

Yüksek Reynolds Sayılarında Dengede Olmayan Türbülanslı Sınır Tabakanın Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği Yaklaşımı ile İncelenmesi

Ravza Aşçı Uzun*, Egemen Aycan†, Eren Baver Kaya‡ ve Ayşe G. Güngör§
İstanbul Teknik Üniversitesi, Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, 34469, İstanbul

ÖZET

Bu çalışmada dengede olmayan türbülanslı sınır tabakaların davranışını incelemek amacıyla içerisinde NACA0012 kanat profilini barındıran bir kanal geometrisi OpenFOAM açık kaynaklı akış çözücüsü kullanılarak Reynolds-ortalama Navier Stokes (RANS) yöntemi ile incelenmiştir. Geometri ve problem parametreleri, dengede olmayan sınır tabaka akışlarının türbülans modellerinin geliştirilmesinin amaçlandığı bir NATO projesi olan AVT-349'a dayanmaktadır [Fritsch vd., 2022]. Bu çalışma kapsamında farklı hücum açılarında elde edilen sınır tabaka ve türbülans parametreleri, NATO AVT-349 projesi kapsamında elde edilen deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmış, sonuçların genel olarak uyum içerisinde olduğu gözlemlenmiştir. Son olarak, farklı hücum açılarında elde edilmiş türbülans anizotropi haritaları incelenmiş ve dengede olmayan sınır tabaka akışlarındaki bazı davranışları yakalama noktasında RANS modellerinin eksikliklerine ve bu konu ile ilgili gelecekte yapılabilecek çalışmalara değinilmiştir.

GİRİŞ

Havacılık ve uzay alanında karşılaşılan önemli kompleks problemlerden olan türbülans ve türbülans modellenmesi hakkında literatürde birçok çalışma bulunmaktadır. Özellikle hesaplamalı akışkanlar dinamiği (HAD) alanındaki gelişmeler, türbülans teorisinin anlaşılmasını ve türbülans problemlerinin çözümünü oldukça kolaylaştırarak karmaşık akış senaryolarının yüksek doğrulukla simüle edilmesine olanak tanımıştır.

Dengede olmayan türbülanslı sınır tabakalar hakkında literatürdeki bir çalışma El-Askary tarafından gerçekleştirilmiştir [El-Askary, 2011]. Bu çalışmada 2 boyutlu bir tümsek üzerindeki düz ve ters basınç gradyanları etkisindeki türbülanslı sınır tabaka, büyük eddy benzetimi (large eddy simulation, LES) metodunun yanı sıra tek denklemlili Spalart-Allmaras ve iki denklemlili $k - \epsilon$, $k - \omega$ ve $k - \omega$ SST RANS modelleri ile incelenmiştir. Elde edilen sonuçların deneysel verilerle karşılaştırılması

*Yüksek Lisans Öğrencisi, École de Technologie Supérieure, Makine Müh. Böl. E-posta: ascir19@itu.edu.tr

†Lisans Öğrencisi, Uçak Müh. Böl., E-posta: aycan20@itu.edu.tr

‡Yüksek Lisans Öğrencisi, Uçak ve Uzay Müh. Böl., E-posta: kayaer18@itu.edu.tr

§Prof. Dr., Uçay Müh. Böl., E-posta: ayse.gungor@itu.edu.tr

yapılmıştır. Bahsi geçen çalışmada, $k-\omega$ SST türbülans modeli ve LES yaklaşımı ile elde edilen ortalama hız profillerinin deneysel verilerle genel olarak örtüştüğü gözlemlenmiştir. Aynı zamanda aşağı akım yönündeki türbülans stresi profillerinde meydana gelen artış, LES sonuçlarında açık bir şekilde gözlemlenebilirken diğer RANS modellerine kıyasla $k-\omega$ SST modelinin de bu davranışı niteliksel olarak yakalayabildiği ifade edilmiştir [El-Askary, 2011].

Özette bildirilen çalışma ile karşılaştırılması yapılacak rüzgâr tüneli deneyleri, 2×10^6 ve 3.5×10^6 Reynolds sayılarında -10 ile +12 derece arasındaki hücum açılarında gerçekleştirilmiştir [Fritsch vd., 2020]. NATO AVT-349 araştırma görev grubu, aynı problemi HAD yaklaşımı ile de incelemiştir. Analizler, farklı çözücüler ve farklı RANS modellemeleri kullanılarak rüzgâr tüneli deneyleri ile aynı şekilde -10 ile +12 derece arasındaki hücum açılarında gerçekleştirilmiştir. AVT-349 grubunun çalışmasında elde edilen sonuçlar, HAD çözücülerinin ve türbülans modellerinin çeşitliliğinin deney ile uyumluluğu açısından HAD-HAD ve HAD-deney karşılaştırması yapılarak incelenmiştir [Fritsch vd., 2022]. AVT-349 projesi kapsamında yapılan çalışmalarda, farklı çözücüler ve RANS modelleri kullanılarak elde edilen sonuçların hem kendi aralarında hem de deneysel bulgularla genel olarak örtüştüğü gözlemlenmiştir. Bunun yanında, RANS modellerinin dengede olmayan sınır tabakaların modellenmesi konusundaki verimliliği hakkında bazı soruların olduğu ve bu konunun gelecek çalışmalarda farklı metodların da kullanımı ile daha detaylı olarak irdelenebileceği ifade edilmiştir.

Bu çalışma kapsamında da aynı geometriye sahip akış, AVT-349 projesinde incelendiği şekilde 2×10^6 Reynolds sayısında ve farklı hücum açılarında analiz edilmiş olup dengede olmayan sınır tabaka akışının davranışı incelenmiştir. Ek olarak, alt duvarda oluşan sınır tabaka içerisindeki anizotropi haritaları da oluşturulmuş ve türbülansın yön bağımlılığı incelenmiştir.

YÖNTEM

RANS denklemleri, akışı modellemek için kullanılan Navier-Stokes denklemlerinin bütün ölçeklerde modellenmesi ile oluşturulmaktadır. RANS yöntemi, LES ve direkt sayısal benzetim (DNS) yöntemlerine kıyasla daha az detay içermesine karşın oldukça ucuz ve hızlı bir yöntemdir. RANS yaklaşımında hız ve basınç, ortalama ve çalkantı değerlerinin toplamı şeklinde ifade edilmektedir ($U_i = \bar{u}_i + u'_i$, $P = \bar{p} + p'$). Bu şekilde ifade edilen hız ve basınç ifadeleri Navier Stokes ve süreklilik denklemlerinde yerine yazılıp zaman ortalaması alındığında, RANS denklemleri aşağıdaki şekilde elde edilmektedir.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0; \quad \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_j} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

