

RE-ENTRY ARACI ÜZERİNDE NAVIER-STOKES DENKLEMLERİ İLE ÜÇ BOYUTLU HİPERSONİK AKIŞ ANALİZİNİN YAPILMASI

Muharrem Özgün* ve Sinan Eyi†
Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara

ÖZET

Çalışmamızın amacı, hipersonik akışlar için kullanılacak isabetli ve etkin bir Hesaplama Akışkanlar Dinamiği (HAD) kodu geliştirmektir. Akış analizi üç boyutlu Navier-Stokes denklemlerine dayanmaktadır. Bu denklemler Newton metoduyla çözülmektedir ve Jacobian matrislerini hesaplamak için analitik metot kullanılmaktadır. Model olarak alınan AS-202 Apollo atmosferik geçiş aracı geometrisi üzerinde akış parametreleri ve taşınım ısı transferi analiz edilecektir. Ayrıca nümerik olarak stabil olan ve genelde hipersonik uygulamalarında iyi tahminler sağlayan Spalart-Allmaras türbülans modeli kullanılarak hipersonik akışta türbülanslı akış analizi yapılacaktır.

GİRİŞ

Hipersonik akış, savunma ve havacılık endüstrisinin fark etmesi sonucu zamanla popüler bir araştırma alanı haline gelmiştir. HAD ise geçmiş birçok uzay programının başarısında anahtar bir rol üstlenmiştir. Sayısal analiz yöntemlerinin ve türbülans modellemesinin gelişimi zamanla HAD cemiyeti içerisinde önem kazanmıştır. Türbülans, klasik fizikteki en karmaşık konulardan biridir ve hipersonik biliminin özel bir araştırma alanını oluşturmaktadır.[Ballmann, Coratekin, Keuk, 2004]

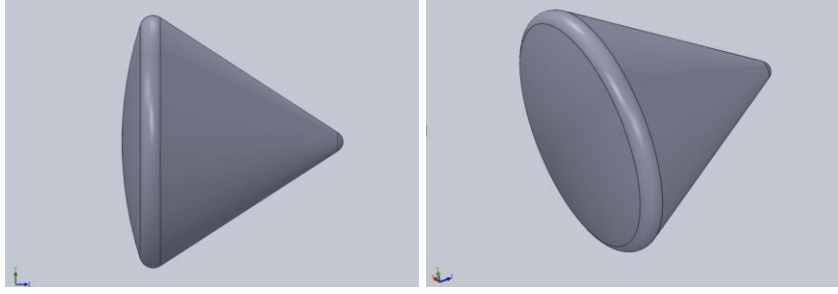
Laboratuvar ve uçuş testlerinden veri elde edilmesi büyük maliyetler gerektirmektedir. Bununla birlikte hipersonik uçuş koşullarının deneysel ortamda oluşturulması ciddi bir problemdir. Nümerik hesaplamalar ise daha az maliyetlidir ve deneysel imkanlarla oluşturulamayacak birçok uçuş koşulunu üretmemize olanak tanır. Re-entry aracını dizayn ederken karşılaşılan önemli problemlerden biri, hipersonik uçuş boyunca araç yüzeyindeki ısı akılarının doğru tanımlanmasıdır. Bir re-entry aracı üzerindeki akış parametreleri ve ısı transferine ait analizler Navier-Stokes denklemlerinin yoğun bir atmosfere nümerik entegrasyonu ile gerçekleştirilebilir. Problemlerin karmaşıklığı artarken, hesaplanan sonuçların deneysel verilerle karşılaştırılması büyük önem taşımaktadır. Bu sonuçların başarısı kullanılan fiziksel modeller ve nümerik tekniklerle ilişkilidir.[Gorshkov, 2011]

