

## HİBRİT KOMPOZİT PLAKALARDA ISIL BURKULMA ANALİZİ

Olcay Ermiş<sup>1</sup>, Ramazan Kaldırım<sup>2</sup>, Fatma  
Yalçınkaya<sup>3</sup> ve Mesut Uyaner<sup>4</sup>  
Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya

Mustafa Tolga Yavuz<sup>5</sup>  
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

### ÖZET

*Bu çalışma, kompozit malzemelerden yapılmış hibrit ortotropik plakaların ısıl burkulma analizini sunmakta olup ayrıca ısıl yapısal kararlılığı artırıcı tasarım önerileri geliştirilmesine katkıda bulunarak, malzemelerin mühendislik uygulamalarındaki verimliliğini ve güvenilirliğini artırmayı hedeflemektedir. Matematiksel formülasyonda, birinci dereceden kayma deformasyon teorisi kullanılmaktadır. Yapılan çalışmada, farklı mesnet koşulları, kompozit malzeme oryantasyonları ve açıklık oranları göz önünde bulundurularak tabakalı kompozit plakaların ısıl burkulma performansı incelenmiştir. Sayısal modelin ve nümerik sonuçların doğruluğu, literatürdeki sonuçlarla karşılaştırılarak doğrulanmış ve bazı yeni sonuçlar sunulmuştur. Hibritleme E-Camı/Epoksi ve Boron/Epoksi kompozit sistemleri ile yapılmıştır. Hibritlemenin etkisini ortaya koymak için inceleme konusu olan plakanın sırasıyla Bor/epoksi ve E-camı/epoksi sistemleri için çözümleri de gerçekleştirilmiştir. Yapılan çalışmadan elde edilen bulgular, açıklık oranı ve katman sayısının kritik burkulma sıcaklığı üzerindeki etkilerinin, malzeme türü ve sınır koşullarına bağlı olarak değiştiğini göstermektedir. Ayrıca hibrit dizilimlerin belirli koşullarda kritik sıcaklığı artırma potansiyeline sahip olduğu tespit edilmiştir.*

### GİRİŞ

Günümüzde teknolojinin hızla gelişmesiyle birlikte, yüksek performanslı yapısal malzemelerin araştırılması önemli bir ivme kazanmıştır. Özellikle havacılık, uzay, savunma, otomotiv ve denizcilik endüstrilerinde düşük ağırlık ve yüksek mukavemete sahip malzemelere olan ihtiyaç artmaktadır. Bu bağlamda, kompozit plakalar yüksek mukavemet-ağırlık oranları nedeniyle bu sektörlerde tercih edilen yapısal malzemeler haline gelmiştir. Ayrıca, kompozit malzemelerin metalik malzemelere kıyasla daha hafif ve dayanıklı olması havacılık alanında bu malzemelerin kullanımını artırmış ve bir kompozit malzeme varyasyonu olan ortotropik tabakalı kompozit plakalar havacılık ve diğer teknik uygulamalarda giderek daha fazla yaygınlaşmıştır. Bunun sebebi tabakalı kompozitlerin; yüksek özgül katılık, yüksek özgül dayanım ve tabaka açılarının değiştirilerek istenilen özellikte yapıların oluşturulabilmesi gibi özellikleri nedeniyle, plaka yapılarında izotropik malzemelere üstünlük kurmasıdır. Bunlara ek olarak, fiber takviyeli kompozit malzemelerin yüksek sıcaklık ortamlarında artan kullanımı, tabakalı kompozit yapıların ısıl burkulma davranışlarının incelenmesi gerektiğini düşündürmektedir.