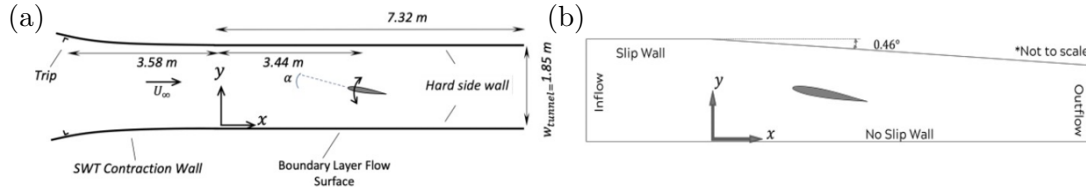
Denklemlerde ortaya çıkan ekstra terim $\overline{u'_i u'_j}$ Reynolds gerilme tensörü olarak adlandırılmaktadır. Türbülans kaynaklı oluşan bu Reynolds gerilmesi teriminin modellenmesi gerekmektedir. Reynolds gerilmesi teriminin modellenmesi Boussinesq edi viskozite hipotezi ile yapılmaktadır [Schmitt, 2007]. Bu hipoteze göre Reynolds stresi terimi Denklem 2'deki şekilde formüle edilmektedir.

$$R_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \rho \delta_{ij} \quad (2)$$

Bu denklemdeki R_{ij} terimi Reynolds gerilmesi teriminin tensör notasyonunu, μ_t terimi türbülans dinamik viskozitesini, k terimi türbülans kinetik enerjisini, δ ise Kronecker delta'yı ifade etmektedir. Türbülans viskozitesini çözmek için birçok farklı RANS modeli kullanılmaktadır. Menter'in SST modeli olarak da bilinen iki denklemlilik $k-\omega$ SST modeli, ters basınç gradyanları içeren ve ayrılmış akışlar için kullanılabilir [Rodriguez, 2019]. Bu çalışma kapsamında da yapılan analizlerde $k-\omega$ SST modeli kullanılmıştır. Bu modelin NATO AVT-349 projesinde de kullanılması, türbülans modelinden bağımsız sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır. Bu çalışma kapsamındaki akış, açık kaynak kodlu çözücü OpenFOAM'un v2012 versiyonunda $k-\omega$ SST RANS modeli kullanılarak simüle edilmiştir.

UYGULAMALAR VE DEĞERLENDİRME

AVT-349 projesindeki rüzgar tüneli ve HAD hesaplamaları için tanımlanan akış alanı geometrisi Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1: (a) Rüzgar tüneli ve (b) Çözüm alanı geometrisi [Fritsch, vd. 2022].

Alt ve üst duvarlarda kaymama sınır şartı olduğunda HAD analizlerinin incelenen duvardaki basınç gradyanını yakalayamamasından ötürü rüzgar tüneli modeli Şekil 1'deki gibi modellenmiştir. Burada alt duvar, kaymama sınır şartı olan düz duvar, ve üst ise kayma sınır şartlı eğimli duvar olarak modellenmiştir. Birbirinden farklı çözünürlüklere sahip olan iki çözüm ağı ailesi (GF) oluşturulup çözüm ağı bağımsızlığı çalışması yapılmıştır. Çözüm ağı ailesi, farklı çözünürlüklü seviyelere (GL) ayrılmıştır. 0 derece hücum açısı için 2 farklı seviyede çözüm ağı oluşturulmuştur. Oluşturulan çözüm ağlarının metrikleri Tablo 1'de gösterilmektedir. Çözüm ağları aynı zamanda -10° ve 12° hücum açılarında da oluşturulmuştur. Böylelikle 1. çözüm ağı ailesi tamamlanmıştır.

GF 1	Hücre Sayısı	Ortalama Hücre Alanı (m ²)
GL 1	30,037	9.39×10^{-4}
GL 2	120,148	2.35×10^{-4}

Tablo 1: GF1 çözüm ağı ailesindeki çözünürlükleri iyileştirilmiş farklı çözüm ağı seviyeleri.

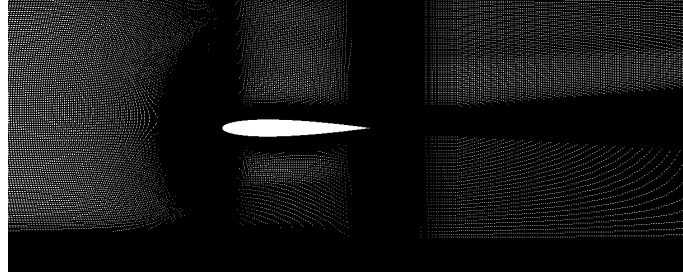
AVT-349 projesindeki çözüm ağı bağımsızlığını daha iyi inceleyebilmek adına sonraki aşamada 2. çözüm ağı ailesi (GF 2) oluşturulmuştur. GF 1'in kalite değerleriyle karşılaştırıldığında GF 2'nin maksimum en-boy oranı (aspect ratio) daha düşüktür. Ortalama eğrilik eş açısı (skewness equiangle) 0.054'tür. Ortalama Jacobian kalite değeri ise 5×10^{-5} olarak GF1'den 100 kat daha düşük elde edilmiştir. GF 2 için çözüm ağı metrikleri Tablo 2'de gösterilmektedir. 0 derece için GF2 - GL2 çözüm ağının bir bölümü Şekil 2'te gösterilmektedir.

GF 2	Hücre Sayısı	Ortalama Hücre Alanı (m ²)
GL 1	49,527	5.52×10^{-4}
GL 2	198,108	1.38×10^{-4}

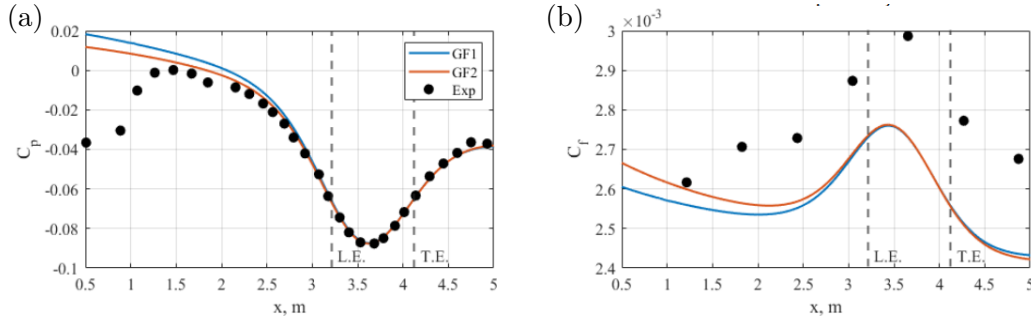
Tablo 2: GF2 çözüm ağı ailesindeki çözünürlükleri iyileştirilmiş farklı çözüm ağı seviyeleri.

Çözüm ağı seviyelerinin etkilerini görebilmek adına farklı çözüm ağı ailelerinde elde edilen basınç katsayısı ($C_p = (p - p_{ref})/0.5\rho U_{ref}^2$) ve yüzey sürtünme katsayısı ($C_f = \tau_w/0.5\rho U_{ref}^2$), 0 derece hücum açısındaki deney sonuçlarıyla [Fritsch vd., 2022-2] Şekil 3'te karşılaştırılmış ve GF 2'deki GL 2 çözüm ağının yapılacak HAD analizlerine en uygun yapı olduğuna karar verilmiştir.

