

SÜPERSONİK GAZ AKIMINDA FONKSİYONEL DEĞİŞİMLİ MALZEME İLE KAPLI SİLİNDİRİK PANELİN STABİLİTESİ

Sofiyev A.H.¹ ve Taşkın M.²
Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta

Şayev Z.Ş.³ ve Kaplan A.N.⁴
Azerbaycan Teknik Üniversitesi, Bakü,
Süleyman Demirel Üniversitesi, Isparta

ÖZET

Bu bildiri, süpersonik gaz akımında fonksiyonel değişimli malzeme (FDM) ile kaplı silindirik panelin eksenel basınç yükü etkisi altında stabilite problemi incelenmektedir. Temel bağıntı ve denklemler, Donnell tipi kabuk teorisi ve Ilyushin'nin doğrusal süpersonik aerodinamik teorisi kullanılarak türetilmektedir. Problemin çözümünde süperpozisyon ve Galerkin yöntemleri kullanılmaktadır. Kritik eksenel yük ifadesi kullanılarak aerodinamik tepki, fonksiyonel değişimli (FD) kaplama ve panel karakteristiklerinin etkileri sayısal olarak incelenmektedir.

GİRİŞ

Aero-elastisite alanında plak, panel ve kabukların stabilite davranışları onların gaz akımı ile etkileşimine bağlı olur. Uzay araçlarının hesabında elastik stabilite kaybı kaçınılmaz olduğu için söz konusu problemin ele alınması çok önemlidir. Değişik stabilite kayıplarının ortaya çıkmasına olanak sağladığı için bu tür problemlerin deneysel ve teorik olarak incelenmesi araştırmacı mühendislerin ve bilim insanlarının ilgisini çekmiştir [Volmir, 1972]. Kabuk ve panellerin süpersonik gaz akımında stabilite problemleri Ilyushin'nin aerodinamik piston teorisine dayanır [Ilyushin, 1956]. Bu çalışmanın ardından homojen kabuk ve panellerin süpersonik gaz akımında stabilite davranışları değişik yazarlar tarafından incelenmiştir [Librescu ve Marfocca, 2002; Singha ve Ganapathi, 2005].

Son yıllarda, havacılık endüstrisinde geleneksel kompozitlerin yanı sıra yeni nesil kompozit malzemeler sıkça kullanılmaktadır. Bu tür malzemelerden biri fonksiyonel değişimli malzeme (FDM) olarak adlandırılır. Çağımızın malzemesi olarak nitelendirilebilecek FDM'ler ilk olarak uzay araçları ve havacılık endüstrisinde kullanılmak için düşünülmüş ve 1984 yılında Japonya'da bir uzay aracı tasarım projesinde ortaya konulmuştur [Koizumi, 1993]. Malzeme biliminde FDM'ler, özelliklerinde değişikliklerle sonuçlanan, hacim bileşeni ve yapısındaki kademeli değişim olarak karakterize edilir. Ayrıca, FDM'ler iki zıt özelliğin (ısı iletkenlik ve ısı direnç) bir malzemede bulunabilmesi amacıyla geliştirilmiştir. Bu özellikler sayesinde FDM'lerden oluşan yapı elemanlarında hafiflik, güçlülük ve sağlamlık mümkün olmaktadır [Miyamoto, Kaysser, Rabin,

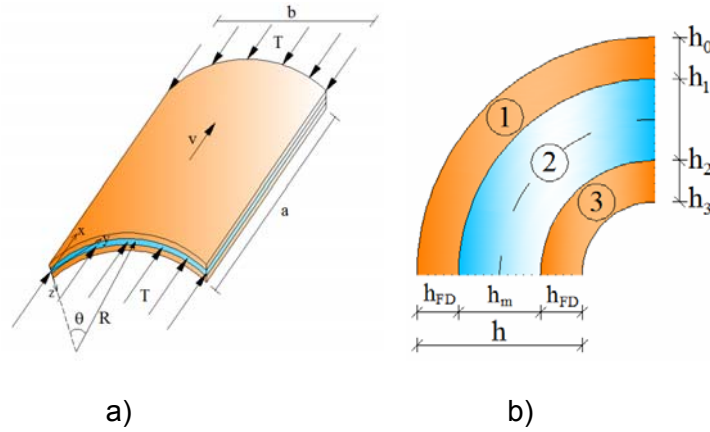
¹ Prof. Dr. SOFIYEV A.H., İnşaat Müh. Böl., E-posta: abduhavey@sdu.edu.tr

