

## SES ÜSTÜ HARİCİ SIKIŞTIRMA RAMPALI HAVA ALIĞI MODELİNİN FARKLI TÜRBÜLANS MODELLERİ İLE SAYISAL İNCELENMESİ

M. Enes Özcan<sup>1,\*</sup> ve M. Halil Yılmaz<sup>2</sup>  
TUSAŞ Türk Havacılık ve Uzay Sanayii A.Ş.,  
Ankara, Türkiye

Nilay Sezer-Uzol<sup>3</sup>  
\*Orta Doğu Teknik Üniversitesi  
ANKARA, Türkiye

### ÖZET

Modern savaş uçakları, düşük radar gözlemi gereksinimleri için son derece karmaşık ses üstü hava alığı tasarımlarını içerir, bu da üç boyutlu akışlara yol açar. Geometrik karmaşıklık, geniş manevra koşulları, şok-sınır tabaka etkileşimleri ve sınır tabaka ayrılmaları bu üç boyutlu ses üstü türbülanslı karmaşık hava alığı akışının doğru tahmin edilmesini gerektirir. Bu çalışmada, ses üstü akışta harici sıkıştırma rampalı hava alığı modeli kapsamlı Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) simülasyonları ile incelenmektedir. Tek denklemlilik, iki denklemlilik ve dört denklemlilik türbülans modelleri ile yapılan HAD analizleri ile elde edilen sonuçlar deneysel veriler ile karşılaştırılmaktadır. Özellikle şok-sınır tabaka etkileşiminden kaynaklı sınır tabaka ayrılmaları ve performans parametreleri incelenmiştir. Farklı türbülans modelleri ve kullanılan duvar fonksiyonlarına bağlı olarak basınç geri kazanımı, akış oranı, normal şok pozisyonları ve analizlerin süreleri karşılaştırılmaktadır. Hem basınç geri kazanımı hem de analiz süresi açısından, en iyi sonuçlar  $k-\epsilon$  türbülans modeli ile elde edilmiştir.

### GİRİŞ

Hava alığı tasarımındaki zorluk, uçağın aerodinamik performansını olumsuz etkilemeden, çeşitli uçuş koşullarında motorun optimal hava beslemesini garanti etmektir. Bir uçak süpersonik hızlarda uçtuğunda, motora giren havanın verimli bir şekilde yanabilmesi için ses altı hızlara yavaşlatılması gerekir. Bu işlem süpersonik sıkıştırma olarak bilinir [Seddon, 2001]. Yüksek hızlı uçuşlarda hava girişi, bir kompresör görevi görür. Serbest akış Mach sayısı ve basıncı ile gelen hava, motorun ihtiyacı olan daha düşük Mach sayısına ve buna karşılık gelen daha yüksek basınç değerine dönüştürülür. Motorun sıkıştırılmış havadan ne kadar kullanılabilir basınç aldığını değerlendirilmesini sağlayan parametreye basınç geri kazanımı (PR) denmektedir [Seddon, 2001]. Basınç geri kazanımı, AIP üzerindeki toplam basınç değerinin serbest akış toplam basınç değerine oranıdır:

$$PR = \frac{p_{0,AIP}}{p_{0,\infty}} \quad (1)$$

Deneysel olarak, motor çalışır durumdayken kompresör yüzündeki akış parametrelerini ölçmek oldukça zordur. Aerodinamik Arayüz Düzlemi (AIP) kompresör yüzünün önünde yer alan ancak akış alanı kompresör yüzüne çok benzeyecek kadar yakın bir düzlemdir [Menzies, 2002]. Motorla ilgili ölçümler veya akış sınır koşulları, motorun önüne belirli bir yere yerleştirilmiş olan ve motor firması ile kararlaştırılmış olan aerodinamik arayüz düzlemi kesitinde ölçülür. Aerodinamik arayüz düzlemi, Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) analizlerinde motor kullanılmadan motor fan girişini temsil eder ve hesaplama alanı çıkış sınır koşulu olarak modellenir.

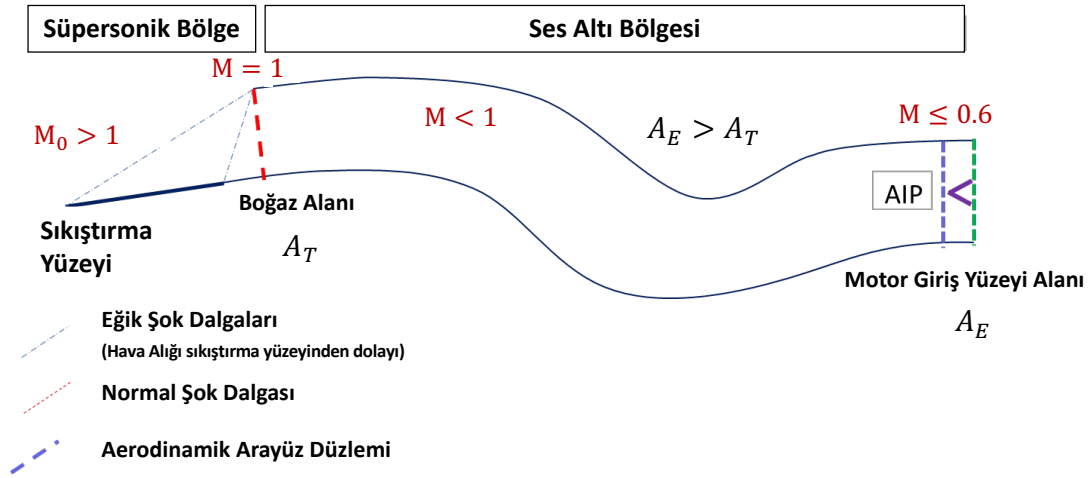
Şekil 1'de hava giriş sisteminin iki boyutlu görünümü gösterilmektedir. Aynı şekilde, şok yapıları ve hız büyüklüğü de bölgelere göre belirtilmiştir. Ses üstü (süpersonik) uçan hava araçlarında, gelen hava akışının serbest akış Mach sayısı, kanala girmeden önce sıkıştırma rampa yüzeyleri kullanılarak oluşan şok dalgaları etkisi ile ses altı seviyelere düşürülür. Motora doğru ilerleyen hava akışı, motorun girişine kadar difüzör yardımıyla daha da yavaşlatılarak motorun etkili bir şekilde kullanabileceği hızlara ulaşmış olur. Amaç motorun kullanabileceği yüksek toplam basıncı olabildiğince az kayıplarla motora sağlamaktır. Hava alığı sistemlerinde üç çeşit toplam basınç kaybı meydana gelmektedir: Kanalin duvarlarında ve akışın kanala girişini sağlayan herhangi bir dış

<sup>1</sup> Doktora Öğrencisi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği Böl. ODTÜ, Ankara. Uçak Tasarım Mühendisi, MMU, TUSAŞ Türk Havacılık ve Uzay Sanayii A.Ş., Ankara. E-posta: enes.ozcan@metu.edu.tr

<sup>2</sup> Uçak Tasarım Mühendisi, MMU, TUSAŞ Türk Havacılık ve Uzay Sanayii A.Ş., Ankara. E-posta: mehmethalil.yilmaz@tai.com.tr

<sup>3</sup> Doç. Dr., Havacılık ve Uzay Mühendisliği Böl., ODTÜ, Ankara. E-posta: nuzol@metu.edu.tr

yüzeyde sürtünme nedeniyle; türbülanslı akış ve akış ayrılması nedeniyle, şok dalgaları nedeniyle [Seddon ve Goldsmith, 2001]. Hava alığı akış alanları oldukça kompleks üç boyutlu şok yapıları, şok sınır tabaka etkileşimleri ve sınır tabaka akış ayrılmaları ile tahmini ve analizleri zor akış alanlarıdır.



Şekil 1. Ses üstü uçaklarda hava alığında oluşan eğik ve normal şok dalgalarının iki boyutlu kesitteki temsili çizimi

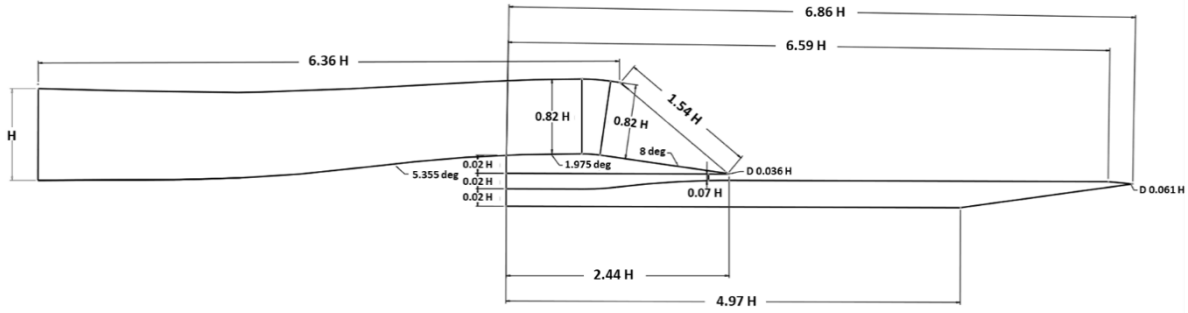
Bu bildiriye, Şekil 1'de gösterilen ses üstü harici sıkıştırma rampalı hava alığı sayısal olarak incelenmekte, oluşturulan hava alığı modeli için farklı türbülans modelleri ile yapılan HAD simülasyonları sonuçları deneysel ölçümlerle karşılaştırılmaktadır. Farklı türbülans modellemeleri ile yapılan Reynolds-Ortalama Navier Stokes (RANS) tabanlı HAD simülasyonları sonuçları deneysel verilerle karşılaştırılarak değerlendirilmektedir. Sayısal sonuçlar, Türk Havacılık ve Uzay Sanayii A.Ş. (TUSAŞ) tarafından BAE Rüzgâr Tüneli'nde gerçekleştirilen deneysel ölçümlerin bir kısmı ile karşılaştırılarak doğrulukları incelenmektedir. Bu çalışmada, hava alığının basınç geri kazanımı (PR) değeri, aerodinamik arayüz düzlemindeki (AIP) basınç geri kazanımı (PR) dağılımı, simetrik düzlemdeki Mach sayısı dağılımı ve sıkıştırma yüzeyi ve saptırıcı plakada üzerindeki statik basınç dağılımları incelenmektedir.

## YÖNTEM

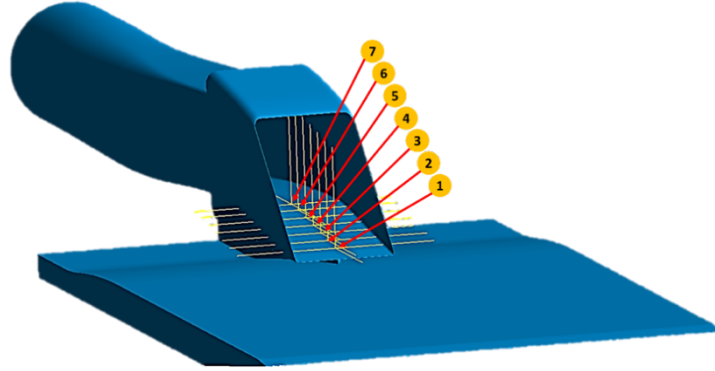
Bu çalışmada kullanılan hava alığı geometrisi detayları, HAD analizleri için yapılan çözüm ağı bağımsızlık çalışması ile yaratılan çözüm ağlarının özellikleri ve analizlerde kullanılan türbülans modelleri, duvar fonksiyonları ve sınırlayıcılar aşağıda anlatılmaktadır.

### Ses Üstü Hava Alığı Test Modeli Geometrisi

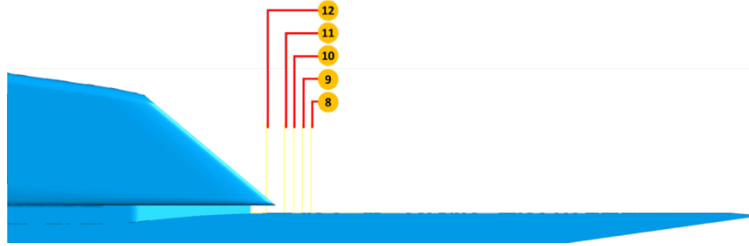
Ses üstü hava alığı test modeli saptırıcı plaka, yönlendirici ve tek rampalı harici sıkıştırma tipi hava alığından oluşmaktadır. Geometrik özellikleri Şekil 2'de verilmiştir. Hava alığı ile saptırıcı plaka arasında kalan yönlendiricinin yüksekliği, hava alığının içerisine herhangi bir sınır tabaka akışının gelmeyeceği garanti edilerek gelişen sınır tabaka yüksekliğine göre belirlenmiştir. Şekil 2'de gösterilen harici sıkıştırma hava alığının rampa açısı 8 derecedir. Aerodinamik arayüz düzlemi (AIP) çapı  $H$  olup test modeli ölçüleri  $H$  (AIP yüksekliği) parametresine göre Şekil 2'de gösterilmiştir. Şekil 3'te görüleceği üzere hava alığı üzerinde sıkıştırma rampası üzerine rüzgâr tüneli testlerinde 7 adet statik basınç probu yerleştirilmiştir. Bu problemlerden ölçülen basınç değerleriyle hem normal şokun pozisyonu hem de rampa üzerindeki basınç dağılımları gözlemlenecektir. Saptırıcı plaka üzerinde ise 5 adet statik basınç portu yer almaktadır ve Şekil 4'teki gibi yerleşimleri yapılmıştır. Toplamda 12 adet statik basınç portundan yapılan ölçüm ile rüzgâr tüneli deneyleri ve HAD analizleri karşılaştırılacaktır. Ayrıca, BAE Rüzgâr Tüneli'nde yapılan bu testlerde, daha önce literatürde yapılan çalışmalara benzer şekilde [AGARD, 1991], 8x4 konfigürasyonunda dinamik prop sisteminde (rake) 32 adet toplam basınç tüpü ile aerodinamik arayüz düzleminde (AIP) akış dinamik basınç ölçümleri de yapılmıştır.



