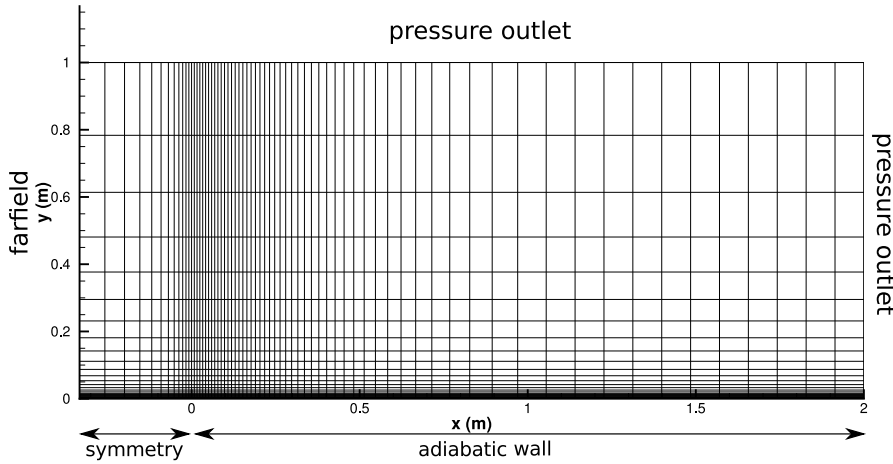
### Viskoz-olmayan Transonik kanat kesidi benzetimi

Viskoz olmayan akış koşulunda transonik bir kanat kesidi benzetimi yaklaşık 6 kiriş çapındaki bir çözüm alanı ( $193 \times 94$  ağ düğümüne sahip) üzerinde Şekil 1'de gösterilmiştir. Çözüm için 4.



(a)  $17 \times 6$  düğüm noktası üzerinde ikinci mertebeden çözümler (b)  $9 \times 6$  düğüm noktası üzerinde  $K_6 = K_4 = 1/2048$  ile elde edilen sonuçlar