² Araştırma Görevlisi TAŞKIN M., İnşaat Müh. Böl., E-posta: melistaskin@sdu.edu.tr

³ Doç.Dr. ŞAYEV Z.Ş., Teorik Mekanik Böl., E-posta: rektor@aztu.az

⁴ Yüksek Lisans Öğrencisi KAPLAN A.N., İnşaat Müh. Böl., E-posta: nadikaplan32@gmail.com

Kawasaki ve Ford, 1999]. Bu avantajlar, FDM'lerin yapısal ve enerji değişim malzemeleri olarak özellikle roket yapımında ve motorların dış duvarlarında kaplama olarak kullanılmasını sağlamaktadır [Kieback, Neubrand ve Riedel, 2003]. Saf FDM ve homojen olmayan izotrop kabuk ve panellerin süpersonik gaz akımında stabilite davranışlarıyla ilgili bazı çalışmalar yapılmıştır [Gadjiev ve Sofiyev, 1993; Prakash ve Ganapathi, 2006; Haddadpour, Mahmoudkhani ve Navazi, 2008]. Günümüzde, FDM'lerle kaplı silindirik kabuk ve paneller, çeşitli mühendislik uygulamalarında örneğin uçak, nükleer ve otomotiv gibi güçlü, rijit ve hafif yapılara gereksinim duyulan yerlerde kullanılmaktadır. Yüzey kaplaması ve çekirdek arasındaki rijitlik özelliklerindeki uyumsuzluktan dolayı kaplamalı silindirik panellerin işlevinde zaman-zaman sorunlar ortaya çıkmaktadır. Bu sorunları gidermek için, yapı elemanlarının tasarımında kaplama malzemesi olarak FDM'ler kullanılması önerilmektedir. Üretim tekniklerindeki gelişmeler, FDM kaplı yapıların büyük bir potansiyele sahip olması fikrini desteklemektedir. FDM kaplı yapı elemanlarının stabilite ve titreşim problemleri ile ilgili yayın sayısı az olup genellikle plaklarla ilgilidir ve son birkaç yıl içinde ortaya çıkmıştır [Zenkour ve Alghamdi, 2010; Sobhy, 2013; Schnack, Sofiyev ve Zerin, 2013; Sofiyev, 2014]. Yapılan literatür taraması süpersonik gaz akımında FDM kaplamalı silindirik panellerin stabilitesinin henüz incelenmediğini ortaya koymuştur. Bu nedenle, süpersonik gaz akımında FDM kaplamalı silindirik panellerin stabilitesi için doğru ve güvenilir yeni analizlerin geliştirilmesi gerekmektedir. Bu bildiride, söz konusu problemin incelenmesi hedeflenmektedir.



Şekil 1: Gaz akımı etkisinde ve aksenal basınç yüküne maruz FDM kaplı panel ve en kesiti

YÖNTEM

Süpersonik gaz akımında bulunan ve T üniform aksenal basınç yükü etkisi altındaki FDM kaplamalı silindirik panel Şekil 1a'da sunulmaktadır. Süpersonik gaz akımı, panelin dış yüzeyine normal doğrultuda bir basınç uygulamaktadır [Ilyushin, 1956]. Üç tabakalı silindirik panelin çekirdeği zenginleştirilmiş metalden, kaplamalar ise FDM'den oluşmaktadır. FDM kaplamalı panelin uzunluğu a , yay uzunluğu b , eğrilik yarı yarıçapı R , genel kalınlığı $h = 2h_{FD} + h_m$ dir. Burada h_m orta tabakanın kalınlığı ve h_{FD} FDM kaplamaların her birinin kalınlığıdır (Şekil 1b). Koordinat sistemi üç tabakalı panelin sol kenarında ve çekirdeğin referans yüzeyinde göz önüne alınmakta ve x eksenini ana doğrultuda, y eksenini çevresel doğrultuda, z eksenini ise söz konusu iki eksene dik olarak Şekil 1a'daki gibi yönelmektedir.

Kaplamalardaki FDM'lerin hacim oranı, kalınlık koordinatının fonksiyonları olup aşağıdaki bağıntı ile tanımlanır [Koizumi, 1993; Kieback, Neubrand ve Riedel, 2003; Shen, 2009]:

$$P = P_s V_s + P_m V_m \quad (1)$$

Burada P_s ve P_m , FD malzemenin seramik ve metal yüzeylerinin ısıya bağlı özellikleri, V_s ve V_m , FD malzemenin seramik ve metal hacim bileşenleri olup şu bağıntı geçerlidir: $V_s + V_m = 1$.