Şekil 2. Ses üstü harici sıkıştırma tek rampalı hava alığı geometrisi: TA İzole Hava Alığı Modeli



Şekil 3. Sıkıştırma rampası üzerinde bulunan statik basınç portları lokasyonları



Şekil 4. Saptırıcı plaka üzerinde bulunan statik basınç portları lokasyonları

### Çözüm Ağı Bağımsızlık Çalışması

Harici sıkıştırma rampalı hava alıklarında rampadaki belirli açıdan dolayı eğik ve normal şok yapıları oluşmaktadır. Şok sınır tabaka etkileşiminden kaynaklı sınır tabaka akış ayrılması ve kanal içinde duvar etkilerinden ve akış ayrılmalarından ötürü kaybedilen toplam basınç hesaplamasını daha doğru yapabilmek için hava alığı girişi ve kanal içine daha sık bir çözüm ağı olacak şekilde çözüm ağı bağımsızlık çalışması yapılmıştır. Akış ayrılmalarının ve şok-sınır tabaka etkileşimlerinin doğru bir şekilde yakalanabilmesi için uygun bir yaklaşımın benimsenmesi önemlidir. Bu nedenle yüksek yoğunluklu bir duvar kenarı çözüm ağı kullanılarak viskoz alt tabakalarının çözülmesi gerekmektedir. Bu çalışmada, çözüm ağına duvar kenarındaki hücrelerin,  $y^+$  değerinin yaklaşık olarak 1'e eşit olduğu viskoz alt tabaka içinde konumlandırılması sağlanmıştır. Sınır tabaka kalınlığı ( $\delta$ ) ve ilk tabaka kalınlığı ( $\Delta s$ ) arasındaki ilişki, katman sayısı ( $LN$ ) ve büyüme oranı ( $GR$ ) kullanılarak aşağıdaki denklem ile elde edilir:

$$\delta = \Delta s \frac{(1 - GR^{LN})}{(1 - GR)} \quad (3)$$

Düz bir plaka üzerinde tam gelişmiş türbülanslı akış varsayımı ile yüzey sürtünme katsayısı ( $C_f$ ) korelasyonları [Schlichting, 1979] kullanılarak duvar kayma gerilimi ( $\tau_w$ ), sürtünme hızı ( $U_\tau$ ) ve  $y^+$  değerleri tahmin edilebilir [Cengel, 2006; Pope, 2000].

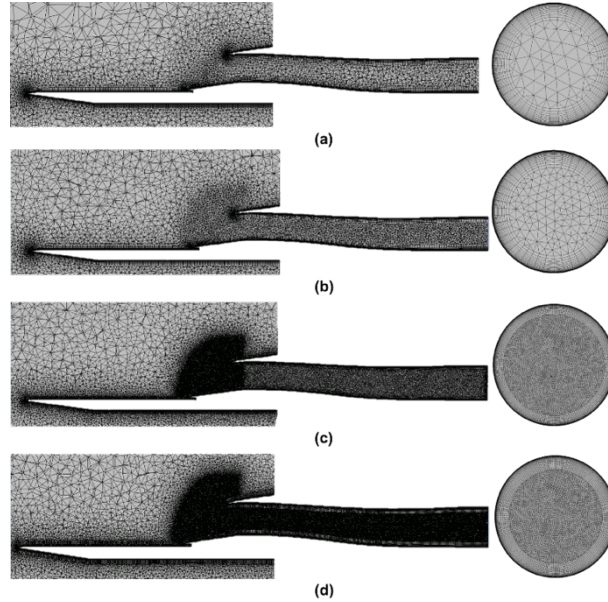
ANSYS çözüm ağı oluşturma modülü kullanılarak, yüzey ve hacim çözüm ağı yoğunlukları iteratif olarak artırılarak 10 farklı 3 boyutlu yapısal olmayan çözüm ağı oluşturulmuştur. Tablo 1’de çözüm ağı sınır tabaka özellikleri ve Tablo 2’de üretilen her bir çözüm ağı için toplam hücre sayısı verilmiştir. Şekil 5’te farklı yoğunluktaki çözüm ağları için simetri düzleminde ve kanal çıkışında AIP düzleminde çözüm ağı ve sınır tabaka yapısı gösterilmektedir.

Tablo 1. Harici sıkıştırma tek rampalı hava alığı çözüm ağı sınır tabaka özellikleri

$y^+$	İlk Tabaka Kalınlığı $\Delta s$ [mm]	Katman Sayısı	Sınır Tabaka Kalınlığı $\delta$ [mm]
1	0,0014	40	10,2814

Tablo 2. Çözüm ağı bağımsızlık çalışması: 10 farklı çözüm ağı için toplam hücre sayısı

Çözüm Ağı Modelleri	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
Toplam Eleman Sayısı	1,5 M	2,4 M	3 M	3,5 M	4 M	14 M	22 M	39 M	48 M	82 M



Şekil 5. Simetri düzleminde ve kanal çıkışında çözüm ağı ve sınır tabaka yapısı. a) düşük eleman yoğunluklu (1,5 M) çözüm ağı, b) düşük eleman yoğunluklu (4 M) çözüm ağı, c) orta eleman yoğunluklu (39 M) çözüm ağı, d) yüksek eleman yoğunluklu (82 M) çözüm ağı

### HAD Simülasyonları ve Türbülans Modelleri

Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) simülasyonları ile türbülanslı akışların analizlerinde üç temel yaklaşım vardır: Doğrudan Sayısal Simülasyon (DNS), Büyük Girdap Simülasyonu (LES) ve Reynolds-Ortalama Navier Stokes (RANS) simülasyonları. Bu çalışmada, 3 boyutlu daimî akış RANS simülasyonları farklı türbülans modelleri kullanılarak yapılmaktadır. Ses üstü hava alığı akışı, farklı türbülans modelleri; Spalart-Allmaras (SA),  $k-\varepsilon$  Standart,  $k-\varepsilon$  RNG, gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$ ,  $k-\omega$  Standart,  $k-\omega$  BSL, ve  $k-\omega$  SST türbülans modelleri ile incelenmektedir. HAD simülasyonları ANSYS Fluent yazılımı ile yapılmaktadır.

#### Spalart-Allmaras Türbülans Modeli

Aerodinamik türbülans modelleme alanında, tek denklemlilik Spalart-Allmaras (SA) modeli önem taşımaktadır. Tek bir kısmi diferansiyel denklemi çözerek girdap viskozitesini etkili bir şekilde alır [Oliver, vd., 2007].

### *k-ε Standart Türbülans Modeli*

İlk olarak Launder ve Spalding tarafından tanıtılan bu model, basit olması ve farklı koşullarda uygulanabilir olması sebebiyle popüler hale geldi. Bu türbülans modeli türbülansın zaman içinde nasıl değiştiğini açıklayan iki denklemle sahiptir. Denklemlerden biri türbülansın enerjisi ( $k$ ) için, diğeri ise türbülansın ne kadar hızlı dağıldığı ( $\varepsilon$ ) içindir. Bu model akışın türbülanslı ve viskozite etkileri az iken uygulanabilir olmaktadır. Türbülanslı enerji üretimi ile normal gerilmelerin anizotropisinden kaynaklanan türbülanslı gerilmeler arasındaki ilişkilerin yakalanamaması  $k-\varepsilon$  modelinin eksikliklerinden biridir [Wilcox, 2006].

$\varepsilon$  denklemi ters basınç gradyanı olan akışları çözmekte yetersiz kalmaktadır. Model, duvarın yakınında çok büyük türbülans uzunluğu ölçekleri üretir ve bu nedenle deneysel verilerle karşılaştırıldığında akış ayrılmalarını geciktirir ve hatta önler. Bu da aşırı iyimser tasarım tercihlerine yol açmaktadır çünkü model gerçek akışın zaten ciddi şekilde ayrılabilirdiği koşullar altında yüzeye tutunan bir akış öngörmektedir [Menter, 1994].

### *k-ε RNG Türbülans Modeli*

$k-\varepsilon$  RNG türbülans modeli "renormalizasyon grubu" yöntemleri adı verilen bir matematiksel teknik kullanılarak anlık Navier Stokes denklemlerinden türetilir. Analitik türetme, standart  $k-\varepsilon$  modelindekilerden farklı sabitlere ve  $k$  ve  $\varepsilon$  için taşıma denklemlerinde ek terimlere ve işlevlere sahip bir modelle sonuçlanır. Bu model aşağıdaki iyileştirmeleri içerir:

- $\varepsilon$  denklemindeki ek terimiyle çabuk gerinimli akışlar için çözüm doğruluğunu önemli ölçüde geliştirir.
- Girdabın türbülans üzerindeki etkisi RNG modeline dahil edilmiştir, böylece girdap gibi dönen akışların doğruluğu artırılmıştır.
- RNG modeli türbülanslı Prandtl sayıları için analitik bir formül sağlarken, standart  $k$  modeli kullanıcı tarafından belirlenen sabit değerleri kullanır.
- Standart  $k-\varepsilon$  modeli yüksek Reynolds sayısı modeli olmasına rağmen, RNG modeli düşük Reynolds sayısı etkilerini hesaba katan viskozite çözümleri için analitik olarak türetilmiş bir diferansiyel formül içerir. Ancak bu özelliğin etkili kullanımı duvara yakın bölgenin uygun şekilde çözülmesine bağlıdır.

Bu özellikler RNG modelini standart  $k-\varepsilon$  modeline göre daha geniş bir akış sınıfı için daha doğru ve güvenilir kılar.

### *Gerçekleştirilebilir k-ε Türbülans Modeli*

Gerçekleştirilebilir terimi modelin türbülanslı akışların fiziği ile tutarlı olarak Reynolds gerilmeleri üzerindeki belirli matematiksel kısıtlamaları karşıladığı anlamına gelir.

- Gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  modeli türbülanslı viskozite için yeni bir formülasyon içerir.
- Türbülans kinetik enerji dağılım oranı ( $\varepsilon$ ) için yeni bir taşıma denklemi, ortalama kare girdap dalgalanmasının taşınması için tam bir denklem türetilmiştir.

Gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  modelinin doğrudan faydası hem düzlemsel hem de çembersel yayılma oranının daha doğru bir şekilde tahmin etmesidir. Ayrıca rotasyon, güçlü ters basınç değişimleri altındaki sınır tabakaları, akış ayrılmaları ve resirkülasyon içeren akışlar içinde etkili performans sağlar.

Standart  $k-\varepsilon$  modelinin veya diğer geleneksel  $k-\varepsilon$  modellerinin zayıf yönlerinden biri, türbülans kinetik enerji dağılım oranı ( $\varepsilon$ ) için modellenen denklemde yatmaktadır. İyi bilinen çembersel jet anomalisinin (düzlemsel jetlerdeki yayılma oranının oldukça iyi tahmin edildiği ancak aksel simetrik jetler için yayılma oranı tahmininin oldukça zayıf olduğu bulgusuna dayanarak adlandırılmıştır) temel olarak modellenen dağılım denkleminde kaynaklandığı düşünülmektedir. Shih ve diğerleri tarafından önerilen gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  modeli bu eksiklikleri gidermeyi amaçlamaktadır.

Gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  modelinin bir sınırlaması, hesaplama alanının hem dönen hem de sabit akışkan bölgeleri içerdiği durumlarda (örneğin, çoklu referans çerçeveleri, dönen kayan çözüm ağları) fiziksel olmayan türbülanslı viskoziteler üretmesidir. Bunun nedeni bu modelin türbülanslı

viskozite tanımında ortalama dönme etkilerini içermesidir. Bu ekstra dönme etkisi, tek dönen referans çerçeve sistemlerinde test edilmiş ve standart  $k-\varepsilon$  modeline göre daha iyi bir davranış göstermiştir.

### $k-\omega$ Standart Modeli

Wicox'un  $k-\omega$  modeli, türbülans kinetik enerjisi  $k$  için bir denklemi ve spesifik türbülans dağılım oranı veya türbülans frekansı için ikinci bir denklemi çözer [WILCOX, 1980] [WILCOX, 1988]. Model,  $k-\varepsilon$  modelinden daha olumsuz basınç gradyanı koşullarında önemli ölçüde daha iyi performans gösterir, ancak yazarın deneyimi, daha güçlü olumsuz basınç gradyanlarına daha yüksek bir duyarlılığın arzu edileceğidir [Menter, 1992A]. Modelin bir başka güçlü yanı, viskoz sınır tabakadaki formasyonunun basitliğidir. Model, sönümlenme fonksiyonları kullanmaz ve doğrudan Dirichlet sınır koşullarına sahiptir. Bu, sayısal kararlılıkta önemli avantajlar sağlamaktadır. Ancak,  $k-\omega$  modelinin de önemli bir eksikliği vardır. Son zamanlarda, modelin sonuçlarının, kesme tabakası dışında belirtilen serbest akış değerlerine,  $\omega$ , güçlü bir şekilde bağlı olduğu bildirilmiştir. Bu [Menter, 1992B] sorun detaylı bir şekilde incelenmiş ve  $\omega_f$  için farklı değerler kullanılarak, girdap viskozitesinin büyüklüğünün %100 den fazla değiştirebileceği gösterilmiştir. Bu açıkça kabul edilemez ve belirsiz çözümleri sağlamak için düzeltmeler gerekir.

