

DOĞAL TAŞINIMLA ISI TRANSFERİ VE AKIŞ PROBLEMİNİN ISIL LATTİCE BOLTZMANN METODU İLE ÇÖZÜMÜ

Bedri YAĞIZ¹
Aselsan AŞ, Akara

ÖZET

İki boyutlu duvarları ısıtılmış kavite içinde doğal taşınım (natural convection) akış problemini çözmek için tek gevşeme zamanlı (single relaxation time) çift popülasyonlu Isıl Lattice-BGK Modeli (ILB) kullanılmış ve farklı Rayleigh ($Ra=10^3 - 10^6$) sayıları için analizler gerçekleştirilmiştir. Yoğunluk farkından kaynaklanan kaldırma (buoyancy) etkisini hesaplamak için Boussinesq yaklaşımı kullanılmış ve akış ve sıcaklık alanlarının çözümünde dokuz ayrı hız modeli (D2Q9) tercih edilmiştir. Hesaplanan kaldırma kuvvetinin indüklediği yatay ve dikey hızlar literatürde mevcut olan sayısal ve teorik veriler ile karşılaştırılmış ve oldukça tutarlı sonuçlar elde edildiği görülmüştür.

GİRİŞ

Lattice Boltzmann (LB) metodu, lattice gaz otomatik (gas automata) [McNamara, 1988] yönteminden türetilmiş, sıkıştırılmaz Navier-Stokes denklemlerini çözmek için geliştirilmiş sayısal bir yöntemdir [Dazhi, 2003]. LB denklemleri, Boltzmann kinetik denkleminin moleküller arasındaki etkileşiminin, makroskobik dünyadaki hidrodinamik davranışları etkileyemeyecek şekilde asgari düzeye indirgenmiş halidir [D’Orazio, 2004]. LB metodunun başlıca avantajları; kolay kullanımı, paralel çalışması ve sınır şartlarının uygulamasının pratik olmasıdır [Trouutte, 2013]. Ek olarak, taşınım operatörünün lineer olması ve basınç değeri için herhangi bir Poisson denklemi çözümüne gerek duymuyor olması bu metodun ilave avantajlarıdır.

1990’den itibaren LB metodu birçok mühendislik probleminin sayısal benzetiminde oldukça başarı göstermiştir. Sayısal kararsızlıktan dolayı LB metodu ısı olmayan (athermal) akış çözümünde gösterdiği başarıyı, ısı akışlarda tatmin edici bir şekilde gösterememiştir [Lallemand, 2003].

Literatürde mevcut olan Isıl Lattice Boltzmann (ILB) metotları iki grupta sınıflandırılır: çoklu-hız (multi-speed) [Almalowi, 2012; Malaspinas, 2011 ve McNamara 1998] ve çift popülasyonlu yaklaşımdır [D’Orazio, 2004 ve Lallemand, 2003]. Birinci yaklaşım olan çoklu-hız yöntemi izotermal LB modelinin genişletilmiş halidir. Bu yöntemde ısı akışı ve sıcaklık bilgisi parçacık dağılım fonksiyonunun $f_i(\vec{x}, v, t)$ yüksek mertebeden kinetik momentlerinin hesaplanması ile bulunur. Çoklu hız yönteminde kinematik viskozite ile ısı difüzyon (diffusivity) birbirine eşittir, yani Prandtl sayısı 1 ile sınırlıdır. Yüksek mertebeden hız terimleri içerdiğinden dolayı da sayısal kararsızlıklara neden olmaktadır.

Sayısal kararlılığı artırmak için yoğunluk dağılım fonksiyonuna benzer (pasif skalar yöntemi) [Mai, 2010] veya farklı olan (He modeli) [Li, 2007] başka bir dağılım fonksiyonu kullanılmıştır. Pasif skalar yönteminde sıcaklık bilgisi, akış hızı ile taşınmasına rağmen akış alanında herhangi bir etkisi yoktur. He modelinde, ısı enerjisi yoğunluğunun ve ısı akışının hesaplanacağı farklı bir dağılım fonksiyonu $g_i(\vec{x}, v, t)$, tanımlanarak sisteme çifte bir özgürlük tanımlanmıştır. Bu sayede yüksek

¹ Dr. Bedri YAĞIZ, Aselsan MGEO, E-posta: byagiz@aselsan.com.tr

mertebedeki kinetik momentlere ihtiyaç duyulmamış ve oldukça kararlı bir yapı elde edilmiştir. Farklı dağılım fonksiyonu tanımlanmasının diğer bir avantajı ise viskoz sıcaklık yayılımının (dissipation) ve sıkıştırma etkisinin çözüme dâhil edilmiş olmasıdır.

Bu çalışmada, İki boyutlu duvarları ısıtılmış kavite içinde doğal taşınım akış problemini çözmek için tek gevşeme zamanlı, çift popülasyonlu ILB Modeli kullanılarak, farklı Rayleigh ($Ra=10^3 - 10^6$) sayıları için analizler gerçekleştirildi. Boussinesq yaklaşımı kullanılarak yoğunluk farkından kaynaklanan kaldırma etkisi hesaplandı. Hız ve sıcaklık alanlarının ayrıklaştırılmasında dokuz ayrı hız modeli kullanıldı. Isıtılan duvardan dolayı oluşan kaldırma kuvvetinin indüklediği yatay ve dikey hızlar hesaplandı. Hesaplanan sayısal değerler literatürde mevcut olan sayısal ve teorik veriler ile karşılaştırıldı ve oldukça tutarlı sonuçlar elde edildiği görüldü.