Türbülans, hipersonik araçlarda aerodinamik ısınmayı belirlemek için önem arz etmektedir. Ancak, türbülans modelini doğrulamak için deneysel veri elde etmek oldukça zordur. Bu zorluktan ötürü tasarımcılar HAD ve türbülans, kimya, ablyasyon gibi önemli konular için bazı modeller kullanmaktadır.[Blottner, Roy, 2006] Hipersonik akışlar için bazı türbülans modellerinin kullanıldığı bir çalışmada [Blottner, Roy, 2006] toplam 18 farklı tek ve iki denklemlilik türbülans modeli yedi farklı durum için kullanılmıştır ve Spalart-Allmaras(SA) türbülans modeli bu modellerden biridir. (problem-1,2,6 ve 7) SA modeli; yüzey ısınması ve yüzey basıncıyla ilgili iyi tahminler vermesi ve elde edilen sayısal hatanın küçük olması nedeniyle bizim çalışmamızda da kullanılacaktır. Bu

* Araştırma Görevlisi, Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: muharrem.ozgun@metu.edu.tr

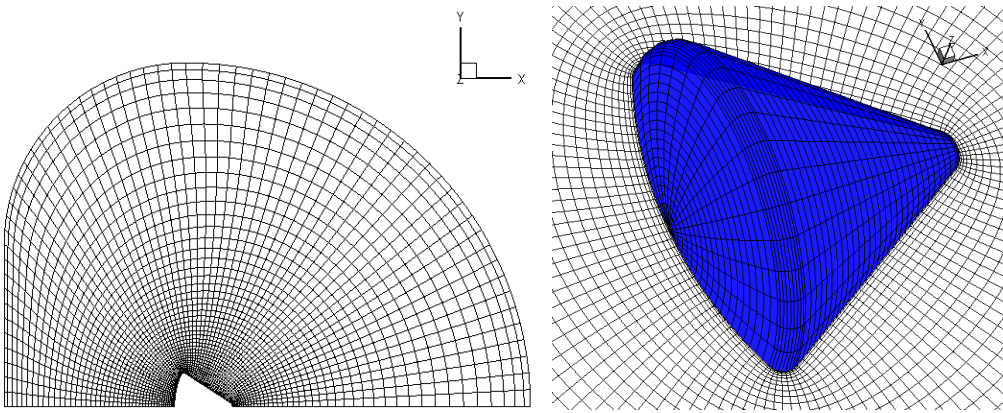
† Doçent Dr., Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: seyi@metu.edu.tr

çalışmada AS-202 Apollo re-entry aracı model olarak alınmıştır. Aracın oluşturulan katı modeli aşağıda gösterilmektedir.



Şekil 1: Apollo AS-202 modülünün katı modeli

Akış analizi için oluşturulan grid ise şekil-2 de görülmektedir. Grid oluşturulurken [Fujii, Hiraki, Teramoto,2001],[Reddy,Sinha,2011] ve [Shang,Surzhirov,2010] referanslarından yararlanılmıştır.



Şekil-2: Akış analizi için oluşturulan yapısal grid

YÖNTEM

Navier-Stokes Denklemleri

Üç boyutlu, sıkıştırılabilir ve zamanla değişmeyen Navier-Stokes denklemleri genelleştirilmiş koordinat sisteminde aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{R}(\hat{W}) = \frac{\partial \hat{F}(\hat{W}) - \hat{F}_v(\hat{W})}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}(\hat{W}) - \hat{G}_v(\hat{W})}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{H}(\hat{W}) - \hat{H}_v(\hat{W})}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

R, artık vektördür. Akış değişken vektörü,

$$\hat{W} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e_t \end{bmatrix} \quad (2)$$

viskoz olmayan akı vektörleri,

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho uU + \xi_x p \\ \rho vU + \xi_y p \\ \rho wU + \xi_z p \\ (\rho e_t + p)U \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho uV + \eta_x p \\ \rho vV + \eta_y p \\ \rho wV + \eta_z p \\ (\rho e_t + p)V \end{bmatrix}, \quad \hat{H} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho uW + \zeta_x p \\ \rho vW + \zeta_y p \\ \rho wW + \zeta_z p \\ (\rho e_t + p)W \end{bmatrix} \quad (3)$$