İlgili çalışmadaki akış, sıkıştırılamaz akış kabulüne uygun olacak şekilde düşük Mach sayısına ($M < 0.2$) sahiptir. RANS modelleri kullanılan bu çalışma Spalart-Allmaras modeli ile başlamıştır. Daha sonrasında ise ters basınç gradyanlarının baskın olduğu akışlarda daha iyi bir performans gösteren $k - \omega$ SST modeliyle devam edilmiştir. 3 boyutlu etkiler ihmal edileceğinden ötürü 2 boyutlu çözüm ağı açıklık boyunca bir hücre olacak şekilde uzatılmıştır. Bu aşamadan sonra, OpenFOAM üzerinden sınır koşulları Tablo 3'te gösterilen şekilde tanımlanmıştır.



Şekil 2: 0 derece için GF 2 - GL 2 çözüm ağı.

Şekil 3: Farklı çözüm ağlarında (a) C_p ve (b) C_f değişimi.

Tablo 3'ten de görülebileceği üzere $k - \omega$ SST modeli için başlangıçta gerekli olan parametreler hız, basınç, türbülans viskozite (ν_t), türbülans kinetik enerji (k) ve türbülans disipasyon oranıdır (ω). Akışkanın kinematik viskozitesi, ν $1.637 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$, yoğunluğu, ρ ise $1.1077 \text{ kg}/\text{m}^3$ olarak verilmiştir. Giriş için hız, önceki nümerik çalışmalarla uygun olacak şekilde $33.5 \text{ m}/\text{s}$ verilmiştir. Ek olarak, türbülans viskozite oranının 10 olduğu önceki çalışmalarda [Fritsch vd., 2022] belirtilmiş olup, ve bunun sonucunda türbülans viskozite $1.637 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ olarak hesaplanmıştır. Türbülans kinetik enerji, 0.02 % olarak belirlenen türbülans yoğunluğu (I) kullanılarak Denklem 3'deki şekilde hesaplanmıştır.

$$k = \frac{3}{2}(U \times I)^2 = \frac{3}{2} \left(33.5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 0.02\% \right)^2 \rightarrow k = 6.7335 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}. \quad (3)$$

Türbülans disipasyon oranı ise Denklem 4 kullanılarak hesaplanmıştır.

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \rightarrow \omega = \frac{6.7335 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2}{1.637 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 0.41 \text{ s}^{-1}. \quad (4)$$

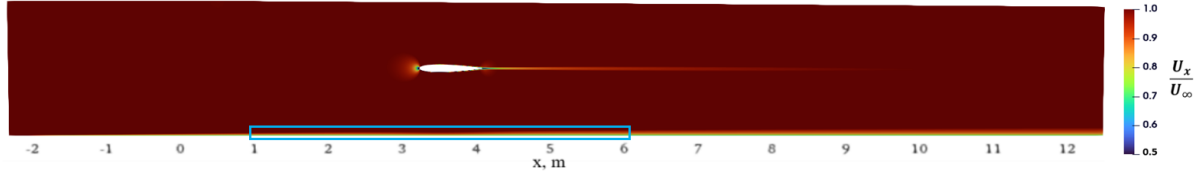
Buna karşılık, AVT-349 projesiyle uyumluluk sağlamak adına ω değeri 0.44 s^{-1} olarak kullanılmıştır. Akışın sıkıştırılmaz olması ve kararlı haldeki (steady-state) çözümün incelenmesi sebebiyle **simpleFoam** çözücüsünün kullanılması uygun görülmüştür. GF 2 - GL 2 çözüm ağı kullanılarak yapılan simülasyonlar 10,000 iterasyon boyunca koşturulmuş ve 10^{-4} mertebelerinde yakınsama elde edilmiştir.

Şekil 4, 0° hücum açısında boyutsuzlaştırılmış hız alanını göstermektedir. Beklenildiği gibi, alt duvarda sınır tabakanın, kanat profilinin arkasında ise iz bölgesinin gelişimi gözlemlenmiştir.

Akış yönü boyunca boyutsuzlaştırılmış hız alanı 3 farklı hücum açısı için Şekil 5'da gösterilmektedir. Bu görsel, sınır tabaka gelişiminde basınç gradyanlarının etkilerinin incelenmesinde faydalı olacaktır. -10° hücum açısında düz basınç gradyanı (favorable pressure gradient, FPG) etkisiyle sınır tabaka kalınlığı gözle görülür şekilde azalmıştır. 0° hücum açılı durumda yine FPG, aynı etkileri

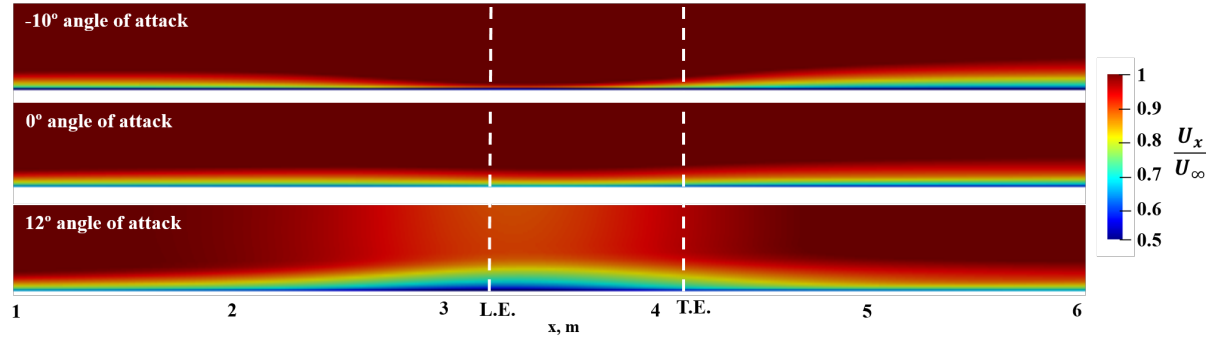
	U	P	v_t	k	ω
kanat profili	noSlip	zeroGradient	nutUSpaldingWallFunction	kLowReWallFunction	omegaWallFunction
ön yüz	empty	empty	empty	empty	empty
arka yüz	empty	empty	empty	empty	empty
giriş	freeStreamValue	zeroGradient	freeStreamValue	fixedValue	fixedValue
çıkış	zeroGradient	zeroGradient	inletOutlet	zeroGradient	zeroGradient
üst duvar	slip	zeroGradient	slip	slip	slip
alt duvar	noSlip	zeroGradient	nutUSpaldingWallFunction	kLowReWallFunction	omegaWallFunction

Tablo 3: OpenFOAM için sınır koşulları.



Şekil 4: 0° hücum açısında giriş hızıyla boyutsuzlaştırılmış hızın akış yönündeki komponentinin dağılımı. Mavi ile işaretlenen bölge incelenecek alanı belirtmektedir.

sağlamıştır. Akış, ters basınç gradyanı (adverse pressure gradient, APG) etkisine girmeye başladığında ise sınır tabaka kalınlığı bahsi geçen her iki koşul için de artmaya başlamıştır. 12° hücum açısındaki durumda ise başlangıçtaki APG etkisiyle sınır tabaka gelişimi hızlanmıştır. Çeyrek veterde FPG etkisi görülmeye başlanmış, bu da sınır tabaka kalınlığını azaltmıştır.