ISIL LATTİCE BOLTZMANN (ILB) MODELİ

Bu çalışmada kullanılan iki boyutlu sıkıştırılmaz ILB modeli ilk olarak He [He, 1998] tarafından ortaya atılmıştır. Tek bir akışkan parçacığı için yoğunluk dağılım \hat{f} fonksiyonunun açılımı:

$$\frac{D\hat{f}}{Dt} \equiv \partial_t \hat{f} + (\vec{\xi} \cdot \nabla) \hat{f} = -\frac{\hat{f} - \hat{f}^{eq}}{\tau_f} + F \quad (1)$$

$\vec{\xi}$ moleküllerin mutlak hızı, τ_f gevşeme zamanı, \hat{f}^{eq} Maxwell-Boltzmann denge dağılım fonksiyonu ve F harici kuvvetlerdir.

Benzer şekilde iç enerji dağılım \hat{g} fonksiyonunun açılımı:

$$\frac{D\hat{g}}{Dt} \equiv \partial_t \hat{g} + (\vec{\xi} \cdot \nabla) \hat{g} = -\frac{\hat{g} - \hat{g}^{eq}}{\tau_g} \quad (2)$$

τ_g iç enerji dağılım fonksiyonunun gevşeme zamanını ifade eder.

$$\begin{aligned} \rho(\vec{x}, t) &= \int \hat{f}(\vec{x}, \vec{\xi}, t) d\vec{\xi} \\ \rho(\vec{x}, t) \vec{u}(\vec{x}, t) &= \int \vec{\xi} \hat{f}(\vec{x}, \vec{\xi}, t) d\vec{\xi} \\ \rho(\vec{x}, t) e(\vec{x}, t) &= \int \hat{g}(\vec{x}, \vec{\xi}, t) d\vec{\xi} \\ \vec{q}(\vec{x}, t) &= \int \vec{v}' \hat{g}(\vec{x}, \vec{\xi}, t) d\vec{\xi} \end{aligned} \quad (3)$$

ρ yoğunluk, \vec{u} akış hızı, e ısı enerji yoğunluğu, \vec{q} ısı akısı ve $\vec{v}' = \vec{\xi} - \vec{u}$ akış hızına göre özgül molekül hızıdır. Gerçek akışlarda kütle, momentum ve enerji aynı fiziksel molekül ile taşındığı için yoğunluk dağılım \hat{f} fonksiyonunu ile enerji dağılım \hat{g} fonksiyonunu arasında şu ilişki olmak zorundadır:

$$\hat{g}(\vec{x}, \vec{\xi}, t) = \frac{|\vec{v}'|}{2} \hat{f}(\vec{x}, \vec{\xi}, t) \quad (4)$$

Bu sayede \hat{g} fonksiyonunu, \hat{f} için karşılık gelen Boltzmann denklemi ile ifade edebiliriz;

$$\partial_t \hat{g} + (\vec{\xi} \cdot \nabla) \hat{g} = 0.5 |\vec{v}'|^2 \frac{\hat{f} - \hat{f}^{eq}}{\tau_f} - \hat{f}(\vec{\xi} - \vec{u}) \cdot [\partial_t \vec{u} + (\vec{\xi} \cdot \nabla) \vec{u}] \quad (5)$$

Denklem 5'in sağdan birinci terimi \hat{g} için çarpışma operatörüdür.

(6)

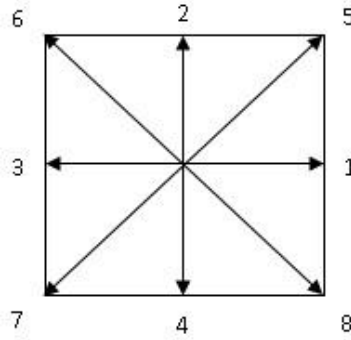
$$0.5|\vec{v}'|^2 \frac{\hat{f} - \hat{f}^{eq}}{\tau_f} = -\frac{\hat{g} - \hat{g}^{eq}}{\tau_g}$$

Denklem 5'in sağdan ikinci terimi:

$$\hat{f}(\vec{\xi} - \vec{u}) \cdot [\partial_t \vec{u} + (\vec{\xi} \cdot \nabla) \vec{u}] = \hat{f}h \quad (7)$$

h burada viskoziteden kaynaklanan ısınmadır.

LB modelini elde edebilmek için hız uzayı ayrıklaştırılmalıdır: dt zamanında dağılım fonksiyonu lattice linki $d\vec{x}_i = \vec{c}_i dt$, boyunca taşınır. Çalışmada 2 boyutlu, 9 hızlı lattice kullanılmıştır (Şekil 1).