<sup>1</sup> Lisans Öğrencisi, Uçak Müh. Böl., E-posta: olcayermis68@gmail.com

<sup>2</sup> Lisans Öğrencisi, Uçak Müh. Böl., E-posta: rakaldirim0712@gmail.com

<sup>3</sup> Lisans Öğrencisi, Uçak Müh. Böl., E-posta: fatmayalcinkaya4545@gmail.com

<sup>4</sup> Prof. Dr., Uçak Müh. Böl., E-posta: muyaner@erbakan.edu.tr

<sup>5</sup> Doktora Öğrencisi, Uçak Müh. Böl., E-posta: yavuzmusta@itu.edu.tr

Isıl burkulma, uçak yapılarının tasarımında son derece kritik bir konudur. Uçuş esnasında hava araçları sıklıkla değişken sıcaklık döngülerine maruz kalırlar. Özellikle yüksek hızlı uçuşlarda gözlemlenen aerodinamik ısınma ve uçağın çalışma koşulları nedeniyle karşılaşılan ısı yükleri, yapısal elemanın bu yükler altında kararsızlaşmasına ve beklenmedik bir şekilde deformasyonuna sebep olarak yapılar da ısıl burkulmalara neden olur. Bu ısıl burkulmalar doğru bir şekilde hesaba katılmazsa, yapısal arızalara ve potansiyel olarak felaketle sonuçlanabilecek kazalara yol açabilir. Bu nedenle, ısıl burkulma analizi mühendisler için son derece önemlidir. Bu analiz, yapının farklı ısıl yükler altında nasıl davranacağını anlamalarına yardımcı olur ve yapının gerekli güvenlik standartlarını karşılamasını sağlar.

Son yıllarda, plaka ve kabukların ısıl burkulması üzerine hem deneysel hem de sayısal çalışmalar yapılarak önemli miktarda araştırma gerçekleştirilmiştir. Isıl burkulma üzerine yapılan en erken deneysel çalışmalardan biri 1952 yılında Gossard ve arkadaşları tarafından yapılmıştır (Gossard et al., 1952). Bu çalışma, ısıl burkulma yaşayan düz veya kusurlu plakaların sapmalarını tahmin etmek için büyük eğrilikli plaka teorisini kullanan yaklaşık bir yöntem sunmaktadır. Gossard ve arkadaşlarının çalışmasını takiben, 1956 yılında, Hoff çok hücreli süpersonik kanat yapılarında sıcaklık ve ısıl gerilim dağılımlarını analiz etmiş ve ısıl gerilme altındaki kapak plakası panellerin burkulma davranışını değerlendirmek için bir kriter türetmiştir (Hoff, 1956). 1960'lardan itibaren, metalik plaka ve kabukların ısıl burkulması üzerine yapılan araştırmalar azalmış, buna karşın kompozitlerin ısıl burkulması üzerine yapılan araştırmalar, özellikle 1970'lerde önemli ölçüde artmıştır. Bu bağlamda, Thornton'un çalışmasına bakılabilir (Thornton, 1993); bu çalışma, 1950'lerden bu yana plaka ve kabukların ısıl burkulması üzerine yapılan araştırmaların tarihçesi ve mevcut durumu hakkında kısa bir inceleme sunmaktadır, ısıl gerilme ve malzeme ısıl özelliklerinin burkulma sürecine etkisi dahil olmak üzere hem kompozit hem de metalik plaka ve kabukların burkulması incelenmiştir.