Şekil 2: Couette akış çözümleri

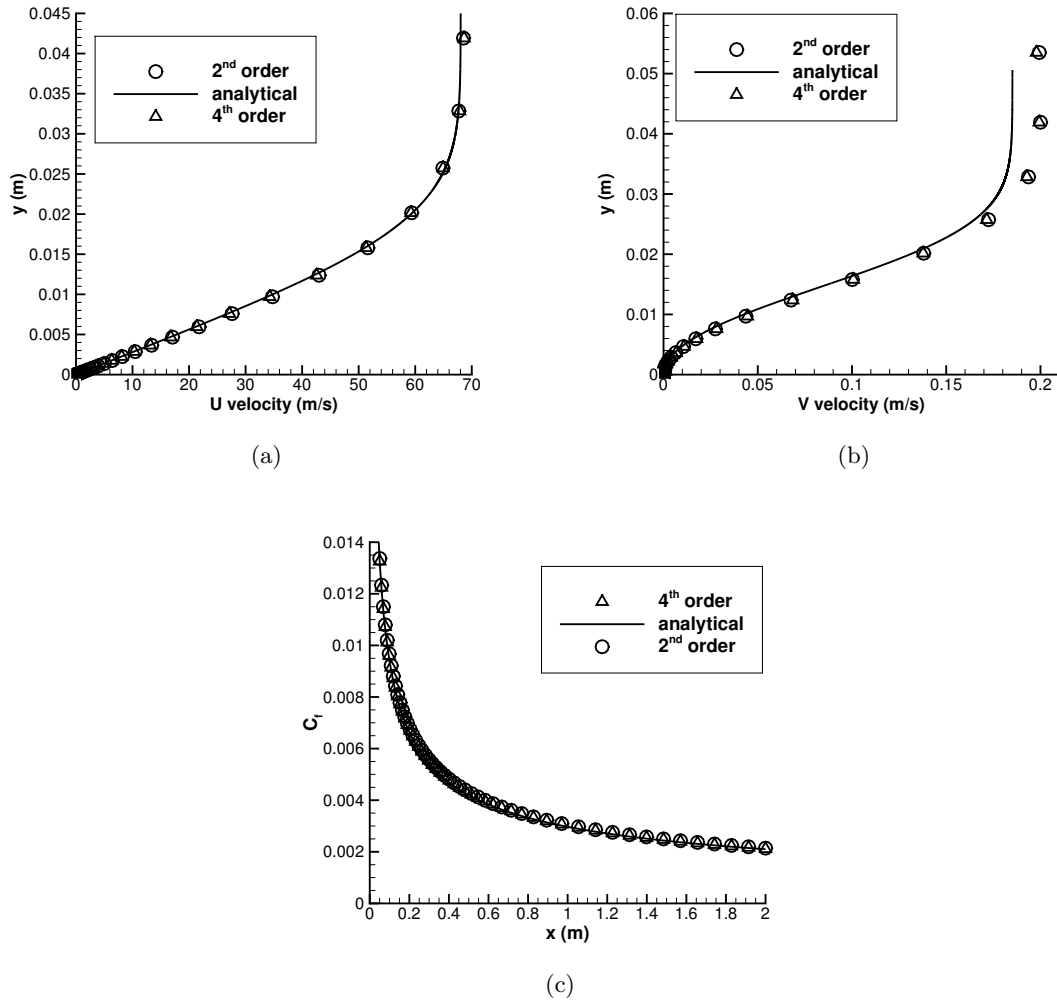


Şekil 3: Düz levha akışı için benzetim düzeneği

meriteden düşük yitimli, DRP özellikli yöntem kullanılmıştır. Şok üzerindeki keskinliği arttırmak için yukarıda bahsedildiği gibi, yapay difüzyona ek olarak bir basınç duyurucu kullanılmıştır. Deney ölçüleriyle [Cook ve ark., 1979] karşılaştırıldığında elde edilen sonuç biraz farklılık göstermektedir. Özellikle şokun tahmin edildiği yer oldukça farklı çıkmaktadır. Bunun ana nedeni deneyde aslında viskoz bir akış temsil edildiğinden viskoz olmayan benzetim sonuçlarından esasen sınır tabaka etkilerinin ihmal edilmesinden kaynaklı farklılıklar olacaktır. Benzetim sonuçları 4. mertebeden başka bir çalışmanın sonuçlarıyla karşılaştırıldığında [Ozyörük ve Long, 1996], sonuçların benzerliği dikkati çekmektedir.

### Couette akışı

İlk viskoz sonuç olarak,  $1 K$  sıcaklık farkı bulunan iki levha arasında, üst levhanın  $U = 75.4 m/s$  hızda kaydırılmasıyla elde edilen Couette akışı için elde edilen sıcaklık sonuçları Şekil 2'de görülebilir ( $Re = 4000, Pr = 0.708$ ). İlk, iki levha arasında sabit aralıklı 17 düğüm noktası kullanılmıştır (bkz. Şekil 2(a)). Görüldüğü üzere, mevcut problem için, geliştirilen düşük yitimli sonlu hacim yöntemi yapay yitim gerektirmemektedir. Dolayısıyla, fiziksel yitimin üzerine herhangi bir yitim daha eklenmediği durumda neredeyse kusursuz bir doğruluk yakalanmıştır. Lakin yapay yitim

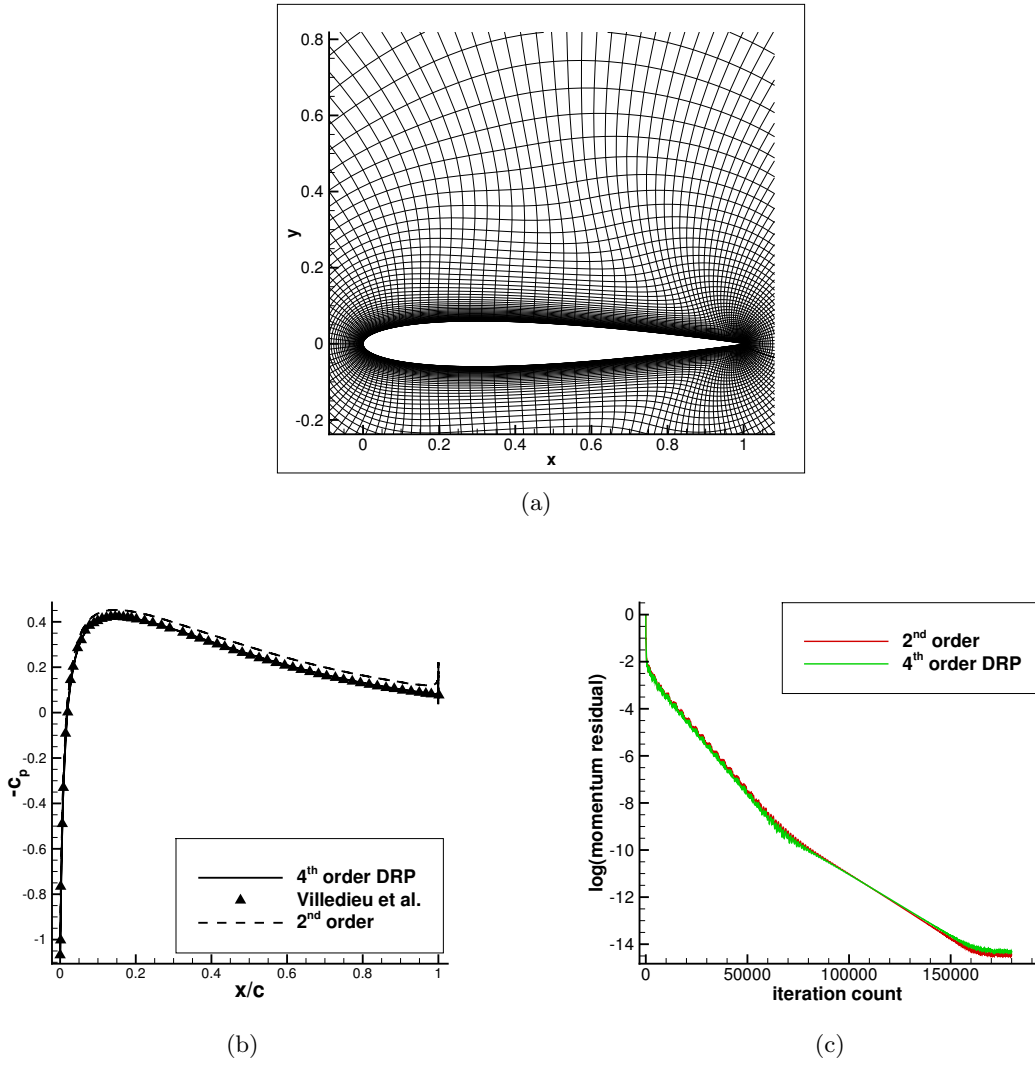


Şekil 4: Blasius akış hızı profili(a,b) ve kesme katsayısı dağılımı(c)