Şekil 1: İki boyutlu D2Q9 modeli

İkinci mertebeden bir yöntem kullanmaktan kaçınmak için \hat{f} ve \hat{g} fonksiyonunları tekrardan tanımlanmalıdır [Kuznik, 2007].

$$f = \hat{f} + \frac{\delta t}{2\tau_f} (\hat{f} - \hat{f}^{eq}) - \frac{dt}{2} F$$

$$g = \hat{g} + \frac{\delta t}{2\tau_g} (\hat{g} - \hat{g}^{eq})$$

Ayrıklaştırma yapıldıktan sonra;

$$f_i(\vec{x} + \vec{c}_i \delta t, t + \delta t) + f_i(\vec{x}, \delta t) = -\frac{\delta t}{\tau_f + 0.5\delta t} [f_i - f_i^{eq}] + \frac{\delta t \tau_f}{\tau_f + 0.5\delta t} F_i$$

$$g_i(\vec{x} + \vec{c}_i \delta t, t + \delta t) + g_i(\vec{x}, \delta t) = -\frac{\delta t}{\tau_g + 0.5\delta t} [g_i - g_i^{eq}]$$

D2Q9 modelinin ayırık hızları;

$$\begin{aligned}
 c_0 &= 0 & i &= 0 \\
 c_{ix,iy} &= c \left(\cos \left((i-1) \frac{\pi}{2} \right), \sin \left((i-1) \frac{\pi}{2} \right) \right) & i &= 1, 2, 3, 4 \\
 c_{ix,iy} &= \sqrt{2}c \left(\cos \left((i-5) \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right), \sin \left((i-5) \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right) & i &= 5, 6, 7, 8
 \end{aligned} \tag{10}$$

$c = \sqrt{3R\bar{T}}$, R gaz sabiti, \bar{T} is ortalama sıcaklıktır.

Denge dağılım fonksiyonu:

$$\begin{aligned}
 f_i^{eq} &= \rho w_i \left[1 + 3 \frac{\vec{c}_i \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{9 (\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{2 c^4} - \frac{3 \vec{u}^2}{2 c^2} \right] \\
 g_i^{eq} &= -\rho w_i \frac{3e (u^2 + v^2)}{2 c^2}, i = 0 \\
 g_i^{eq} &= \rho w_i e \left[1.5 + \frac{1.5 \vec{c}_i \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{4.5 (\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{c^4} - \frac{1.5 (u^2 + v^2)}{c^2} \right], i = 1, 2, 3, 4 \\
 g_i^{eq} &= \rho w_i e \left[3 + \frac{6 \vec{c}_i \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{4.5 (\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{c^4} - \frac{1.5 (u^2 + v^2)}{c^2} \right], i = 5, 6, 7, 8
 \end{aligned} \tag{11}$$

w_i ağırlık fonksiyonudur; $i=0$ için $4/9$, $i=1,2,3,4$ için $1/9$ and $i=5,6,7,8$ içinde $1/36$ dır.

$$\vec{u} \equiv (u, v), \rho e = \rho RT \tag{12}$$

Nihayetinde makroskobik değerler şu şekilde hesaplanır;

$$\begin{aligned}
 \rho &= \sum f_i \\
 \rho u &= \sum \vec{c}_{ix} f_i + \frac{dt}{2} F_b \\
 \rho v &= \sum \vec{c}_{iy} f_i \\
 \rho e &= \sum g_i - \frac{dt}{2} \sum f_i h_i \\
 \vec{q} &= \left(\sum \vec{c}_i g_i - \rho e \vec{u} - \frac{dt}{2} \sum \vec{c}_i g_i h_i \right) \frac{\tau_g}{\tau_g + 0.5dt}
 \end{aligned} \tag{13}$$

Kinematik viskozite ve ısı difüzyon şu şekilde hesaplanır;

$$v = \tau_f R \bar{T}, \quad \chi = 2 \tau_{gf} R \bar{T} \tag{14}$$

Kaldırma (Bouyancy) Kuvvet Hesabı

Boussinesq yaklaşımında yoğunluğun aşağıdaki şekilde değiştiği kabul edilir. (15)

$$\rho = \bar{\rho}[1 - \beta(T - \bar{T})]$$

β ısı genişleme (expansion) sabiti, $\bar{\rho}$ ortalama yoğunluk değeri. Birim kütle için kaldırma etkisi:

$$G_1 = \beta g(T - \bar{T}) \quad (16)$$

Sıcaklık farkından dolayı oluşan kaldırma kuvveti ise aşağıdaki formül ile hesaplanır [D'Orazio, 2004]. (17)

$$F_b = \rho G_1$$

Sınır Şartları

Hız alanı: Kavitenin duvar yüzeylerinde hız alanı için kaymama (non-slip) sınır şartı kullanıldı. Zou ve He [Zou, 1997]'nin dengede olmayan geri sıçrama (non-equilibrium bounce back) kuralı kullanıldı. Batı duvarı için sınır şartı şu şekilde kullanıldı:

Batı duvarında bilinmeyen dağılımlar $f_{1,5,8}$ dir. $u=v=0$ sınır şartı aşağıdaki kısıtlamalar (constraints) ile uygulandı;

$$\begin{aligned} \sum f_i &= \rho_B \\ \sum \vec{c}_{ix} f_i &= \rho_B u - \frac{dt}{2} F_b \\ \sum \vec{c}_{iy} f_i &= \rho_B v \end{aligned} \quad (18)$$

Bilinmeyen sayısı, üç dağılım fonksiyonu $f_{1,5,8}$ ve duvar üzerindeki yoğunluk olmak üzere toplamda dört adettir. Sistemi tam olarak ifade edebilmek için gerekli olan denklem, dağılım fonksiyonunun dengede olmayan (f_i^{Neq}) kısmı için geri sıçrama kuralından gelir:

$$f_1 - f_1^{eq} = f_3 - f_3^{eq} \quad (19)$$

Bu kural sayesinde duvar üzerindeki yoğunluğu (ρ_B) bilinen dağılım fonksiyonları cinsinden yazabiliriz. (20)

$$\rho_B = \left[\left(\sum_{0,2,3,4,6,7} f_i \right) + (f_3 + f_6 + f_7) \right] / \left(1 - \frac{u}{c} + 0.5dt \frac{G}{c} \right)$$