### $k-\omega$ BSL Modeli

$k-\omega$  BSL (Baseline) modelinin temel fikri, Wilcox  $k-\omega$  modelinin yakın duvar bölgesinde dinamik ve doğru formasyonunu korumak ve sınır tabakasının dışındaki serbest akış bağımsızlığından  $k-\varepsilon$  modelinin avantajını sağlamaktır. Bunun için  $k-\varepsilon$  modeli  $k-\omega$  formasyonuna dönüştürülür. Bu formasyon ile orijinal  $k-\omega$  modeli arasındaki fark, omega denkleminde ek bir çapraz difüzyon teriminin görünmesi ve modelleme sabitlerinin farklı olmasıdır. Orijinal model daha sonra bir fonksiyon  $F1$  ile çarpılır ve dönüştürülmüş model bir fonksiyon  $(1 - F1)$  ile çarpılır ve her ikisinde bir araya eklenir. Fonksiyon  $F1$ , yakın duvar bölgesinde (orijinal modeli etkinleştirerek) bir yüzeyden uzakta sıfır olacak şekilde tasarlanacaktır. Karışım, sınır tabakasının art iz bölgesinde gerçekleşecektir.

### $k-\omega$ SST Modeli

$k-\omega$  SST (Shear Stress Transport) türbülans modeli, Menter tarafından 1994 yılında [Menter, 1994], ters basınç gradyanı olan durumlarda tahminini iyileştirmek ve orijinal  $k-\omega$  modelinin serbest akışa olan yüksek hassasiyetinden kaynaklanan sorunları çözmek için geliştirilmiştir. Model sıkıştırılabilir ve sıkıştırılamaz türbülans akışlarını modellemek için HAD da yaygın olarak kullanılan iki denklemlilik eddy viskozite modelidir.

SST modeli,  $k-\omega$  formülasyonunda ifade edilir ve en çok kullanılan  $k-\omega$  ve  $k-\varepsilon$  türbülans modellerinden ikisini birleştirir. SST modeli, sınır tabakasının viskoz sınır tabakasının iç bölgesinde  $k-\omega$  model formülasyonunu kullanır ve serbest akış bölgesinde  $k-\varepsilon$  model formülasyonuna geçer. SST modeli, iki modeldeki çeşitli arzu edilen elementlerin avantajlarından büyük ölçüde faydalanır ve standart  $k-\omega$  modellerinin serbest akışa olan yüksek hassasiyeti ve  $k-\varepsilon$  modelinin duvar yakınındaki viskoz tabakada karşılaştığı sorunları ortadan kaldırır. Bu birleştirmeli SST modelini standart modellere göre daha geniş bir akış çeşitliliği için daha hassas hale getirir.

SST modeli, ters basınç gradyanlarında ve ayrılmış akışlar gibi durumlarda iyi performans göstermesi nedeniyle tercih edilir. Ancak, [Tan, 2011] ve [Oliver, vd., 2007] tarafından yapılan çalışmalar, modelin durgunluk bölgeler ve güçlü hızlanma bölgeleri gibi büyük normal gerinim bölgelerinde biraz fazla büyük türbülans seviyeleri ürettiğini ve standart  $k-\varepsilon$  modelinden daha fazla ayrılma durumlarını aşırı tahmin ettiğini göstermektedir.

SST modeli, BSL modelini temel alır, ancak bunun yanında sınır tabaka içindeki eddy viskozitesini sınırlar (ters basınç gradyanları ve ayrılma altında akışlar için) model performansını artırmak amacıyla ikinci bir geçiş fonksiyonu  $F2$  kullanır.

SST modelinde [Menter, 1994] tarafından ayarlanan stres parametresi  $a1 = 0,31$  değeri nispeten küçük ayrılmalara yol açan yapışık sınır tabakaları veya hafif ters basınç gradyanı akışları için başarılı sonuçlar göstermektedir. [Coakley, 1983], bu sabit değer için 0,30 değerini kullanan bir kayma gerilimi sınırlayıcı da kullanan bir  $k-\omega$  modeli geliştirmiştir. [Bradshaw, 1967] aynı türbülans

gerilmesi – türbülans kinetik enerjisi ilişkisine dayalı 0,30 değerine sahip başka bir yapı parametre terimi kullanan tek denklemlerli bir model geliştirdiler. [Rose, 1966] homojen serbest kesme tabakası akışı için  $a_1$  değerini araştırdı ve  $a_1$ 'in yaklaşık olarak 0,35 olduğunu buldu. [Edwards, 2008] bilinen şok dalgası sınır tabaka etkileşimli akışlar için Mach 5 sıkıştırma yüzeyi sorunu için deneysel sonuçlarla uyuma göre  $a_1 = 0,356$  sonucuna vardılar. [Nicholas, 2013] araştırmasında  $a_1$  için 0,355'e yakın bir değer kullanılması, ayrılma akışı tahminini iyileştirdi. Diğer rapor edilen çalışmalar, şok-sınır tabaka hâkim akışları için  $a_1 = 0,31$  değerinden farklı bir değer araştırdılar. [Tan, 2011] tarafından araştırıldığı üzere, şok-sınır tabaka hâkim akışlar için deneysel sonuçlar  $Clim = 0$  değerinin ayrılma bölgesini yeterince tahmin edemediğini,  $Clim = 1$  kullanıldığında ise ayrılma bölgesini aşırı tahmin ettiğini göstermektedir [El-Samanoudy, 2016].

### Yakın Duvar İşlemleri

Yakın duvar işlemleri, akışkanın bir duvar ile temas ettiği bölgedeki davranışını modellemek için kullanılan bir yöntemdir. HAD analizlerinde duvar kesme stresini doğru bir şekilde hesaplamak için gereklidir ve akışın karmaşıklığına bağlı olarak yöntem seçilir.

### Standart Duvar Fonksiyonu

Lauder ve Spalding yöntemine dayanan standart duvar fonksiyonu viskoz alt tabakadaki akışkanın hız profilini hesaplamak için kullanılır ancak viskoz alt tabakadaki karmaşık akışkan davranışını çözümlenmek yerine, duvara yakın bölgelerde akışkan davranışını deneysel verilere ve yasalara dayanan ilişkilere ile modellemek için kullanılır. Ayrılma, yeniden yapışma (tutunma) ve çarpma gibi akışların olmadığı ve akışın ortalama değerinin ve türbülansın basınç gradyanlarına ve hızlı değişimlere maruz kalmadığı akışlar için kullanılabilir. Genellikle  $y^+ > 11$  sınırından daha küçük değerlerde çözümün doğruluğu azalmaktadır.

### Ölçeklenebilir Duvar Fonksiyonu

Ölçeklenebilir duvar fonksiyonu, standart duvar fonksiyonunun bir modifikasyonudur. Karmaşık geometrilere standart duvar fonksiyonlarında ilk örgü noktasının  $y^+ > 11$  uzak olacak şekilde tutarlı tanımlanması zorlaşmaktadır. İlk örgü noktasının  $y^+ < 11$  de yer alacağı durumlarda standart duvar fonksiyonlarının çözüm bozulmasını önlemek için  $y^+$  üzerine bir sınırlayıcı uygulayarak gerçekleştirilir. Sınırlayıcı,  $y^+ < 11$ 'den küçük olması durumunda 11'e eşit olacak şekilde ayarlanır ve bu duvar fonksiyonlarının viskoz alt tabakaya girmesini engeller, böylece tutarlı bir duvar kesme stresi sağlar [Grotjans and Menter, 1998].

### Denge Dışı Duvar Fonksiyonu

Denge dışı duvar fonksiyonları, ayrılma, yeniden yapışma ve çarpma gibi karmaşık akış senaryolarında standart duvar fonksiyonlarının sınırlamalarını aşmak için tasarlanmıştır. Bu senaryolarda basınç gradyanları ve akış karakteristiklerindeki hızlı değişimler, ortalama akışı ve türbülans önemli ölçüde etkiler. Bu fonksiyonlar, hız profillerinin bozulmasında basınç gradyanlarının etkilerini hesaba katarak duvar kesme stresi tahmin doğruluğunu artırır. Standart duvar fonksiyonları yerel dengeyi varsayarken, denge dışı duvar fonksiyonları, türbülans miktarları için özel profil varsayımları yoluyla viskoz alt tabaka ile tamamen türbülanslı tabaka arasındaki etkileşimi hesaba katar. Bu yaklaşım, duvar bitişik hücrelerdeki bu tabakaların değişen oranlarını göz önünde bulundurarak türbülans kinetik enerjisinin hücre ortalaması üretimi ve dağılımını hesaplar. Sonuç olarak, denge dışı duvar fonksiyonları, ideal koşullardan önemli sapmalar nedeniyle geleneksel yöntemlerin yetersiz kaldığı akışlara uygulanabilirliği genişleterek karmaşık aerodinamik olayları modellemek için daha doğru biri çözüm sunar. Bu fonksiyonun limitleri ise, düşük Reynolds sayısı ve yüksek viskoziteli düşük hızdaki sıvı akışı, duvara yakın etkiler, duvar boyunca büyük miktarda geçirgenlik, sınır tabakası ayrılmalarına yol açan şiddetli basınç gradyanları, ve üç boyutlu etkiler örnek olarak verilebilir.

### Geliştirilmiş Duvar Fonksiyonu

Yakın duvar türbülanslı modelleme için çok yönlü bir yaklaşım suna. Bu yöntem, iki tabakalı modelle  $y^+ < 1$  viskoz alt tabakayı çözümlenmek ile logaritmik tabaka bölgesinde  $y^+ > 200$  duvar

fonksiyonlarını kullanmak arasında bir geçiş sağlar. Bu sayede tanımlanmış çözüm ağının ilk katmanının yerleştirilmesi ihtiyacını ortadan kaldırır ve ara çözüm ağı senaryolarında aşırı hatalardan kaçınır. Yöntem mesafeye dayalı bir türbülanslı Reynolds sayısı kullanarak ya iki tabakalı  $k-\varepsilon$  modelini ya da geliştirilmiş duvar fonksiyonu (EWT) formülasyonlarına sahip tek denklemlilik  $k$  denklemini devreye sokmak suretiyle bunu başarır. Bu yaklaşımlar arasındaki harmanlama yeteneği, basınç gradyanlarını ve sıkıştırılabilirlik veya ısı transferi nedeniyle değişken özellikler gibi karmaşık etkileri hesaba katmak için yapılacak değişikliklere izin verir. Bu esneklik, geliştirilmiş duvar işleme yöntemini çeşitli HAD uygulamalarında yakın duvar türbülansı modelleme için güçlü ve uyarlanabilir bir seçim haline getirir.

### Menter-Lechner Duvar Fonksiyonu

Geleneksel duvar-mesafe tabanlı türbülans Reynolds sayısının sınırlamalarını aşarak daha sağlam ve esnek bir modelleme yöntemi sunar. Duvar-mesafe tabanlı türbülans Reynolds sayısının sınırlamaları, düşük türbülans kinetik enerji içeren bölgelerin yanlış bir şekilde yakın duvar formülasyonlarıyla işlenmesine neden olabilir. Menter-Lechner (ML) yaklaşımı,  $ML-\varepsilon$  denklemi,  $y^+$  bağımsız bir formülasyon kullanarak bu sorunu çözer ve sınır tabakasındaki duvar kayma gerilimi ve ısı akışını daha doğru bir şekilde tahmin eder. Bu yaklaşım, sınır tabakasının yeterli çözünürlüğe sahip olduğunu varsayar ve çözüm ağı sıklaştırılması ile duvar fonksiyonlarından düşük Reynolds sayısı formülasyonlarına geçiş yapar. Sonuç olarak,  $ML-\varepsilon$  türbülans kinetik enerjisi taşıma denkleminde bir kaynak terimi ekleyerek yakın duvar etkilerini daha iyi yakalar ve çeşitli çözüm ağı çözünürlüklerinde duvar kayma gerilimini daha doğru bir şekilde simüle eder.

### Sınırlayıcılar

İki denklemlilik modellerin daha az bilinen eksikliklerinden biri, sıfır olmayan gerilme oranlarına sahip invisid akış bölgelerindeki davranışlarıdır. Bu tür bölgelerde girdap sıfırdır, fakat gerilme oranı sıfır değildir. Örnek olarak, bir kanadın durgunluk bölgesinde invisid akış kanada yaklaştıkça, artan bir kayma seviyesi vardır, bu bir kayma tabakasının oluşumundan kaynaklanmaz, daha ziyade viskoz olmayan akışın sıfır olmayan hız gradyanlarından kaynaklanmaktadır. Invisid akış hızlandırıldığında da benzer bölgeler görülmektedir. Gözlemler, iki denklemlilik modellerin bu bölgelerde aşırı yüksek düzeyde girdap-viskozite sergileyebileceğini göstermektedir.  $k$  denkleminde türbülanslı gerilmeler ile hız gradyanları açısından doğrusaldır. Bununla birlikte  $k$  denkleminde, girdap viskozitesi ve gerilim oranı karesinin çarpımı hız gradyanlarında kareseldir. Bu farkın yüksek türbülans üretiminin gözlemlenmesinden sorumlu olduğuna inanılmaktadır. Bu tür fiziksel olmayan davranışlardan kaçınmak için farklı sınırlayıcı türleri geliştirilmiştir.

