

Dünya Etrafındaki Yörüngelerde Oluşan Bozuntuların Uydu Yönelimine Etkilerinin İncelenmesi

Batuhan Akkova¹, Demet Çilden Güler²
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Wahba'nın optimizasyon problemi, yönelim belirleme ve kontrol teorisindeki en önemli problemlerden biridir. Bu makalede, optimizasyon problemini çözmek için Quaternion Estimator algoritmasını uyguluyoruz. Yörüngeyi göstermek için Dünya etrafında eliptik bir Kepler yörüngesi seçilmiştir. Bir ölçüm modeli oluşturmak amacıyla, hipotetik bir manyetometre ve hipotetik bir güneş sensörü modellenmesi yapılmıştır. Sensör modellenmesinin ardından, gerçek dünya senaryolarını simüle etmek için çeşitli yörünge bozuntuları eklenmiştir. Bu bozuntular, Dünya'nın küresel olmayan yerçekimi etkisi, atmosferik sürüklenme, Ay'ın yerçekimi etkisi ve güneş radyasyon basıncının etkilerini içerir. Bozuntulu yörünge, bu etkileri yansıtacak şekilde yeniden yapılandırılmıştır. Bu bozuntuların yönelim belirleme algoritmasına etkileri araştırılmıştır. Tüm bu bozuntuları dikkate alarak algoritmanın gerçek dünya koşullarındaki sağlamlığı ve doğruluğu değerlendirilmiştir. Yönelim belirleme performansını ve güvenilirliğini nicel olarak değerlendirmek için ortalama kare hataları (RMSE) hesaplanmış ve analiz edilmiştir. Hata analizi sonuçları, tüm bozuntu etkileri hesaba katıldığında algoritmanın minimum hatayı sağladığını, böylece istenen doğruluk ve güvenilirliği gösterdiğini ortaya koymaktadır. Bu kapsamlı yaklaşım, uzay aracı operasyonlarında yönelim belirleme algoritmalarının hassasiyetini artırmada birden fazla bozuntu etkisinin dikkate alınmasının önemini vurgulamaktadır.

GİRİŞ

Yörünge Mekaniği

Kepler yörüngesi, bir kütleli cisim ile merkezi bir gövde arasındaki iki cisim hareketi sistemini tanımlayan, bozuntusuz bir yörünge ve ilk kez Johannes Kepler tarafından tanımlanmıştır. Kepler yörüngeleri, nokta benzeri bir kütleçekimi kuvvetinden başka bir kuvvetin olmadığı varsayımına dayanır. Bu basitleştirme, bozuntuları dikkate almadan yörüngeleri incelemeyi kolaylaştırır. (Vallado, 2007)

Kepler yörüngesi, üç boyutlu uzayda, bozuntuları göz ardı ederek, düzlemsel bir eğri olarak tanımlanır. Kepler yörüngesi elemanları, yörüngeyi tanımlayan altı parametreye atıfta bulunur. Başlangıç analizimiz için eliptik bir Kepler yörüngesi kullanacağız. Bu altı eleman, yarı büyük eksen yarı uzunluğu (a), dışmerkezlilik (e), yörünge eğim açısı (i), yükselme düğümü açısı (Ω), yerberi açısı (ω) ve gerçek anomali (v) olarak adlandırılır. Gerekirse gerçek anomali yerine ortalama anomali (M) kullanılabilir. (Vallado, 2007)

Büyük eksen yarı uzunluğu, elipsin büyük ekseninin yarısıdır ve yörünge üzerindeki cisim ile merkezi kütle arasındaki ortalama mesafeyi temsil eder. Dışmerkezlilik, yörüngeyi tanımlayan dairesellikten sapmayı gösterir; elips merkezi ile odaklarından herhangi biri arasındaki mesafenin, yarı büyük eksen uzunluğuna oranıdır.

Yörünge eğim açısı, yörünge düzleminin, merkezi cismin ekvator düzlemine olan eğimidir. Yükselme düğümü açısı, bahar ekinoksu ile yükselen düğüm arasındaki açıdır; bu nokta, uydunun ekvator düzleminde güneyden kuzeye geçtiği noktadır. Yerberi açısı, yükselen düğüm ile periaepis hattı arasında uydu hareketi yönünde ölçülür. Gerçek anomali, yerberi hattı ile uzay aracının mevcut konumu arasındaki açıdır, ortalama anomali ise son yerberi noktasından bu yana yörünge periyodunun ne kadarının geçtiğini temsil eder.

Bozuntular, Kepler hareketinde gibi ideal kabul edilen hareketten sapmalardır. Kepler hareketinde, sadece iki cisim arasındaki kütleçekimi çekimi dikkate alınır. Ancak, gerçekte, merkezi cismin küresel olmayan yapısı, atmosferik sürüklenme, üçüncü cisim çekimi ve güneş radyasyon basıncı gibi birçok kuvvet uydu hareketini etkiler. (Vallado, 2007)

Merkezi cismin küresel olmayan yapısının bozulması, Dünya'nın asferik şekli nedeniyle Dünya yörüngesinde dönen uydular için önemlidir. Kepler yörünge teorisi, küresel bir merkezi cismi varsayar, ancak Dünya'nın şekli bir küreden önemli ölçüde farklıdır. Yüksekliğe bağlı olarak, atmosferik sürüklenme, merkezi cisim bozulmalarından daha önemli hale gelebilir. Örneğin, eliptik bir yörüngede, uydu merkezi cisme yaklaştıkça sürüklenme önemli ölçüde artar.

Yönelim Belirleme

Yönelim belirleme, bir uzay aracının uzaydaki yönelimini bulma sürecine atıfta bulunur. Üç eksenli yönelim gösterimi, uzay görevlerinin hassas ve güvenilir bir şekilde çalışması için olmazsa olmazdır.

Üç eksenli yönelim, doğrultu kosinüs matrisi olarak adlandırılan 3×3 'lük bir matrisle gösterilebilir. Bu matris, iki koordinat sistemi arasındaki dönüşümü temsil eder. Bir referans koordinat sistemini doğrultu kosinüs matrisi ile çarparak yönelim bulunabilir. (Wertz, 1978)

Başka bir yol, yönelimi Euler açıları ile göstermektir. Euler açıları, üç boyutlu dönüşü açıklamak için üç açıyı temsil etmenin basit bir yoludur. Bu açıların sırası, yönelimi belirler; buna Euler açısı dizisi denir. Euler açıları ile ilgili temel problem, açılar belirli bir şekilde hizalandığında tekillikler olabilmesidir. (Wertz, 1978)

Yönelimi temsil etmenin bir başka yolu, kuaterniyon notasyonu kullanmaktır. Kuaterniyonlar, hem skaler hem de vektör parçalarına sahiptir. Kuaterniyonlar, tekillikleri ortadan kaldırır, bu da onları yönelim belirleme gösteriminde daha iyi hale getirir. Kuaterniyonlar ayrıca üç boyutlu dönüşleri temsil etmek için daha kompakt olup, sadece 4 elemandan oluşan bir satır vektörü olarak gösterilir. (Schaub, 2009)

Literatür İncelemesi

Yıllar boyunca, birçok bilim insanı ve mühendis, yönelim belirleme konusunda daha hassas ve hızlı yöntemler bulmak için çalışmalar yapmıştır.

2017 yılında Hajiyev ve Güler, yönelim belirleme algoritmalarını hız ve sağlamlık açısından karşılaştırmışlardır. Güneş sensörü ve manyetometre kullanarak SVD, Q Method, QUEST, Cebirsel Yöntem ve FOAM Yöntemi'ni karşılaştırmışlardır. Sonuçlar kök ortalama kare hataları cinsinden verilmiştir. En güvenilir algoritmaların SVD ve Q Method olduğunu, en hızlı olanın ise QUEST olduğunu bulmuşlardır. FOAM yöntemi, nispeten doğru ve hızlı bir çıktı sağlamaktadır. (Cilden Guler, 2017)

2000 yılında Psiaki, QUEST yönteminin, zayıf veya başlangıç noktası olmayan durumlarda bile doğru duruş temsilleri sağlayabileceğini belirtmiştir. Psiaki ayrıca, doğruluğu artırmak ve sonuçları hızlandırmak için QUEST yöntemini karekök kullanarak geliştirmiştir. (Psiaki, 2000)

2021 yılında Porras-Hermoso, Cubas ve Pindado, manyetometre ve güneş sensörü ile yönelim belirleme ve tahmin çalışmalarını incelemişlerdir. J2 sapma etkilerini de yörünge parametrelerini modellemede dikkate almışlardır. Güneş'in yönelimini belirlemek için bir metodoloji de belirtmişlerdir. Önce referans eksenlerini hesaplayarak, ardından bunları dönüştürerek sonuca ulaşmışlardır. Simülasyonlarının iyi bir doğruluğa sahip olduğunu ve beklenen sonuçların ölçümlerle örtüştüğünü sonucuna varmışlardır. (Porras-Hermoso, 2021)

Amaç

Bu çalışmanın birincil amacı, yörünge bozuntularını kapsamlı bir şekilde anlamak, klasik yörüngeler üzerindeki etkilerini araştırmak ve bu bulguları gerçek mühendislik uygulamalarıyla ilgili

çeşitli simüle edilmiş senaryolara uygulamaktır. Yörünge mekaniğini anlamının ötesinde, bu çalışma, belirli bir Dünya merkezli yörüngede seçili sensörlerle donatılmış bir uzay aracının yönelim belirleme sürecini keşfetmeyi amaçlamaktadır. Bu simülasyonların sonuçları, sapmaların uzay aracının yörüngesi ve yönelimi üzerindeki etkilerini anlamamızı sağlayacak ve gerçek görevlerde uydu davranışını daha doğru bir şekilde modellememize ve tahmin etmemize olanak tanıyacaktır.