Batı duvarında bilinmeyen dağılım fonksiyonları şu şekilde ifade edilir:

$$\begin{aligned} f_1 &= f_3 + \frac{2}{3} \rho_B \frac{u}{c} \\ f_5 &= f_7 + \frac{f_4 - f_2}{2} + \frac{1}{6} \rho_B \frac{u}{c} + \frac{1}{2} \rho_B \frac{v}{c} - 0.25dt \frac{F_b}{c} \\ f_8 &= f_6 - \frac{f_4 - f_2}{2} + \frac{1}{6} \rho_B \frac{u}{c} - \frac{1}{2} \rho_B \frac{v}{c} - 0.25dt \frac{F_b}{c} \end{aligned} \quad (21)$$

Diğer duvar yüzeyleri içinde benzer yöntem uygulandı.

Isıl Alan: Inamuro [Inamuro, 1995] tarafından ortaya atılan ters-kayma (counter-slip) yaklaşımı sıcaklık alanı sınır şartları için kullanıldı. Bu yöntemi sıcaklık alanı için ilk defa D'Orazi [D'Orazi, 2004] kullanmıştır.

Bilinmeyen ısıl dağılım fonksiyonunu hesaplamak için ters-kayma ısıl enerji yoğunluğu (e'), denge durumundaki enerji yoğunluğuna (e) eklenir. Sabit sıcaklık uygulanan kuzey duvarı için sınır şartını aşağıdaki şekilde uygulayarak bilinmeyen ısıl dağılım fonksiyonlarını hesaplayabiliriz.

$$\rho_K(e_K + e') = \frac{\rho_K e_K + \frac{dt}{2} \sum_i f_i h_i - K'}{\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \frac{v}{c} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}} \quad (22)$$

$$g_i = \rho_K w_i (e_K + e') \left[3 + \frac{6\vec{c}_i \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{4.5(\vec{c}_i \cdot \vec{u})^2}{c^4} - \frac{1.5(u^2 + v^2)}{c^2} \right], i = 4,7,8$$

K' bilinen ısıl dağılım fonksiyonlarının (akış içinden ve komşu duvar noktalarından gelen bilgi) toplamı, e_K duvara uygulanan sıcaklıktan kaynaklanan iç enerjidir. Viskoz ısıtma h , yapılan çalışmada ihmal edilse de genel bir sınır şartı tanımlamak için kullanıldı.

Yalıtılmış duvar sınır şartı için ısı akısı, $q_x = 0$ alındı. Yalıtılmış batı duvarı için sınır şartı:

$$g_1 = w_1 \left[\sum_{j=3,6,7} g_j + \frac{dt}{2} \sum_B \frac{c_i}{c} h_i f_i + \rho e_B \frac{u}{c} \right] \left[1.5 + \frac{1.5\vec{c}_1 \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{4.5(\vec{c}_1 \cdot \vec{u})^2}{c^4} - \frac{1.5(u^2 + v^2)}{c^2} \right]$$

$$g_i = w_i \left[\sum_{j=3,6,7} g_j + \frac{dt}{2} \sum_B \frac{c_i}{c} h_i f_i + \rho e_B \frac{u}{c} \right] \left[3 + \frac{6\vec{c}_1 \cdot \vec{u}}{c^2} + \frac{4.5(\vec{c}_1 \cdot \vec{u})^2}{c^4} - \frac{1.5(u^2 + v^2)}{c^2} \right], i = 5,8$$

Diğer duvar yüzeyleri içinde benzer yöntem uygulandı.

KARE KAVİTE İÇİNDE DOĞAL TAŞINIM

Taşınım problemlerinde önemli bir kontrol parametresi Ragleigh (Ra) sayısıdır. Ra sayısı akışkanın kaldırması ile viskozitesi arasındaki ilişkiyi belirler. Eğer Ra sayısı akışkan için kabul edilen kritik değerinin altında ise ısı transferinde etken rolü iletim (conduction) oynar. Tam tersi durumda taşınım etkindir. Eğer $Ra < 10^6$ ise laminar, $10^6 < Ra < 10^8$ ise geçiş ve $Ra > 10^8$ akış türbülanslıdır.