koordinat dönüşümü için kullanılacak Jacobian matrisi,

$$J = \frac{\partial \xi, \eta, \zeta}{\partial x, y, z} \quad (4)$$

yukarıdaki gibi tanımlanmışlardır. Burada, ρ yoğunluğu; u, v ve w hız bileşenlerini; p basıncı; e_t birim hacimdeki toplam enerjiyi; U, V and W kontravaryant hız bileşenlerini belirtmektedir. Kontravaryant hız bileşenleri aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$U = \xi_x u + \xi_y v + \xi_z w, \quad V = \eta_x u + \eta_y v + \eta_z w, \quad W = \zeta_x u + \zeta_y v + \zeta_z w \quad (5)$$

Viskoz akı vektörleri için geçerli denklemler aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\hat{F}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{xy} + \xi_z \tau_{xz} \\ \xi_x \tau_{xy} + \xi_y \tau_{yy} + \xi_z \tau_{yz} \\ \xi_x \tau_{xx} + \xi_y \tau_{yz} + \xi_z \tau_{zz} \\ \xi_x b_x + \xi_y b_y + \xi_z b_z \end{bmatrix}, \quad \hat{G}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{xy} + \eta_z \tau_{xz} \\ \eta_x \tau_{xy} + \eta_y \tau_{yy} + \eta_z \tau_{yz} \\ \eta_x \tau_{xx} + \eta_y \tau_{yz} + \eta_z \tau_{zz} \\ \eta_x b_x + \eta_y b_y + \eta_z b_z \end{bmatrix}, \quad \hat{H}_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{xy} + \zeta_z \tau_{xz} \\ \zeta_x \tau_{xy} + \zeta_y \tau_{yy} + \zeta_z \tau_{yz} \\ \zeta_x \tau_{xx} + \zeta_y \tau_{yz} + \zeta_z \tau_{zz} \\ \zeta_x b_x + \zeta_y b_y + \zeta_z b_z \end{bmatrix} \quad (6)$$

Burada, kayma gerilmesi,

$$\tau_{x_i x_j} = \frac{M}{\text{Re}} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (7)$$

$$b_{x_i} = u_j \tau_{x_i x_j} - \dot{q}_{x_i} \quad (8)$$

ısı akısı,

$$\dot{q}_{x_i} = - \left[\frac{M \mu}{\text{RePr} \gamma - 1} \right] \frac{\partial a^2}{\partial x_i} \quad (9)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Yukarıdaki denklemlerde M , Re and Pr parametreleri sırasıyla Mach, Reynolds and Prandtl sayılarını göstermektedir. Basınç değeri ideal gaz denklemleri kullanılarak elde edilir.

$$p = - \gamma - 1 \left[e_t - \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right] \quad (10)$$

Türbülans Modeli

Kullandığımız model tek denklemlilik Spalart-Allmaras türbülans modelidir. Özellikle bitişik akışlar için, iyi bir isabet ve direnç kombinasyonuna sahiptir. Bu türbülans modeli dış akışlar için sesaltı, sesüstü ve geçiş hızlarında Menter'in SST modeliyle birlikte en sık kullanılan modeldir. [Blottner,Roy,2006] Ayrıca bu model, eddy viskozitesi için temel bir taşıma denklemdir.

İlk önce, akışın ortalama hareketi için gerekli denklemleri türetmek amacıyla Reynolds gerilme dağılımı belirlenmelidir. Reynolds gerilme denklemindeki terimler konveksiyon, difüzyon, üretim ve yıkım olarak tanımlanabilir. Eddy viskozitesi bağımlı bir değişkendir ve Reynolds gerilmesiyle aşağıdaki gibi ilişkilidir.

$$\nu_t = \frac{\overline{u'v'}}{du/dy} \quad (11)$$

Eddy viskozitenin taşıması aşağıdaki temel Spalart-Allmaras denklemine göre yapılır.

