

ÇIRPAN İNCE KANATTA ORTALAMA İTKİ KUVVETİNİN SAYISAL ANALİZİ

Berkay Pamuk*, Bayram Çelik† ve Ülgen Gülçat‡
İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi,
İstanbul

ÖZET

Bu çalışmanın amacı, çirpan ince bir kanat profilinin itki katsayısının hesaplanması ve farklı Reynolds sayılarında, itkinin sıfır olduğu kh değerlerinin incelenmesidir. Çalışmada, Gülçat'ın geliştirdiği yöntem [Gülçat, 2009], genişletilmiş bir sınır hız denklemi ile kullanılmıştır ve farklı Reynolds sayılarında, kh değerine bağlı itki hesaplanmıştır. Bu hesaplamalar, itkinin sıfır olduğu noktada deneysel veri ile karşılaştırılmış ve sıfır itkinin Reynolds sayısı ile değişimi matematiksel olarak ifade edilmiştir.

GİRİŞ

Çirpan kanat ile uçuş fikri diğer pek çok konuda olduğu gibi, doğadan esinlenilmiş bir fikirdir. Kanatlı böcekler 350 milyon yıldan beri dünya üzerinde bulunmaktalar [Ellington, 1999]. Ancak bilim insanlarının çirpan kanatlar yardımı ile uçmaya olan ilgisi, son yıllarda daha da artmıştır. Günümüzde, gerek askeri (mikro gözlem araçları), gerek sivil (keşif-kurtarma araçları, diğer gezegenlerde araştırma yapacak mikro araçlar gibi) amaçlı mikro hava araçlarının geliştirilmesine yönelik yoğun bir talep bulunmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, çirpan bir kanadın oluşturduğu ortalama itki kuvvetini sınır tabaka, potansiyel akış ve zamana bağlı aerodinamik ilkeleri yardımıyla hesaplamak ve sıfır itki durumunda çirpan kanadın frekans ve genliğinin Reynolds sayısına göre nasıl değiştiğini ortaya koymaktır.

YÖNTEM

Üniform akış alanında bir plakada oluşan sürüklenme, sınır tabaka içerisinde çözülecek vortisite transport denklemiyle hesaplanabilir. Zamana bağlı potansiyel çözümden faydalanarak elde edilen kenar hızları, düz plaka çözümünde kullanılırsa, çirpan kanatta oluşan viskoz sürüklenme hesaplanabilir.

Çirpan kanatta, hücum kenarı emmesi dolayısıyla oluşan, viskoz sürüklenme kuvvetine zıt yönde etki eden bir itki kuvveti oluşur. Bu kuvvet, potansiyel teori ve Theodorsen fonksiyonu yardımıyla hesaplanabilir. Nümerik çözümde, her bir zaman adımındaki itki ile viskoz sürüklenme kuvvetlerinin farkının integrali, ortalama itki kuvvetini verecektir [Gülçat, 2009].

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar NACA 0012 profilinin kullanıldığı deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Hesaplamalarda kenar hızlarının belirlenmesinde, Van Dyke'in geliştirdiği [Van Dyke, 1956] kalınlık düzeltmeleri kullanılmıştır.

* Uzay Müh., E-posta: pamukb@itu.edu.tr

† Y. Doç. Dr., Uçak – Uzay Müh. Böl., E-posta: celikbay@itu.edu.tr

‡ Prof. Dr., Uçak – Uzay Müh. Böl., E-posta: gulcat@itu.edu.tr

ANALİTİK FORMÜLASYON

Navier-Stokes denklemleri, viskoz akıştaki hareketi ifade eden denklem setleridir. Navier-Stokes denklemlerinden yola çıkılarak, iki boyutlu vortisite transport denklemi aşağıdaki gibi elde edilebilir;

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \quad (1)$$

Yukarıdaki denklemde ω , z eksenindeki girdaplılığın şiddetini ifade etmekte olup, formülü aşağıdaki gibidir;

$$\omega = \nabla \times \vec{U} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad (2)$$

Sınır tabaka içerisinde, girdaplılık aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\omega = -\frac{\partial u}{\partial y} \quad (3)$$

Girdaplılığın, ∂y 'ye göre integrali, hızın u bileşenini verecektir. Hızın v bileşeninin hesaplanması için süreklilik denkleminde faydalanılır. Süreklilik denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

Sınır tabaka kenarında girdaplılığın sıfır olduğu kabul edilirse; katı yüzeydeki girdaplılık değeri nümerik yollarla hesaplanabilir.