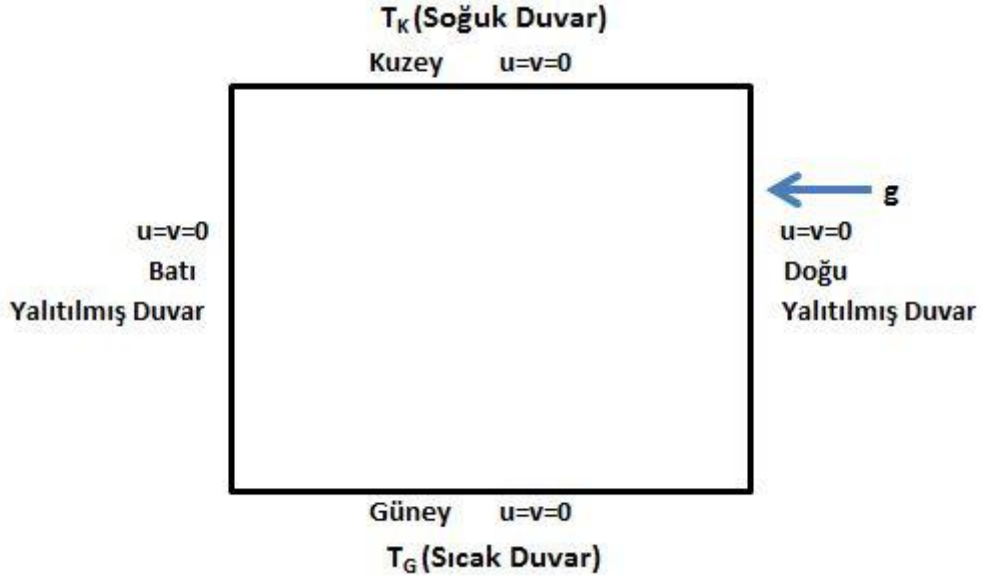
Yapılan çalışmanın doğrulanması için literatürde sıklıkla kullanılan kavite içinde doğal taşınım problemi kullanıldı. Kavitenin dört duvarı durağan halde, $u=v=0$, doğu ve batı duvarları yalıtılmış halde, güney ve kuzey duvarları farklı sabit sıcaklık değerlerine sahip $T_G=20$ ve $T_K=1$ olacak şekilde sınır şartı uygulandı (Şekil 2). Ortalama sıcaklık değeri $\bar{T} = (T_K + T_G)/2$, gevşeme zamanları $\tau_f = 0.1$, $\tau_g = 0.0704$, $Pr=0.71$ ve son olarak difüzyon hızı, $V^*=v/PrH$, 0.0002301 olarak alındı. $Ra=10^3$ ve 10^4 için 129×129 , $Ra=10^5$ ve 10^6 içinse 205×205 ebatlarında ağ yapısı kullanıldı.

Yerel ve ortalama Nusselt (Nu) sayıları sırasıyla;

$$Nu = -\frac{H}{\Delta T} \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\bar{Nu} = \frac{1}{L} \int_0^L Nu dx$$

Sıcaklık gradyanı üç nokta formülü ile hesaplandı.



Şekil 2: Kavitenin duvarlarındaki sınır şartları

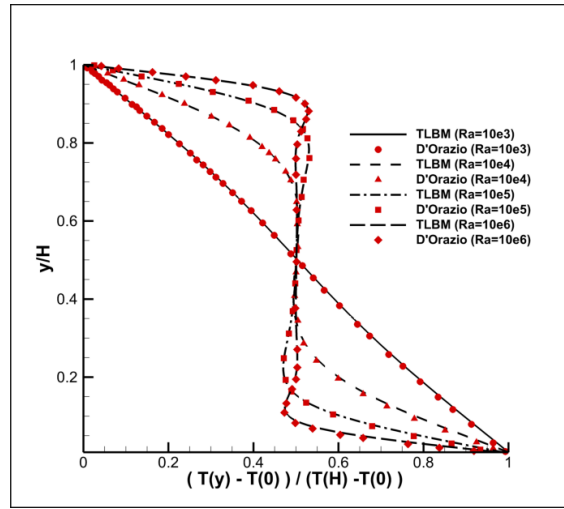
SONUÇ

Şekil 2’de resmedilen kavite içindeki doğal taşınım akış problemini çözmek için tek gevşeme zamanlı çift popülasyonlu ILB modeli kullanıldı. Hız ve sıcaklık alanları D2Q9 modeli kullanılarak ayrıklaştırıldı. Yoğunluk farkından kaynaklanan kaldırma etkisi Boussinesq yaklaşımı ile hesaplandı.

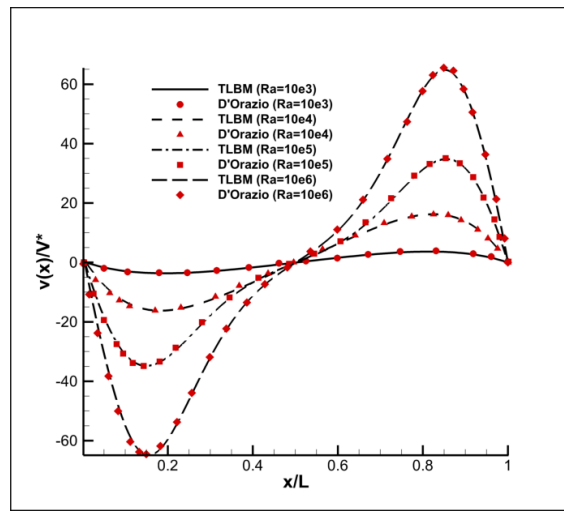
Şekil 3-5’de, hesaplanan sıcaklık ve hız profilleri, Tablo 1 ve 2’de kavitenin merkezinde ($x/L=0.5$) oluşan maksimum hız değerleri ile sıcak duvar üzerinde (T_G) hesaplanan yerel ve ortalama Nu sayıları literatürde mevcut bulunan çalışmalar ile karşılaştırıldı ve hesaplanan değerlerin oldukça tutarlı olduğu görüldü. Şekil 6 ve 7’de sıcaklık farkından dolayı oluşan akım çizgileri ve eş sıcaklık eğrileri resmedildi. Bu çalışmanın sonucunda, Ra sayısının doğal taşınım üzerindeki etkisi incelenmiş oldu.