Tabakalı kompozit plakaların ısıl burkulma davranışını incelemek için birçok araştırma yapılmıştır. Örneğin, Chen ve Chen (L. W. Chen & Chen, 1989a) tarafından yapılan çalışmada düzgün bir sıcaklık dağılımı tarafından tetiklenen tabakalı kompozit plakaların ısıl burkulması sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak incelenmiştir. Isıl burkulma sıcaklığını belirlemek için iteratif bir yöntem kullanılmıştır. Burada, elastiklik modülü ve ısıl genleşme katsayısı sıcaklığın bir fonksiyonu olarak belirtilmiştir. Sıcaklığa bağımlı mekanik özelliklerin ısıl burkulma davranışı üzerindeki etkisi; açıklık oranları, tabaka açısı ve elastik modülü oranları için incelenmiştir ve sonucun önemi vurgulanmıştır. Chandrashekara'nın yaptığı çalışmada (Chandrashekara, 1992), tabakalı kompozit plakaların düzgün sıcaklık alanına maruz kaldığında gösterdiği burkulma davranışını, birinci dereceden kayma deformasyon teorisinin termo-elastik versiyonunu kullanarak; enine kayma esnekliğini de dikkate alarak sınır koşullarının, katman yöneliminin ve açıklık oranlarının kritik burkulma sıcaklığı üzerindeki etkisi incelemiştir. Ayrıca, katman sayısı dördün üzerine çıktığında, aynı toplam plaka kalınlığı için burkulma sıcaklığında önemli bir artışın olmadığını, bunun sebebinin katman sayısı arttıkça bağlanma etkisinin azalması olduğu belirtilmiştir. Prabhu ve Dhanaraj (Prabhu, M. R., 1989), tabakalı kompozit plakaların ısıl burkulmasını analiz etmek için sonlu elemanlar yöntemini ve Reissner-Mindlin birinci dereceden kayma deformasyon teorisini kullanmıştır. Çalışmaları, tabakalı kompozit plakaların burkulma davranışının, liflerin yönlendirilmesi ve kompozit malzemenin malzeme özellikleri tarafından etkilendiğini göstermiştir. Lee tarafından yapılan çalışmada (Lee, 1997), tabakalı kompozitlerin ısıl burkulma analizleri layerwise teorisini kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada elde edilen sayısal sonuçlar, çok katmanlı bir kompoziti eşdeğer tek katmanlı homojen plaka olarak modelleyen, eşdeğer tek katmanlı iki boyutlu teoriler (KPT, BDKT, YDKT) ile karşılaştırılarak; kalınlık-uzunluk oranı, laminasyon açısı, ısıl genleşme katsayılarının oranı ve anti simetrik açılı tabakalar için ortotropiklik derecesinin burkulma sıcaklığına etkisi incelenmiştir. Sonuç olarak tabaka bazlı yaklaşımın, tabakalı kompozitlerin ısıl gerilme analizlerinde daha doğru sonuç getirdiği görülmüştür. Walker ve arkadaşlarının gerçekleştirmiş olduğu çalışmada (Walker et al., 1997), dört katmanlı simetrik olarak tabakalanmış plakalar göz önüne alınmıştır. Mindlin plaka teorisine dayalı sonlu elemanlar yöntemi ve sayısal optimizasyon yöntemi çözüm yöntemi olarak kullanılmıştır. Bu yöntem; sıcaklık dağılımı, burkulma sıcaklığı ve optimal fiber açısı için ardışık çözüm aşamaları içeren bir hesaplama yaklaşımı geliştirmektedir. Üç farklı sıcaklık yüklemesi de ele alınmış (düzenli, doğrusal ve doğrusal olmayan) olup çeşitli basit ve ankastre mesnetli sınır koşulları incelenmiştir. Plaka en boy oranının fiber açısı ve maksimum burkulma sıcaklığı üzerindeki etkisi ve