(1) ve (2) bağıntıları kullanılarak silindirik panelin dış ve iç yüzeylerindeki FD kaplamaların Young modülleri ve Poisson oranları için aşağıdaki ifadeler elde edilir [Schnack, Sofiyev ve Zerin, 2013]:

$$E_{FD}^{(1)} = E_s + (E_m - E_s)V_m^{(1)}, \quad v_{FD}^{(1)} = v_s + (v_m - v_s)V_m^{(1)} \quad (2)$$

$$E_{FD}^{(3)} = E_s + (E_m - E_s)V_m^{(3)}, \quad v_{FD}^{(3)} = v_s + (v_m - v_s)V_m^{(3)} \quad (3)$$

Burada E_m, v_m ve E_s, v_s sırasıyla, metal silindirik panelin iç ve dış yüzeylerindeki FD malzemenin metal ve seramik yüzeylerinin Young modülü ve Poisson oranıdır.

Metal silindirik panelin dış ve iç yüzeylerindeki FD kaplamaların hacim kesirleri $V_m^{(1)}$ ve $V_m^{(3)}$ olup doğrusal fonksiyon şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilir [Sobhy, 2013; Sofiyev, 2014]:

$$V_m^{(1)} = \frac{Z - z_1}{z_2 - z_1} \quad \text{ve} \quad V_m^{(3)} = \frac{z_4 - Z}{z_4 - z_3} \quad (4)$$

Burada $Z = z/h$, $z_0 = -0.5$, $z_1 = h_1/h$, $z_2 = h_2/h$, $z_3 = 0.5$ boyutsuz koordinatlarıdır. FDM kaplamalı silindirik panelin Young modülü ve Poisson oranı için aşağıdaki bağıntılar geçerli olur [Zenkour ve Alghamdi, 2010; Sobhy, 2013; Sofiyev, 2014]:

$$[E(Z), v(Z)] = \begin{cases} E_{FD}^{(1)}, v_{FD}^{(1)} & -0.5 \leq Z < z_1 \\ E_m^{(1)}, v_m^{(1)} & z_1 \leq Z \leq z_2 \\ E_{FD}^{(3)}, v_{FD}^{(3)} & z_2 < Z \leq 0.5 \end{cases} \quad (5)$$

Yukarıdaki temel bağıntılar kullanılarak, süpersonik gaz akımında doğrusal kabuk teorisi kullanıldığında aksenal basınç yükü etkisi altındaki FD kaplamalı silindirik panelin değiştirilmiş Donnell tipi stabilize ve deformasyon uygunluk denklemleri Φ_1 Airy gerilme fonksiyonu ve w yer değiştirme fonksiyonuna bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$L_1(\Phi_1, w) \equiv C_2 \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^4} + 2(C_1 - C_5) \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^2 \partial y^2} + C_2 \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial y^4} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} - C_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2(C_4 + C_6) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - C_3 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - T \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + BV \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$B_1 \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^4} + (2B_2 + B_5) \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^2 \partial y^2} + B_1 \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial y^4} - B_4 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - (2B_3 - B_6) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - B_4 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (7)$$

Burada $B = \eta p_\infty / V_\infty$ olup V silindirik panelin yüzeyindeki gazın hızı, η gazın politrop indeksi, p_∞ ve V_∞ sırasıyla tepkisiz durumda gaz akımının basıncı ve hızıdır. C_i ve B_i ($i = 1, 2, \dots, 6$) üç tabakalı panelin FD malzeme özelliklerine ve panel karakteristiklerine bağlı katsayılarıdır.

FDM kaplamalı silindirik panelin kenarları basit mesnetli sınır koşullarına tabi olduğundan (6) ve (7) kısmi türevli diferansiyel denklemlerin çözümü aşağıdaki gibi aranır [Volmir, 1972]:

$$w = f_1 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + f_2 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (8)$$

(8) ifadesi (7) denkleminde yerine yazıldığında ve süperpozisyon yöntemi uygulandığında, Airy gerilme fonksiyonu için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$\Phi_1 = F_1 f_1 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + F_2 f_2 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (9)$$

Burada F_1, F_2 FDM kaplı panelin malzeme özelliklerine ve karakteristiklerine bağlı katsayılarıdır.