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + (u \cdot \nabla)F = Diffusion + Production - Destruction \quad (12)$$

Bu terimleri belirledikten sonra, Spalart-Allmaras modelinin esas denklemleri aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\frac{D\tilde{\nu}}{Dt} = c_{b1}\tilde{S}\tilde{\nu} + \frac{1}{\sigma}[\nabla \cdot ((\nu + \tilde{\nu})\nabla \tilde{\nu}) + c_{b2}(\nabla \tilde{\nu})^2] - c_{w1}f_w \left[\frac{\tilde{\nu}}{d} \right]^2 \quad (13)$$

c_{b1} , c_{b2} , c_{w1} sabit değerler olmak üzere, S çevrinti şiddetini, türbülans prandtl sayısını, ν moleküler viskoziteyi, f_w boyutsuz bir fonksiyonu, $\tilde{\nu}$ eddy viskozitesini ve d duvara olan uzaklığı belirtmektedir. [Allmaras,Spalart, 1992]

Spalart-Allmaras modelinin nümerik olarak kararlı olduğu ve çeşitli akış türleri için genelde iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. [Blottner,Roy, 2003]

Çözüm Yöntemi

Lineer olmayan ayrıştırılmış denklemler sistemi aşağıdaki formda yazılabilir:

$$\hat{R}(\hat{W}) = 0 \quad (14)$$

\hat{R} artık vektördür ve aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\hat{R}(\hat{W}) = \frac{\partial \hat{F}(\hat{W})}{\partial \xi} + \frac{\partial \hat{G}(\hat{W})}{\partial \eta} + \frac{\partial \hat{H}(\hat{W})}{\partial \zeta} \quad (15)$$

$R(\hat{W})$ yi Taylor serisiyle genişletirsek;

$$\hat{R}^{n+1}(\hat{W}) = \hat{R}^n(\hat{W}) + \left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{W}} \right)^n \Delta \hat{W}^n \quad (16)$$

elde edilir. Burada, $\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{W}}$ Jacobian matristir. Yukarıdaki denklemleri $\hat{R}^{n+1}(\hat{W}) = 0$ için çözersek Newton metodu elde edilir:

$$\left(\frac{\partial \hat{R}}{\partial \hat{W}} \right)^n \Delta \hat{W}^n = -R(\hat{W}^n) \quad (17)$$

Akış değişken vektörü \hat{W} 'nin, (n+1). iterasyondaki yeni değerleri aşağıdaki gibi hesaplanır:

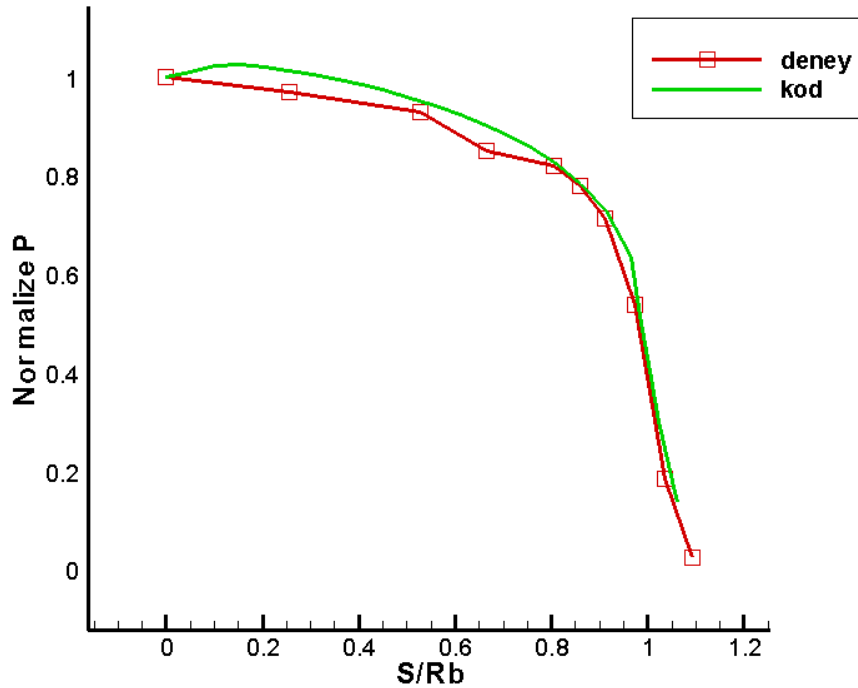
$$\hat{W}^{n+1} = \hat{W}^n + \Delta \hat{W}^n \quad (18)$$