Tablo 1: Farklı Ra sayılarında kavitenin merkezinde oluşan maksimum yatay ve dikey hızların karşılaştırılması

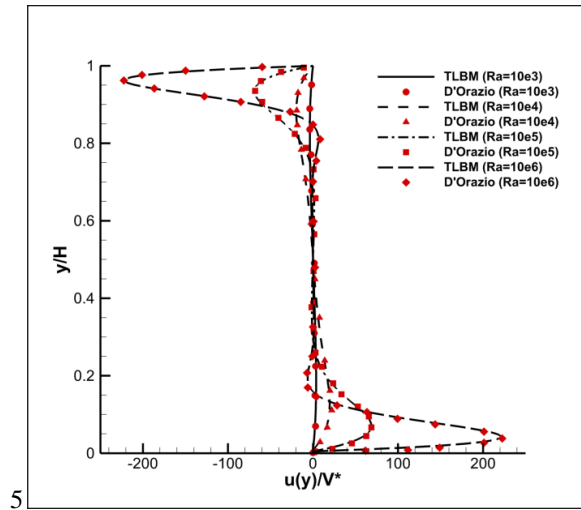
Ra = 10³	umax/V*	(x/L=0.5)	vmax/V*	(y/L=0.5)
Çalışmanın sonucu	3.7040	0.1797	3.6480	0.8125
A. D'Orazio (2003)	3.7001	0.1797	3.6532	0.8125
Barakos (1994)	4.1301	0.1810	4.0768	0.8060
De Vahl Davis (1983)	3.6970	0.1780	3.6490	0.8130
Fusegi (1994)	3.4906	0.2000	3.5172	0.8330
Ra = 10⁴				
Çalışmanın sonucu	19.7090	0.1172	16.2482	0.8203
A. D'Orazio (2003)	19.6803	0.1172	16.2370	0.8203
Barakos (1994)	19.7172	0.1190	16.2625	0.8180
De Vahl Davis (1983)	19.6170	0.1190	16.1780	0.8230
Fusegi (1994)	18.9588	0.1170	16.9366	0.8170
Hortmann et al (1990)	19.6295	0.1193	16.1802	0.8265
Ra = 10⁵				
Çalışmanın sonucu	68.7010	0.0637	35.0263	0.8578
A. D'Orazio (2003)	68.7122	0.0637	34.8225	0.8529
Barakos (1994)	68.7462	0.0660	35.1725	0.8590
De Vahl Davis (1983)	68.5900	0.0660	34.7300	0.8550
Fusegi (1994)	65.8152	0.0650	39.1694	0.8550
Hortmann et al (1990)	68.6396	0.0657	34.7399	0.8558
Ra = 10⁶				
Çalışmanın sonucu	221.2441	0.0391	64.9480	0.8529
A. D'Orazio (2003)	221.1869	0.0392	64.8679	0.8529
Barakos (1994)	220.7651	0.0390	64.8813	0.8590
De Vahl Davis (1983)	219.3600	0.0379	64.6300	0.8500
Fusegi (1994)	218.2373	0.0330	70.7796	0.8560
Hortmann et al (1990)	220.4610	0.0390	64.8367	0.8505



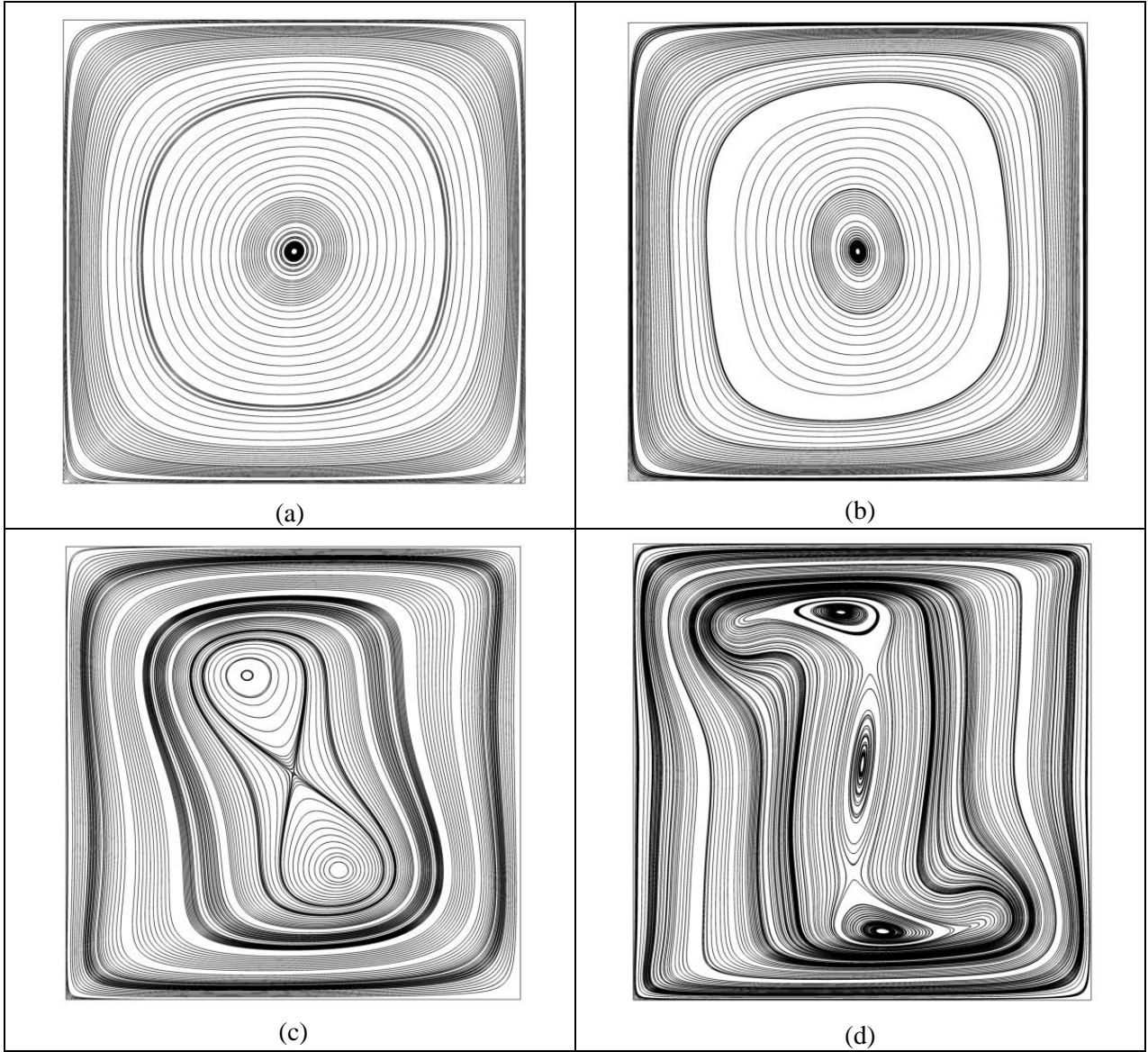
Şekil 3: Normalleştirilmiş sıcaklık profilleri $x/L=0.5$, $\Delta T=19$, $Pr=0.71$