### Eğrilik Düzeltmesi

HAD analizlerinde kullanılan eğrilik düzeltmesi, akış çizgisi eğriliğinin türbülans üzerindeki etkilerini dikkate alarak modellemelerdeki doğruluğu arttırmayı amaçlar. Standart girdap viskozitesi modelleri, bu etkileri göz ardı eder ve sonuç olarak önemli hatalar ortaya çıkabilmektedir. Özellikle konkav yüzeylerde türbülans artarken, konveks yüzeylerde azalmaktadır [Smirnov, 2009]. Gerilme hızı tensörünün akış çizgisi boyunca yön değiştirmelerini tespit eder ve buna göre  $k$  ve  $\omega$  denklemlerinin üretim terimlerine bir düzeltme faktörü uygular. Bu faktör, stabilize eden eğrilikler için birden küçük, destabilize eden akışlar için ise birden büyük olur. Bu düzeltme, özellikle serbest girdap akışları gibi eğriliğinin türbülansı güçlü bir şekilde zayıflattığı durumlarda önemlidir [Spalart, 1997].

### Kato-Launder Sınırlayıcısı

Viskoz olmayan bölgelerde girdaplanma sıfırken, düzlemsel kayma tabakalarında kayma gerilme oranına eşit olduğu gözlemine dayanmaktadır. Kato-Launder sınırlayıcısı, üretim teriminin  $P_k$  viskoz olmayan kısımlarını değiştiren bir formülasyona sahiptir [Kato ve Launder, 1993]. Bu düzeltme, model kalibrasyonlarının çoğunun kayma akışları için  $S = \Omega$  ile gerçekleştirildiğinden, bu tür akışlar için model kalibrasyonunu değiştirmez. Ancak, bu modifikasyon viskoz olmayan akışlarda üretim terimini kapatır, çünkü burada  $\Omega = 0$  olur. Kato-Launder sınırlayıcısının dezavantajı, üç boyutlu etkiler ve akış çizgisi eğriliği ve dönmenin olduğu durumlarda  $S \neq \Omega$  olduğu karmaşık akışları etkilemesidir.



### Üretim Sınırlayıcı

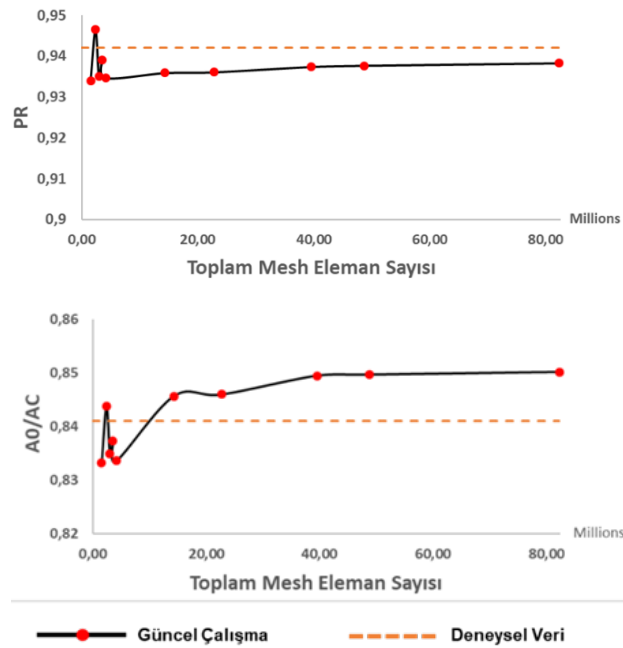
Bu yöntem, türbülans denklemlerindeki üretim teriminin, dağılma terimi ile ilişkili olarak sınırlandırılmasını baz almaktadır. Durgunluk bölgelerinde türbülanslı kinetik enerjinin birikmesini önlemek amacıyla, türbülans denklemlerindeki üretim terimi sınırlandırılmaktadır. Bu sınırlayıcı genelde  $C_{PL} = 10$  olarak ayarlanır, bu da tipik kalibrasyon akışlarından oldukça farklıdır; bu akışlar için  $P_k \approx \rho \varepsilon$  kullanılmaktadır. Bu sayede, türbülanslı kinetik enerjinin gereksiz birikiminin önüne geçilerek daha stabil ve doğru modelleme yapılmaktadır [Menter, 1994].

## SONUÇLAR ve DEĞERLENDİRME

Bu çalışmada yapılan kapsamlı HAD analizleri, çözüm ağı bağımsızlık çalışması sonuçları ve türbülans modellerinin detaylı karşılaştırmaları aşağıda anlatılmaktadır.

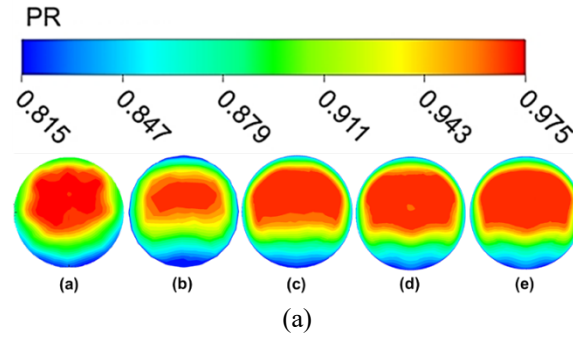
### Çözüm Ağı Bağımsızlık Çalışması Sonuçları

Mesh bağımsızlığını değerlendirmek için, örnek benzer çalışma baz alınarak [Sepahi, 2019]  $k-\omega$  SST türbülans modeli kullanılarak sayısal çözümler elde edilmiştir. Alan ortalamalı basınç geri kazanımı (PR) ve akış yakalama oranının ( $A_0/A_c$ ) mesh yoğunluğuna göre değişimi Şekil 6'da gösterilmektedir. Bu ağı yoğunluğunun 39 milyon elemanı olan sekizinci ağı çözümüne ulaşmasından sonra sonucun istikrarlı bir eğilim göstermektedir ve bu ihmal edilebilir seviyeye ulaşmıştır.

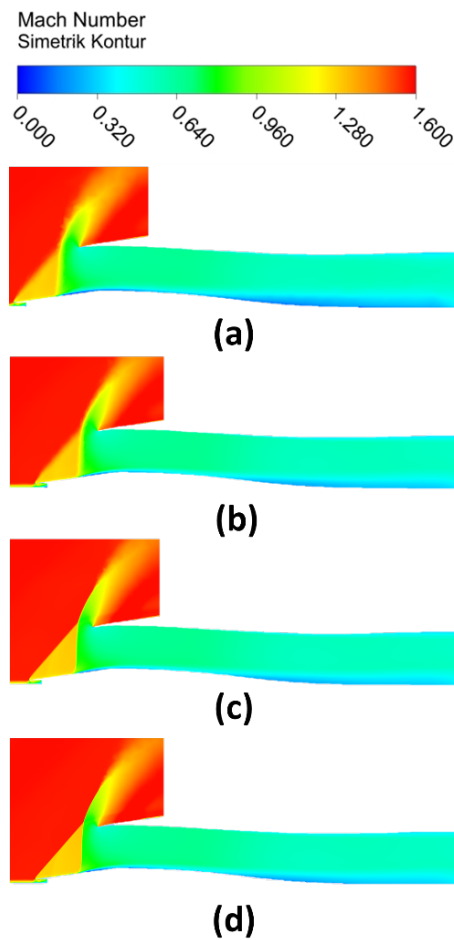


Şekil 6. Motor yüzeyindeki çeşitli mesh yoğunluğuna göre basınç geri kazanımı PR ve  $A_0/A_c$  değişimi

AIP düzlemindeki basınç geri kazanımı Şekil 7'de farklı eleman yoğunluklu modeller için gösterilmektedir. Deney verisi, PR dağılımının referans noktası olarak kullanılmıştır. Düşük eleman yoğunluklu çözüm ağı ile elde edilen sonuçlarda PR dağılımı daha az ayrıntılı ve merkezdeki yüksek PR bölgesi tam yakalanamamıştır. Eleman sayısının 4 milyona çıkarıldığı çözüm ağına, PR dağılımı daha net hale gelmiştir ve yüksek PR bölgesi merkezde daha belirgin hale gelmiştir. Eleman yoğunluğunu artmasıyla birlikte PR dağılımının doğruluğu ve ayrıntı seviyesi artmakta, ancak orta eleman yoğunluklu çözüm ağı ile yüksek eleman yoğunluklu çözüm ağı arasında PR dağılımı açısından kayda değer bir fark yoktur. Simetri düzlemindeki Mach sayısının dağılımının karşılaştırması Şekil 8'de gösterilmektedir. Hava alığındaki akışta çok farklı davranışlar gözlenmemekle birlikte, düşük eleman yoğunluklu modellerde kanal için sınır tabaka ayrılma profili değişmektedir.



Şekil 7. AIP basınç geri kazanımı (PR) dağılımı. a) deney, b) düşük eleman yoğunluklu (1,5 M), c) düşük eleman yoğunluklu (4 M), d) orta eleman yoğunluklu (39 M), e) yüksek eleman yoğunluklu (82 M)



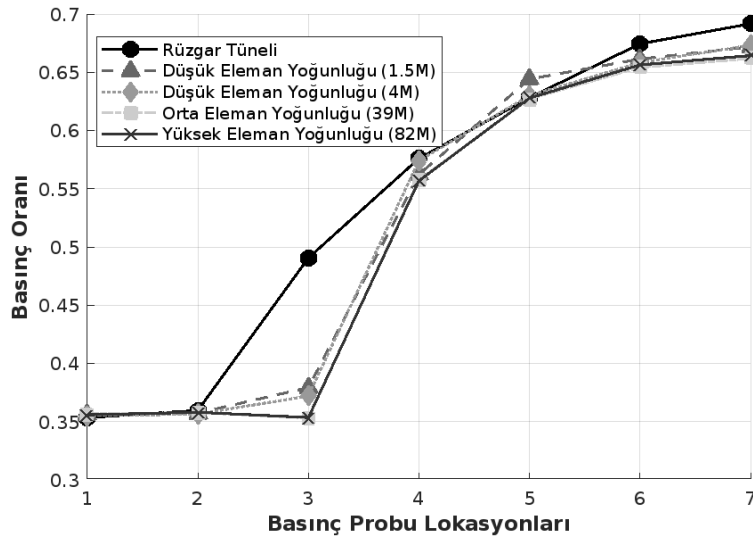
Şekil 8. Simetrik düzlemde Mach sayısı dağılımı karşılaştırması. a) düşük eleman yoğunluklu (1,5 M), b) düşük eleman yoğunluklu (4 M), c) orta eleman yoğunluklu (39 M), d) yüksek eleman yoğunluklu (82 M)

Saptırıcı plaka ile sıkıştırma yüzeylerindeki statik basınç dağılımları oranı Şekil 9 ve Şekil 10'da karşılaştırılmıştır. Şekil 11'de sol yukarıdaki görselde rüzgâr tüneli schlieren görüntüsünde eğik şok, normal şok ve yay şoku gözlenmektedir. Aynı şekilde sağ yukarıdaki görselde aynı koşullarda yapılmış HAD analizinin Mach sayısı dağılımı gösterilmektedir. Altteki resimde ise schlieren görüntüsü ile HAD analizi üst üste konularak şok yapılarının üst üste gelip gelmediği kontrol edilmiştir. Eğik şok yapıları üst üste gelirken normal şokların pozisyonları arasında fark vardır. Hava alığı sıkıştırma yüzeyindeki statik basınç ölçümleri düşük eleman yoğunluklu simülasyonlarda daha doğru olmasına rağmen, basınç geri kazanımı ve akış oranı değerleri gibi önemli parametreler düşük eleman yoğunluklu ağlar tarafından yakalanmamaktadır. Rüzgâr tüneli geometrisinde Mach sayısı

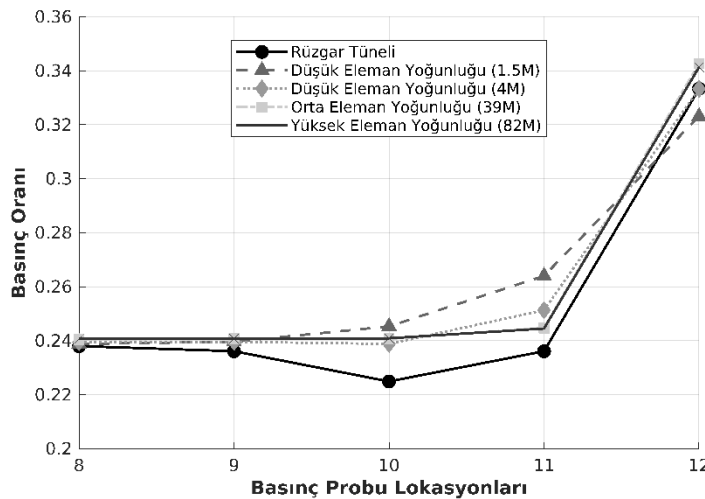
$M = 1,6$  ve  $M_{EF} = 0,5$  için üçüncü statik basınç portu civarında normal şok meydana gelir (Şekil 12). Analizler yakınsamış olsalar da normal şokun konumu tam olarak yakalanamamıştır.

Rüzgâr tüneline alınan verinin zamana göre ortalaması alındığı için ve normal şok düşük frekansta hareket ettiği için üçüncü statik basınç portunun bulunduğu nokta ise tamda normal şokun düşük frekansta hareket ettiği bölge ile çakıştığı için HAD analizlerinde bu nokta etrafında düşük basınç ölçülmesi göz ardı edilebilmektedir. Çünkü normal şokun üçüncü portun hemen arkasında olduğu veri alınmış olsaydı rüzgâr tüneli ve HAD analizleri üçüncü basınç portu üstündeki statik basınç geri kazanımı değerleri birbirine çok yakın gelecekti.