Katı yüzeyde elde edilen girdaplılık verileri, yüzey sürüklenme katsayısının hesaplanmasında kullanılır. Yüzey sürüklenmesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad (5)$$

Bu denklemde; τ yüzeydeki kayma gerilmesini, μ ise akışkanın dinamik viskozitesini ifade etmektedir. Yüzey kayma gerilmesinin, dinamik basınca oranı yüzey sürüklenme katsayısını verecektir;

$$c_f = \frac{\tau}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2} \quad (6)$$

Girdaplılık formülü (3) dikkate alınarak;

$$\tau = \mu(-\omega) \quad (7)$$

Yüzey sürüklenme katsayısı aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$c_f = -\frac{2}{Re} \omega_0 \quad (8)$$

Bu denklemde ω_0 yüzey girdaplılığını ifade etmektedir. Bulunan yüzey sürüklenme katsayısının yüzey boyunca integrali, sürüklenme katsayısını (c_d) verecektir.

Düşey salınım yapan ince profilin sınır tabaka kenar hızı aşağıdaki formülle hesaplanabilir [Gülçat, 2009];

$$U_s = U \pm [F(k) \sin(ks) + G(k) \cos(ks)] k \bar{h}^* \sqrt{(1-x)/(1+x)} \quad (9)$$

Bu formülde, $F(k)$ ve $G(k)$ Theodorsen fonksiyonunun gerçek ve sanal kısımlarıdır. \bar{h}^* boyutsuz genliği, k indirgenmiş frekansı ve s indirgenmiş zamanı temsil etmektedir.

Salınım yapan ince profilin hücum kenarı emmesinden doğan boyutsuz itki katsayısı ise şu şekilde hesaplanır;

$$c_s = \frac{S}{(\rho U^2 b)} = -2\pi k^2 [G(k) \cos(ks) + F(k) \sin(ks)]^2 \bar{h}^{*2} \quad (10)$$

Burada S hücum kenarı emmesinin yarattığı itki, b ise yarı veter uzunluğudur.

Nümerik işlemlerde her bir zaman adımı için c_s ve c_d farkı hesaplanıp net itki kuvveti katsayısı hesaplanacak, daha sonra bu itki kuvveti katsayıları zamana göre integre edilip ortalama itki kuvveti katsayısı hesaplanacaktır.

NÜMERİK ÇÖZÜM

Nümerik çözüm yapabilmek için, iki boyutlu vortisite transport(1) denkleminin ayrıklaştırılması gerekmektedir. Bu ayrıklaştırma şu şekilde yapılabilir;

$$\frac{\omega_{i,j}^n - \omega_{i,j}^{n-1}}{\Delta t} = -\frac{\omega_{i,j}^n - \omega_{i-1,j}^n}{\Delta x} - \frac{\omega_{i,j+1}^n - \omega_{i,j-1}^n}{2\Delta y} + \frac{1}{Re} \frac{\omega_{i,j+1}^n - 2\omega_{i,j}^n + \omega_{i,j-1}^n}{(\Delta y)^2} \quad (11)$$

Kenar hız denklemleri ile Denklem 11 tridiagonal bir matrise dönüştürülebilir;

$$\begin{bmatrix} 1/2 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_2 & d_2 & c_2 & \dots & 0 \\ 0 & a_3 & d_3 & c_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_j & d_j \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{i,0} \\ \omega_{i,1} \\ \omega_{i,2} \\ \dots \\ \omega_{i,j-1} \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} -U_e/\Delta y \\ b_2 \\ b_3 \\ \dots \\ b_j \end{pmatrix}^n \quad (12)$$

Bu matristeki a,b,c ve d değerleri aşağıdaki gibi ifade edilebilir;

$$a_j = -v_{i,j-1}^{n-1} \frac{\Delta t}{2\Delta y} - \frac{\Delta t}{Re\Delta y^2} \quad (13)$$

$$b_j = \omega_{i,j}^{n-1} + u_{i,j}^{n-1} \omega_{i-1,j}^n \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (14)$$

$$c_j = v_{i,j+1}^{n-1} \frac{\Delta t}{2\Delta y} - \frac{\Delta t}{Re\Delta y^2} \quad (15)$$

$$d_j = 1 + u_{i,j}^{n-1} \frac{\Delta t}{\Delta x} - \frac{2\Delta t}{Re\Delta y^2} \quad (16)$$

İçinde bulunulan ve bir önceki zaman adımıdaki hız ve girdaplılık değerleri biliniyorsa, 12 denklemleri yardımıyla, üzerinde çalışılan zaman adımı için girdaplılık değerleri hesaplanabilir.