(8) ve (9) ifadeleri (6) denkleminde yerine yazılarak Galerkin yöntemi uygulandığında ve elde edilen cebirsel denklemlerin katsayılarından oluşturulan determinant sıfıra eşitlendiğinde, FDM kaplamalı silindirik panelin boyutsuz kritik eksenel yükü için aşağıdaki ifade elde edilir:

$$T_{1kr} = \frac{U_2 - \sqrt{U_2^2 - 4U_1U_3}}{2U_1E_s h} \quad (10)$$

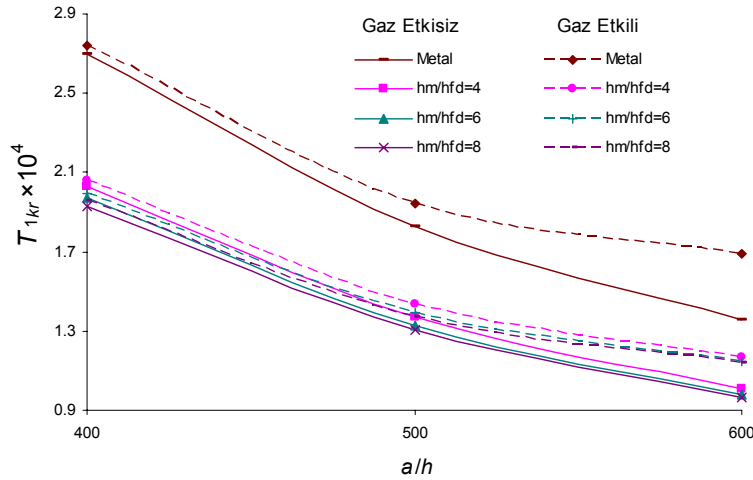
Burada şu tanımlar geçerlidir:

$$\begin{aligned} U_1 &= Q_2 Q_4 R^2, \quad U_2 = -[Q_1 Q_4 + Q_2 Q_3 - Q_2 Q_4 (F_1 + F_2)] R, \\ U_3 &= Q_5 + Q_1 Q_3 - F_2 Q_2 Q_3 - F_1 Q_1 Q_4 + Q_2 Q_4 F_1 F_2, \quad Q_5 = 64b^8 B^2 V^2 a^6 R^2, \\ Q_1 &= 3\pi^4 R [a^4 (c_{21} F_2 - c_{24}) + 16b^4 (c_{12} F_2 - c_{13}) + 4b^2 a^2 (q_1 F_2 - q_2)] \quad Q_2 = 12\pi^2 b^4 a^2, \\ Q_3 &= 3\pi^4 R [b^4 (c_{12} F_1 - c_{13}) + a^2 b^2 (q_1 F_1 - q_2) + a^4 (c_{21} F_1 - c_{24})] \quad Q_4 = 3b^4 a^2 \pi^2. \end{aligned} \quad (11)$$

(10) denkleminde $B=0$ dikkate alındığında, süpersonik gaz akımı etkisi dikkate alınmadığında, FDM kaplamalı panelin boyutsuz kritik eksenel yükünün minimum değeri bulunur.

UYGULAMALAR

Sayısal analizlerde, metal ve seramik malzemeler olarak sırasıyla Paslanmaz Çelik (SUS304) ve Silikon Nitrat (Si_3N_4) kullanılmaktadır. FDM kaplama SUS304/ Si_3N_4 ile ifade edilen Paslanmaz Çelik ve Silikon Nitrat'ın karışımıdır. FD kaplamalı metal silindirik panel oluşturulduğunda orta tabakadaki malzeme, kaplamanın yüzeyindeki zenginleştirilmiş metal malzemenin aynısı olur.



Şekil 2: Süpersonik gaz akımındaki FDM kaplamalı panelin kritik eksenel yükünün değişimi

FD kaplamaların malzeme özellikleri şu şekildedir [Shen, 2009]:

$E_s = 3.22227 \times 10^{11} \text{ Pa}$, $E_s = 2.077877 \times 10^{11} \text{ Pa}$, $\nu_s = 0.24$, $\nu_m = 0.317756$, panel ölçüleri ve aerodinamik veriler şu şekildedir: $a/h = 400, 500, 600$ $R/a = 12$, $a/b = 3$, $h_m/h_{FD} = 4, 6, 8$; $d = 1$; $\eta = 1.4$; $V_0 = V_\infty = 340 \text{ m/sn}$; $P_\infty = 1.014 \times 10^5 \text{ Pa}$. Şekil 2'den görüldüğü gibi a/h oranı arttığında, süpersonik gaz akımı etkisi dikkate alındığı ve alınmadığı durumlarda kritik eksenel yükün değerleri sürekli azalmaktadır. a/h oranı 400'den 600'e kadar arttığında süpersonik gaz akımının etkisi %1.33'den %17.84'e ve h_m/h_{FD} oranı 4'den 8'e kadar arttığında söz konusu etki %15.56'dan %17.84'e kadar artar. Ayrıca, h_m/h_{FD} oranı arttığında kritik eksenel yüke kompozisyonel profilin etkisi yaklaşık %21'den %28'e kadar artmakta, fakat a/h oranı arttığında bu etki çok az %1 olarak