Analizler 1520 çekirdek yapılmış olup, analizi yapılan 10 farklı çözüm ağı için analiz süreli Tablo 3'te verilmiştir. Eleman yoğunluğu arttıkça analiz sürelerinin de arttığı gözlemlenmiştir.



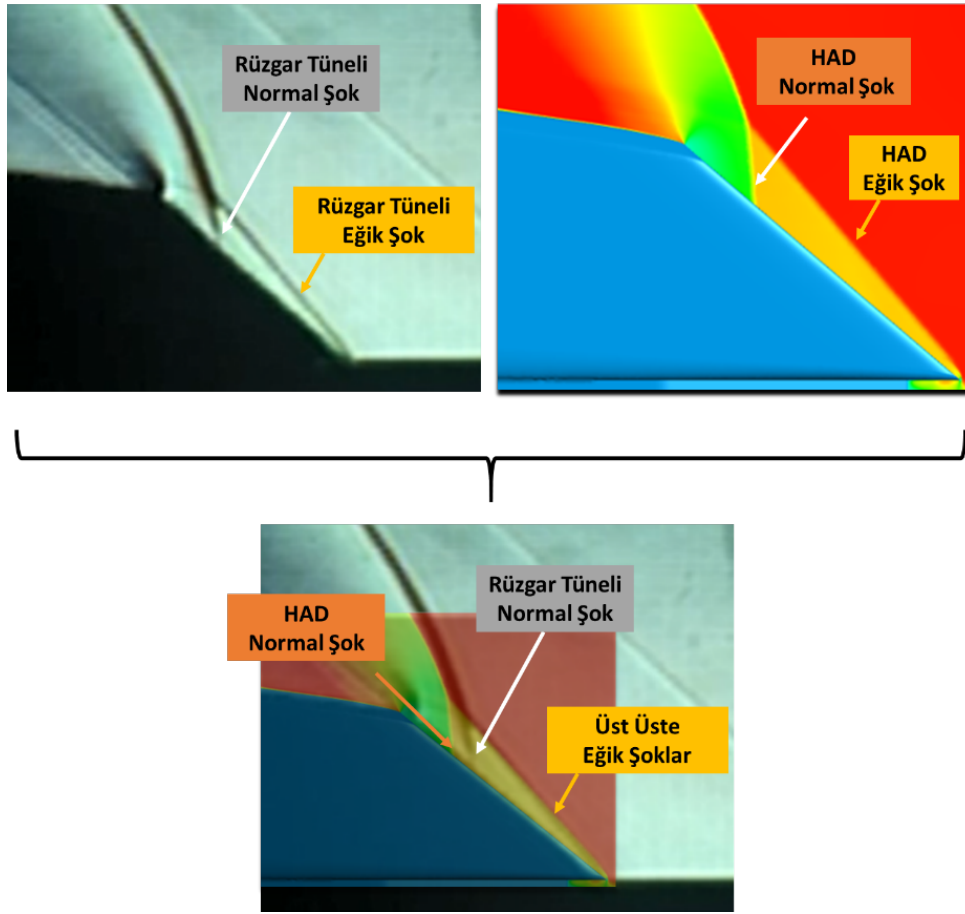
Şekil 9. Düşük yoğunluklu eleman sayısından yüksek yoğunluklu eleman sayısına sıkıştırma yüzeyi üzerindeki statik basınç geri kazanımı dağılımı karşılaştırması



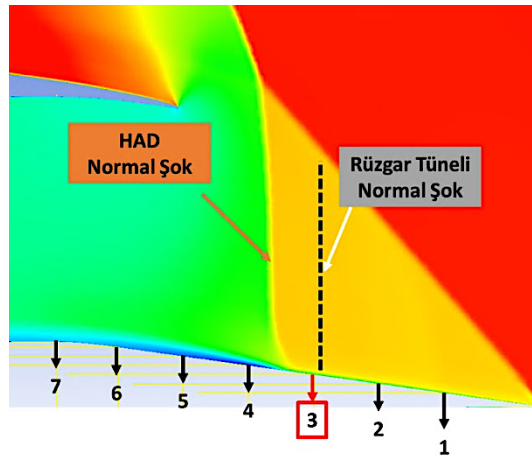
Şekil 10. Düşük yoğunluklu eleman sayısından yüksek yoğunluklu eleman sayısına saptırıcı plaka üzerindeki statik basınç geri kazanımı dağılımı karşılaştırması

Tablo 3. Mesh çalışması için belirlenen 10 farklı eleman sayılı mesh modeli için toplam analiz süreleri

Çözüm Ağı Modelleri	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10
Toplam Analiz Süresi (1520 çekirdek)	1 saat 20 dak	1 saat 24 dak	1 saat 29 dak	1 saat 32 dak	1 saat 35 dak	1 saat 45 dak	2 saat 5 dak	2 saat 30 dak	3 saat 30 dak	4 saat 50 dak



Şekil 11. HAD analizleri Mach sayısı dağılımı ve rüzgâr tüneli Schlieren görüntüsü üst üste gelecek şekilde karşılaştırması



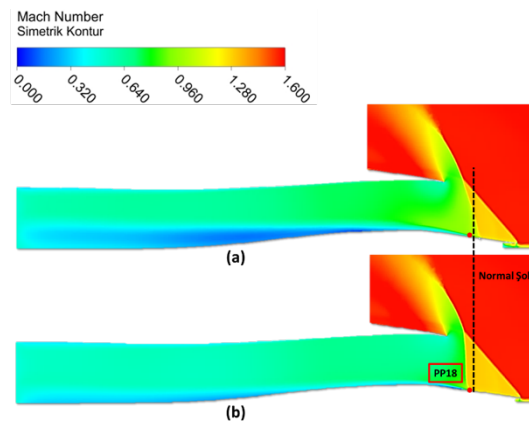
Şekil 12. Sıkıştırma yüzeyi statik basınç ölçüm noktalarına ve HAD ile rüzgâr tüneli verileri arasındaki normal şok pozisyonunun farkına daha yakından bakış

### Farklı Türbülans Modelleri ile Sonuçlar

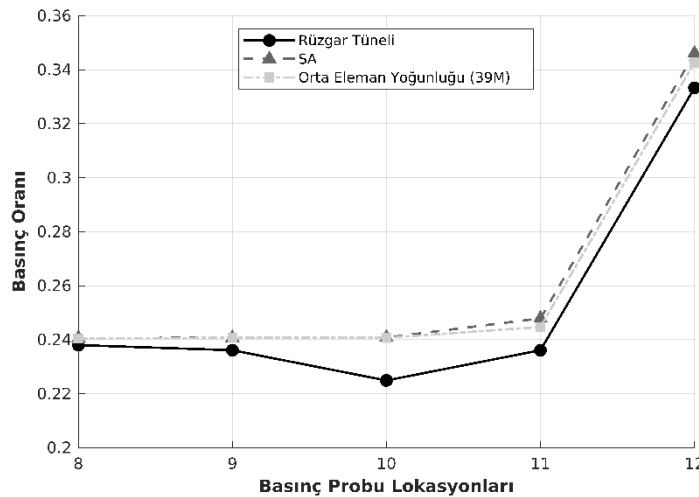
Spalart Allmaras modeli, diğer girdap viskozite modellerinden (örneğin cebirsel modeller) daha karmaşık olsa da esas olarak yüzeye tutunan akışları modellemek için tasarlanmıştır. Ayrıca, denklemdeki üretim terimi girdap teriminin fonksiyonu olduğundan, model yüzey sürtünmesinin sıfıra indiği noktalarda (akış ayrılmaları ve yeniden yüzeye tutunma noktaları) özel bir sorun sunar. Aslında bu noktalarda yapay bir türbülans viskozite düşüşü gözlenir. Bu davranış, duvar kurallarına göre

kalibre edilen ve ayrılma veya yeniden yüzeye tutunma noktalarına yakın bölgelerde geçerli olmayan sönümlenme terimlerinin varlığı ile vurgulanır [Paciorri et al., 1997].

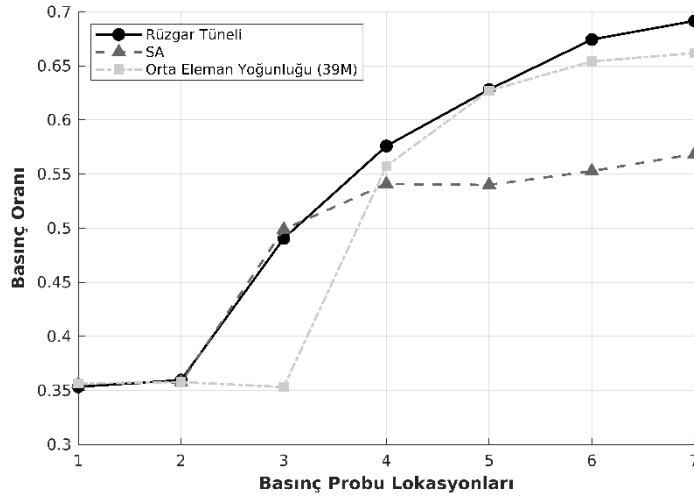
SA ve gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  türbülans modellerinin, şok-sınır tabaka etkileşiminin ardından başlayan akıntı bölgesindeki basınç dağılımlarını ve şok pozisyonunu yakalama performansı incelenmiştir (Şekil 13-17). Simetrik düzlem üzerinde, saptırıcı plaka üzerinde, sıkıştırma yüzeyi üzerinde ve AIP üzerinde PR dağılımları karşılaştırılmaktadır. SA modelinin akıntı bölgesi basınç dağılımını yakalayamamasının temel nedeni, tek denklemlili formülasyonunda ve bu basitleştirilmiş yaklaşımın doğasında var olan sınırlamalarda yatmaktadır. SA modeli, türbülanslı kinetik enerjiyi ve dağılım oranını ayrı ayrı modellemeyen değiştirilmiş türbülanslı viskozite için tek bir taşıma denklemine dayanır. Bu temel basitleştirme, modelin akıntı bölgesinde mevcut olan çok çeşitli türbülans ölçeklerini temsil etme kabiliyetini sınırlandırmakta, enerji kademesini ve türbülans üretim ve dağılım süreçlerini doğru bir şekilde modelleme kapasitesini etkilemektedir. Türbülans yoğunluğunda ve akış ayrılması ve yeniden bağlanmasında hızlı değişikliklerin meydana geldiği şok-sınır tabaka etkileşimlerinde basınç dağılımını önemli ölçüde etkileyen büyük ölçekli türbülanslı yapılar ve girdaplar oluşturur ve SA modelinin basitleştirilmiş türbülans temsili bu olayları yakalamak için yetersizdir.



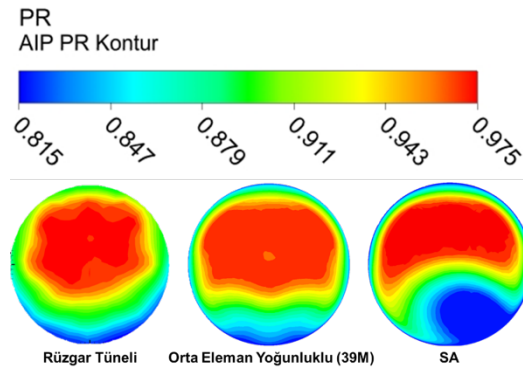
Şekil 13. Simetrik düzlem üzerinde Mach dağılımlarının karşılaştırılması: a) Spalart Allmaras ve b) gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$



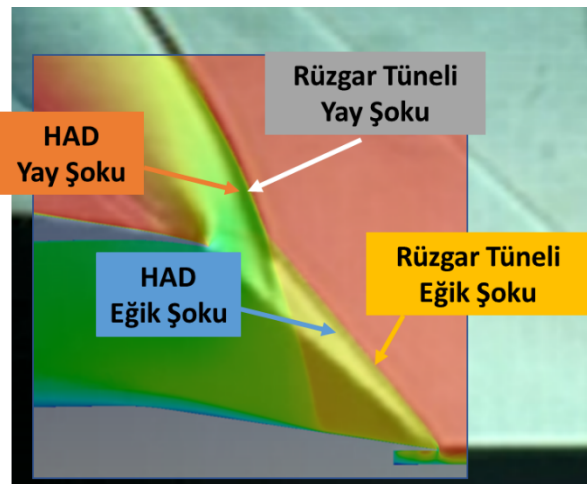
Şekil 14. Rüzgâr tüneli, SA ve gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  türbülans modellerinin saptırıcı plaka üzerinde statik basınç geri kazanımı dağılımlarının karşılaştırılması



Şekil 15. Rüzgâr tüneli, SA ve gerçekleştirilebilir  $k-\epsilon$  türbülans modellerinin sıkıştırma yüzeyi üzerinde statik basınç geri kazanımı dağılımının karşılaştırılması



Şekil 16. Rüzgâr tüneli, SA ve gerçekleştirilebilir  $k-\epsilon$  türbülans modellerinin AIP üzerinde PR dağılımlarının karşılaştırılması



Şekil 17. Rüzgâr tüneli Schlieren görüntüsü ile SA türbülans modeli ile Mach sayısı dağılımı karşılaştırılması

SA modeli, değiştirilmiş türbülanslı viskozite için taşıma denkleminde yıkım terimi adı verilen bir terim dahil eder. Bu terim durgunluk basıncındaki ani değişikliklere tepki veren bir sensör gibi davranır. Akış normal bir şok dalgasıyla karşılaştığında, durgunluk basıncında ani bir artış olur ve yıkım terimi bu değişiklikte birlikte değiştirilmiş türbülanslı viskoziteyi hızlı bir artışla tetikler. Bu hızlı artış bir