Euler denklemlerinin Newton metoduyla çözümünde akılara ait Jacobian matrisleri gereklidir. Jacobian matrisinin girdileri artık vektörün, akış değişken vektörüne göre türevleridir. Bu türevler sonlu fark yöntemiyle veya analitik olarak hesaplanabilir ve oluşan matrisler nümerik veya analitik Jacobianlar olarak adlandırılır.

UYGULAMALAR

Navier-Stokes denklemleri Newton metoduyla çözülmekte, akış parametreleri analiz edilmekte ve taşınım ile ısı transferi Apollo AS-202 modeli üzerinde çalışılmaktadır. Hipersonik türbülanslı akış analizinde Spalart-Allmaras türbülans modeli kullanılacaktır.

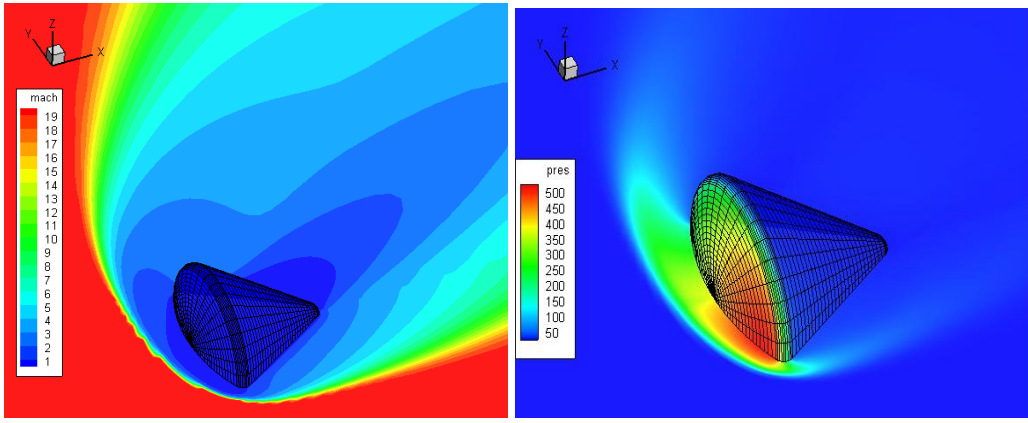
Şekil-3 te normalize edilmiş basınç değerleri, aracın burnu boyunca ve xy düzleminin tek tarafındaki yüzeyi dikkate alınarak Mach sayısı 10.18 iken ve 0° atak açısında deneysel verilerle karşılaştırılmıştır. Burada S yüzey uzunluğunu, R_b ise araç yarıçapını belirtmektedir. [Bertin,Cummings,2009]



Şekil-3: Apollo aracı için normalize edilmiş basınç değerlerinin deneysel ve hesaplamalı olarak karşılaştırılması (Mach sayısı=10.18, atak açısı= 0°)