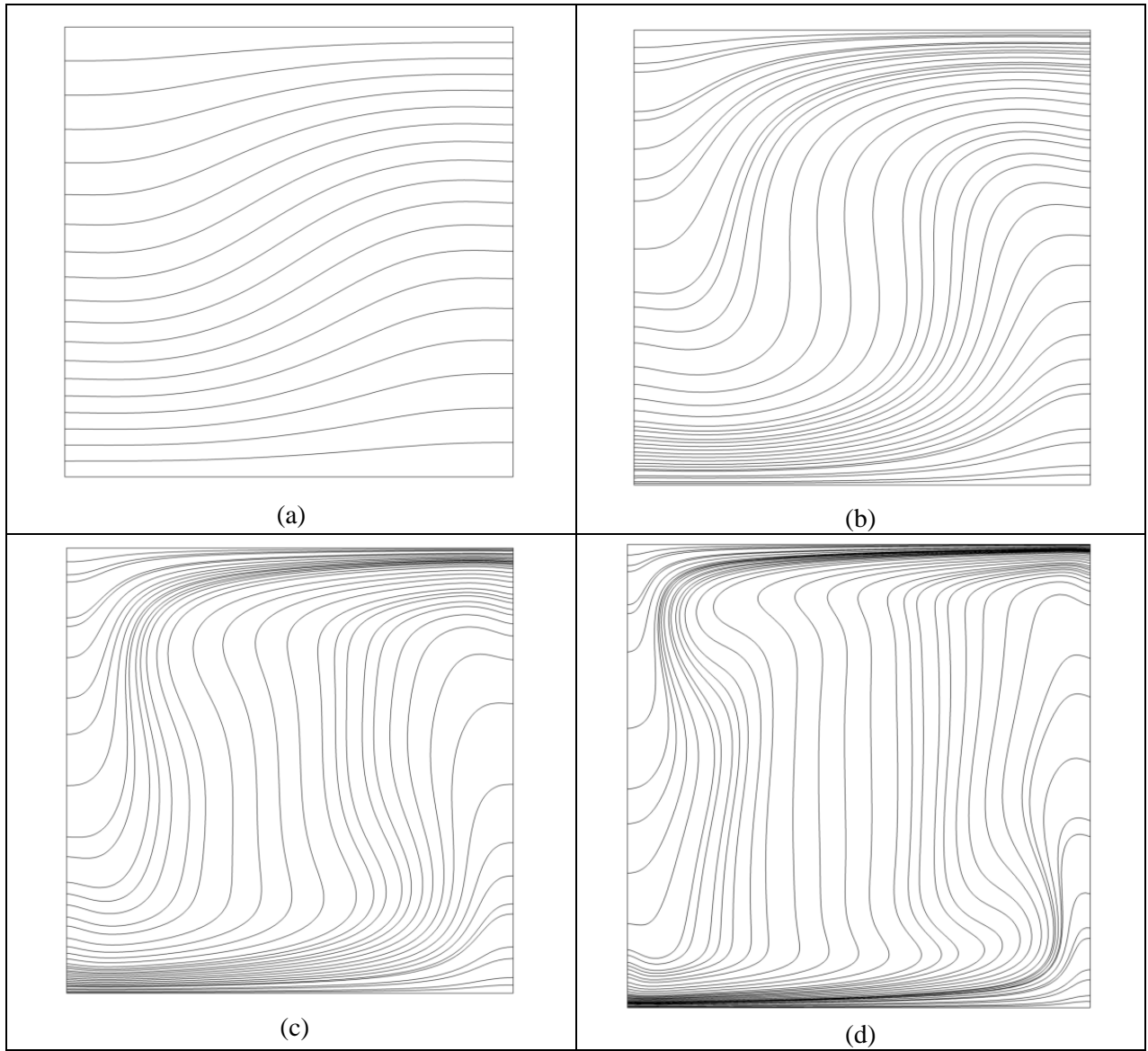
Şekil 4: Normalleştirilmiş dikey hız profilleri $x/L=0.5$, $\Delta T=19$, $Pr=0.71$



Şekil 5: Normalleştirilmiş yatay hız profilleri $x/L=0.5$, $\Delta T=19$, $Pr=0.71$



Şekil 6: Farklı Ra sayılarında oluşan akım çizgileri (a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$, (d) $Ra=10^6$



Şekil 7: Farklı Ra sayılarında oluşan eş sıcaklık eğrileri (a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$, (d) $Ra=10^6$

Tablo 2: Farklı Ra sayılarında kavitenin sıcak duvarı (T_G) üzerinde hesaplanan yerel ve maksimum Nu sayılarının karşılaştırılması.