eklendiğinde, eklenen yitimin şiddetiyle ( $K_4, K_6$ ) orantılı olarak bir sapma gözlenmektedir. Düşük Reynolds sayısı altında düşük olan fiziksel yitim (viskozite) taşınımına göre baskın olduğundan eklenen yapay yitimin etkisi daha belirgin olmaktadır. Şekil 2(b)'de ise iki levha arası 9 düğüm noktası kullanıldığı durum sergilenmiştir. Her iki merteye için de yapay yitim kullanılmadığı durumda kusursuz sonuç verse de yapay yitimin etkisi kendisini göstermektedir. Görüldüğü üzere, dördüncü dereceden çözümün yapay yitim mertebesi 2 merteye daha yüksek olduğundan açıkça daha iyi sonuç vermektedir. Aslında, analitik çözümü karesel bir fonksiyon olan problemin dördüncü mertebeden bir yaklaşımla benzetiminin, analitik çözümü ağ sıklığı ne olursa olsun tam olarak yakalaması beklenmektedir. Ancak, şekilde az miktarda bir sapma görülmektedir. Bu sapma, sınırlardaki hayali hücrelerin değerlerinin doğrusal yöntemlerle belirlenmesinden ve grafik çizilirken hücre merkezlerinin değerlerinin doğrusal interpolasyon ile düğümlere dağıtılmasından kaynaklanmaktadır. Hız dağılımı grafikte gösterilmese de tüm durumlar için analitik çözüm olan doğrusal dağılımı yakalamıştır.

### Düz levha üzerindeki viskoz akış

Diğer bir viskoz deneme düzeneği olarak düz levha üzerindeki düşük Reynolds sayısına sahip (laminar), sıkışamayan akış altında oluşan sınır tabakası problemi olarak seçilmiştir. Düz levha üzerinde  $x = 2 m$  konumundaki  $Re = 100000$  şartlarındaki sınır tabakası kalınlığı için yaklaşık 32



Şekil 5: NACA0012 ( $M = 0.5$ ,  $Re = 5000$ ) üzerinde ağ yapısı (a), basınç katsayısı dağılımı (b) ve artık düşüşü(c)

aralık ( $69 \times 49$  düğüm) kullanmak suretiyle hazırlanan ağ yapısı, kullanılan sınır şartlarıyla birlikte Şekil 3'de betimlenmiştir. Sonuçlardan görüldüğü üzere (bkz. Şekil 4), hem hız profili hem de duvardaki kesme katsayısı 4. mertebeden çözüm Blasius çözümüne oldukça yakındır. Ancak, düşey hız dağılımında belirgin bir hata kendini göstermiştir. Bunun sebebi, sınır tabakası içerisinde, yatay hızla karşılaştırıldığında büyüklükler çok daha küçük olduğundan hatalar daha belirgin olmaktadır. Bu hata, yapay yitimin şiddetini daha da düşürerek ve spektral yarıçap yerine matris yitim yöntemi kullanılarak azaltılabilir. Burada da akış doğrultusunda çözüm ağının sonlarına doğru aralıklar çok büyüdüğünden, grafik çizme işlemi aşamasında doğrusal interpolasyon kullanılmasının hata payı göz önünde bulundurulmalıdır. Ayrıca, Blasius çözümünün sıkışamayan akışlar için olduğunu da unutmamak gerekir.