İçinde bulunan zaman adımında u ve v hız bileşenlerinin bulunması için aşağıdaki formüller kullanılır;

$$u_{i,j} = -\left[\sum_{m=1}^{j-1} \frac{\omega_{i,m-1} + \omega_{i,m}}{2}\right]\Delta y \quad (17)$$

$$v_{i,j}^n = v_{i,j-1}^n - \frac{\Delta y}{2\Delta x} (u_{i,j} + u_{i,j-1} - u_{i-1,j} - u_{i-1,j-1})^n \quad (18)$$

Düz bir plaka yerine, simetrik ince bir kanat profili ile çalışmak için, düz plaka kenar hızına kalınlık düzeltmesi değeri eklenebilir. Bu değer aşağıdaki formül ile hesaplanır.

$$\frac{q}{U} = \sqrt{\frac{s}{s + r/2}} \quad (19)$$

Bu formülde, s veter hattı boyunca tanımlanmış yeni bir koordinattır ve şu şekilde ifade edilir;

$$s = x + c/2 \quad (20)$$

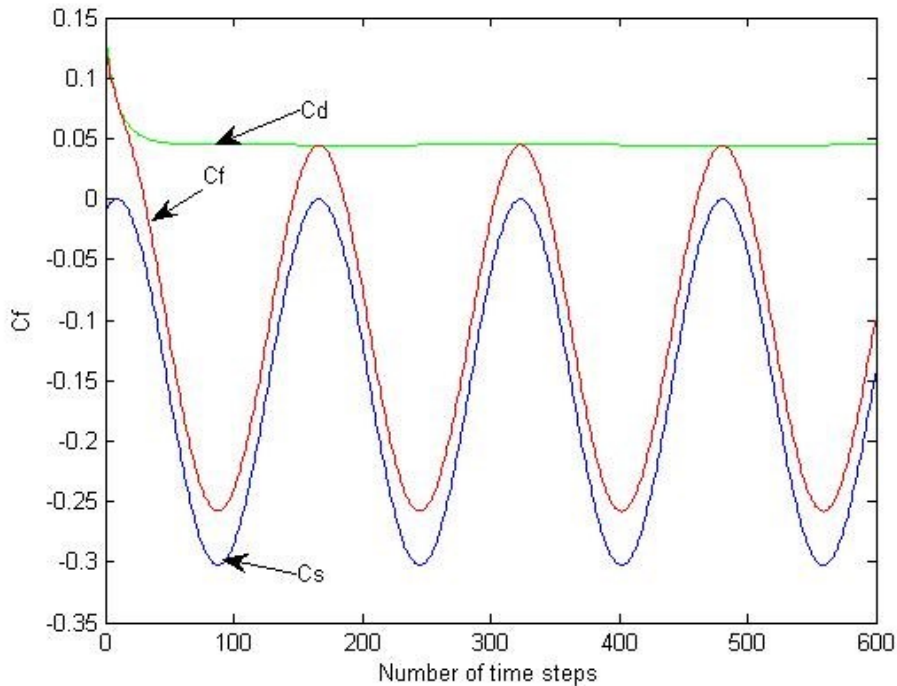
Üstteki yeni koordinat tanımında, c veter uzunluğu, x ise yatay eksendeki koordinattır. 19 numaralı formüldeki r değişkeni ise, kanat profiline bağlıdır ve maksimum profil genişliği t olan 4 haneli NACA serileri için;

$$r = 1.1019t^2 \quad (21)$$

şeklinde hesaplanır.