Ra = 10³	Nu_ave	Nu_max	Konum	Nu_min	Konum
Çalışmanın sonucu	1.1244	1.6035	0.0781	0.6811	0.9844
A. D'Orazio (2003)	1.1170	1.5010	0.0860	0.6980	0.9530
Barakos (1994)	1.1140	1.5810	0.0990	0.6700	0.9940
De Vahl Davis (1983)	1.1180	1.5050	0.0920	0.6920	1.0000
Fusegi (1994)	1.1050	1.4200	0.0830	0.7640	1.0000
Ra = 10⁴					
Çalışmanın sonucu	2.2506	3.5502	0.0781	0.5705	0.9844
A. D'Orazio (2003)	2.2350	3.5070	0.1480	0.5840	0.9840
Barakos (1994)	2.2450	3.5390	0.1430	0.5830	0.9940
De Vahl Davis (1983)	2.2430	3.5280	0.1430	0.5860	1.0000
Fusegi (1994)	2.3020	3.6520	0.6230	0.6110	1.0000
Ra = 10⁵					
Çalışmanın sonucu	4.5247	7.6540	0.0882	0.7103	0.9902
A. D'Orazio (2003)	4.5040	7.6580	0.0880	0.7280	0.9900
Barakos (1994)	4.5100	7.6360	0.0850	0.7730	0.9990
De Vahl Davis (1983)	4.5190	7.7170	0.0810	0.7290	1.0000
Fusegi (1994)	4.6460	7.7950	0.0830	0.7870	1.0000
Ra = 10⁶					
Çalışmanın sonucu	8.8364	17.3611	0.0441	0.9743	0.9902
A. D'Orazio (2003)	8.7670	17.2880	0.0441	0.9980	0.9900
Barakos (1994)	8.8060	17.4420	0.0368	1.0010	0.9990
De Vahl Davis (1983)	8.8000	17.9250	0.0378	0.9890	1.0000
Fusegi (1994)	9.0120	17.6700	0.0379	1.2570	1.0000

Kaynaklar

- Almalowi S. J., ve Oztekin A., 2012. *Flow simulations using two dimensional thermal lattice Boltzmann method*, Journal of Applied Mathematics,
- Barakos G., Mitsoulis E. ve Assimacopoulos D., 1994. *Natural convection flow in a square cavity revisited: laminar and turbulent models with wall functions*, Internat. J. Numer. Methods Fluids, 18 s. 695–719.
- Dazhi Y., Renwei M., Li-Shi L. ve Wei S., 2003. *Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation*, Progress in Aerospace Sciences, 39, s. 329-367
- D’Orazio A., Succi S. ve Arrighetti A., 2003. *Lattice Boltzmann simulation of open flows with heat transfer*, Phys. Fluids, 15(9), s. 2778-2781
- D’Orazio A., Corcione M. ve Celate G.,P., 2004. *Application to natural convection enclosed flows of a lattice Boltzmann BGK model coupled with a general purpose thermal boundary condition*. Int. Journal of Thermal Sciences, 43, s. 575-586
- Kuznik F., Vareilles J., Rusaouen G. ve Krauss G., 2007. *A double-population lattice Boltzmann method with non-uniform mesh for the simulation of natural convection in a square cavity*, International Journal of Heat and Fluid Flow 28, s. 862–870
- Inamuro T., Yoshino M. ve Ogino F., 1995. *A non-slip boundary condition for lattice Boltzmann simulations*, Phys. Fluids 7 (12) , s.2928–2930.
- Lalleman P. ve Luo L., 2003. *Hybrid finite-difference thermal Lattice Boltzmann equation*, Int. Journal of Modern Physics B., 17, s. 41-47
- Li Q., He Y.L., Wang Y. ve Tao W. Q., 2007. *Coupled double-distribution-function lattice Boltzmann method for the compressible Navier-Stokes equations*, Physical Review E, 76
- Mai H. C., Lin K. H., Yang C. H. ve Lin C. A., 2010. *A thermal lattice Boltzmann model for flows with viscous heat dissipation*, CMES, 61, s.45-63
- Malaspinas O., Chopard B. ve Latt J., 2011. *General regularized boundary condition for multispeed lattice Boltzmann models*, Computers & Fluids, 49, s. 29-35
- McNamara G.R. ve Zanetti G., 1988. *Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata*, Phys. Rev. Lett., 61, s. 2332–2335
- Troutte B., 2013. *Lattice Boltzmann simulations of a time-dependent natural convection problem*, Computers and Mathematics with Applications , 66, s.1360-1371
- Vahl Davis G. D., 1983. *Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution*, Internat. J. Numer. Methods Fluids, 3, s. 249–264.
- Zou Q. ve He X., 1997. *On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model*, Phys. Fluids 9 (6) , s.1591–1598.