Hem yörünge mekaniği hem de yönelim belirleme konularına derinlemesine dalarak, bu çalışma, uydu navigasyonu ve kontrolü için daha kesin ve güvenilir yöntemlerin geliştirilmesine katkıda bulunmaktadır. Bu çalışmada oluşturulan kapsamlı analiz ve simülasyon çerçevesi, uzay keşfi alanında sürekli gelişen görevlerin başarısını ve performansını artıracak şekilde gelecekteki uzay aracı operasyonlarına sağlam bir temel sunmaktadır.

Yöntemler ve Kaynaklar

Yönelim belirleme sürecini başlatmak için başlangıçta bir kuaterniyon temsili ve açılma hız vektörü seçilmiştir. Ardından, uzay aracının duruşu, kinematik ve dinamik ilişkileri kullanarak dördüncü dereceden Runge-Kutta yöntemiyle hesaplanmıştır.

Yönelim belirleme için manyetometre ve güneş sensörü hipotetik ölçüm araçları olarak seçilmiştir. Fiziksel bir deney yapılmadığından, ölçüm yöntemi bu çalışmada simüle edilmiştir. Sensörlerin sapma parametrelerine dayanarak, gerçek dünya koşullarını taklit etmek için referans modellere gürültü eklenmiştir. Sensör gürültüsünü modellemek için sıfır ortalamalı Gauss gürültüsü kullanılmıştır.

Manyetik alan referans modeli olarak Uluslararası Jeomanyetik Referans Alanı (IGRF) ve güneş yönü referans modeli olarak Astronomik Almanak kullanılmıştır. Bu modeller, simüle edilen ölçümlerle karşılaştırılacak doğru ve güvenilir referans veriler sağlamak için kritik öneme sahiptir.

Ölçülen ve referans modeller oluşturulduktan sonra, optimal yönelim matrisini bulmak için QUEST yöntemi uygulanmıştır. Bu bozucu etkilerin analizi, yörünge parametrelerinin bozuntu etkileriyle hesaplandığı süreç tekrar edilerek yapılmaktadır. Uzay aracının hareketini yöneten doğrusal olmayan diferansiyel denklemler, dördüncü dereceden Runge-Kutta yöntemi kullanılarak çözülmüştür—bu sayısal yöntem kullanılarak yapılan iteratif hesaplamalar, yüksek doğruluk ve verimlilikle yaklaşık çözümler sağlamaktadır.

Bu çalışmada kullanılan güneş yönü modeli, Astronomik Almanak'ta bulunan birçok önemli astronomik veri ve modelden biridir. Bu almanak, gök navigasyonu ve uydu operasyonları için gerekli olan verileri içeren kapsamlı bir kaynaktır ve belirli bir zamanda gök cisimlerinin tam konumlarını sağlamaktadır.

Ayrıca, yerçekimi bozuklukları Dünya Yerçekimi Modeli (EGM) kullanılarak hesaba katılmıştır. Dünya'nın asimetric kütleçekimi potansiyeli, EGM'yi oluşturan küresel harmonikler biçiminde tanımlanan jeopotansiyel katsayılarla tanımlanmıştır. Legendre polinomlarından elde edilen katsayılar, uzay aracının yörünge bozuntularının doğru bir şekilde simülasyonu için kritik bir rol oynar.

Özetle, bu çalışma, QUEST algoritması kullanılarak uzay aracının yönelim belirleme sürecine kapsamlı bir yaklaşım sunmaktadır ve simülasyonlar tamamen MATLAB ortamında gerçekleştirilmiştir. Yüksek doğruluk ve güvenilirlik sağlayan, ayrıntılı simülasyonlar, referans modeller, sağlam sayısal yöntemler ve bozuntu etkilerin kapsamlı bir şekilde ele alınması, sonuçların hem doğru hem de güvenilir olmasını sağlamaktadır. Bu çalışma, gelecekteki araştırmalar ve potansiyel pratik uygulamalar için sağlam bir temel oluşturmaktadır.

MATEMATİKSEL MODELLER

Yörünge Modelleri

Kepler Yörüngesi: Kepler yörüngesi, bozuntu etkilerini dışarıda bırakan bir tür konik kesittir. Kepler eliptik yörüngesini modellemek için, Denklem 1'de verilen ünlü Kepler denklemi çözülmelidir. Kepler denklemi çözüldükten sonra, yörünge'nin ortalama anomalisi ve eksantrik anomalisi kullanılarak diğer parametreler belirlenebilir. Gerçek anomali Denklem 2'de hesaplanabilir ve ardından yükseklik ve perifokal referans çerçevesinde (konum ve hız) durum vektörü sırasıyla Denklem (3:5)'te bulunabilir. (Curtis, 2019)

Perifokal çerçeve, ilk koordinatın yerberi yönüne işaret ettiği, ikinci koordinatın gerçek anomalinin 90 derece olduğu noktaya işaret ettiği ve üçüncü koordinatın açılal momentum vektörüne doğru dışarıya işaret ettiği bir referans çerçevesidir. (Curtis, 2019)

Bu çalışmada yapılan hesaplamalar, Dünya merkezli atalet referans çerçevesi (ECI) cinsindedir. Koordinatları perifokaldan ECI'ye dönüştürmek için Denklem 6'da verilen dönüşüm fonksiyonu kullanılmalıdır. (Curtis, 2019)

$$M = E - e \sin E \quad (1)$$

Burada M, ortalama anomali, E dışmerkezlilik anomali ve e dışmerkezliliktir.

$$v = 2 \arctan 2 \left(\sqrt{1+e} * \sin \frac{E}{2}, \sqrt{1-e} * \sin \frac{E}{2} \right) \quad (2)$$

Burada v, gerçek anomali, e dışmerkezlilik ve E dışmerkezlilik anomalişidir.

$$h = a(1 - e \cos E) \quad (3)$$

Burada h yükseklik, a yarı büyük eksen uzunluğu, e dışmerkezlilik ve E dışmerkezlilik anomalişidir.

$$r = h \begin{pmatrix} \cos v \\ \sin v \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Burada r konum vektörüdür, h yükseklik ve v gerçek anomalişidir.

$$v = \frac{\sqrt{\mu a}}{r} \begin{pmatrix} -\sin E \\ \sqrt{1-e^2} \cos E \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Burada v gerçek anomalişidir, μ Dünya'nın kütleçekim parametresi, a yarı büyük eksen uzunluğu, r konum, E dışmerkezlilik anomalişidir ve e dışmerkezliliktir.

$$T = R_z(-\Omega) R_x(-i) R_z(-\omega) \quad (6)$$

Burada T, dönüşüm matrisi, R dönme matrisidir, Ω yükselme düğümü açısı, i yörünge eğim açısı ve ω yerberi açısıdır.

Bozuntulu Yörünge: Bozuntulu yörüngede, noktasal çekim kuvveti dışındaki çeşitli bozuntu kuvvetleri bulunur. Bu bozuntular, uydunun ivmesini değiştirir ve dolayısıyla hız ve konum vektörlerini değiştirir. Böylece, tüm yörünge parametreleri değişir. İvme vektörünün hesaplanması Denklem 7'de verilmiştir.

$$\ddot{r} = -\frac{\mu}{|r|^3} r + a_{perturbed} \quad (7)$$

Burada \ddot{r} ivme, μ Dünya'nın çekim parametresi, r konum, $a_{perturbed}$ ise bozulmalardan kaynaklanan ivmedir.