UYGULAMALAR

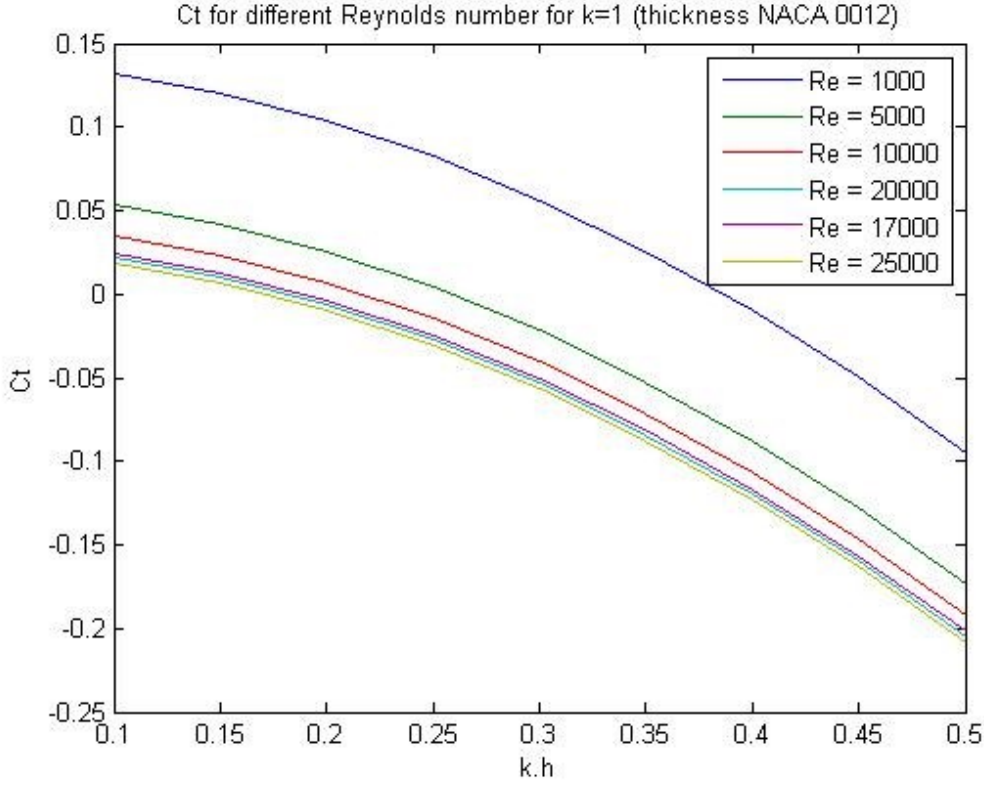
Yukarıda bahsedilen yöntem ile, itki kuvveti katsayısının zamana bağlı grafiği çizilebilir.



Şekil 1: İtki kuvveti katsayısının (c_f) zamana bağlı değişimi

İtke katsayısının sıfır olduğu durum için elde edilen sonuçlar, Perçin'in [Perçin, 2009] elde ettiği deneysel veri ile karşılaştırılmış ve uyumlu bulunmuştur. Perçin, yaptığı çalışmada, DPIV yöntemi ile çarpma hareketi yapan bir NACA 0012 profilinin zamana bağlı hız alanını hesaplamıştır.

Burada sunulan bu çalışma kapsamında gerçekleştirilen hesaplamalar sonucunda, farklı Reynolds sayılarında ortalama itke katsayısının, indirgenmiş frekans (k) ve titreşim genlikleri (h) çarpımına göre değişimi Şekil 1' de gösterilmiştir.