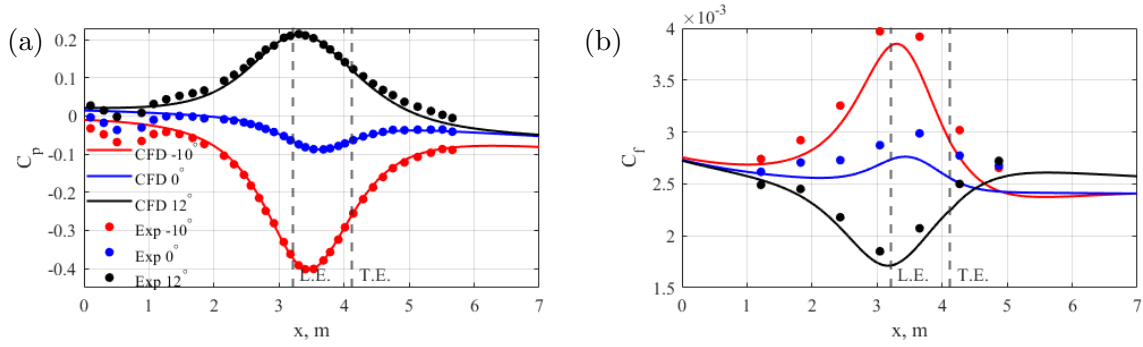


Şekil 5: -10°, 0° ve 12° hücum açılarında giriş hızıyla boyutsuzlaştırılmış hızın akış yönündeki komponentinin dağılımı. Dikey çizgiler kanat profilinin hücum ve firar kenarını göstermektedir.

Şekil 6'da C_p ve C_f dağılımları verilmiştir. HAD sonuçları, özellikle basınç gradyanları etkilerinin olduğu bölgelerde deneysel sonuçlarla yüksek korelasyon göstermiştir. Çözüm ağının, incelenen duvarda basınç gradyanı etkilerini yakalamakta başarılı olduğu gözlemlenmektedir. -10° ve 0° hücum açılarındaki FPG etkisi, C_p 'nin düşmesine sebep olmuştur. -10° hücum açısında bu düşüş, basınç gradyanlarının daha kuvvetli olması sebebiyle daha fazla olmuştur. Aksi durum olan 12° hücum açısında ise akış APG etkisine maruz kalmıştır. Bununla beraber akış yavaşlamış, basınç artmış ve buna bağlı olarak C_p de artmıştır. Buradaki dikkat çekici nokta, ekstrem durumlarda C_p 'nin 0'dan sapmasıdır. -10° hücum açısındaki durumda alt duvar üzerinde, kanat profilinin emme (suction) etkisi yaratmasıyla 0.4'lük büyüklükte bir sapma yaratılmıştır. Öte yandan, 12° hücum açısında ise 0.2 büyüklükte sapma yaşanmıştır.

C_f tarafında HAD analizleri her ne kadar trendi yakalamış ve basınç gradyanlarıyla uygun sonuçlar vermiş olsa da sayısal değerler, deneysel sonuçlardan daha düşük bulunmuştur. Bu durumun, deneysel sonuçların belirsizliğinden ve referans hızının tanım tercihinden kaynaklanıyor olabileceği saptanmıştır. Kanat profilinin yarattığı FPG, -10° ve 0° hücum açılı koşullarda duvar üzerin-

deki sürtünmeyi artırarak Şekil 6'da da görülebileceği üzere C_f 'i arttırmıştır. Öngörülebilir şekilde, APG'nin yavaşlatıcı etkisi, 12° hücum açısında tam tersi etkiyi yaratmıştır.

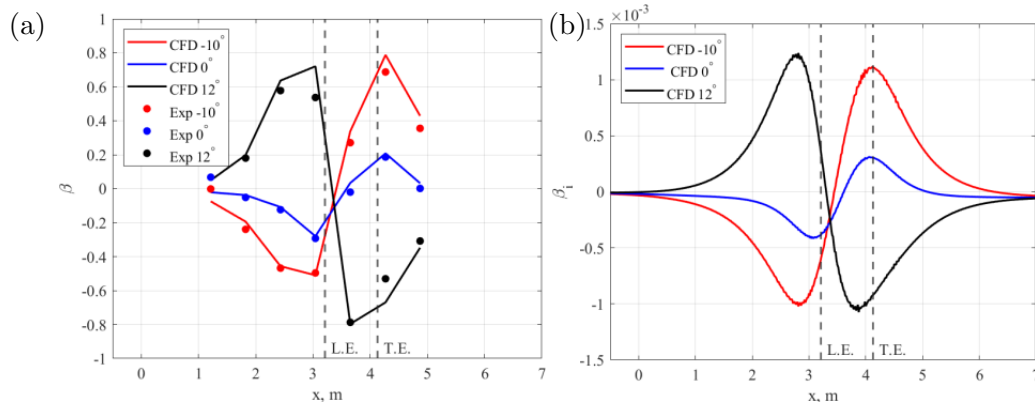


Şekil 6: Alt duvar boyunca (a) C_p ve (b) C_f dağılımları.

Basınç gradyanlarının duvar boyunca değişmesi sınır tabakanın denge durumunda olmadığını göstermektedir. Bu çalışmadaki kanat profilinin varlığından ötürü, incelenen akıştaki sınır tabakanın da denge durumunda olmadığı gözlemlenmektedir. Şekil 7'de iki farklı basınç gradyanı parametresinin farklı hücum açılarındaki değişimleri gösterilmektedir. Mellor basınç gradyanı parametresi [Mellor, 1966] olarak adlandırılan ilki, normalizasyon için sınır tabakanın iç katmanındaki özelliklerini kullanmaktayken ikincisi hem iç hem de dış alt katman özelliklerini kullanmakta ve Clauser basınç gradyanı [Clauser, 1954] olarak adlandırılmaktadır.