Uydunun Açılal Hareketi

Yönelim Kinematiki: Kuaterniyonlar – (Euler Parametreleri): Kuaterniyonlar, üç boyutlu rotasyonları göstermek kolay olduğu için yönelim tayininde yaygın olarak kullanılır. Mühendisler, rotasyonu Euler açıları yerine tek bir kuaterniyon ile ifade edebilirler. Bir kuaterniyonun bir skalar kısmı – Denklem 8'de a – ve bir vektör kısmı – Denklem 8'de b, c, d – vardır.

$$q = a + b\mathbf{i} + c\mathbf{j} + d\mathbf{k} \quad (8)$$

Kuaterniyonlar, 3-1-3 asimetrik Euler açı seti ile bulunabilir: (Schaub, 2009)

$$q_0 = \cos\left(\frac{i}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega+\Omega}{2}\right) \quad q_1 = \sin\left(\frac{i}{2}\right) \cos\left(\frac{\omega-\Omega}{2}\right) \quad q_2 = \sin\left(\frac{i}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega-\Omega}{2}\right) \quad q_3 = \cos\left(\frac{i}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega+\Omega}{2}\right) \quad (9)$$

Kuaterniyonların zamana bağlı türevi şu şekilde bulunabilir: (Schaub, 2009)

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} q_0 & -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_1 & q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_2 & q_3 & q_0 & -q_1 \\ q_3 & -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix} \quad (10)$$

Rotasyonel Dinamik - Açısal Hızlar: Açısal hızların türevi, Euler'in Rotasyonel Hareket Denklemleri ile bulunabilir. (Schaub, 2009)

$$I_{11}\dot{\omega}_1 = -(I_{33} - I_{22})\omega_2\omega_3 + L_1 \quad (11)$$

$$I_{22}\dot{\omega}_2 = -(I_{11} - I_{33})\omega_3\omega_1 + L_2 \quad (12)$$

$$I_{33}\dot{\omega}_3 = -(I_{22} - I_{11})\omega_1\omega_2 + L_3 \quad (13)$$

Sensörlerin Ölçüm Modelleri

Manyetometre Ölçüm Modeli: Manyetometre sensör ölçümü Denklem 14 (Cilden Guler, 2023) ile modellenilebilir. B_m ölçülen modelimizdir, A jeodezik ve referans sistemlerden dönüşüm matrisidir, B_o^{IGRF} Uluslararası Jeomanyetik Referans Alanı modelidir (Alken, 2021), ve v_B ölçümler için sıfır ortalamalı Gauss gürültüsüdür.

$$B_m = AB_o^{IGRF} + v_B \quad (14)$$

Güneş Sensörü Ölçüm Modeli: Güneş sensörü modeli Denklem 15 ile modellenmiştir. s_m ölçülen modelimizdir, A dönüşüm matrisidir, s Dünya'dan referans güneş yönelimidir ve v_s ölçümler için sıfır ortalamalı Gauss gürültüsüdür. (Vallado, 2007)

$$s_m = As + v_s \quad (15)$$

BOZUNTU ETKİLERİ

Küresel Olmayan Dünya

Küresel olmayan Dünya'nın ivmesi, harmonik katsayıların kullanılarak 16:20 Denklemleri ile hesaplanabilir. (Vallado, 2007)

$$a(J2) = \begin{bmatrix} -\frac{3J_2\mu R_e^2 r_I}{2r^5} \left(1 - \frac{5r_K^2}{r^2}\right) \\ -\frac{3J_2\mu R_e^2 r_J}{2r^5} \left(1 - \frac{5r_K^2}{r^2}\right) \\ -\frac{3J_2\mu R_e^2 r_K}{2r^5} \left(3 - \frac{5r_K^2}{r^2}\right) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$a(J3) = \begin{bmatrix} -\frac{5J_3\mu R_e^3 r_I}{2r^7} \left(3r_K - \frac{7r_K^3}{r^2}\right) \\ -\frac{5J_3\mu R_e^3 r_J}{2r^7} \left(3r_K - \frac{7r_K^3}{r^2}\right) \\ -\frac{5J_3\mu R_e^3}{2r^7} \left(6r_K^2 - \frac{7r_K^4}{r^2} - \frac{3}{5}r^2\right) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$a(J4) = \begin{bmatrix} \frac{15J_4\mu R_e^4 r_I}{8r^7} \left(1 - \frac{14r_K^2}{r^2} + \frac{21r_K^4}{r^4}\right) \\ \frac{15J_4\mu R_e^4 r_J}{8r^7} \left(1 - \frac{14r_K^2}{r^2} + \frac{21r_K^4}{r^4}\right) \\ \frac{15J_4\mu R_e^4 r_K}{8r^7} \left(5 - \frac{70r_K^2}{3r^2} + \frac{21r_K^4}{r^4}\right) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$a(J5) = \begin{bmatrix} \frac{3J_5\mu R_e^5 r_I r_K}{8r^9} \left(35 - \frac{210r_K^2}{r^2} + \frac{231r_K^4}{r^4}\right) \\ \frac{3J_5\mu R_e^5 r_J r_K}{8r^9} \left(35 - \frac{210r_K^2}{r^2} + \frac{231r_K^4}{r^4}\right) \\ \frac{3J_5\mu R_e^5 r_K}{8r^9} \left(105 - \frac{315r_K^2}{r^2} + \frac{231r_K^4}{r^4}\right) - \frac{15J_5\mu R_e^5}{8r^7} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$a(J_6) = \begin{bmatrix} -\frac{J_6 \mu R_e^6 r_l}{16r^9} \left(35 - \frac{945r_k^2}{r^2} + \frac{3465r_k^4}{r^4} - \frac{3003r_k^6}{r^6} \right) \\ -\frac{J_6 \mu R_e^6 r_l}{16r^9} \left(35 - \frac{945r_k^2}{r^2} + \frac{3465r_k^4}{r^4} - \frac{3003r_k^6}{r^6} \right) \\ -\frac{J_6 \mu R_e^6 r_k}{16r^9} \left(245 - \frac{2205r_k^2}{r^2} + \frac{4851r_k^4}{r^4} - \frac{3003r_k^6}{r^6} \right) \end{bmatrix} \quad (20)$$

Burada r konum vektörüdür, J_6 i'nci bölgesel harmonik katsayısıdır, μ Dünya'nın çekim parametresidir ve R_e Dünya'nın yarıçapıdır.

Atmosferik Sürüklenme

Atmosferik sürüklenmenin neden olduğu ivme Denklem 21'deki gibi hesaplanabilir.

$$a_{drag} = -\frac{1}{2} \frac{\rho C_d A}{m} \vec{v}v \quad (21)$$

Burada v hız vektörüdür, m uzay aracının kütlesidir, A uzay aracının kesitsel alanıdır, C_d sürüklenme katsayısıdır ve ρ atmosfer yoğunluğudur.

Ay'ın Kütleçekimi Etkisi

Ay'ın kütleçekiminin neden olduğu ivme:

$$a_{third} = \mu_{moon} \left(\frac{\vec{r}_{s3}}{r_{s3}^3} - \frac{\vec{r}_3}{r_3^3} \right) \quad (22)$$

Burada μ_{moon} Ay'ın çekim parametresidir, r_{s3} uzay aracının Ay'a göre konumudur ve r_3 Ay'ın Dünya'ya göre konumudur.

Güneş Radyasyon Basıncı

Güneş radyasyon basıncının neden olduğu ivme:

$$a_{solar} = \frac{p_{srp} c R A}{m} \quad (23)$$

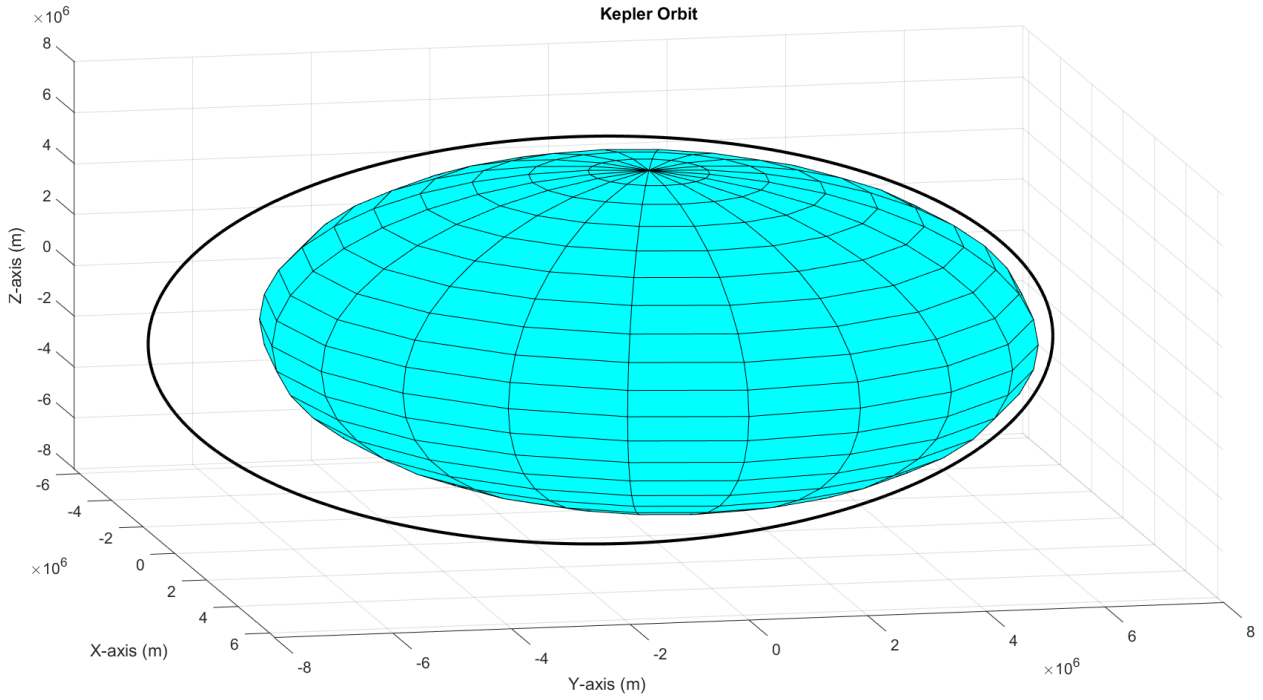
Burada p_{srp} radyasyon baskısıdır, A uzay aracının kesitsel alanıdır, c_R yansıtıcılık sabitidir ve m uzay aracının kütlesidir.