fiber açısının kritik sıcaklık üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Ek olarak katman sayısının üç farklı sıcaklık yüklemesinde ve çeşitli basit mesnetli ve ankastre mesnetli sınır koşullarında; maksimum burkulma sıcaklığına ve optimum fiber açısına etkisi incelenmiştir. Shingha ve diğerleri tarafından yapılan başka bir çalışmada (Singha et al., 2001), farklı sınır koşulları altında Grafit/Epoksi malzemenin yapılmış çok katmanlı dikdörtgen plakaların ısı burkulma davranışını incelenmiştir. Çalışmaları, kompozit plakaların ısı burkulma davranışının, tabakaların kalınlığı ve sınır koşulları tarafından etkilendiğini ortaya koymuştur. Nath ve Sukla'nın araştırmasında (Nath & Shukla, 2001), sıcaklık yükü altındaki kompozit plakaların burkulma davranışı; kayma deformasyon teorisi, ekstrapolasyon, polinomlar, çeşitli sınır koşulları ve yinelemeli yaklaşım kullanılarak analiz edilmiştir. Bulgular, kompozit plakaların burkulma davranışının, katman sayısı, sınır koşulları ve ısı yüklemesi gibi birkaç faktör tarafından etkilendiğini göstermektedir. Uyaner ve arkadaşları (Avci et al., 2005), sonlu elemanlar metodundan ve matematiksel formülasyondan faydalanarak farklı dairesel delik çaplarına sahip hibrit kompozit katmanların burkulma sıcaklığını ve burkulma mod şekillerini inceleyip katman sayısı arttıkça kritik burkulma sıcaklıklarının da arttığını ortaya çıkarmışlardır. Shariyat tarafından yapılan başka bir çalışmada (Shariyat, 2007), eşit sıcaklık artışları altında çok katmanlı kompozit plakaların ısı burkulmasını analiz edilmiştir. Çalışma, değişen sınır koşulları, katman kalınlıkları ve malzeme özellikleri ile kompozit plakaların kritik burkulma sıcaklığını tahmin etmiştir. Shiau ve ekip arkadaşlarının çalışmasında (Shiau et al., 2010), tabakalı kompozit plakaların ısı burkulma davranışı, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir. Çalışma, farklı  $E_1/E_2$  oranları, en-boy oranları, fiber açıları, katman dizilimleri ve sınır koşulları ile çapraz ve açılı tabakalandırılmış plakaların ısı burkulma mod şekillerini ele almaktadır. Elde edilen sonuçlar, AS4/3501-6 ve T300/5208 tabakalı plakalarının yüksek  $E_1/E_2$  ve  $\alpha_1/\alpha_2$  oranlarının, fiber yönünde daha yüksek burkulma rijitliği ve fiber yönüne dik yönde daha yüksek düzlemsel basma kuvveti ürettiğini göstermektedir. Bu durum, daha yüksek ısı burkulma mod şekillerinin oluşmasına neden olmaktadır. Kompozit yapılarla birlikte, araştırmacılar izotropik plaka yapılarının ısı burkulmasını da incelemişlerdir. Örneğin Ko (William L. Ko, 2004), kubbe benzeri sıcaklık profillerine maruz kalan dikdörtgen panellerin burkulma davranışını araştırmak için minimum potansiyel enerji ve sonlu eleman yöntemlerini kullanmıştır. Çalışma, yalnızca izotropik panelleri kullanmış ve malzeme anizotropisinin etkisini dikkate almamıştır. Bir başka çalışmada Yavuz ve arkadaşları (Yavuz et al., 2023), düzenli sıcaklık dağılımı altındaki bir izotropik plakanın ısı burkulması genelleştirilmiş diferansiyel quadrature metodu ile farklı sınır koşullarında, havacılık endüstrisinde kullanılan çeşitli alaşımlarda, farklı tabaka kalınlıklarında ve en boy oranlarında incelenmiştir. Bu yöntem sıcaklık değişiminin izotropik plaka yapılarının stabilitesi üzerindeki etkisini araştırmak için uygulanmıştır. GDQM ile elde edilen sayısal sonuçlar, MSC Nastran ile yapılan analizler ve tam çözümlerle karşılaştırılmıştır. Sonuçlar, kullanılan yöntemin izotropik plaka yapıların üniform sıcaklık dağılımı altında ısı burkulmasını analiz etmek için umut verici bir yaklaşım ve etkili bir araç olduğunu göstermektedir.

Bu çalışmada, anti-simetrik açılı ve çapraz tabakalı kompozitlerin kritik burkulma sıcaklıkları çeşitli sınır koşulları, açıklık oranları, tabaka sayıları, oryantasyon dizilimleri ve malzeme türleri dikkate alınarak ANSYS programı üzerinden analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlarda, malzemelerin kritik burkulma sıcaklıkları detaylı bir şekilde sunulmakta olup, açıklık oranı, mesnet koşulları, tabaka sayısı ve malzeme türlerinin etkileri değerlendirilmiştir.