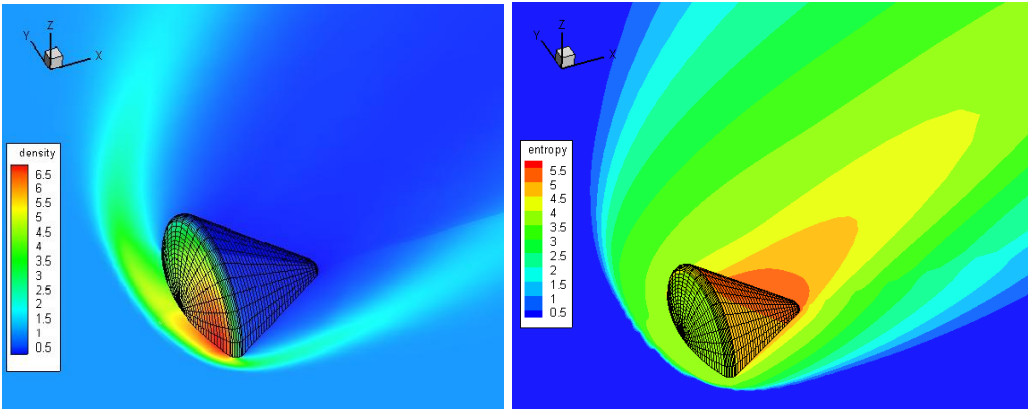
Şekilden görülebileceği üzere, hesaplamalı ve deneysel veriler uygun bir hata miktarı çerçevesinde uyuma göstermektedir.

Akış, Mach sayısı 20 ve akış doğrultusuyla x eksenindeki açı -30° iken incelenmiştir. Apollo etrafındaki Mach sayısı ve basınç dağılımları Şekil-4 te görülmektedir.



Şekil-4: Apollo AS-202 etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı
(Mach sayısı=20, akış açısı= -30°)

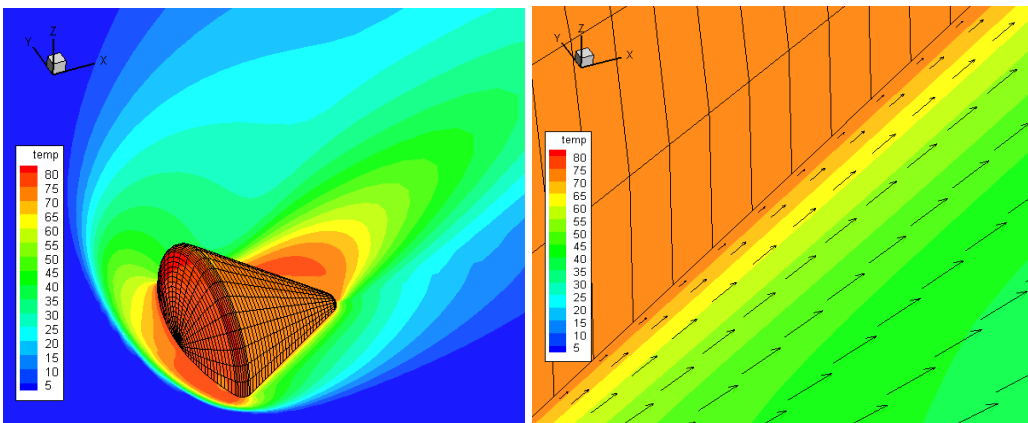
Yoğunluk ve entropi dağılımı ise aşağıda görülmektedir.



Şekil-5: Apollo AS-202 etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı
(Mach sayısı=20, akış açısı= -30°)

Şekillerdeki sayısal değerler, normalize edilmiş değerlerdir. Şekil-6' da gerçek değerler dikkate alındığında burun bölgesindeki en yüksek sıcaklığın 20000-25000 K seviyelerinde olduğu görülmektedir. Bu değerler olması gerekenden çok daha yüksektir. Bunun sebebi ideal gaz denklemlerinin kullanılması ve kimyasal reaksiyon etkilerinin henüz koda dahil edilmemiş olumasıdır.