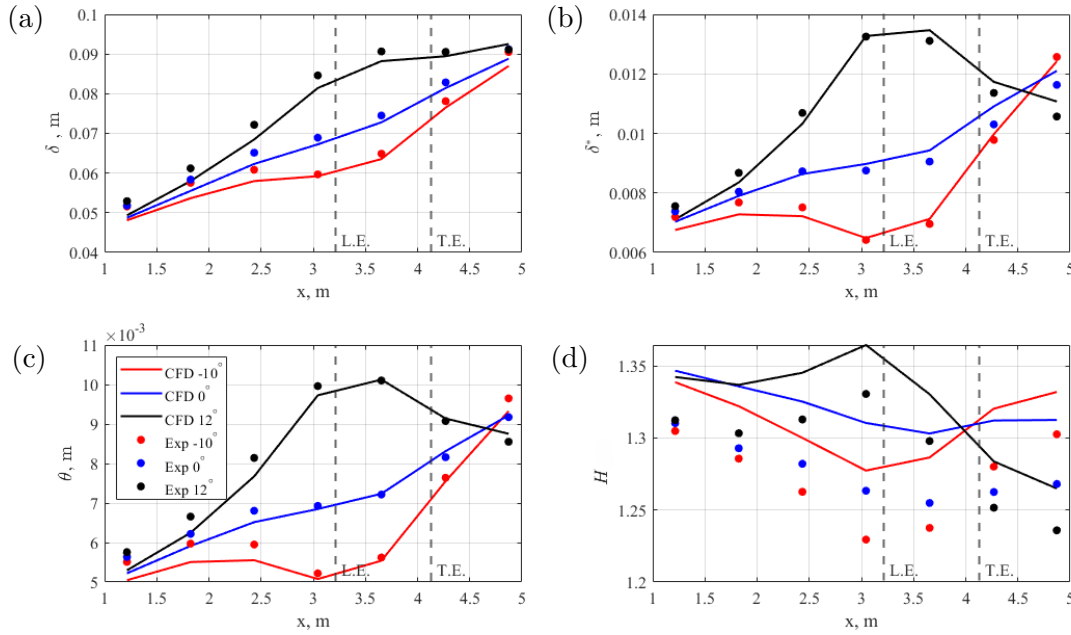
$$\beta_i = \frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{dp}{dx}, \quad \beta = \frac{\delta^*}{\tau_{\text{wall}}} \frac{dp}{dx} \quad (5)$$

HAD analizleri sonucunda elde edilen Clauser parametresinin, deney sonuçlarıyla büyük ölçüde örtüştüğü gözlemlenmiştir. Farklı hücum açılarındaki APG ve FPG etkileri, bu parametre üzerinden de açıkça gözlemlenebilmektedir. Clauser parametresine ek olarak, sınır tabakanın iç katmanının parametreleri ile normalize edilen Mellor parametresinin de aynı trendi yakaladığı gözlemlenmektedir. Bu parametrelerden görüldüğü gibi, basınç gradyanları, çeyrek veter konumu civarlarında trendini hızlı bir şekilde değiştirmiştir. 12° hücum açısında basınç gradyanı parametreleri ilk olarak yükselmiş, daha sonrasında düşmüştür. 0° hücum açısında önce FPG etkisiyle negatif değerler gözlemlenmiş, daha sonrasında APG etkisiyle değişen trendle birlikte parametre pozitif değerlere kadar yükselmiştir. -10° derece hücum açısında da benzer davranış gözlemlenmiş ancak daha güçlü basınç gradyanları sebebiyle daha yüksek minimum ve maksimum değerler elde edilmiştir.



Şekil 7: 3 farklı hücum açısında alt duvardaki (a) Clauser ve (b) Mellor basınç gradyanı parametresi.

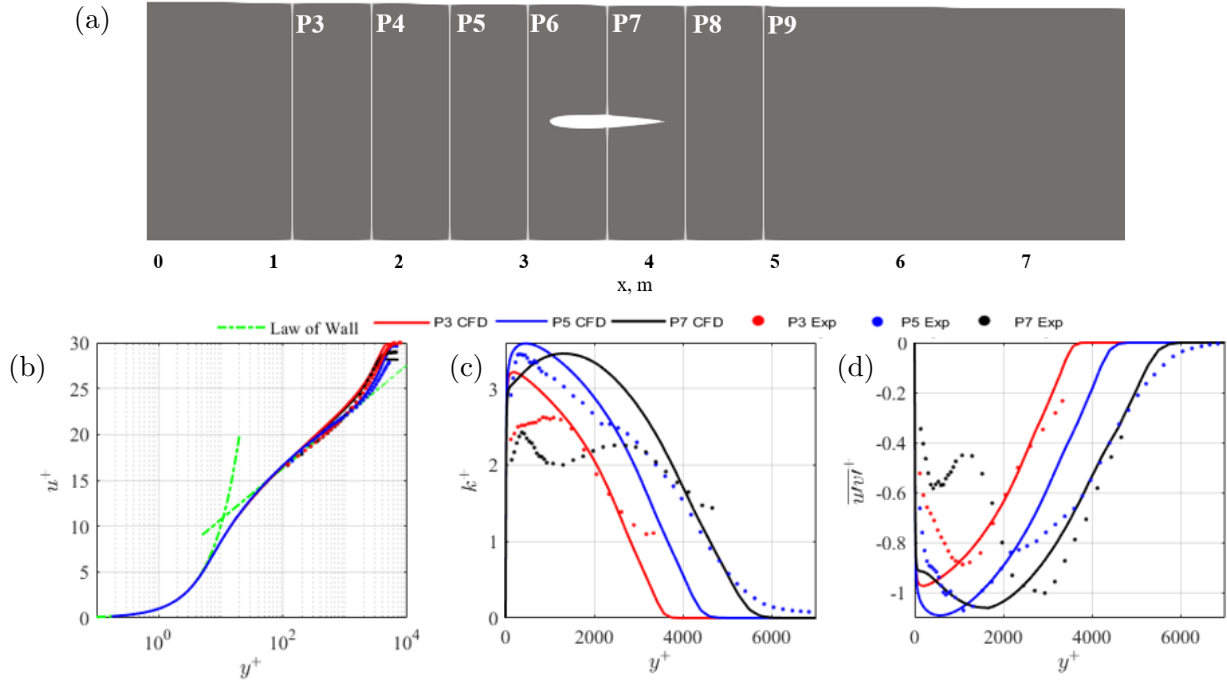
Sınır tabaka parametreleri ve değişimleri Şekil 8'de gösterilmektedir. HAD analizleri ve deneysel sonuçlar arasındaki korelasyon, şekil faktörü H dışında son derece yüksektir. Başlangıçtaki FPG'nin, -10° ve 0° 'da sınır tabakanın gelişimini baskıladığı ancak sonrasında trendin tersine dönerek sınır tabakanın kalınlaşmaya başladığı gözlemlenmektedir. Buna karşılık, 12° 'de sınır tabaka kalınlığı, APG nedeniyle artmaktadır. Sonrasında, ikinci basınç gradyanı bölgesinde sıkıştırmaya maruz kalmaktadır. Momentum (θ) ve yer değiştirme (δ^*) kalınlıklarının deneyle uygun bir dağılım sergilediği ancak başlangıç ve bitiş noktalarında deney sonuçlarından bir miktar saptığı gözlemlenmiştir. Simülasyonlar sonucu elde edilen şekil faktörü tüm hücum açılarında deney sonuçlarından sapmış ancak trendi yakalayabilmiştir. Sonuçlardaki "öteleme" davranışına yer değiştirme ve momentum kalınlıklarındaki farklarının sebep olduğu söylenebilir.



Şekil 8: Farklı hücum açılarında sınır tabaka parametrelerinin deneysel sonuçlarla karşılaştırılması. (a) Sınır tabaka kalınlığı, (b) yer değiştirme kalınlığı, (c) momentum kalınlığı, (d) şekil faktörü.