ANALİZLER VE SİMULASYONLAR

Eliptik yörünge parametreleri Tablo 1'de, tasarlanan yörünge ise Şekil 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Eliptik Yörünge Parametreleri

Yerberi İrtifası, km	300
Yeröte İrtifası, km	2000
Yarı Büyük Eksen Uzunluğu, km	7506.75
Dışmerkezlilik	0.1132
Yörünge Eğim Açısı, deg	45
Yükselme Düğümü Açısı, deg	60
Yerberi Açısı, deg	30
Periyot, s	6472

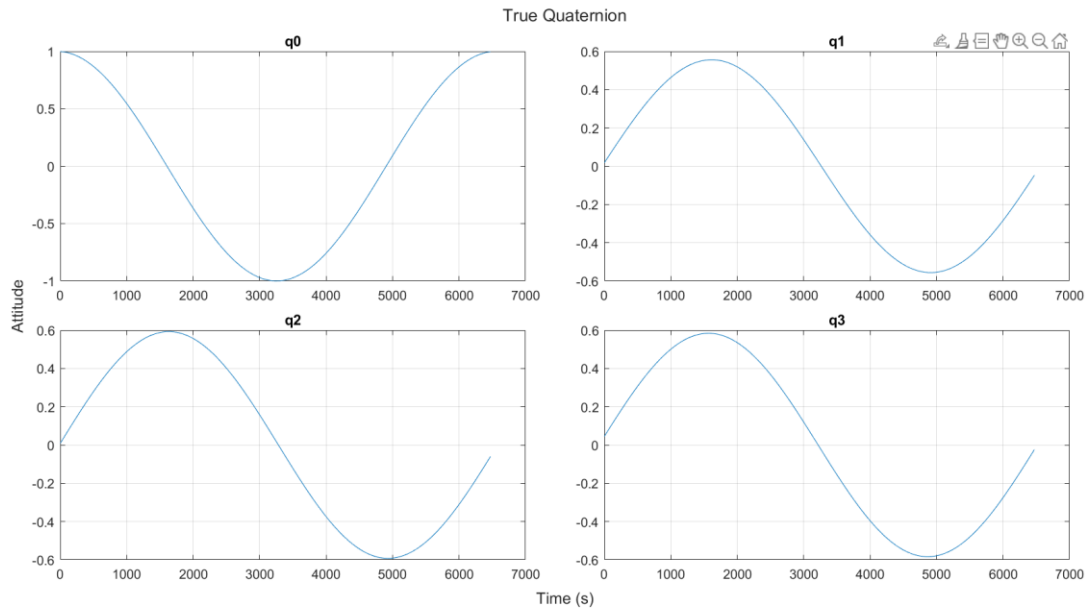


Şekil 1: Eliptik Yörünge

Gerçek kuaterniyon hesaplanması için Tablo 2'de verilen değerler kullanılmıştır. Gerçek kuaterniyon elemanları Şekil 2'de gösterilmiştir.

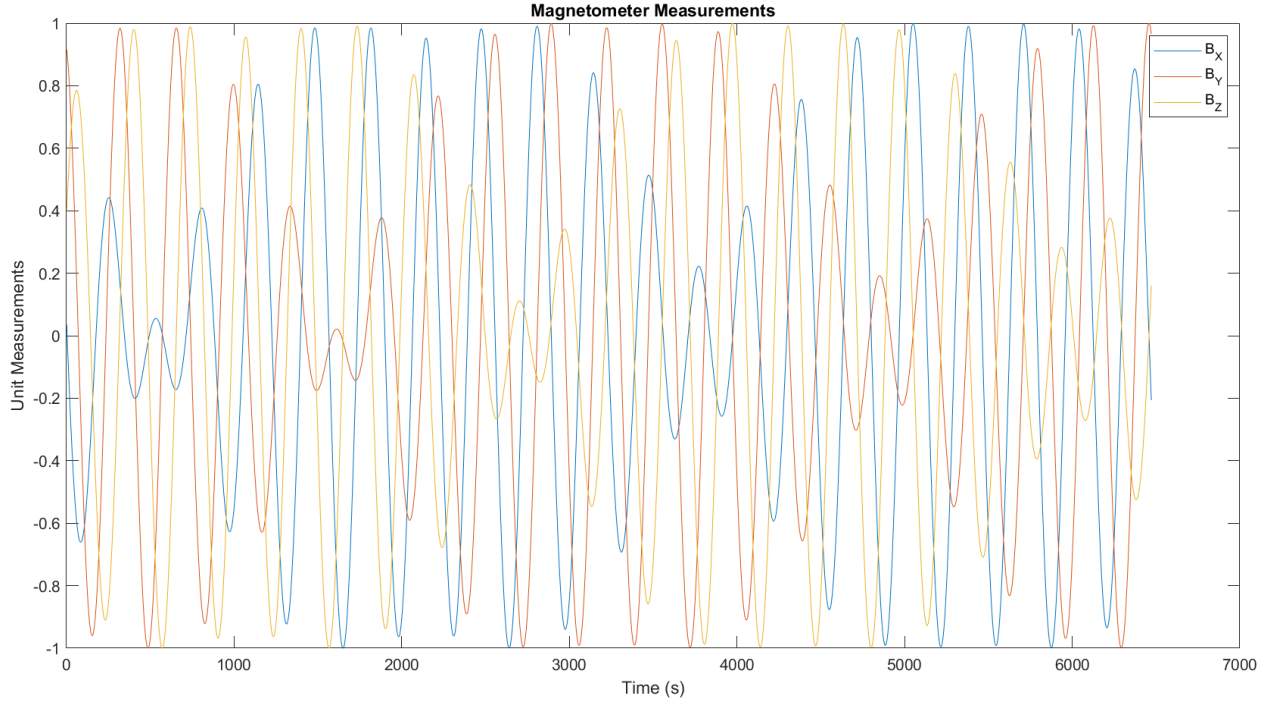
Tablo 2: Kuaterniyon Hesabı İçin Başlangıç Parametreleri

Tork Vektörü, N*m	$[3.6 * 10^{-10} \quad 3.6 * 10^{-10} \quad 3.6 * 10^{-10}]$
Eylemsizlik Momenti, $kg * m^2$	$[0.0021 \quad 0.002 \quad 0.0019]$
Başlangıç Açısal Hızlar, rad/s	$[0.0011 \quad 0.0012 \quad 0.0013]$
Başlangıç Kuaterniyon	$[0.9988 \quad 0.018 \quad 0.009 \quad 0.045]$