### Simetrik viskoz kanat kesidi benzetimi

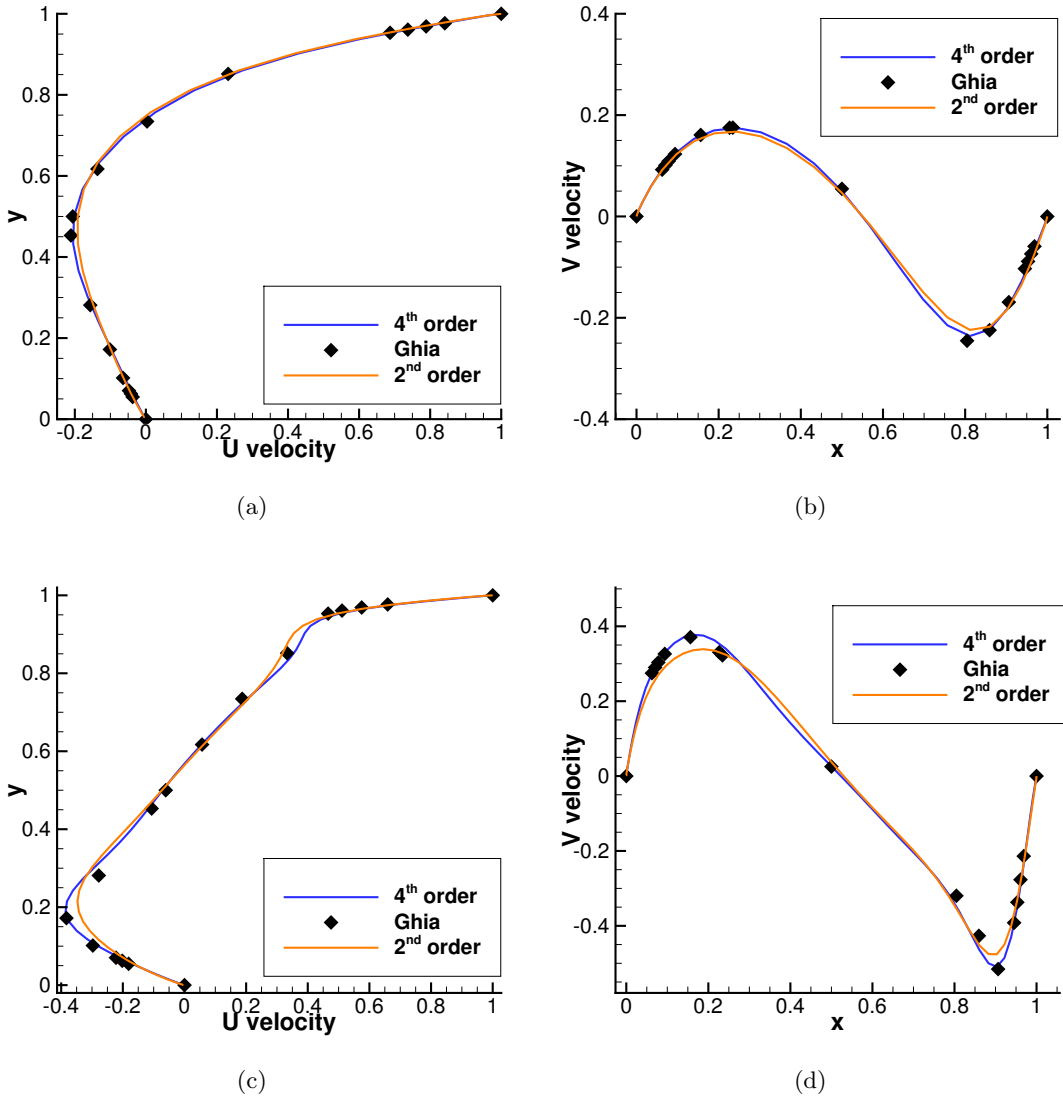
Firar kenarı küt olan bir O-grid ağ topolojisine sahip NACA0012 kanat kesidi için  $M = 0.5$  ve  $Re = 5000$  koşullarında laminar bir viskoz benzetim gerçekleştirilmiştir. Ağ yapısı  $157 \times 112$  düğüm noktası içermekte olup  $80c$  yarıçapına sahiptir. Sonuca yakınsama iki yöntem için de oldukça başarılı görünmektedir (Şekil 5(c)). Şekil 5(b)'de basınç katsayısı dağılımı literatürdeki ağ yoğunluğu yüksek olan ( $200$ 'ü kanat üzerinde olmak üzere  $8564$  ağ noktası), ve  $p^2$  elemanları



üzerinde yüksek-mertebeli bir upwinding yöntemi kullanan bir benzetimle karşılaştırılmaktadır [Villedieu ve ark., 2010]. 4. mertebeden DRP özellikli yaklaşım bir miktar daha yakın sonuç yakalamakla birlikte, firar kenarı kütlüğünden ötürü bir sapma da görülmektedir. C-grid tipi bir ağ üzerinde bu bölge daha iyi sonuç verecektir.

### Kapağıyla yürütülen oluk içi akışı

Klasik bir oluk problemi  $Re = 100$  ve  $Re = 1000$  Reynolds sayılı akış altında çözülmüştür. Üst plaka  $1 m/s$  hızla ilerletilirken diğer duvarlara viskoz duvar şartı uygulanmıştır. Yüksek gradyanlı bölgeyi doğru hesaplayabilmek amacıyla  $25 \times 25$  ve  $49 \times 49$  ağ düğümleri duvarlara doğru daraltılmıştır. Merkezden geçen  $u$  ve  $v$  hızları grafikleri Şekil 6'de Ghia'nın kapsamlı incelemesindeki [Ghia ve ark., 1982] yoğun düğüm noktalı sonuçlarla ( $129 \times 129$ )  $Re = 100$  ve  $Re = 1000$  için karşılaştırılmaktadır. Görüldüğü üzere dördüncü mertebeden çözümler özellikle yüksek gradyanlı bölgelerde başarısını kanıtlamıştır. Yapay yitim katsayısının etkisi büyük olduğundan mümkün olduğunca küçük ( $K_4 = K_6 = 1/2048$ ) seçilmiştir.