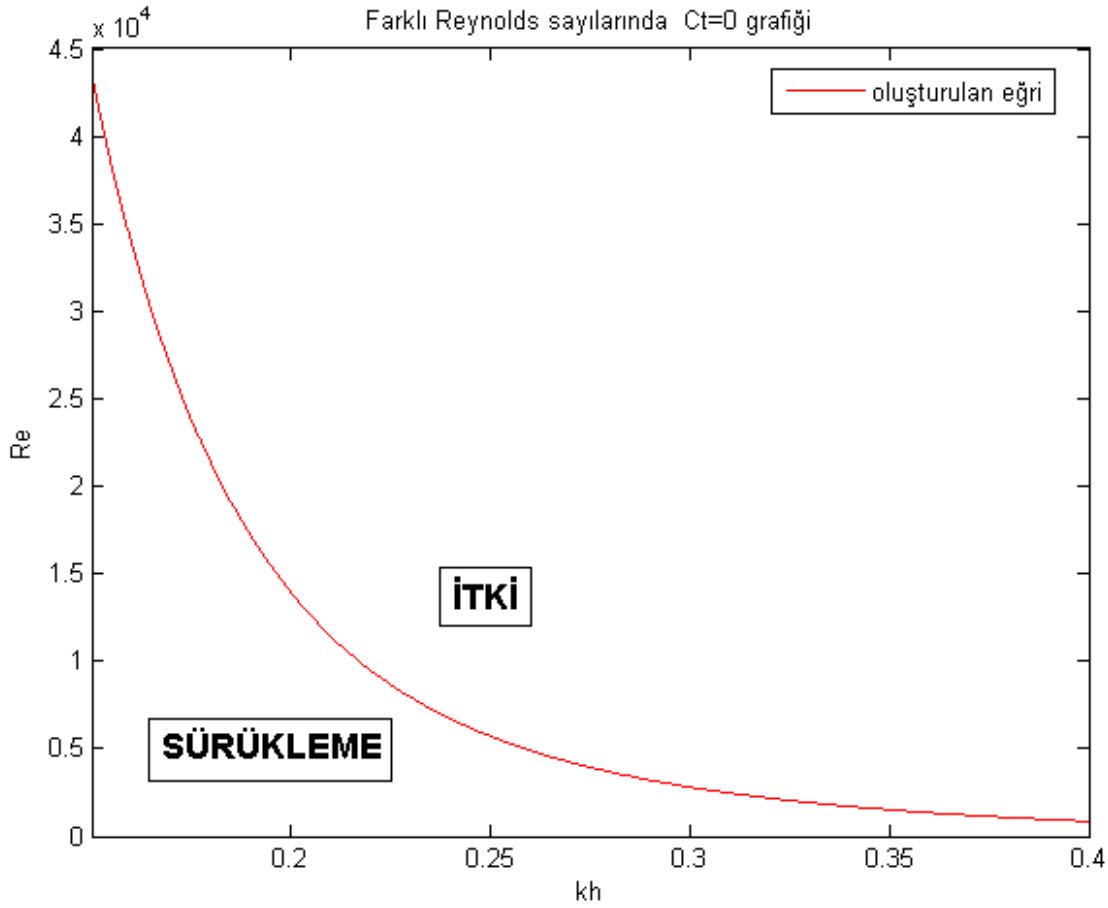


Şekil 2: Farklı Reynolds sayılarında ortalama itke katsayıları

Şekil 2'deki değişim grafiklerinden, her bir Reynolds sayısı için sıfır itke durumundaki kh değerleri hesaplanmıştır. Bu değerler kullanılarak sıfır itkideki kh değerlerinin Reynolds sayısı ile değişim grafiği elde edilmiş ve Şekil 3' de verilmiştir. Söz konusu değişimi temsil eden bir ifade elde edilip bu ifade aşağıda verilmiştir.

$$Re(kh) = 3.375 \times 10^6 e^{-31.5kh} + 7.059 \times 10^4 e^{-11.07kh}$$

Bulunan bu ifade, ilk defa bu çalışmada gösterilmekte olup, herhangi bir Reynolds sayısında pozitif itke elde etmek için gereken minimum kh değerini belirtmektedir. Şekil 2'deki eğrinin altında kalan alandaki kh değerleri için hücum kenarındaki emmeye oranla baskın olan viskoz sürüklemeye dolaylı uçuş doğrultusunun aksi yönde bir itke (sürüklenme), üstündeki alanda ise uçuş doğrultusunda bir itke oluşacağı söylenebilir.



Şekil 3: Sıfır itkinin meydana geldiği kh değerlerinin Reynolds sayısı ile değişimi

SONUÇ

Reynolds sayısı ve sıfır ortalama itki kh değerleri arasındaki ilişki üstel bir fonksiyon yardımı ile ifade edilmiştir. Bu ifade ilk defa bu çalışma ile ortaya konmuştur. Bulunan sonuçlar Perçin'in elde ettiği deneysel sonuçlarla uyumlu bulunmuştur.

Kullanılan metot, kalınlık düzeltmesinin de yardımıyla, çırpın bir kanadın itkisi, ticari CFD programlarına oranla çok daha hızlı olarak ve az işlem gücü ile hesaplanabilmektedir. Kullanılan yöntem akım ayrılmasının olmadığı sınır tabaka için geçerli olduğundan, yüksek h değerlerinde doğru sonuç vermez.

Kaynaklar

- Ellington, C. P. "The novel aerodynamics of insect flight: Applications to micro-air vehicles," J. Exp. Biol., vol. 202, pp. 3439–3448, 1999
- Gulcat, U., 2009. Propulsive force of a flexible flapping thin aerofoil. Journal of Aircraft 46 (2), 465–473.
- Perçin, M., "Flow around a plunging airfoil in a uniform flow," Istanbul Technical University, 2009.
- Van Dyke, M. D., "Second-Order Subsonic Airfoil Theory Including Edge Effects," NACA TR-1274, 1956.