artmaktadır. Ek olarak yapılan hesap ve analizler aerodinamik tepki veya süpersonik gaz akımı etkisinin kritik aksel basınç yükü değerlerini sabitleştirdiğini ortaya koymuştur.

SONUÇ

Bu bildiriye, süpersonik gaz akımında bulunan FDM kaplamalı silindirik panelin aksel basınç yükü etkisi altında stabilite problemi incelenmektedir. Temel bağıntı ve denklemler Donnell tipi kabuk teorisi ve Ilyushin'nin doğrusal süpersonik aerodinamik teorisi kullanılarak türetilmekte ve çözümünde süper-pozisyon ve Galerkin yöntemleri kullanılmaktadır. Kritik yük ifadesi kullanılarak süpersonik gaz akımı etkisi, FD kaplama ve panel karakteristikleri değişiminin etkileri sayısal olarak incelenmektedir.

Kaynaklar

- Gadjiev, V.D. ve Sofiyev, A.H., 1993. *The stability of non-homogeneous elastic plates in a supersonic flow*, Proceedings of Scientific Conference on Mathematics and Mechanics, Institute of Mathematics and Mechanics, Scientific Academy of Azerbaijan, ELM, Baku, s.24-27(in Russian).
- Haddadpour, H., Mahmoudkhani, S. ve Navazi, H.M., 2008. *Supersonic flutter prediction of functionally graded cylindrical shells*, Composite Structures, Cilt.83, s.391-398.
- Ilyushin, A.A., 1956. *The law of plane cross sections in supersonic aerodynamics*, Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Cilt.20(6), (in Russian).
- Kieback, B., Neubrand, A. ve Riedel, H., 2003. *Processing techniques for functionally graded materials*, Materials Science and Engineering A, Cilt.362, s.81-106.
- Koizumi, M., 1993. *The concept of FGM*, Ceramic Transactions Functionally Graded Materials, Cilt.34, s.3-10.
- Librescu, L.I. ve Marfocca, P., 2002. *Supersonic/ hypersonic flutter and post-flutter of geometrically imperfect circular cylindrical panels*, Journal of Spacecraft and Rockets, Cilt.39, s.802-823.
- Miyamoto, Y., Kaysser, W.A., Rabin, B.H., Kawasaki, A. ve Ford, R.G., 1999. *Functionally graded materials: design, processing, and applications*, Kluwer, Massachusetts.
- Prakash, T. ve Ganapathi, M., 2006. *Supersonic flutter characteristics of functionally graded flat panels including thermal effects*, Composite Structures, Cilt.72, s.10-18.
- Schnack, E., Sofiyev, A.H. ve Zerlin, Z., 2013. *On the Buckling of the Layered Cylindrical Shell with FGM Face Sheets Subjected to the Axial Load*, Acta Physica Polonica A, Cilt.123, s.731-733.
- Shen, H.S., 2009. *Functionally graded materials, nonlinear analysis of plates and shells*, CRC Press, Florida.
- Singha, M.K. ve Ganapathi, M., 2005. *A parametric study on supersonic flutter behavior of laminated composite skew flat panels*, Composite Structures, Cilt.69, s.55-63.
- Sobhy, M., 2013. *Buckling and free vibration of exponentially graded sandwich plates resting on elastic foundations under various boundary conditions*, Composite Structures, Cilt.99, s.76-87.
- Sofiyev, A.H., 2014. *On the dynamic buckling of truncated conical shells with functionally graded coatings subject to a time dependent axial load in the large deformation*, Composites Part B: Engineering, Cilt.58, s.524-533.
- Volmir, A.S., 1972. *Nonlinear dynamics of plates and shells*, Nauka, Moscow (in Russian).
- Zenkour, A.M. ve Alghamdi, N.A., 2010. *Bending analysis of functionally graded sandwich plates under the effect of mechanical and thermal loads*, Mechanics of Advanced Materials and Structures, Cilt.17(6), s.419-432.