Şekil 6: Geometrik orta çizgi üzerinde, Ghia'nın verisi [Ghia ve ark., 1982] ile (a,b)  $Re = 100$  için  $u$  ve  $v$  hızı karşılaştırması ( $25 \times 25$  düğüm noktası) ve (c,d)  $Re = 1000$  için ( $49 \times 49$  ağ düğümü)  $u$  ve  $v$  hızı karşılaştırması

## Yaratılmış Çözüm Yöntemiyle (Method of Manufactured Solutions) Kodun doğrulanması

Bilindiği üzere sıkışabilir Navier-Stokes denklemlerini özellikle üç boyut üzerinde doğrulamak kolay bir iş değildir. Çünkü bu özelliklerin tamamına sahip analitik bir çözüm bilinmemektedir. Yapılabilecek olan düşük Mach sayılı (sıkışamayan), 3. boyutta akışı simetrik seçmek gibi yaklaşımlarla önceki başlıklarda yapıldığı gibi basit akışları çözmektir. Bu tür yaklaşımlar basit karakterli (kimi ilk ve ikinci türevlerin sıfır olduğu akışlar) de olsa akışın fiziğine yoğunlaştığından, yazında “validation” tanımına girmektedir [Roy, 2005]. Bu bölümde ele alınacak olan “verification” (doğrulama) ise kodun doğru çalışıp çalışmadığıyla ilgilenmektedir. Doğrulama yöntemi kodun her noktasındaki her terimini sınavacağından önemlidir. Bununla birlikte, bir noktada hata var ise kimi öğeleri kapatmak suretiyle o nokta saptanıp hatası düzeltilebileceğinden oldukça faydalıdır.

Yaratılmış çözüm yöntemi oldukça düz mantıktır. Fiziksel bir problemi çözmek için uğraşıp durmak yerine, fiziksel olmayan matematiksel fonksiyonlarla oluşturulmuş (yaratılmış) bir çözümü denklemlere sokarak sağ tarafta yeni kaynak terimleri elde edilir. Bu noktada bu yöntem, kod içerisinde denklemlere bir değişiklik gereksinim duymakla yetinir. Çözümü zaten bilinen -yahut saptanmış- bir problem olduğundan elde edilen sonuçlar üzerinden hata hesaplanarak çözüm mertebesi analizi bile kolaylıkla yapılabilmektedir. Böylelikle, bu yöntem bir kodun kabul görmesi için en etkili ve hatalara en duyarlı olduğu söylenebilir [Knupp, 2003]. Hata mertebesi saptanması için kullanılacak yöntem aşağıda maddelenmiştir [Roy, 2005]:

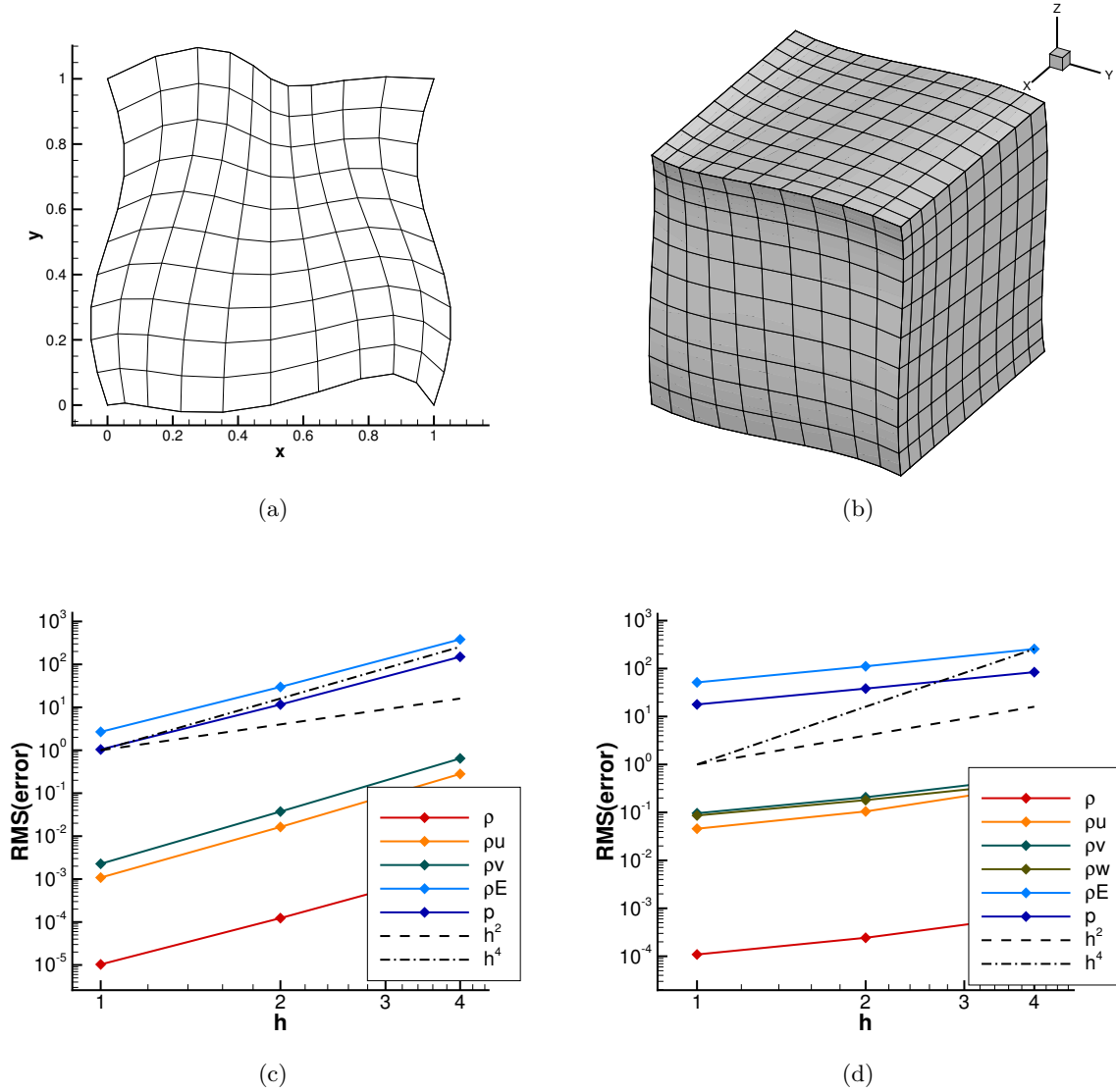
- Tercihen süreğen ve yumuşak davranışlı fonksiyonlardan oluşan bir çözüm seçilir,
- denklem takımları üzerinde bu çözüm yerine konup sağ tarafta kaynak terimleri elde edilir,
- elde edilen kaynak terimleri ve ilgili sınır şartları koda işlenir,
- değişikliğe uğrayan kod ile birkaç ağ yoğunluğu düzeyinde sayısal çözümler elde edilir,
- her noktada yaratılmış çözümle farklarının ikinci normu alınarak ayrıklaştırma hatası ölçümü yapılır,
- beklenen hata mertebesiyle gözlenen hata mertebesi karşılaştırılarak doğruluğu sınanır. Ağ yoğunluk düzeylerinin asimptotik aralık içerisinde olduğuna dikkat edilmelidir.