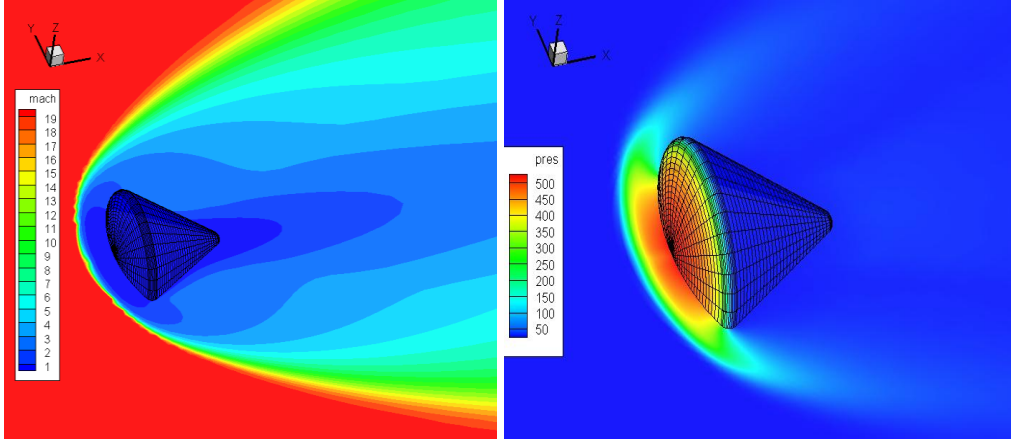
Araç etrafındaki sıcaklık dağılımı ve hız vektörleri şekil-6 da görülmektedir.



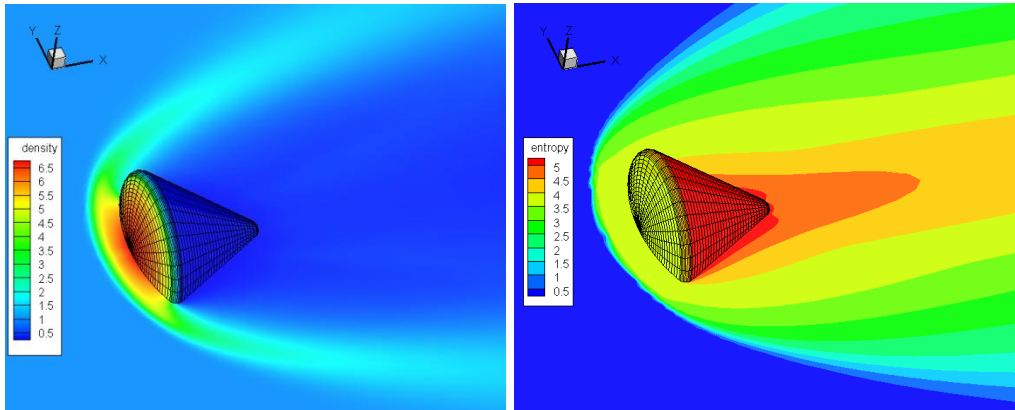
Şekil-6: Apollo AS-202 etrafında sıcaklık dağılımı ve hız vektörleri
(Mach sayısı=20, akış açısı= -30°)

Burada, aracın arka tarafındaki yüksek sıcaklık bölgesi dikkat çekmektedir. Bunun sebebinin bölgede oluşan duraklama noktası olduğu düşünülmektedir. Ayrıca, hız vektörlerinin sınır tabaka fiziğine uygun olarak dağıldığı da görülmektedir.

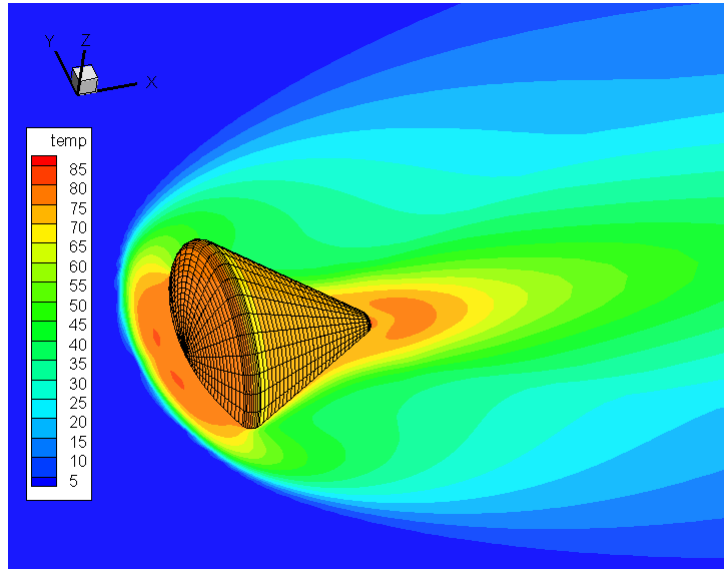
Mach sayısı 20 ve akış doğrultusuyla x eksenini arasındaki açı 0° iken elde edilen sonuçlar Şekil-7,8 ve 9 da gösterilmektedir.