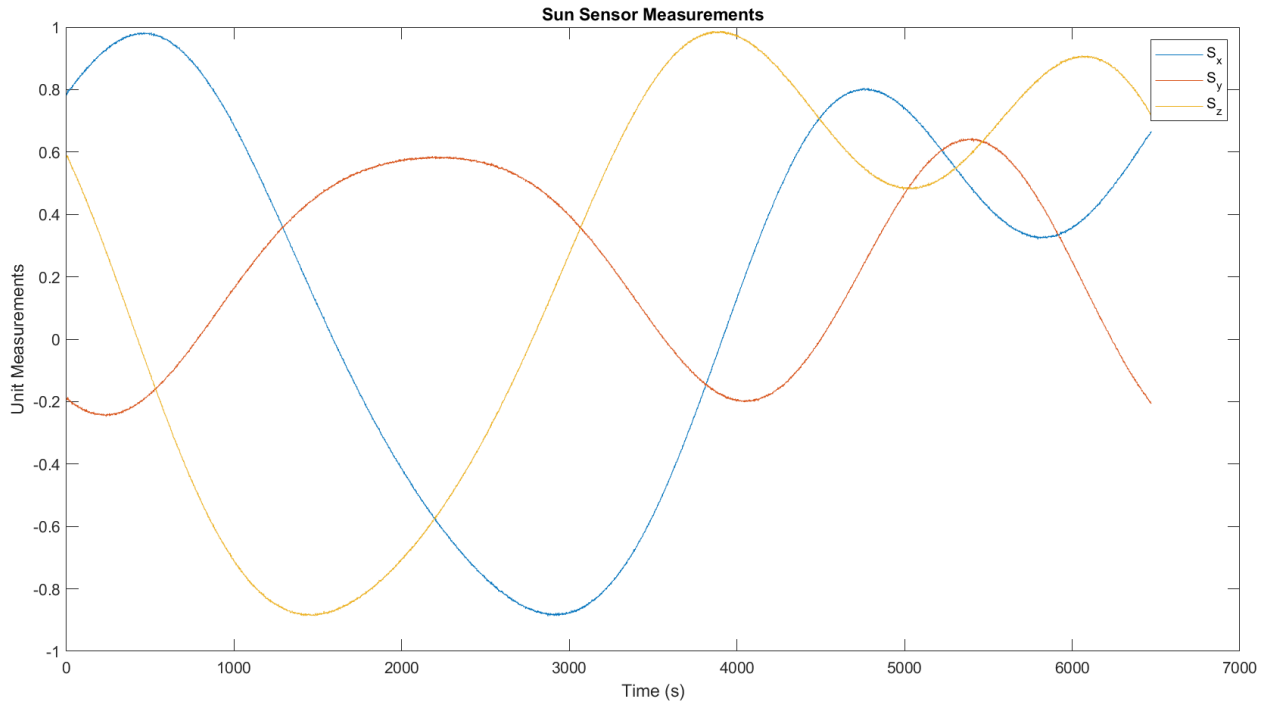


Şekil 2: Gerçek Kuaterniyon

Manyetometre için sapma 0.0030, güneş sensörü için ise 0.0020 olarak seçilmiştir. Gürültü hesaplaması için, gürültü, MATLAB'ta rastgele sayı üretme fonksiyonu olan $\text{randn} \cdot \text{sapma}$ olarak hesaplanmıştır. Manyetometre ve güneş sensörü için ölçüm vektörleri sırasıyla Şekil 3 ve Şekil 4'te gösterilmiştir.



Şekil 3: Manyetometre Ölçümleri

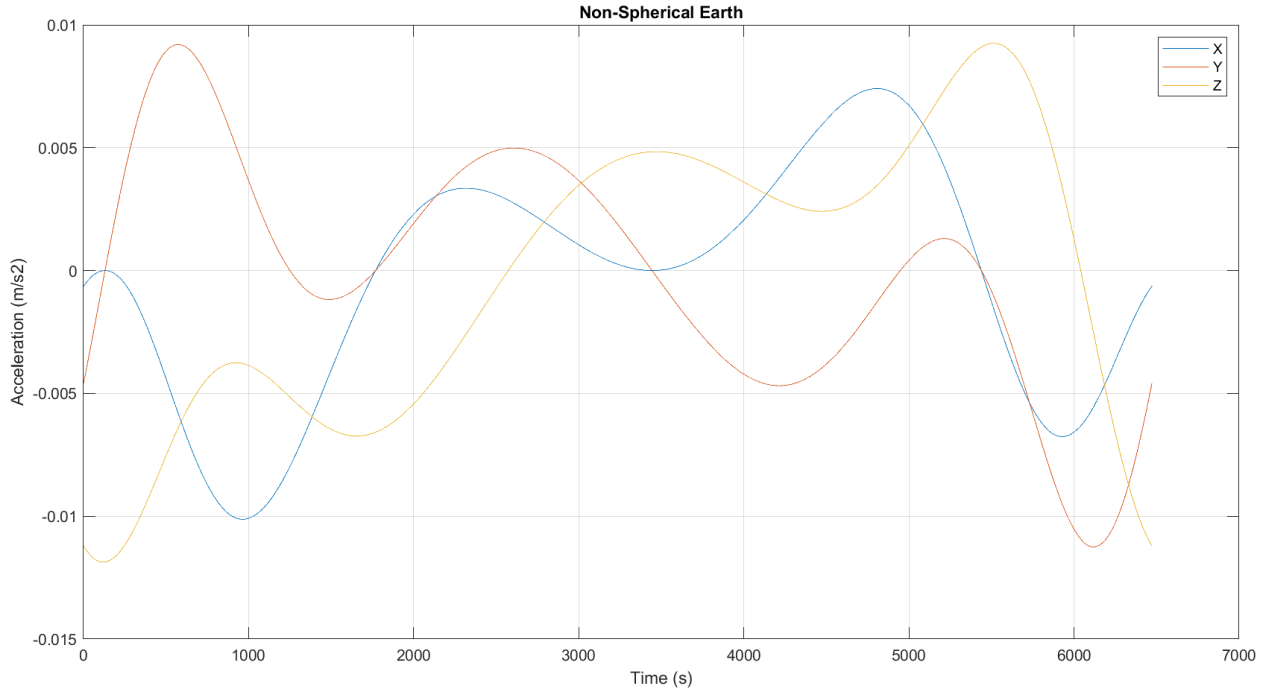


Şekil 4: Güneş Sensörü Ölçümleri

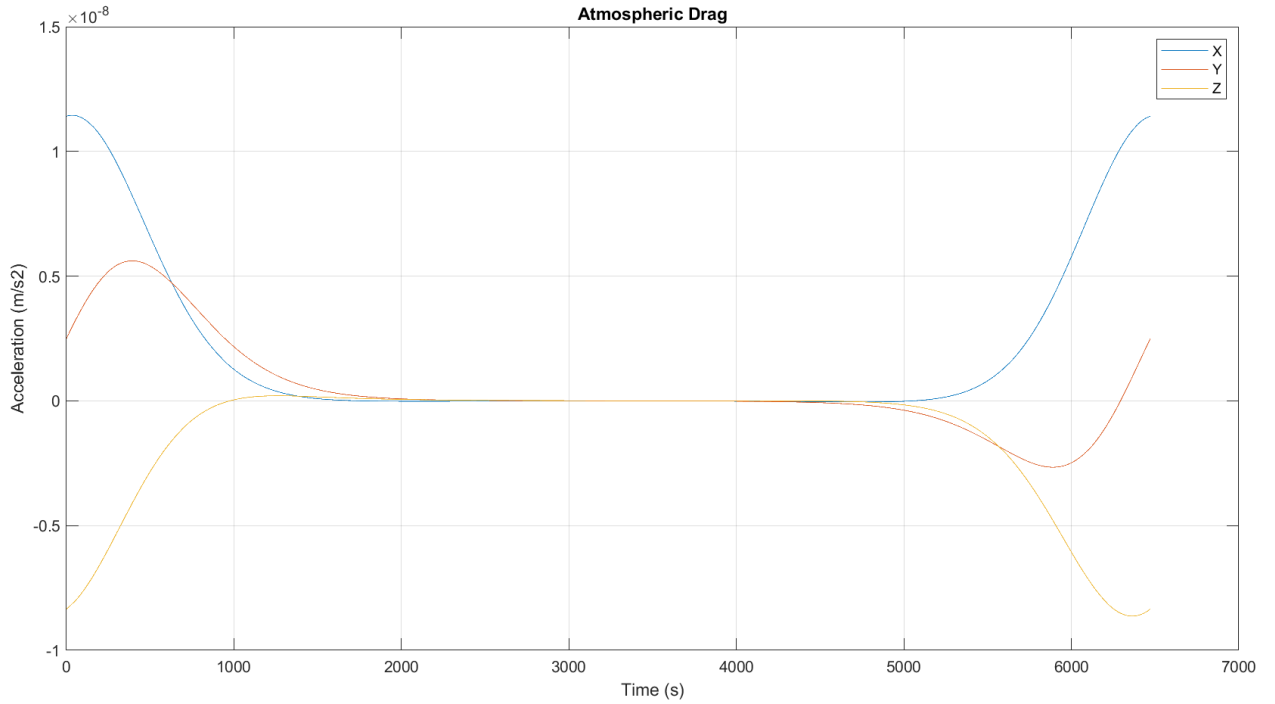
Bozuntuların hesaplanması için, uzay aracı 1 kilogram ve 0.01 m² yüzey alanına sahip bir küp olduğu varsayılmıştır. Bölgesel Jeodezik Sabitler Tablo 3'te verilmiştir. Güneş radyasyon basıncı hesaplaması için yansıtma sabiti 1 kabul edilmiş olup, birim alan başına basınç 4.57×10^{-6} N/m² olarak alınmıştır. Bozuntuların sebep olduğu ivmelenmeler 5:8 Şekillerde verilmiştir.