Bu çalışmada [Veluri ve ark., 2012] da kullandığı aşağıdaki durağan çözüm seçilmiştir:

$$\phi(x, y, z) = \phi_0 + \phi_x f_s\left(\frac{a_{\phi x} \pi x}{L}\right) + \phi_y f_s\left(\frac{a_{\phi y} \pi y}{L}\right) + \phi_z f_s\left(\frac{a_{\phi z} \pi z}{L}\right) \quad (17)$$

Aynı makalede ilgili trigonometrik fonksiyonların ( $f_s$ ) katsayıları da verilmiştir. Bu yolla bir hata mertebesi yapıldığı takdirde söz konusu kod tüm öğeleriyle (taşınım, yitim, yapay yitim akıları; sıkışabilirlik ve üç boyutluluk) aynı anda doğrulanmış olacaktır. İstenildiği durumda, belli sınır şartlarına uyan çözüm yaratılarak ve zamana bağlı etkiler de eklenerek bunların da doğrulanması yapılabilir. Bu raporda bunlara değinilmeyecek olup, sonraki bir çalışmaya bırakılmıştır.

Şekil 7’de iki ve üç boyutlu kodların her ikisi için de yaratılmış çözümlerle elde edilen hata sonuçları verilmiştir. İki boyutlu kodun, bütün öğeleri etkin iken birbiçim olmayan ağ üzerinde bile (bkz. Şekil 7(a) ve 7(c)) kusursuzca çalıştığı görülmektedir. Her öğe etkin iken doğrulama başarılı oluyorsa zaten tüm öğeleri doğrulamış olduğundan ayrı ayrı denemeler yapmaya gereksinim yoktur. Bununla birlikte, üç boyutlu kodun sonuçlarına bakılırsa (Şekil 7(d)) dördüncü hata mertebesine erişilemediğinden koda bir hata olduğu açıkça görülmektedir. Söz konusu hata, yalnızca taşınım varken bile kendini gösterdiğinden taşınım akısından, yüzey hesaplamalarından veya ağın açılırken kullanılan extrapolasasyonlardan ötürü geliyor olmalıdır. Aslında,  $z$  yönünde eşdağılımlı bir ağ