Sınır tabaka özelliklerini ve boyutsuz profilleri incelemek için akış yönünde istasyonlar, deneyle uyumlu olacak şekilde Şekil 9'a da gösterildiği gibi oluşturulmuştur. Şekil 9(b-d)'de 12° hücum açısında elde edilen boyutsuz akış parametreleri gösterilmektedir. Boyutsuz parametreler incelendiğinde HAD analizleri ve deneysel sonuçlar arasındaki yüksek korelasyon gözlemlenmektedir. Tüm istasyonlar için sınır tabakanın iç katmanında "Law of Wall" davranışı yakalanmıştır. Logaritmik katmanda da küçük sapmalar dışında deney ve HAD analizleri uyuşmaktadır. Türbülans kinetik enerjisi ve Reynolds gerilmesi gibi deneysel belirsizliklerin en fazla olduğu ölçümlerde farklar ortaya çıkmıştır. PIV çözünürlüğünün artırılması gibi deneysel çalışmaların daha derinlemesine incelenmesi ile bu farklılığın daha detaylı olarak karşılaştırılabileceği belirtmiştir [Fritsch vd., 2022]. P3 ve P7 lokasyonlarında hız profilleri bakımından HAD analizleri sonuçlarının daha yüksek elde edildiği, P5 konumunda sonuçların daha uyumlu geldiği gözlemlenmektedir. Buna ek olarak P3 ve P5'e denk gelen APG bölgelerinde logaritmik katman daha dik bir eğime sahiptir. Bu da daha düşük κ değerinin bu akışı daha iyi modelleyebileceğini göstermektedir. Türbülans profillerinde P3 konumunda $1500 < y^+ < 2500$ bölgesinde deneyle uyumlu sonuçlar görülmüştür. Ayrıca deney sonuçlarında profillerin iki kere tepe noktası yaptığı görülmüş, $k - \omega$ SST modelinin akışın bu dengede olmayan davranışını yakalayamadığı gözlemlenmiştir.

Akışın başındaki APG'den ötürü sınır tabakada genişleme görülmüştür. Burada diğer bir ilginç nokta ise basınç gradyanları akış yönünde değişse bile türbülans profillerinin kendi trendlerini ko-



Şekil 9: (a) Akış alanı içinde incelenecek istasyonlar (b) P3, P5 ve P7 lokasyonlarında 12° hücum açısı için boyutsuz hız profili (c) türbülans kinetik enerjisi ve (d) Reynolds kayma gerilmesi dağılımı. Duvar yasası için $\kappa = 0.41$ ve $C = 5.1$ kabul edilmiştir.

ruduğunun gözlemlenmesidir. Bu da türbülansın, kendinden önceki konumlardaki akışın basınç gradyanlarına bağlı olduğunu (historically dependent) göstermektedir [Fritsch vd., 2022].

ANİZOTROPİ ANALİZLERİ

Anizotropi kavramı akışkanlar dinamiği ve türbülans modellemesinde oldukça önemli bir kavram olarak öne çıkmaktadır. Türbülanslı bir akış, incelenen noktada istatistiksel büyüklükleri yön bağımlılığı göstermediğinde izotropik olarak adlandırılmaktadır. Anizotropi davranışı ise bu durumun bozulduğu durumları tanımlamaktadır. Türbülanslı akışlarda anizotropi çalışmaları, türbülans kinetik enerjisi ve momentum transferi dağılımını anlamak için kritik bir öneme sahiptir. Anizotropi tensörü [Lumley 1978], türbülanslı gerilimler arasındaki farklılıkları sayısal olarak ifade ederek, türbülans yapısının çok yönlü dağılımı hakkında kritik bilgiler sunmaktadır. Anizotropi analizi sonucunda elde edilen bulgular, türbülans modellerinin yaklaşımlarının doğruluğunu incelemek için de kullanılmaktadır. Bu çalışma kapsamında, 0 derece hücum açısında alt duvardaki sınır tabaka içerisindeki anizotropi davranışı, "Anizotropi İnvaryans Haritası" ve "Barycentric Harita" metodları kullanılarak incelenmiştir.

Anizotropi tensörü a_{ij} , Denklem 6'daki şekilde tanımlanmaktadır [Lumley ve Newman, 1977].

$$a_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{2k} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (6)$$

Lumley'in yaklaşımında, anizotropi tensörünün ikinci ve üçüncü invaryansları; türbülansın izotropik, eksenel simetrik, iki boyutlu ve tek boyutlu anizotropik limitleri dahilinde incelenmektedir. İkinci, üçüncü invaryanslar Denklem 7'de, limitler ise aşağıda ifade edilmektedir.

$$II_a = a_{ij} a_{ji}, \quad III_a = a_{ij} a_{jk} a_{ki} \quad (7)$$

İzotropik türbülans: Anizotropi tensörünün invaryanlarının sıfır olduğu durum, tüm yönlerde eşit dağılan türbülansı ifade etmektedir ($II_a = III_a = 0$).

Eksenel simetrik türbülans: Bu durumda türbülans belirli bir eksen etrafında simetriktir ($II_a = \frac{3}{2} \left(\frac{4}{3}|III_a|\right)^{2/3}$).

İki bileşenli türbülans: Bu durumda türbülans, iki ana bileşen tarafından domine edilmektedir ($II_a = \frac{2}{9} + 2 \times III_a$).

Bu limitler, $II_a - III_a$ düzleminde çizdirildiğinde Şekil 10a'daki yapı oluşmaktadır. Bu sınırlara "Lumley Üçgeni", yöntemine ise "Anizotropik İnvaryans Haritası (AIM)" adı verilmektedir [Lumley ve Newman, 1977]. Herhangi bir akış alanının invaryanları her koşulda bu limitlerin içerisinde dağılmaktadır.

Anizotropi davranışını incelemek için kullanılan diğer bir yöntem ise "Barycentric Harita" yöntemidir. Barycentric Harita, AIM'nin lineer olmayan yapısından kaynaklanan yanlış çıkarımların ortadan kaldırılması için önerilmiştir [Banerjee vd., 2007]. Bu yaklaşımda, anizotropi tensörünün özdeğerlerinin lineer fonksiyonları kullanılmaktadır. Barycentric koordinatlar, anizotropi tensörünün özdeğerleri kullanılarak Denklem 8'de gösterilen şekilde bulunmaktadır [Westin vd., 1997].

$$C_{1C} = \lambda_1 - \lambda_2 \quad C_{2C} = 2 \times (\lambda_2 - \lambda_3), \quad C_{3C} = 3 \times \lambda_3 + 1, \quad (8)$$

$$C_{1C} + C_{2C} + C_{3C} = 1 \quad (9)$$

Bu denklemde λ 'lar sırasıyla birinci, ikinci ve üçüncü özdeğerleri ifade etmektedir. Barycentric koordinatları kartezyen koordinatlara dönüşüm, üçgenin köşelerinin belirlenmiş koordinatları kullanılarak yapılmaktadır. Üst köşe (x_1, y_1) , sol alt köşe (x_2, y_2) ve sağ alt köşe (x_3, y_3) koordinatlarında tanımlanmaktadır. Barycentric koordinatları (C_{1C}, C_{2C}, C_{3C}) olan bir noktanın kartezyen koordinatları (x, y) Denklem 10'daki şekilde hesaplanmaktadır.