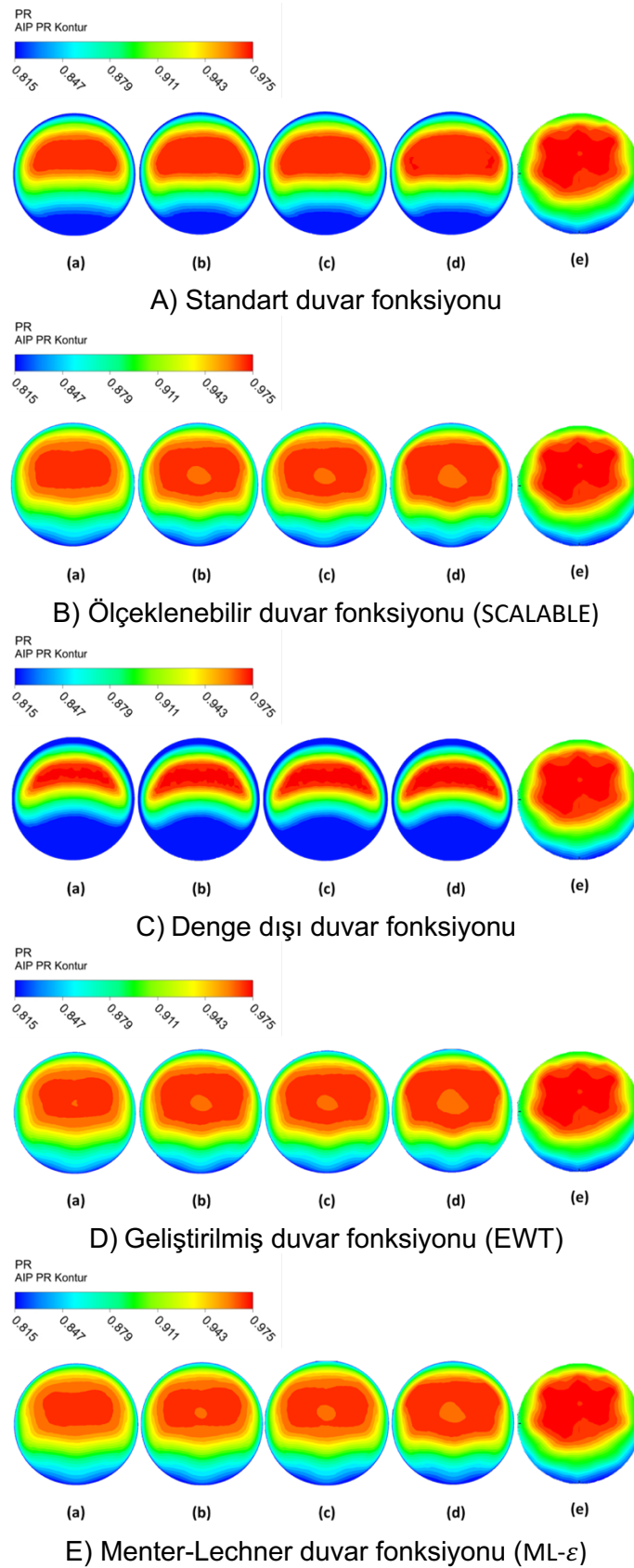
sönümleyici gibi davranarak modelin şokla ilişkili aşırı kinetik enerjiyi dağıtmasına ve basınçtaki ani sıçramayı yakalamasına yardımcı olur.  $k-\varepsilon$  modeli ise, biri türbülanslı kinetik enerji ve diğeri dağılıma oranı için olmak üzere iki taşıma denklemine dayanır. Modelin serbest akış türbülans yoğunluğuna duyarlılığı, bu denklemlerin formüle edilme şekliyle kaynaklanmaktadır. Düşük serbest akış türbülans senaryolarında,  $k-\varepsilon$  modeli şoktaki türbülanstaki ani artışı açıklamak için yeterli türbülans üretimini üretmekte zorlanabilmektedir ve bu da şok yapısının konumunu hatalı tahmin etmesine yol açabilmektedir. Serbest akış türbülansı düşükse, model şokun yukarı akışında yeterli türbülans üretimi oluşturmayabilir bu da şok boyunca basınç artışının düşük tahmin edilmesine ve şok konumunun yanlış belirlenmesine sebep olmaktadır.

Şekil 18'de standart  $k-\varepsilon$  türbülans modeli için farklı duvar fonksiyonlarının etkisi AIP PR dağılımı ile ve deneyle karşılaştırılarak gösterilmektedir. Şekil 19 ve 20'de standart  $k-\varepsilon$  türbülans modeli için farklı duvar fonksiyonlarının basınç probu lokasyonlarına göre basınç geri kazanımı dağılımları gösterilmiştir. Standart duvar fonksiyonu bağlı ve düşük basınç gradyanlı duvarla sınırlandırılmış akışlar için türetilmiş ampirik ilişkiler üzerine kurulmuştur. Bu ilişkiler, duvar yakınındaki viskoz alt katmanda iyi tanımlanmış logaritmik bir hız profili olduğunu varsaymaktadır. Saptırıcı plaka ile hava alığının arasında bulunan yönlendiricinin varlığı standart duvar fonksiyonunun üstesinden gelemeyeceği önemli karmaşıklıklar ortaya çıkarır. Duvar yakınındaki logaritmik hız profili bozulur ve güçlü basınç gradyanları yaratır, özellikle saptırıcı plaka ile giriş arasındaki basınç dağılımını doğru bir şekilde tahmin edemez. Standart duvar fonksiyonu öncelikle duvar yakınındaki ortalama akış davranışını tahmin etmeye odaklanır ve bununla birlikte ayrılma ve basınç gradyanlarına sahip karmaşık akışlarda, hızdaki dalgalanmalar (türbülans) doğru basınç tahmini için çok önemli hale gelir.

Tablo 4, standart  $k-\varepsilon$  türbülans modeli altında farklı duvar fonksiyonu seçeneklerinin performansını, özellikle basınç geri kazanımı (PR) tahminlerinde gösterdikleri farkı ve buna bağlı hata oranlarını karşılaştırmaktadır. Her satırda, kullanılan duvar fonksiyonu yöntemine göre elde edilen hava alığı kütleli debi oranı ( $A_0/A_c$ ), motor yüzeyi Mach sayısı ( $M_{EF}$ ), tahmin edilen PR değeri ve bu değer rüzgâr tüneli sonuçlarıyla kıyaslandığında yüzde cinsinden hata oranı yer almaktadır. Rüzgâr tüneli satırındaki PR değeri (0,9422) "referans" niteliğindedir ve diğer yöntemler bu değere göre değerlendirilmiştir. Tabloda yeşil renkli alanlar, referansa daha yakın sonuçlar (düşük hata) verirken, sarı ve kırmızı tonlar hata oranının yükseldiğini göstermektedir. Örneğin Kato-Launder yöntemi bazı satırlarda görece düşük bir hata oranı sunarken (örneğin %0,6276), ölçeklenebilir (Scalable) veya  $ML-\varepsilon$  gibi diğer duvar fonksiyonları nispeten daha yüksek hata oranlarına sahiptir.

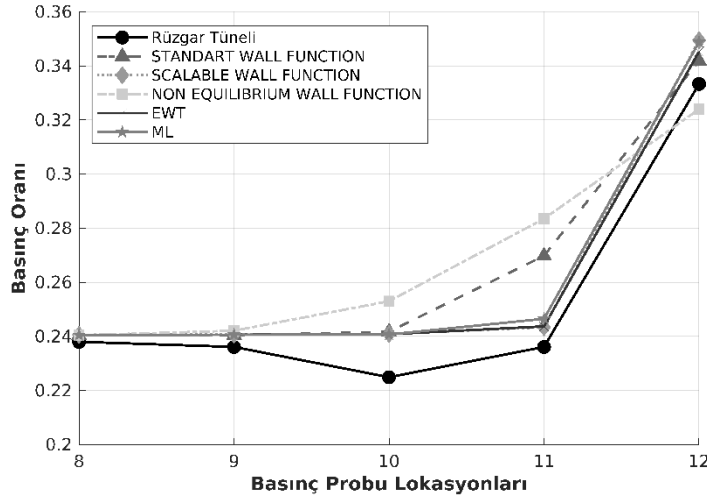
Tablo 4. Standart  $k-\varepsilon$  türbülans modeli için farklı duvar fonksiyonlarının PR parametresine etkisi

	$A_0/A_c$	$M_{EF}$	PR	PR HATA ORANI
	[-]	[-]	[-]	[%]
Rüzgar Tüneli	0,8410	0,5035	0,9422	
SCALABLE	0,8472	0,5052	0,9294	1,3747
CURV-CORR	0,8494	0,5057	0,9320	1,0919
TURB-COMP	0,8493	0,5056	0,9319	1,1028
KATO-LAUNDER	0,8517	0,5059	0,9346	0,8107
EWT	0,8492	0,5052	0,9317	1,1245
CURV-CORR	0,8511	0,5057	0,9340	0,8754
TURB-COMP	0,8512	0,5057	0,9340	0,8754
KATO-LAUNDER	0,8532	0,5059	0,9363	0,6276
ML- $\varepsilon$	0,8468	0,5052	0,9290	1,4184
CURV-CORR	0,8482	0,5056	0,9307	1,2331
TURB-COMP	0,8483	0,5056	0,9309	1,2114
KATO-LAUNDER	0,8505	0,5060	0,9334	0,9403

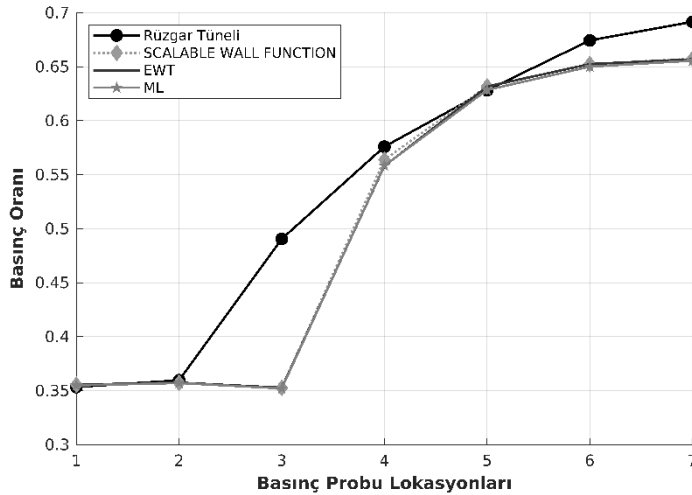


Şekil 18. Standart  $k-\epsilon$  türbülans modeli için farklı duvar fonksiyonlarının etkisi: AIP PR dağılımı ve deneyle karşılaştırması ve farklı sınırlayıcı düzeltmelerin etkisi: a) varsayılan, b) eğrilik düzeltmesi, c) eğrilik düzeltmesi ve türbülans-sıkıştırılabilirlik düzeltmesi, d) eğrilik düzeltmesi, türbülans-sıkıştırılabilirlik düzeltmesi ve Kato-Launder üretim düzeltmesi, e) rüzgar tüneli





Şekil 19. Standart  $k-\varepsilon$  türbülans modeli için farklı duvar fonksiyonlarının etkisi ve deney verileri ile karşılaştırması: Saptırıcı plaka statik basınç geri kazanımı dağılımı

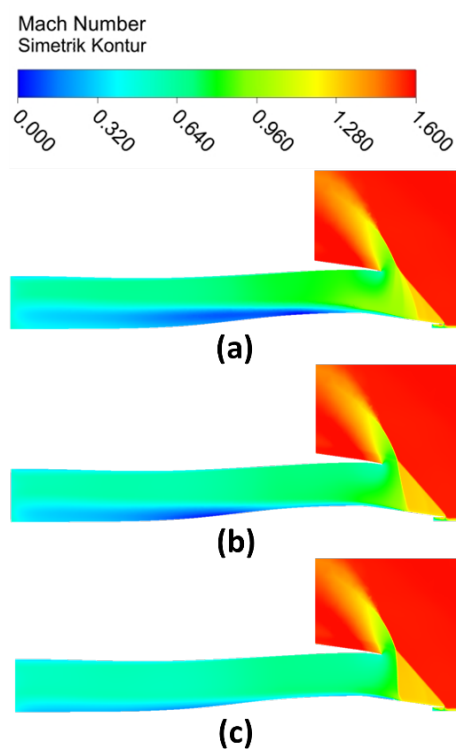


Şekil 20. Standart  $k-\varepsilon$  türbülans modeli için farklı duvar fonksiyonlarının etkisi ve deney verileri ile karşılaştırması: Sıkıştırma yüzeyi statik basınç geri kazanımı dağılımı

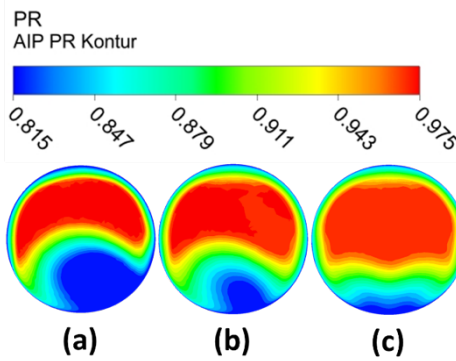
SST modelinde gözlenen zayıf basınç geri kazanımı, hava alığı boğazından sonra oluşan güçlü akış ayrılması ile ilişkilidir. Akış, hava alığı boğazından sonra alt duvara yeniden yapışmadığı sürece basınç geri kazanılamaz. Bu nedenle, kesme gerilimini arttırmak daha hızlı basınç geri kazanımı ile sonuçlanacaktır. Bu gerilim parametresi  $a1$ 'i kontrol ederek elde edilebilir. Şekil 21 ve Şekil 22'de farklı gerilim sınırlayıcı parametre  $a1$  değerleri kullanılarak hava giriş sisteminde AIP basınç geri kazanımı dağılımları ve Mach dağılımları simetrik düzlemde göstermektedir. Eddy viskozitesi yapısal parametresi  $a1$ 'in ayarlanması, Menter  $k-\omega$  SST modelinin sonuçlarını deneysel sonuçlarla uygun bir şekilde eşleştirecek şekilde iyileştirir. Basınç iyileştirme davranışı,  $a1 = 0,40$  için deneysel ölçümlerle yakın uyum içindedir. Stres katsayısının küçük artışının, akış alt yüzeye daha yakın hale gelmesine ve girişte daha yüksek basınç iyileşmesine yol açtığı gözlemlenebilir.