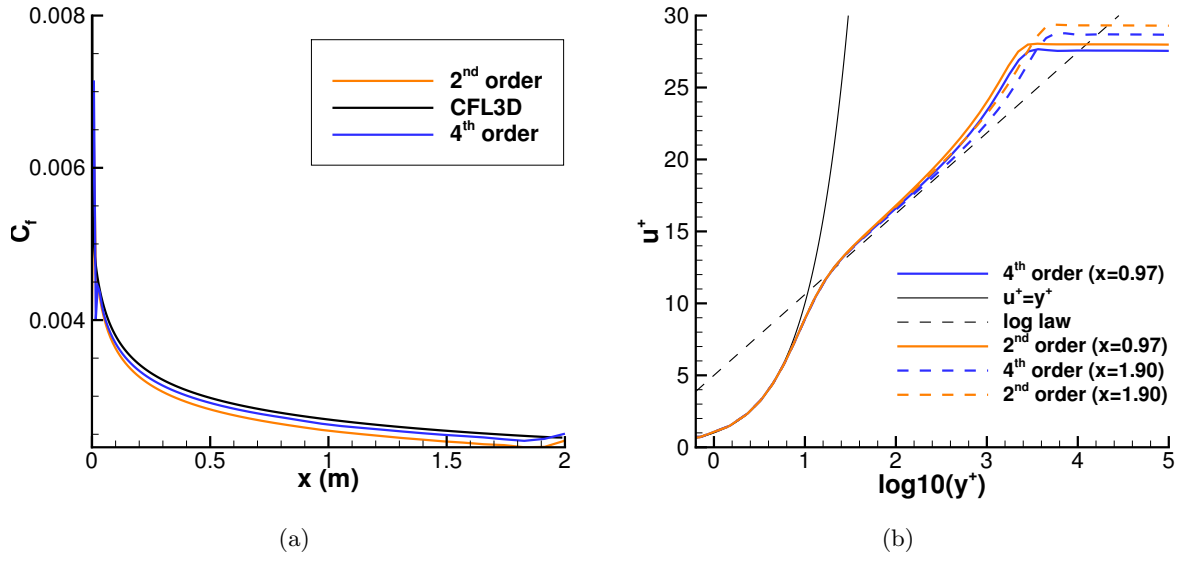
Şekil 7: Ağ yapısı (a,b) üzerinde 2-D Navier-Stokes (c) ve 3-D Euler yaratılan çözümü (d)

üzerinde sorun ortadan kaldığından o yöndeki hesaplarla ilgili olmalıdır. Henüz bu hata saptanamamıştır.

### Türbülans modelinin test edilmesi

Yöntem başlığında anlatılan Spalart-Allmaras tek denklem modeli ile türbülanslı düz levha akışı benzetimi gerçekleştirilmiştir ( $L = 1$  m için  $Re_x = 5 \times 10^6$ ). Kullanılan ağ önceki bölümde laminar akış için kullanılanla aynıdır ( $69 \times 49$ ). İlk grafikte (Şekil 8(a)) sürtünme katsayısı NASA'nın CFL3D kodu ile elde edilen sık ağ üzerindeki sonuçlarıyla (bkz.

[http://turbmodels.larc.nasa.gov/flatplate\\_sa.html](http://turbmodels.larc.nasa.gov/flatplate_sa.html)) karşılaştırılmaktadır. İkinci grafikte ise (Şekil 8(b)) her iki mertebeden çözümlerin sonuçları logaritmik duvar yasasıyla karşılaştırılmaktadır ( $\kappa = 0.41$ ,  $B = 5.0$  bkz. [White, 1974]). Her iki grafikten anlaşılacağı üzere az düğümlü bir ağ ile dahi özellikle dördüncü mertebeden yöntemle tatmin edici sonuçlar alınabilmektedir.



Şekil 8: (a) NASA CFL3D sık ağı (545 × 385) sürtünme katsayısı sonuçlarının az düşüm üzerindeki (69 × 49) benzetimlerle karşılaştırması, (b) boyutsuz duvar birimleri cinsinden hızla duvar kanunu sonuçlarının  $x = 0.97008$  ve  $x = 1.90334$  m konumlarında karşılaştırması

## SONUÇ

Bu noktada, sıkışabilir Navier-Stokes denklemlerini üç boyutta düşük kayıplı (düşük numerik yitimli), düşük dağılımlı simetri-korunumlu sonlu hacimler yöntemiyle çözme kabiliyetine sahip kod geliştirilmiş bulunmaktadır. Elde edilen iki boyutlu kod ile çeşitli test çözümleri başarıyla gerçekleştirilmiştir. Ayrıca yaratılmış çözümler üzerinden kodun her koşul için doğrulanması da gerçekleştirilmiştir. Ancak üç boyutlu kod üzerinde bir hata olduğu saptanmış, henüz düzeltilememiştir. Bundan sonraki aşama, kodu MPI üzerinden paralelleştirme ve DES türbülans modellerini eklemek olarak tasarlanmıştır. Bu işlem sonlandığında, elde edilen zamana bağlı akış verisi işlenmek suretiyle akustik yayılım hesaplanabilir. Çünkü uzak bir noktadaki akustik dalgalanmayı hesaplamak verimli bir şekilde akustik anolojilerle sağlanabilir. Bu amaca yönelik olarak, hareket eden yüzeyler için tasarlanmış olan Ffowcs-Hawkins integral yöntemleri [Williams ve Hawkins, 1969] kullanılacaktır.

## Teşekkür

Bu çalışma, 112M106 no'lu TÜBİTAK 1001 Projesi desteği ile yürütülmüş ve yürütülmeye devam etmektedir.

## Kaynaklar

Allmaras, S. R. ve Johnson, F. T. (2012). Modifications and clarifications for the implementation of the spalart-allmaras turbulence model. In *ICCFD7-1902, Seventh International Conference on Computational Fluid Dynamics, Big Island, Hawaii*.