$$x = C_{1C} \cdot x_1 + C_{2C} \cdot x_2 + C_{3C} \cdot x_3, \quad y = C_{1C} \cdot y_1 + C_{2C} \cdot y_2 + C_{3C} \cdot y_3 \quad (10)$$

Türbülanslı akışların anizotropi tensörüne ait özdeğerler kullanılarak, çeşitli türbülans durumlarının limitleri şu şekilde tanımlanmaktadır [Banerjee vd., 2007]:

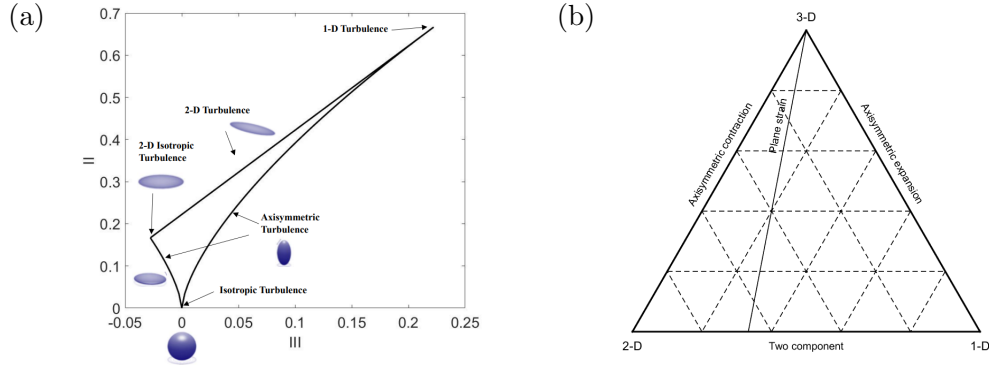
İzotropik Türbülans: İlgili anizotropi tensörünün tüm özdeğerleri sıfır olduğunda türbülans izotropiktir ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$).

Eksenel Simetrik Türbülans: Türbülanslı akışta, anizotropi tensörünün iki özdeğeri aynı olduğunda (iki çift özdeğer içerdiğinde) türbülansın eksenel simetrik durumu oluşmaktadır.

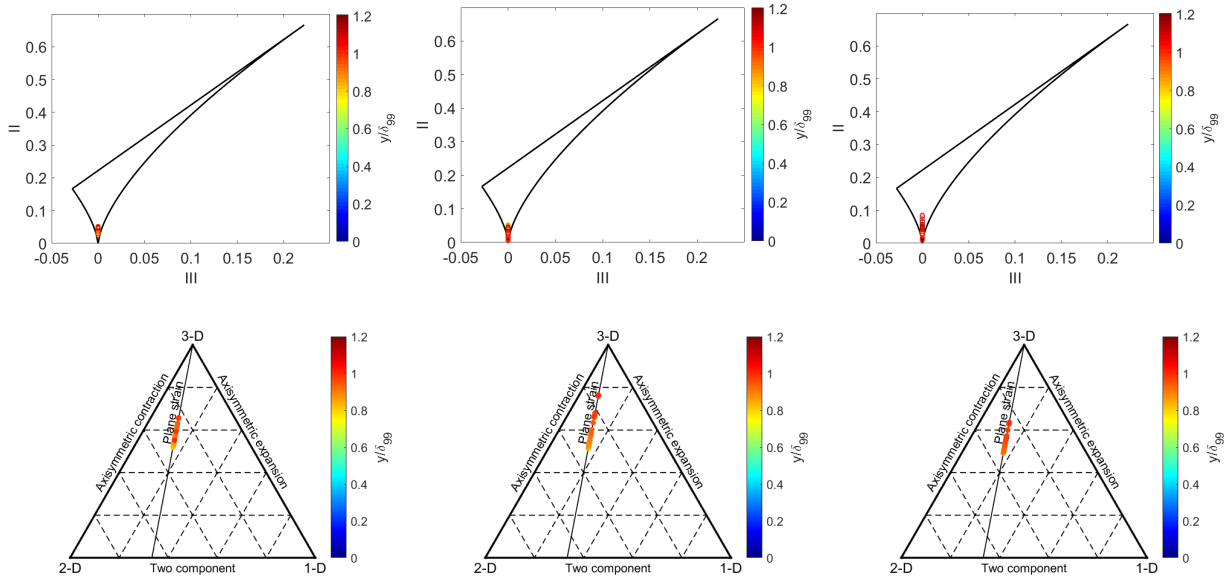
İki Bileşenli Türbülans: Reynolds gerilme tensörünün en az bir sıfır özdeğere sahip olduğu durumda türbülansın iki bileşenli durumu oluşmaktadır.

Düzlem Gerinim Türbülansı: Anizotropi tensörünün en az bir sıfır özdeğerinin olduğu durumda türbülansın düzlem gerilme durumu oluşmaktadır. Bu limitler çizdirildiğinde Şekil 10b'deki "Barycentric Üçgen" oluşmaktadır.

Bu çalışma kapsamında üç farklı hücum açısında, P7 istasyonunda, sınır tabaka kalınlığı yönünde anizotropi haritaları oluşturulmuştur. Şekil 11'de farklı hücum açılarında çizdirilen anizotropi invaryan haritaları ve Barycentric haritalar gösterilmektedir. Anizotropi invaryan haritaları incelendiğinde ikinci invaryanların hücum açısı farketmeksizin sınır tabaka kalınlığı boyunca sıfır geldiği ve ek olarak noktaların izotropi limiti etrafında dağıldığı gözlemlenmektedir. Barycentric haritalar incelendiğinde ise noktaların hücum açısı farketmeksizin düzlem gerinim (plane strain) limiti üzerinde dağıldığı gözlemlenmektedir.



Şekil 10: (a) Anizotropik invaryans haritası ve (b) Barycentric harita.

Şekil 11: Soldan sağa sırasıyla -10° , 0° ve 12° hücum açılarında P7 istasyonunda çizdirilen anizotropi haritaları.

Anizotropi invaryans haritasındaki üçüncü invaryansın sıfır olma durumu ile Barycentric haritadaki düzlem gerinimi limiti durumu aynı koşulları ifade etmektedir. Bu çalışma kapsamında incelenen iki boyutlu akışta anizotropi tensörünün 9. komponenti (a_{33}) Boussinesq hipotezi sebebiyle sıfır gelmektedir. Bu durum, anizotropi tensörünün üçüncü invaryansının sıfır veya sıfıra oldukça yakın gelmesine yol açmaktadır. Aynı şekilde, gerinim oranı tensörünün diyagonal bileşenlerinden birisinin sıfır olduğu durumda ($S_{33} = 0$) eğer Boussinesq hipotezi kullanılıyorsa iki boyutlu tüm akışlarda anizotropi tensörünün bir özdeğeri (bu çalışma özelinde ikinci özdeğeri (λ_2)) sıfır gelmektedir. Bu durum, noktaların düzlem gerinimi limiti üzerinde dağılmasına yol açmaktadır [Edeling vd., 2018]. İki haritada da ortak gözlenen "düzlem gerinimi" davranışının sebebi, çalışmadaki RANS akış alanının, x-y kayma katmanı tarafından domine edilmesidir. Yakalanan bu davranış hücum açısından bağımsız olarak iki boyutlu analiz kaynaklı gözlemlenmiştir. Matematiksel formülasyonlar ve bulgular ışığında, çözüm alanının üçüncü boyut (z) yönünde geliştirilmesi ve simülasyonun üç boyutlu olarak yapılması sonucunda z yönündeki etkiler iki boyutlu analizlerdeki gibi direkt olarak sıfırlanmamasından kaynaklı anizotropi noktalarının düzlem gerinimi limiti üzerinde dağılmayacağı söylenebilir. Aynı zamanda edî viskozitesi için izotropik bir yaklaşımda bulunan Boussinesq hipotezinin kullanılmadığı daha fiziksel bir RANS yaklaşımı olan Reynolds Stress Model (RSM) veya daha yüksek doğruluklu LES, DNS gibi