$k-\omega$  SST modeli, hem duvar yakınındaki  $k-\omega$  modelinin hem de uzak alandaki  $k-\varepsilon$  modelinin avantajlarını sağlamak üzere tasarlanmıştır ve bu harmanlama, harmanlama fonksiyonlarının bir kombinasyonu kullanılarak elde edilir.  $a1$  parametresi öncelikle harmanlama fonksiyonunu ve  $k-\omega$  ile  $k-\varepsilon$  modelleri arasındaki geçişi yöneten model sabitlerini etkiler. Karıştırma fonksiyonu  $F1$   $k-\omega$  ve  $k-\varepsilon$  modellerini birleştirmek için kullanılır ve bir rejimden diğerine yumuşak bir şekilde geçirecek farklı akış bölgelerinde doğru tahmin yapılmasını sağlar.  $a1$  parametresi bu fonksiyonu değiştirerek türbülans modelinin yerel akış koşullarına, özellikle de güçlü basınç gradyanlarına sahip bölgelerdeki hassasiyetini ve tepkisini etkiler.  $a1$  parametresindeki artış, modelin ters basınç gradyanlarına

duyarlılığını artırarak akış yönündeki ve basınç dağılımındaki değişikliklere daha duyarlı hale getirir buda basınç geri kazanımı tahminlerinin iyileştirilmesine sebep olmaktadır.  $a_1$  parametresi doğruluğu artırırken uzun hesaplama sürelerini de beraberinde getirmektedir.



Şekil 21.  $k-\omega$  SST türbülans modeli için  $a_1$  parametresinin etkisi: Mach sayısı dağılımı  
a)  $a_1 = 0,30$ , b)  $a_1 = 0,34$ , c)  $a_1 = 0,40$



Şekil 22.  $k-\omega$  SST türbülans modeli için  $a_1$  parametresinin etkisi: AIP basınç geri kazanımı (PR) dağılımı a)  $a_1 = 0,30$ , b)  $a_1 = 0,34$ , c)  $a_1 = 0,40$

Tablo 5,  $k-\omega$  SST türbülans modelinde  $a_1$  parametresinin (0,30 ile 0,40 aralığında) değiştirilmesinin, deneysel referans olarak kabul edilen rüzgâr tüneli sonuçlarına kıyasla basınç geri kazanımı (PR), hava alığı kütleli debi oranı ( $A_0/A_c$ ), motor yüzeyi Mach sayısı ( $M_{EF}$ ), ve hata oranı üzerindeki etkilerini göstermektedir. Tabloya göre,  $a_1$  değeri arttıkça PR tahminleri genellikle rüzgâr tüneli verilerine daha çok yaklaşmakta ve buna bağlı hata oranı azalmaktadır. Örneğin,  $a_1 = 0,30$  için PR değeri 0,9148 olup hata oranı %2,992 seviyesindeyken,  $a_1 = 0,40$  değeri için PR 0,9371'e yükselmiş ve hata oranı %0,541'e inmiştir. Bununla birlikte, analiz sürelerinin de  $a_1$  parametresine göre değiştiği gözlenmektedir; daha yüksek doğruluk elde edilen değerlerde hesaplama süresi (örneğin 3 saat 30 dakika) artabilmektedir.

Tablo 5.  $a_1$  parametresinin  $k-\omega$  SST türbülans modelinde PR ve  $A_0/A_c$  değerlerine etkisi

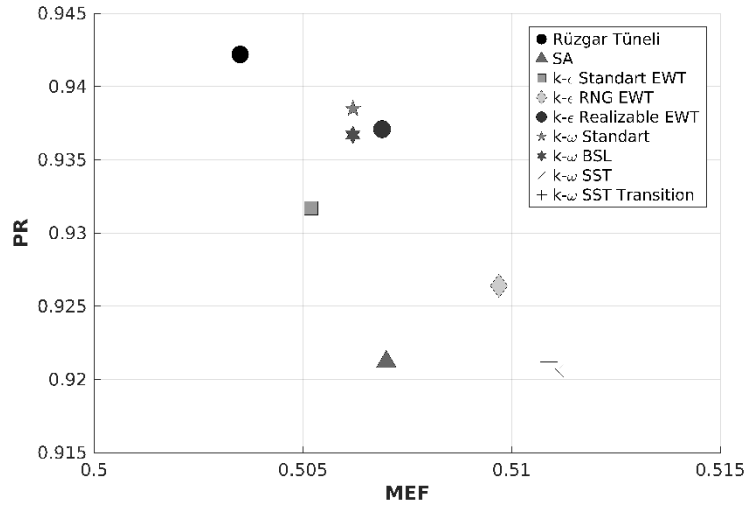
	$A_0/A_c$	$M_{EF}$	PR	PR HATA ORANI	ANALİZ SÜRESİ
	[-]	[-]	[-]	[-]	[h min]
Rüzgâr Tüneli	0,8410	0,5034	0,9421	-	-
$k-\omega$ SST $a_1 = 0,30$	0,831	0,5125	0,9148	2,992	3h
$k-\omega$ SST $a_1 = 0,32$	0,8406	0,5102	0,9244	1,923	2h 49min
$k-\omega$ SST $a_1 = 0,33$	0,8446	0,5094	0,9284	1,483	3h 19min
$k-\omega$ SST $a_1 = 0,34$	0,8475	0,5088	0,9313	1,167	3h 13min
$k-\omega$ SST $a_1 = 0,35$	0,8492	0,5084	0,9332	0,983	3h 13min
$k-\omega$ SST $a_1 = 0,36$	0,8513	0,5079	0,9351	0,756	3h 6min
$k-\omega$ SST $a_1 = 0,37$	0,8529	0,5075	0,9367	0,584	3h 1min
$k-\omega$ SST $a_1 = 0,40$	0,8533	0,5074	0,9371	0,541	3h 30 min

Tablo 6, farklı türbülans modellerinin hem basınç geri kazanımı (PR) hem de hava alığı kütle debisi oranı ( $A_0/A_c$ ) üzerindeki etkilerini, rüzgâr tüneli verileriyle kıyaslamalı olarak sunmaktadır. Rüzgâr tüneli satırı, 0,9422'lik basınç geri kazanımı değeriyle referans alınarak diğer modellerin hata oranları hesaplanmıştır. Tablo incelendiğinde, özellikle standart  $k-\omega$  modelinin %0,3918'lik en düşük hata oranıyla deneysel sonuçlara en yakın tahmini ürettiği görülmektedir. Buna ek olarak, gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  EWT yaklaşımı da %0,5417 ile düşük hata oranı sunarak öne çıkmaktadır. Öte yandan, SA,  $k-\omega$  SST,  $k-\omega$  SST transition gibi modellerde hata oranının %2 civarında veya üzerinde olduğu gözlenmektedir. Farklı modeller için hesaplama süreleri de oldukça değişkendir;  $k-\omega$  SST transition gibi modeller, 4 saat 26 dakikalık analiz süreleriyle en uzun hesaplama maliyetine sahiptir. Buna karşın, gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  EWT modeli, 2 saat 39 dakikalık makul bir süreyle hem düşük hata oranını hem de kısa analiz süresini bir arada sunmaktadır.

Tablo 6. Farklı türbülans modellerinin PR ve  $A_0/A_c$  parametreleri üzerine etkisi

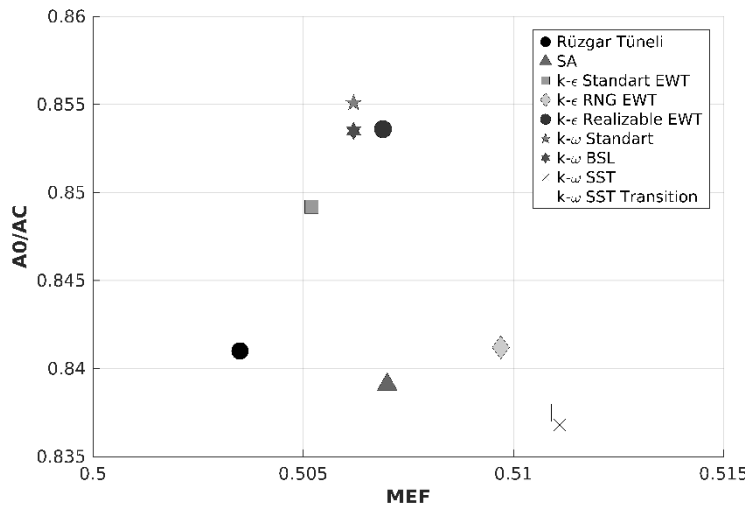
	$A_0/A_c$	$M_{EF}$	PR	PR HATA ORANI	ANALİZ SÜRESİ
	[-]	[-]	[-]	[-]	[h min]
Rüzgar Tüneli	0,8410	0,5035	0,9422		
SA	0,8391	0,5070	0,9212	2,2771	2h 34min
$k-\varepsilon$ Standart EWT	0,8492	0,5052	0,9317	1,1245	2h 52min
$k-\varepsilon$ RNG EWT	0,8412	0,5097	0,9264	1,7030	3h 1min
Gerçekleştirilebilir $k-\varepsilon$ EWT	0,8536	0,5069	0,9371	0,5417	2h 39min
$k-\omega$ Standart	0,8551	0,5062	0,9385	0,3918	2h 47min
$k-\omega$ BSL	0,8535	0,5062	0,9367	0,5847	2h 57min
$k-\omega$ SST	0,8368	0,5111	0,9206	2,3438	3h 28min
$k-\omega$ SST Transition	0,8375	0,5109	0,9212	2,2771	4h 26min

Şekil 23'te farklı türbülans modellerinin basınç geri kazanımı (PR) üzerindeki etkisi, motor yüzeyi Mach sayısı ( $M_{EF}$ ), eksenine göre irdelenmektedir. Rüzgâr tüneli sonuçları referans alınarak, basınç geri kazanımı değerlerinin modeller arasındaki dağılımı incelendiğinde belirli bir küme içinde gruplanan yöntemlerin benzer PR değerlerine sahip olduğu gözlenmektedir. Örneğin standart  $k-\omega$  ve gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  EWT modelleri bu kümede yer alarak deneysel bulgulara daha yakın tahminler üretmektedir. Buna karşın  $k-\omega$  SST transition veya  $k-\omega$  BSL gibi modeller, ( $M_{EF}$ ) aralığında farklı konumlar sergileyerek PR tahmininde daha büyük sapmalara yol açabilmektedir.



Şekil 23. Farklı türbülans modellerinin basınç geri kazanımı PR üzerine etkisi

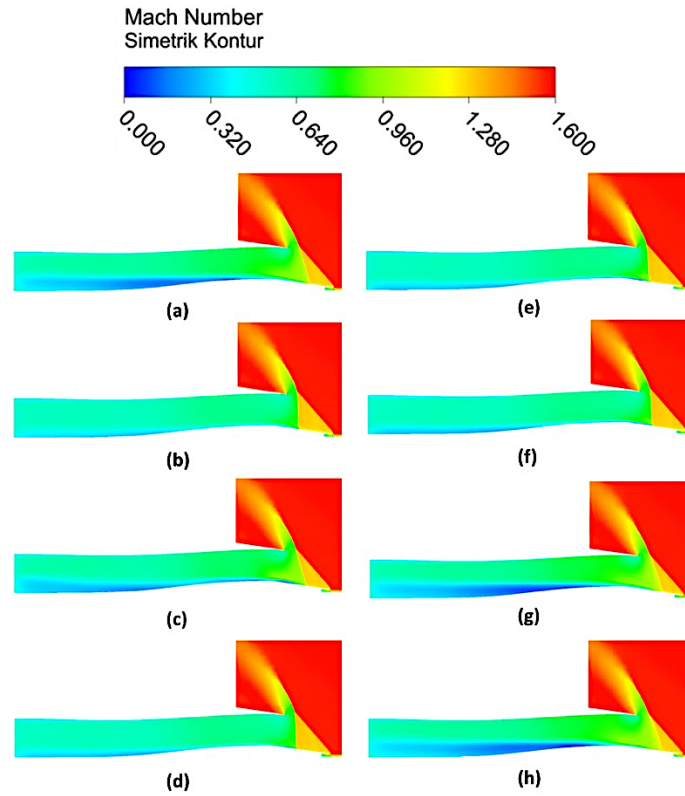
Şekil 24'te ise farklı türbülans modellerinin hava alığı kütle debisi oranı ( $A_0/A_c$ ) üzerindeki etkisi, yine motor yüzeyi Mach sayısı ( $M_{EF}$ ), eksenine göre gösterilmektedir. Tablolardan elde edilen verilerle karşılaştırıldığında, düşük ( $A_0/A_c$ ) değerleriyle birlikte gelen modeller (örneğin SA veya  $k-\varepsilon$  RNG EWT) belirli bir aralıkta yoğunlaşırken, standart  $k-\omega$  ve gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  EWT gibi modeller daha yüksek ( $A_0/A_c$ ) değerleri sunabilmektedir.