Tablo 3: Bölgesel Jeodezik Sabitler

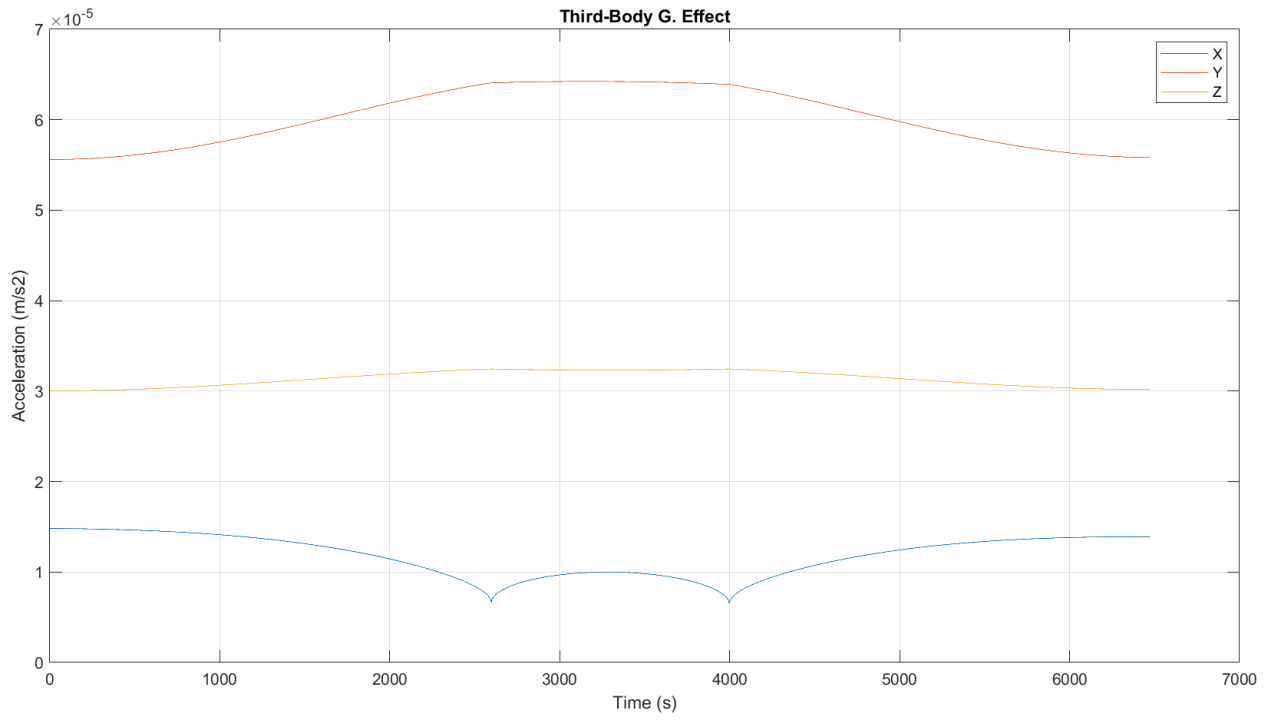
J2	1082.6267×10^{-6}
J3	-2.5327×10^{-6}
J4	-1.6196×10^{-6}
J5	0.2273×10^{-6}
J6	-0.006083×10^{-6}



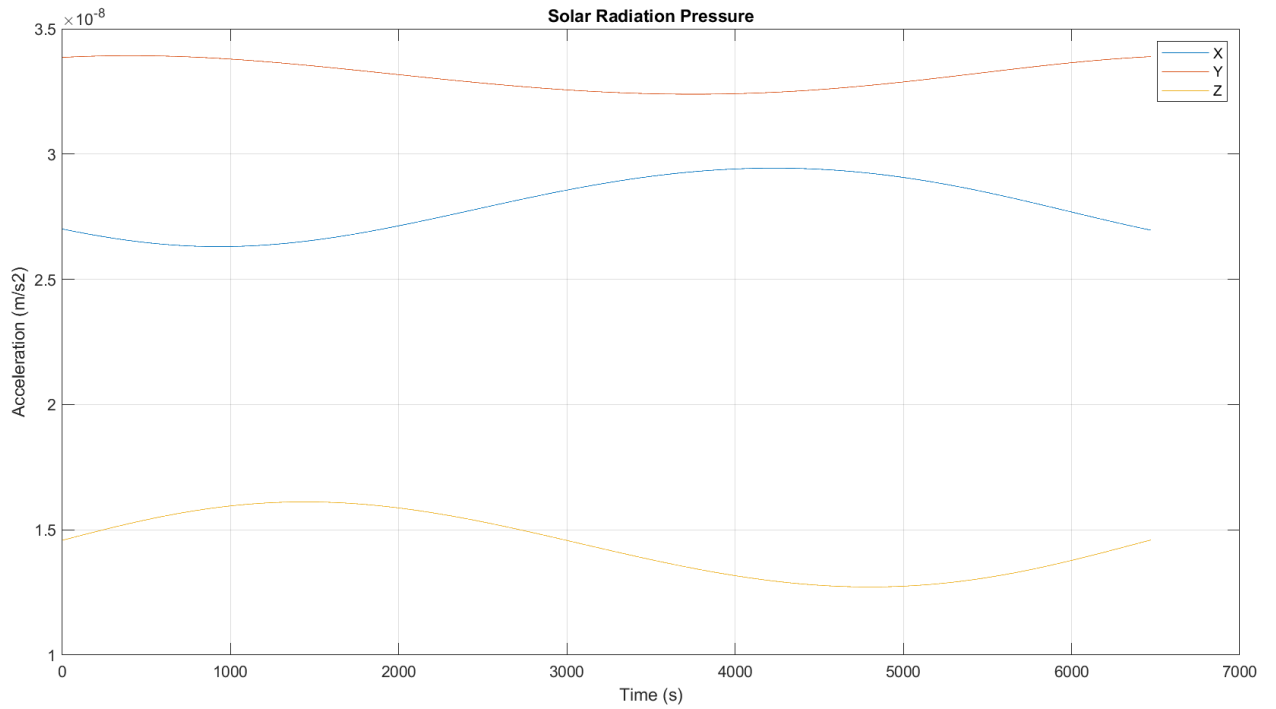
Şekil 5: Dünya'nın Küresel Olmayan Şekli Dolayısıyla Oluşan İvmelenme