Cengiz, K. ve Özyörük, Y. (2013). Development of a navier-stokes solver for high-fidelity simulation of wind turbine noise. In *7th Ankara International Aerospace Conference, number September, pages AIAC-2013-040, Ankara*.

- Cook, P., Firmin, M., ve McDonald, M. (1979). Airfoil RAE 2822: pressure distributions, and boundary layer and wake measurements. Technical report, AGARD AR 138.
- Doolan, C., Moreau, D. J., ve Brooks, L. A. (2012). Wind turbine noise mechanisms and some concepts for its control. *Acoustics Australia*, 40(1):7–13.
- Fleig, O., Iida, M., ve Arakawa, C. (2004). Wind turbine blade tip flow and noise prediction by large-eddy simulation. *Journal of solar energy engineering*, 126(4):1017–1024.
- Ghia, U., Ghia, K., ve Shin, C. (1982). High-Re solutions for incompressible flow using the Navier-Stokes equations and a multigrid method. *Journal of Computational Physics*, 48:387–411.
- Jameson, A., Schmidt, W., ve Turkel, E. (1981). Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes. *AIAA paper*, M:1–19.
- Knupp, P. (2003). *Verification of computer codes in computational science and engineering*. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton, Fla.
- Kok, J. (2007). Extra-large eddy simulations using a high-order finite-volume scheme. Technical Report December, NL-TP-2007-800.
- Kok, J. (2009). A high-order low-dispersion symmetry-preserving finite-volume method for compressible flow on curvilinear grids. *Journal of Computational Physics*, 228(18):6811–6832.
- Kok, J. C. ve Ven, H. V. D. (2010). Destabilizing Free Shear Layers in X-LES Using a Stochastic Subgrid-Scale Model. pages 179–189.
- Martinelli, L. (1987). *Calculations of viscous flows with a multigrid method*. PhD thesis, Princeton Univ., NJ.
- Morinishi, Y. (2010). Skew-symmetric form of convective terms and fully conservative finite difference schemes for variable density low-Mach number flows. *Journal of Computational Physics*, 229(2):276–300.
- Oerlemans, S., Sijtsma, P., ve Mendezlopez, B. (2007). Location and quantification of noise sources on a wind turbine. *Journal of Sound and Vibration*, 299(4-5):869–883.
- Ozyoruk, Y. ve Long, L. (1996). Progress in time-domain calculations of ducted fan noise: Multigrid acceleration of a high-resolution caa scheme. In *2nd AIAA/CEAS, Aeroacoustics Conference*, number 1771, State College, PA. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Pirozzoli, S. (2011). Stabilized non-dissipative approximations of Euler equations in generalized curvilinear coordinates. *Journal of Computational Physics*, 230(8):2997–3014.
- Raman, G. (2010). Wind turbines: clean, renewable and quiet? *Noise Notes*, 9(1):35–44.
- Rogers, A. L. ve Manwell, J. F. (2004). Wind turbine noise issues. *Renewable Energy Research Laboratory, University of Massachusetts*.
- Roy, C. J. (2005). Review of code and solution verification procedures for computational simulation. *Journal of Computational Physics*, 205(1):131–156.
- Shannon, D. W. ve Morris, S. C. (2006). Experimental investigation of a blunt trailing edge flow field with application to sound generation. *Experiments in fluids*, 41(5):777–788.

- Spalart, P. ve Allmaras, S. (1992). A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Aerospace Sciences Meetings*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Swanson, R. ve Turkel, E. (1987). Artificial dissipation and central difference schemes for the Euler and Navier-Stokes equations. In *8th Computational Fluid Dynamics Conference, Fluid Dynamics and Co-located Conferences*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Swanson, R. ve Turkel, E. (1997). Multistage schemes with multigrid for euler and navier-stokes equations.
- Tadamasa, A. ve Zangeneh, M. (2011). Numerical prediction of wind turbine noise. *Renewable Energy*, 36(7):1902–1912.
- Tam, C. K. ve Webb, J. C. (1993). Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *Journal of computational physics*, 107(2):262–281.
- Tam, C. K. W. (1995). Computational Aeroacoustics : Issues and Methods. *AIAA Journal*, 33(10).
- Veluri, S. P., Roy, C. J., ve Luke, E. A. (2012). Comprehensive code verification techniques for finite volume CFD codes. *Computers & Fluids*, 70:59–72.
- Verstappen, R. ve Veldman, A. (2003). Symmetry-preserving discretization of turbulent flow. *Journal of Computational Physics*, 187(1):343–368.
- Villedieu, N., Quintino, T., Vymazal, M., ve Deconinck, H. (2010). High order residual distribution schemes based on multidimensional upwinding. In Kroll, N., Bieler, H., Deconinck, H., Couaillier, V., Ven, H., ve Sørensen, K., editors, *ADIGMA - A European Initiative on the Development of Adaptive Higher-Order Variational Methods for Aerospace Applications*, volume 113 of *Notes on Numerical Fluid Mechanics and Multidisciplinary Design*, pages 129–143. Springer Berlin Heidelberg.
- White, F. (1974). *Viscous fluid flow*. McGraw-Hill Higher Education, New York, NY.
- Williams, J. F. ve Hawkins, D. L. (1969). Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 264(1151):321–342.