Şekil 24. Farklı türbülans modellerinin  $A_0/A_c$  parametresi üzerine etkisi

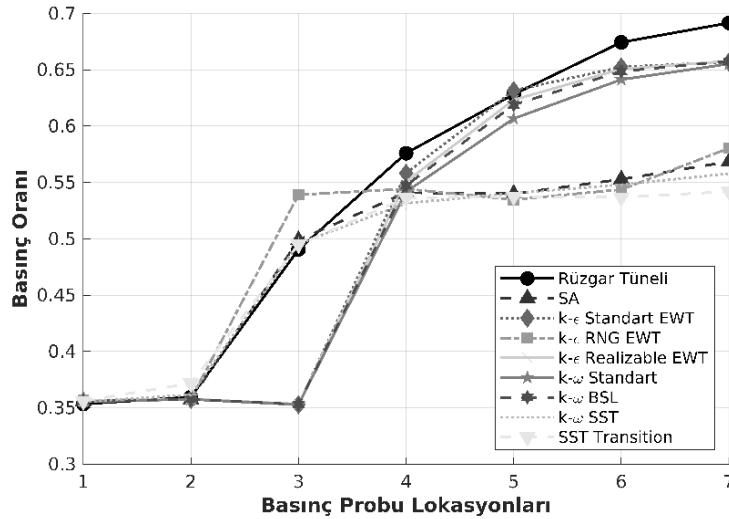
Şekil 25'te sunulan simetrik dikey kesit üzerindeki Mach sayısı dağılımları, farklı türbülans modellerinin yüksek hızlı akıştaki ayrılma ve yeniden yapışma bölgelerini nasıl öngördüğüne dair önemli ipuçları sunmaktadır. Spalart-Allmaras (SA) modeli, tek denkleme dayalı yapısı nedeniyle ayrılma bölgesinin konum ve genişliğini öngörmekte kısmen yetersiz kalmakta; dolayısıyla düşük hızlı (koyu mavi) alanın boyut ve şekli diğer modellere göre belirgin farklılıklar gösterebilmektedir.  $k-\varepsilon$  türbülans modelleri (Standart EWT, RNG EWT ve gerçekleştirilebilir EWT) ise türbülans kinetik enerjisini ve türbülans difüzyonunu daha ayrıntılı çözümler, bu sayede ayrılmış bölgenin boyut ve şiddetine ilişkin tahminler görece daha yüksek doğruluk sergileyebilmektedir.  $k-\omega$  tabanlı modeller (Standart, BSL, SST ve SST Transition), duvar yakınında gelişen sınır tabakası karakterini ve laminar-türbülans geçiş süreçlerini daha hassas biçimde modellemeyi hedeflediğinden, özellikle akış ayrılmasının başladığı bölgedeki hız gradyanlarını ve Mach sayısı değişimlerini daha doğru öngörebilmektedir. Bununla birlikte, her bir modelin akış ayrılması ve şok-sınır tabakası etkileşimi gibi karmaşık mekanizmaları yakalama kabiliyetinde farklı seviyede hatalar bulunmakta; bu da hem

düşük hızlı bölgelerin genişliği hem de ayrılma sonrası akışın yeniden yapışma (tutunma) karakteristiğinde belirgin farklılıklara yol açmaktadır.



Şekil 25. Farklı türbülans modelleri ile yapılan HAD simülasyonları: Simetrik dikey kesit üzerinde Mach sayısı dağılımı a) SA, b)  $k-\varepsilon$  Standart EWT, c)  $k-\varepsilon$  RNG EWT, d) gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  EWT, e)  $k-\omega$  Standart, f)  $k-\omega$  BSL, g)  $k-\omega$  SST, h)  $k-\omega$  SST Transition

Şekil 26'da sunulan rampa sıkıştırma yüzeyine ait statik basınç geri kazanımı dağılımı, farklı türbülans modellerinin yüksek hızlı akışlarda basınç alanını ne ölçüde doğru öngörebildiğini ortaya koymaktadır. Grafik incelendiğinde, özellikle basınç probu lokasyonu 3 ve 4 civarındaki basınç artış eğrisi, akışın hızlı sıkıştırma sürecini veya muhtemel şok-sınır tabakası etkileşimini temsil etmektedir. Spalart-Allmaras (SA) modeli ve  $k-\varepsilon$  RNG EWT gibi bazı modellerin bu bölgede deneysel veriye göre daha düşük veya daha yüksek değerler tahmin ettiği görülürken,  $k-\varepsilon$  Realizable EWT ve  $k-\omega$  bazlı (özellikle BSL, SST ve kısmen SST Transition) modellerinin, basınç artışının şekli ve şiddetini rüzgâr tüneli sonuçlarına görece daha yakın bir şekilde yansıttığı dikkat çekmektedir. Bununla birlikte, her modelin kendi duvar altı (wall treatment) yaklaşımı, laminar-türbülans geçiş (transition) kabiliyeti ve şok etkileşimini modelleme kapasitesi gibi faktörler, basınç dağılımının hassas tahmin edilmesini doğrudan etkilemektedir. Neticede, deneysel (rüzgâr tüneli) veriye yakın eğriyi elde edebilmek, hem şok oluşumunun yerini hem de sınır tabakası kalınlaşmasını doğru tahmin edebilme yeteneğine bağlıdır. Bu bağlamda,  $k-\omega$  tabanlı modellerin duvar yakınındaki düşük Reynolds sayılı bölgeleri daha iyi çözebilmesi ve  $k-\varepsilon$  Realizable EWT'nin ayrılma-yapışma döngüsünü başarılı şekilde yansıtabilmesi, grafikte deneysel bulgularla daha uyumlu basınç artışı sağlamaktadır.



Şekil 26. Farklı türbülans modelleri ile yapılan HAD simülasyonları sonuçlarının deney verileri ile karşılaştırılması: Rampa sıkıştırma yüzeyi statik basınç geri kazanımı dağılımı

### Sonuç

Bu çalışmada, ses üstü akışta harici sıkıştırma rampalı bir hava alığı modeli, farklı türbülans modelleri kullanılarak HAD simülasyonları ile incelenmiştir. Analiz sonuçlarına göre, gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  türbülans modeli, Geliştirilmiş Duvar Modeli (EWT) uygulaması ile birlikte deneylerle uyumlu sonuçlar vermektedir. Aynı şekilde,  $k-\omega$  SST türbülans modeli de  $a_1$  parametresinin 0,40 değerine yakın seçilmesi ile deneysel verilerle uyumlu sonuçlar sağlamaktadır.

Bununla birlikte, HAD analizlerinin süresi açısından değerlendirildiğinde, gerçekleştirilebilir  $k-\varepsilon$  türbülans modeli, Geliştirilmiş Duvar Modeli (EWT) uygulaması ile  $k-\omega$  SST ve standart  $k-\omega$  türbülans modellerine göre daha kısa sürelerde sonuç vermektedir. Çalışmanın sonraki aşamalarında tasarım sürecinde yüzlerce HAD analizi yapılacağı göz önünde bulundurulduğunda, bu model tasarım çalışmaları için tercih edilmektedir. Eğer süre problemi söz konusu değilse, toplam basınç geri kazanımını (PR) tahmin etme açısından daha başarılı sonuçlar verdiği için standart  $k-\omega$  türbülans modelinin tercih edilmesi önerilebilir.

### Teşekkür

Bu çalışma ODTÜ/Türk Havacılık ve Uzay Sanayii A.Ş. TÜBİTAK 2244 Sanayi Doktora Programı 2020-2025 tarafından desteklenen Doktora Tezinin bir parçasıdır.

This study is a part of PhD Thesis supported by METU/TUSAŞ TUBITAK 2244 Industrial PhD Program 2020-2025.

### Kaynaklar

- AGARD (Advisory Group for Aerospace Research and Development). (1991). Fluid Dynamics Panel Working Group 13: Air Intakes for High Speed Vehicles. AGARD Report 270.
- Bradshaw, P., Ferriss, D.H., & Atwell, N.P. (1967). Calculation of Boundary-Layer Development Using the Turbulent Energy Equation. *Journal of Fluid Mechanics*, 28(3), 593-616.
- Coakley, T.I. (1983). Turbulence Modeling Methods for the Compressible Navier-Stokes Equations. AIAA Paper 83.1693, July 1983.
- Edwards, J.R., Choi, J.I., & Boles, J.A. (2008). Large-Eddy Reynolds-Averaged Navier-Stokes Simulation of a Mach 5 Compression-Corner Interaction. *AIAA Journal*, 46(4).
- El-Samanoudy, R.T.M., & El-Baz, A.M.R. (2016). Considerations of Stress Limiter for SST Turbulence Model in Dual Throat Nozzle Predictions. Ninth International Conference on Computational Fluid Dynamics (ICCFD9), July 11-15, Istanbul, Turkey.

- Georgiadis, N.J., & Yoder, D.A. (2013). Recalibration of the Shear Stress Transport Model to Improve Calculation of Shock Separated Flows. AIAA Paper January 7–10.
- Grotjans, H., & Menter, F.R. (1998) Wall Functions for General Application CFD Codes, Proceedings of the 4th European Computational Fluid Dynamics Conference.
- Kato, M., & Launder, B.E. (1993). The Modeling of Turbulent Flow Around Stationary and Vibrating Cylinders. Presented at the Ninth Symposium on Turbulent Shear Flows, Kyoto, Japan.
- Liu, P. (2021). Foundation of Fluid Mechanics. In A General Theory of Fluid Mechanics. Springer, Singapore. [https://doi.org/10.1007/978-981-33-6660-2\\_1](https://doi.org/10.1007/978-981-33-6660-2_1).
- Marin (February 2016). The Influence of in wall functions applied in ship viscous flows.
- Menter, F.R. (1992)A. Influence of Freestream Values on k-w Turbulence Model Predictions. AIAA Journal, 30(6).
- Menter, F.R. (1992)B. Performance of Popular Turbulence Models for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flows. AIAA Journal, 30(8), 2066-2072.
- Menter, F.R. (1994). Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. AIAA Journal, 32(8), 1598–1605. doi: 10.2514/3.12149.
- Menter, F.R., Lechner R., & Matyushenko A. (Version 1.0). (2023). Best Practice: RANS Turbulence Modeling in Ansys CFD. Ansys Germany GmbH; NTS, St. Petersburg, Russia.
- Menzies, R.D.D. (2002). Investigation of S-Shaped Intake Aerodynamics Using Computational Fluid Dynamics. University of Glasgow.
- Oliver, A., Lillard, R., & Schwing, A. (2007). Assessment of Turbulent Shock—Boundary Layer Interaction Computations Using the OVERFLOW Code. 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. doi: 10.2514/6.2007-104.
- Paciorri, R., Dieudonne, W., Degrez, G., Charbonnier, J., & Deconinck, H. (1997). Validation of the Spalart-Allmaras turbulence model for application in hypersonic flows. 28th Fluid Dynamics Conference. doi: 10.2514/6.1997-2023.
- Pope, S. B. (2000). Turbulent flows. Cambridge University Press.
- Rose, W.G. (1966). Results of an Attempt to Generate a Homogenous Shear Flow. Journal of Fluid Mechanics, 25(1), 97-120.
- Schlichting, H., & Gersten, K. (1979). Boundary-Layer Theory. McGraw Hill, New York.
- Seddon, J., & Goldsmith, E.L. (2001). Intake Aerodynamics. Second Edition. AIAA Education Series.
- Sepahi-Younsi, J., & Forouzi Feshalami, B. (2019). Performance Evaluation of External and Supersonic Air Intakes: Parametric Study. Journal of Aerospace Engineering, 32(5), 04019066. doi: 10.1061/(asce)as.1943-5525.0001048.
- Smirnov, P.E., & Menter, F.R. (2009). Sensitization of the SST Turbulence Model to Rotation and Curvature by Applying the Spalart–Shur Correction Term. Journal of Turbomachinery, 131(4). doi: 10.1115/1.3070573.
- Spalart, P.R., & Shur, M. (1997). On the sensitization of turbulence models to rotation and curvature. Aerospace Science and Technology, 1(5), 297–302. doi: 10.1016/S1270-9638(97)90051-1.
- Tan, J., & Jin, J. (2011). Stress Limiter Consideration for k-w Turbulence Models in Shock Wave/Turbulent Boundary Layer Interactions in Supersonic and Hypersonic Flows. AIAA Paper 2011-3980, June 2011.
- Triantafyllou, T., Nikolaidis, T., Diakostefanis, M., & Pilidis, P. (2015). Total pressure distortion levels at the aerodynamic interface plane of a military aircraft. Paper No. 4326. Cranfield University, School of Aerospace, Transport and Manufacturing, Propulsion Engineering Centre, Bedford, UK.
- White, F. M., & Majdalani, J. (2006). Viscous fluid flow (Vol. 3, pp. 433-434). McGraw-Hill.
- Wilcox, D.C. (1988). Reassessment of the Scale-Determining Equation for Advanced Turbulence Models. AIAA Journal, 26(11), 1299-1310.
- Wilcox, D.C. (2006). Turbulence Modeling for CFD. DCW Industries.
- Wilcox, D.C., & Rubesin, M.W. (1980). Progress in Turbulence Modeling for Complex Flow Fields Including the Effect of Compressibility. NASA TP-1517.