Şekil 6: Atmosferik Sürüklenme Dolayısıyla Oluşan İvmelenme

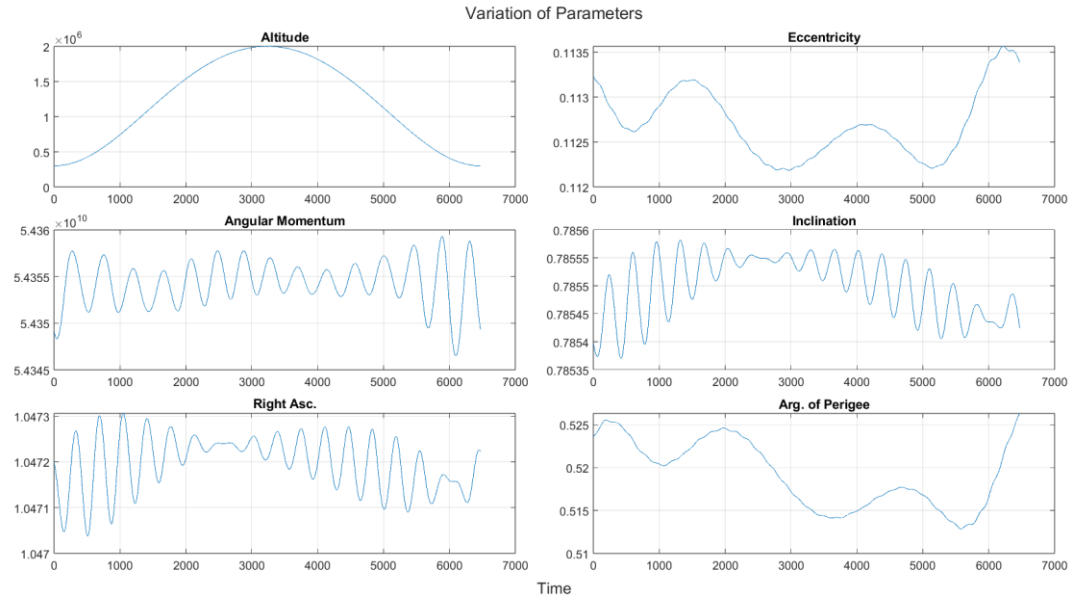


Şekil 7: Ay'ın Kütleçekimi Dolayısıyla Oluşan İvmelenme



Şekil 8: Güneş Radyasyon Basıncı Dolayısıyla Oluşan İvmelenme

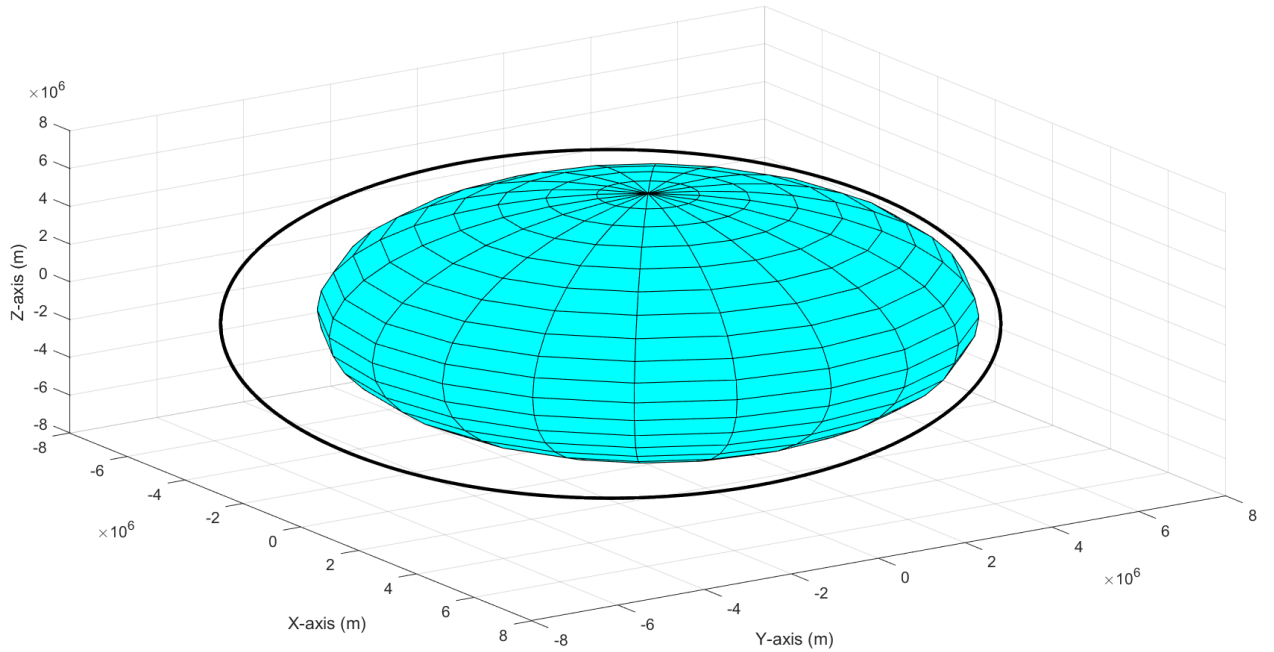
Bozuntulu durum vektörü hesaplandıktan sonra, yörünge elemanlarının değişimleri hesaplanmıştır. Değişen yörünge elemanları Şekil 9'da gösterilmektedir.



Şekil 9: Yörünge Elemanlarının Değişimi

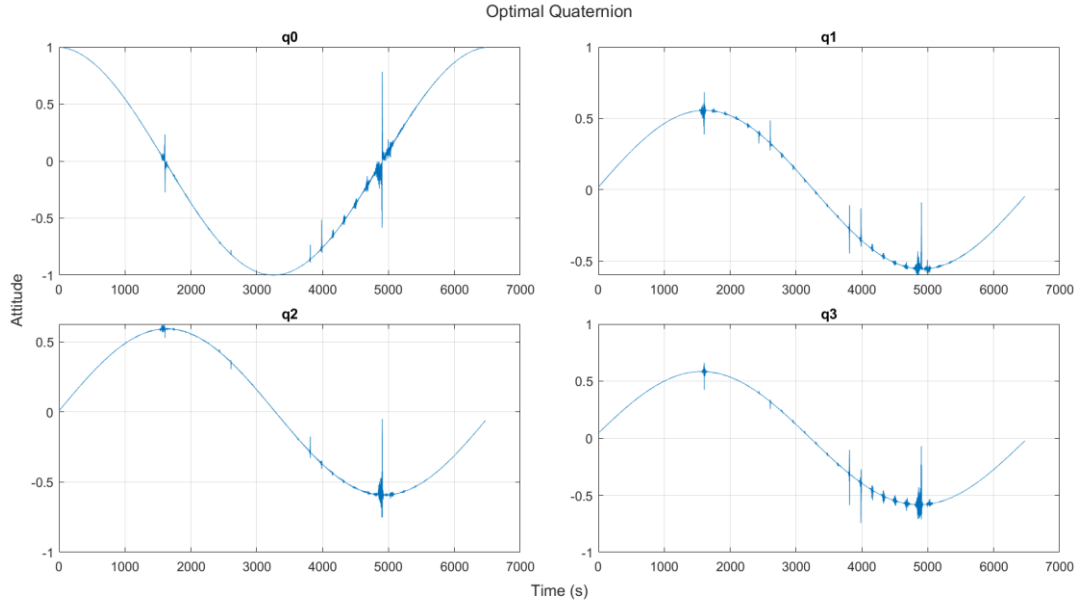
Oluşturulan bozuntulu yörünge Şekil 10'da verilmiştir.

Perturbed Orbit

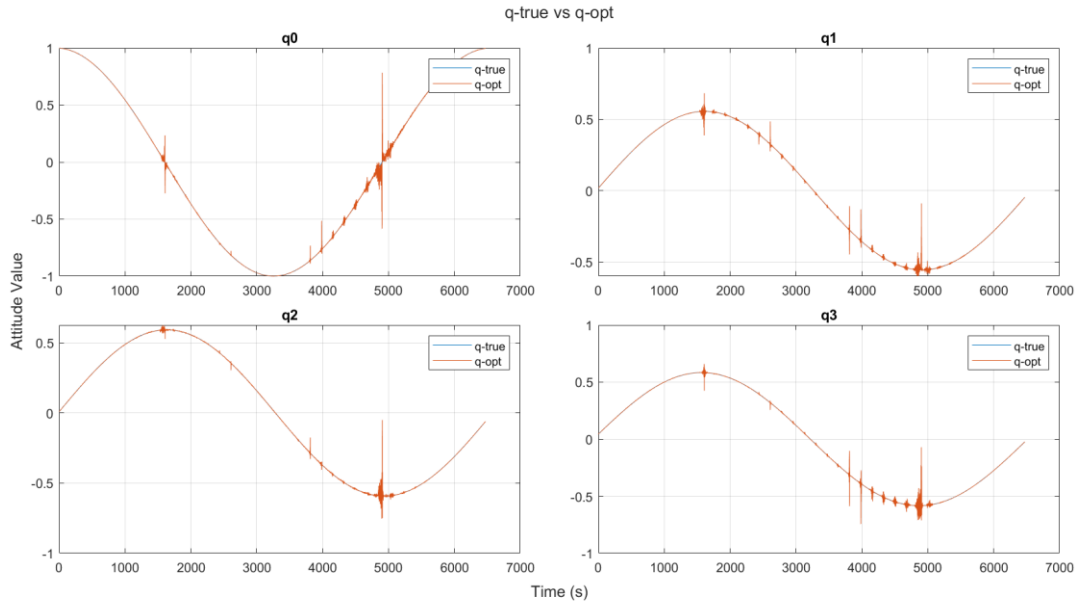


Şekil 10: Bozuntulu Yörünge

Bozuntulu yörünge kullanılarak optimum kuaterniyon hesaplanması QUEST algoritması yardımıyla hesaplanmıştır. Optimum kuaterniyon Şekil 11'de, gerçek kuaterniyonla olan karşılaştırılması ise Şekil 12'de verilmiştir.