Şekil-7: Apollo AS-202 etrafında Mach sayısı ve basınç dağılımı
(Mach sayısı=20, akış açısı= 0°)



Şekil-8: Apollo AS-202 etrafında yoğunluk ve entropi dağılımı
(Mach sayısı=20, akış açısı= 0°)



Şekil-9: Apollo AS-202 etrafında sıcaklık dağılımı
(Mach sayısı=20, akış açısı= 0°)

SONUÇ

Çalışmada, Mach sayısı 20, akış açısı -30° ve 0° iken viskoz çözümler elde edilmiştir. Esas amaç Apollo aracının gerçek görev şartlarındaki viskoz çözümleri elde etmektir. Bunun için kod iyileştirilecek, sonrasında ise daha fazla elemana sahip ve yoğun bir yapısal çözüm ağı oluşturulacaktır. Daha sonra çözümün, çözüm ağından bağımsız olması için çalışma yapılacak ve en son oluşturulan çözüm ağı kullanılacaktır.

Taşınım ile ısı transferi parametreleri hesaplandıktan sonra, Apollo AS-202 geometrisi optimize edilebilir. Özellikle burun yarıçapı ve şekli, ısı akısını azaltmak amacıyla değişebilmektedir. Benzer bir çalışma ilgili referansta görülebilir. [Cui,Hu,2013]

Son olarak Spalart-Allmaras modeli başta olmak üzere, bir veya birkaç türbülans modeli hipersonik akış problemi için kullanılacak, literatürle ve kendi aralarında karşılaştırılacaktır.

Kaynaklar

Allmaras,S.R., Spalart, P.R., 1992. ‘‘A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows’’, AIAA Paper 92-0439.

Ballmann, J., Coratekin, T., Keuk, J., 2004. ‘‘Performance of Upwind Schemes and Turbulence Models in Hypersonic Flows’’, AIAA Journal, Vol.42, No.5

Bertin J.J., Cummings R.M., 2009. ‘‘Aerodynamics for Engineers’’, ISBN-13: 978-0-13-235521-6

Blottner, F.G., Roy, C.J. , 2006. ‘‘ Review and Assessment of Turbulence Models for Hypersonic Flows’’, Progress in Aerospace Sciences, 42 (2006) 469-530

Blottner, F.G., Roy, C.J. , 2003. ‘‘ Methodology for Turbulence Model Validation: Application to Hypersonic Flows’’, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.40, No.3

Cui K., Hu S.C., 2013. ‘‘Shape Design to Minimize the Peak Heat-Flux of Blunt Leading Edge’’, 51st AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, Grapevine (Dallas/Ft. Worth Region), Texas, AIAA 2013-0233

Fujii K., Hiraki K. ,Teramoto S. , 2001. ‘‘Numerical Analysis of Dynamic Stability of a Reentry Capsule at Transonic Speeds’’, AIAA Journal, Vol.39, No.4

Gorshkov, A.B. , 2011. ‘‘ Heat Transfer - Mathematical Modelling, Numerical Methods and Information Technology’’, ISBN 978-953-307-550-1, s.233-252

Reddy D.S.K., Sinha K. , 2011. ‘‘Effect of Chemical Reaction Rates on Aeroheating Predictions of Reentry Flows’’, Journal of Thermophysics and Heat Transfer, Vol.25, No.1

Shang J.S., Surzhikov S.T. , 2010. ‘‘Simulating Nonequilibrium Flow for Ablative Earth Reentry’’, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.47, No.5