yaklaşımlar ile türbülansın dağılımını yakalama noktasında daha gerçekçi sonuçların elde edilebileceği söylenebilir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada, NATO AVT-349 projesi kapsamında rüzgar tüneli ve HAD analizleri gerçekleştirilmiş olan dengede olmayan sınır tabakaları inceleyen bir çalışma yapılmıştır. üç farklı hücum açısında kanat profilinin alt duvarda yarattığı basınç gradyanı etkileri, RANS yöntemiyle incelenmiştir. Analizler iki boyutlu olarak gerçekleştirilmiştir. Her bir hücum açısı için farklı çözüm ağları oluşturulmuş, bunlar arasında çözüm ağı bağımsızlığı çalışması yapılmıştır. HAD analizleri sonucunda basınç katsayısı, yüzey sürtünme katsayısı, boyutsuz hız profilleri, türbülans kinetik enerjisi gibi akış parametreleri, yapılan analizlerin tutarlılığını incelemek adına deney ve diğer HAD analizleriyle karşılaştırılmıştır. Basınç katsayısı için her bir hücum açısının oluşturduğu basınç gradyanlarıyla tutarlı ve deneyle uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Boyutsuz hız profilleri, duvar yasası ve deney ile örtüşmesine karşın hem deney ölçüm cihazlarının eksikliği, hem de kullanılan türbülans modelinin özellikle iç katmanda dengede olmayan sınır tabakayı yakalayamamasından ötürü türbülans profilleri tam olarak örtüşmemiştir. Bu duruma türbülansın akışın gelmeden önceki konumlarındaki özelliklerine (historically dependent) bağlı olması da etkilidir. Sınır tabaka kalınlığı, çoğu noktada deney ile yüksek korelasyon göstermektedir. Momentum ve yer değiştirme kalınlıklarında trend yakalanmış olsa da değerlere sınır tabaka kalınlığı kadar yaklaşamamıştır. Şekil faktörünün deneyden çokça fark etmesinin ana sebebi de budur. Sınır tabaka parametreleri incelendikten sonra, analizlerin yapıldığı iki boyutlu çözüm ağı ile türbülans anizotropi çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmalarda, farklı hücum açılarında belirli bir koordinatta sınır tabaka kalınlığı boyunca anizotropik invaryans haritası ve barycentric harita çizdirilmiş, bulgular incelenmiştir. Anizotropi invaryans haritası izotropi limiti etrafında bir dağılım gösterirken, AIM'nin lineer olmayan yapısından kaynaklanan yanlış çıkarımların ortadan kaldırılması için önerilmiş olan barycentric haritada [Banerjee vd., 2007] noktalar izotropi limitinden uzakta dağılmıştır. Anizotropi haritalarında hücum açısından bağımsız olarak düzlem gerinimi davranışı gözlenmiş ve bu durumun sebebinin akış alanının 2 boyutlu olması ve kullanılan RANS türbülans modelinin Boussinesq hipotezi yaklaşımını kullanmasından kaynaklandığı saptanmıştır. Bu bilgiler ışığında, Boussinesq hipotezindeki izotropik edi viskozite yaklaşımını kullanmayıp direkt olarak Reynolds gerilimi denklemlerini çözerek türbülansın dağılım yönlerini yakalama noktasında daha gerçeğe yakın sonuçlar verebilecek olan RSM türbülans modeli sonraki çalışmalarda kullanılacak; gerekirse çözüm ağı üç boyutta genişletilerek RANS çalışmalarının yanı sıra daha yüksek doğruluklu LES ve DNS çalışmaları da gerçekleştirilerek bulgular karşılaştırılacaktır.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada kullanılan hesaplama kaynakları Ulusal Yüksek Başarımlı Hesaplama Merkezi'nin (UHeM) desteğiyle sağlanmıştır.

Kaynaklar

- Banerjee,S., Krahl,R., Durst, F., ve Zenger, C., 2007. *Presentation of anisotropy properties of turbulence, invariants versus eigenvalue approaches*, Journal of Turbulence, Vol.8.
- Clauser,F.H., 2018. *Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradient*, Journal of the Aeronautical Sciences, Vol.21, s.91-108.
- Edeling,W.N., Iaccarino,G., ve Cinnella,P., 2018. *Data-free and Data-driven RANS predictions with quantified uncertainty*, Flow, Turbulence and Combustion, Vol.100, s.593-616.

- El-Askary, W.A., 2011 *Numerical simulations of non-equilibrium turbulent boundary layer flowing over a bump*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.66, s. 230-252.
- Fritsch, D., Vishwanathan, V., Duetsch-Patel, J., Gargiulo, A., Lowe, K.T., ve Devenport, W.J., 2020. *The pressure signature of high Reynolds number smooth wall turbulent boundary layers in pressure gradient family*, AIAA Aviation 2020 Forum.
- Fritsch, D., Vishwanathan, V., Roy, C.J., Lowe, K.T., Devenport, W.J., ve Nishi, Y., ... Bordier, M.S, 2022. *Experimental and computational study of 2D smooth wall turbulent boundary layers in pressure gradient*, AIAA SciTech 2022 Forum.
- Fritsch, D. J., Vishwanathan, V., Todd Lowe, K., ve Devenport, W. J., 2022. *Fluctuating pressure beneath smooth wall boundary layer in nonequilibrium pressure gradients*, AIAA Journal, Vol. 60, s. 4725–4743.
- Lumley, J.L., Newman, G.R., 1977 *The return to isotropy of homogeneous turbulence.*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 82, s. 161-178.
- Mellor, G.L., 1966 *The effects of pressure gradients on turbulent flow near a smooth wall.*, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 24, s. 255-274.
- Rodriguez, S., 2019. *Applied computational fluid dynamics and turbulence modeling: Practical tools, tips and techniques*, Springer Nature, s. 133-192.
- Schmitt, F.G, 2007. *About Boussinesq's turbulent viscosity hypothesis: Historical remarks and a direct evaluation of its validity*, Comptes Rendus Mécanique, s. 617-627.
- Westin, C.F., Peled, S., Gudbjartsson, H., Kikinis, R., ve Jolesz, F. A., 1997 *Geometrical diffusion measures for MRI from tensor basis analysis*, Proceedings of 5th Annual ISMRM.