Şekil 11: Optimum Kuarterniyon



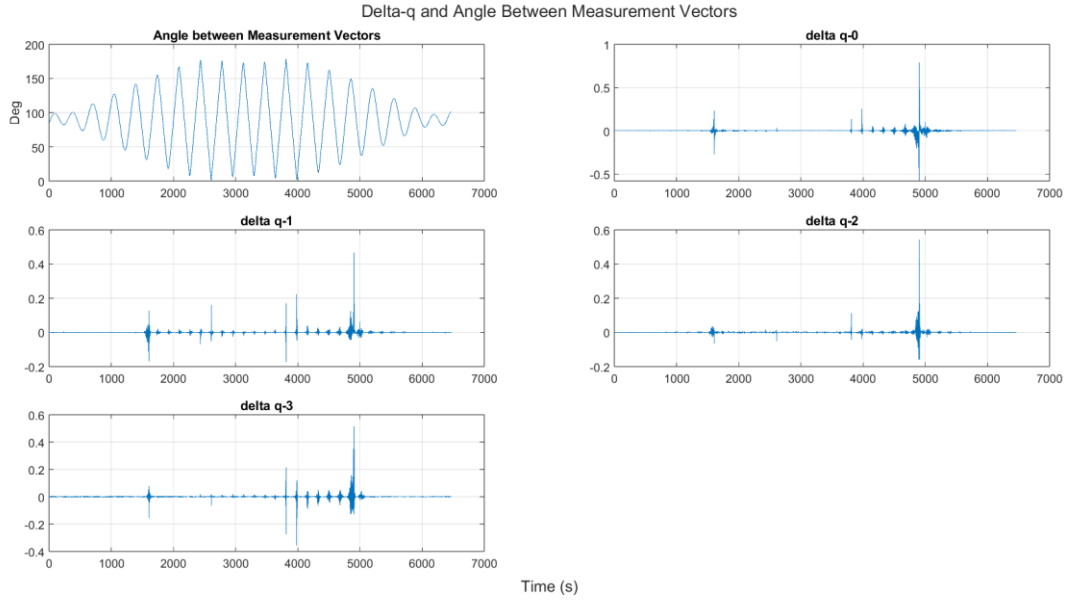
Şekil 12: Gerçek ve Optimum Kuarterniyon

SONUÇ

Wahba probleminin farklı çözümleri, Yöntemler ve Kaynaklar bölümünde belirtildiği gibi mevcuttur. Kuarterniyon Estimatör Algoritması (QUEST), yönelim belirleme konusunda en hızlı ve en sağlam algoritmalarından biridir. QUEST yöntemi, hem bozuntu etkileri hem de Kepler yörüngesi varsayımları kullanılarak hesaplanmıştır. Bozuntu kuvvetlerinin yönelim belirleme sürecine etkileri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Optimum kuarterniyon sonuçları hesaplandıktan sonra, çeşitli bozuntu koşulları altında yönelim belirleme doğruluğunu değerlendirmek için bir hata analizi yapılmıştır.

Şekil 5'ten 8'e kadar gösterilen sonuçlar, Dünya'nın küresel olmayan doğasının yörünge üzerinde en önemli etkiye sahip olduğunu göstermektedir. İkinci en etkili bozuntu ise Ay'ın kütleçekim kuvvetidir. Atmosferik sürüklenme ve güneş radyasyonu basıncı benzer etkilere sahiptir, ancak verilen yörünge parametreleri ve başlangıç koşulları için güneş radyasyonu basıncı, atmosferik sürüklemeden biraz daha fazla etkilemektedir.

Şekil 12'de gösterilen karşılaştırmada gözlemlenen sivrilmeler, manyetometre ve güneş sensörü ölçüm vektörlerinin hizalanmasından dolayı olabilir. Optimum kuaterniyon ile gerçek kuaterniyon arasındaki farklılıkları ve ölçüm vektörleri arasındaki açığı araştırmak için bir analiz yapılmıştır. Şekil 13'te gösterildiği gibi, ölçüm vektörlerinin hizalanması gözlemlenen sivrilmelerden sorumlu değildir.



Şekil 13: Sensör Hizalanması ve Kuaterniyon Farkları

Optimum kuaterniyon sonuçlarını gerçek kuaterniyon ile karşılaştırmak için farklı bozuntu etkileri altında bir kök ortalama kare hata (RMSE) analizi yapılmıştır. Örneğin, Tablo 4'teki 'sürüklenme kuvveti' satırı, yalnızca sürüklenme kuvveti bozuntusu dikkate alınarak optimum kuaterniyonun hesaplandığını göstermektedir.

Tablo 4: RMSE Analizi

Bozuntu	q_0	q_1	q_2	q_3
Bütün Bozuntular	0.0229	0.0111	0.0117	0.0153
Asferik Dünya	0.0230	0.0108	0.0116	0.0153
Atmosferik Sürüklenme	0.0251	0.0128	0.0128	0.0179
Ay'ın Kütleçekimi	0.0252	0.0131	0.0128	0.0179
Güneş Radyasyon Basıncı	0.0251	0.0128	0.0128	0.0179
En Büyük Bozuntu	0.0230	0.0108	0.0116	0.0153
Bozuntusuz	0.3823	0.3185	0.2065	0.2642

Sonuçlar Tablo 4'te özetlenmiştir. Tablo 4'e göre, simülasyonda hiçbir bozuntu etkisi dikkate alınmazsa, RMSE yaklaşık 15 kat daha büyük olur. Bu, yönelim belirleme analizinde bozuntu etkilerini dikkate almanın önemini vurgular. Toplam bozuntu etkisi ve Dünya'nın asferik etkisi benzer hata büyüklükleri üretir. Bu nedenle, daha hızlı uygulamalar için, tüm bozuntuları dahil etmek yerine yalnızca asferik etkileri dikkate almak yeterli olabilir. Ancak, bu sonuç bu çalışmanın belirtilen başlangıç koşullarına özeldir. Diğer bozuntular, örneğin sürüklenme kuvveti, Ay'ın kütleçekim etkisi ve güneş radyasyonu basıncı, genel bozuntu etkisine neredeyse eşit katkıda bulunur.

Genel olarak, bu tez, uzay aracı duruş belirlemesi üzerindeki çeşitli bozuntuların etkilerini anlamak için kapsamlı bir yaklaşım sunmaktadır. QUEST gibi ileri algoritmaların uygulanması ve detaylı hata analizlerinin yapılmasıyla, bu çalışma, uydu navigasyonu ve kontrolü için daha doğru ve verimli yöntemlerin geliştirilmesine katkıda bulunur. Bu araştırma, yalnızca yörünge mekaniği ve yönelim belirleme konusundaki teorik anlayışımızı geliştirmekle kalmayıp, aynı zamanda uzay misyonlarına uygulanabilecek pratik bilgiler sunmaktadır.

KAYNAKLAR

- Alken, P., Thébault, E., Beggan, C. D., Amit, H., Aubert, J., Baerenzung, J., Bondar, T. N., Brown, W. J., Califf, S., Chambodut, A., Chulliat, A., Cox, G. A., Finlay, C. C., Fournier, A., Gillet, N., Grayver, A., Hammer, M. D., Holschneider, M., Huder, L., Hulot, G., Jager, T., Kloss, C., Korte, M., Kuang, W., Kuvshinov, A., Langlais, B., Léger, J. M., Lesur, V., Livermore, P. W., Lowes, F. J., Macmillan, S., Magnes, W., Manda, M., Marsal, S., Matzka, J., Metman, M. C., Minami, T., Morschhauser, A., Mound, J. E., Nair, M., Nakano, S., Olsen, N., Pavón-Carrasco, F. J., Petrov, V. G., Ropp, G., Rother, M., Sabaka, T. J., Sanchez, S., Saturnino, D., Schnepf, N. R., Shen, X., Stolle, C., Tangborn, A., Tøffner-Clausen, L., Toh, H., Torta, J. M., Varner, J., Vervelidou, F., Vigneron, P., Wardinski, I., Wicht, J., Woods, A., Yang, Y., Zeren, Z., and Zhou, B., "International Geomagnetic Reference Field: The Thirteenth Generation," *Earth, Planets and Space*, Vol. 73, No. 1, 2021. <https://doi.org/10.1186/S40623-020-01288-X>
- Cilden Guler, D., Conguroglu, E. S., and Hajiyev, C., "Single-Frame Attitude Determination Methods for Nanosatellites," *Metrology and Measurement Systems*, Vol. 24, No. 2, 2017, pp. 313–324. <https://doi.org/10.1515/mms-2017-0023>
- Cilden-Guler, D., Kaymaz, Z., and Hajiyev, C., "Geomagnetic Storms in the Context of Spacecraft Attitude Estimation under Different Noise Levels," *Advances in Space Research*, Vol. 72, No. 7, 2023, pp. 2733–2740. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2022.09.021>
- Curtis, H., "Orbital Mechanics for Engineering Students," Butterworth-Heinemann, Oxford, 2019.
- Porras-Hermoso, A., Cubas, J., and Pindado, S., "On the Satellite Attitude Determination Using Simple Environmental Models and Sensor Data," *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 2090, No. 1, 2021, p. 012116. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2090/1/012116>
- Psiaki, M. L., "Attitude-Determination Filtering via Extended Quaternion Estimation," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 23, No. 2, 2000. <https://doi.org/10.2514/2.4540>
- Schaub, H., and Junkins, J. L., "Analytical Mechnaics of Space Systems," AIAA Education, Reston, Virginia, USA, 2009.
- Vallado, D. A., and McClain, W. D., "Fundamentals of Astrodynamics and Applications," Microcosm Press, Portland, Oregon, USA, 2007.
- Wertz, J. R., "Spacecraft Attitude Determination and Control," Springer Dordrecht, Dordrecht, Holland, 1978.