## YÖNTEM

### Matematiksel Formülasyon

Plakanın tabakalı ortotropik yapısı N katmandan oluşur. Her katman, kalınlığı  $t_k$  olan bir tabakadan ibarettir, bu yüzden toplam kalınlık  $h = \sum_{k=1}^N t_k$  olarak ifade edilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \alpha_x \Delta T \\ \varepsilon_y - \alpha_y \Delta T \\ \gamma_{xy} - \alpha_{xy} \Delta T \end{Bmatrix}_k \quad (1)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}$$

Burada,  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}$  ve  $\tau_{xz}$  gerilme bileşenleridir.  $\bar{Q}_{ij}$  ise mühendislik sabitleri ve yönelim açısı cinsinden ifade edilebilen indirgenmiş direngenlik matrisidir (Christensen, 1984).  $\Delta T$  sıcaklık artışıdır,  $\alpha_x$  ve  $\alpha_y$  sırasıyla x ve y eksenleri yönünde ısıl genişleme katsayılarıdır.  $\alpha_{xy}$  ise görünür ısıl kayma katsayısıdır.

$$\begin{aligned}\alpha_x &= \alpha_1 \cos^2 \theta + \alpha_2 \sin^2 \theta \\ \alpha_y &= \alpha_2 \cos^2 \theta + \alpha_1 \sin^2 \theta \\ \alpha_{xy} &= 2(\alpha_1 - \alpha_2) \sin \theta \cdot \cos \theta\end{aligned}\quad (2)$$

$\alpha_1$  ve  $\alpha_2$  sırasıyla liflerin boyuna ve enine olan yönlerinde tabakanın ısıl genişleme katsayısıdır.

Birinci dereceden kayma deformasyon teorisi, kompozit malzemelerin ortotropik davranışını ve ısıl etkiler altında maruz kaldıkları karmaşık gerilim durumlarını detaylı bir şekilde modellemek için kullanılmaktadır. Teorinin öngördüğü şekilde, tabakalı kompozit plakalardaki deplasmanlar  $u, v$  ve  $w$  plakanın düzlem içi ve düzlem dışı hareketlerini temsil edecek biçimde tanımlanmıştır. Plakanın her bir noktasındaki bu yer değiştirmeler, plaka yüzeyindeki noktaların düzlem içi ve normal koordinatlarına bağlı olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned}u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\psi_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\psi_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w(x, y)\end{aligned}\quad (3)$$

$u_0, v_0$  ve  $w$  orta düzlemdeki herhangi bir noktadaki yer değiştirmelerdir ve  $\psi_x, \psi_y$  ise sırasıyla orta düzleme dik olan normalerin x ve y eksenleri etrafındaki rotasyonları ifade eder.

Tabakanın herhangi bir noktasında meydana gelen eğilme ve enine kayma gerilmelerinin analizi, malzeme ve yapısal mühendisliğinde kritik öneme sahiptir. Tabakanın herhangi bir noktasındaki eğilme gerilmeleri  $\varepsilon_x, \varepsilon_y$  ve enine kayma gerilmeleri  $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$  olarak ifade edilir.

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial u_0}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (4)$$

Normal kuvvetler  $N_x, N_y, N_{xy}$ , momentler  $M_x, M_y, M_{xy}$  ile kesme kuvvetleri  $Q_x$  ve  $Q_y$  plakaların birim uzunluğu başına şu şekilde tanımlanır:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} N_x & M_x \\ N_y & M_y \\ N_{xy} & M_{xy} \end{bmatrix} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} (1, z) dz \\ \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} &= \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz\end{aligned}\quad (5)$$

Tabakalı bir plakadaki toplam potansiyel enerji, ısıl yükleme altında  $\Pi$  eşittir.

$$\Pi = U_b + U_s + V \quad (6)$$

$U_b$ , eğilme gerinim enerjisi,  $U_s$ , kayma gerinim enerjisi ve  $V$ , sıcaklık değişiminden kaynaklanan düzlem içi yüklerin potansiyel enerjisini temsil eder.

$$U_b = \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \int_R (\sigma_x \varepsilon_x + \sigma_y \varepsilon_y + \tau_{xy} \gamma_{xy}) dA \right] dz$$

$$U_s = \frac{1}{2} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left[ \int_R (\tau_{xz} \gamma_{xz} + \tau_{yz} \gamma_{yz}) dA \right] dz \quad (7)$$

$$V = \frac{1}{2} \int_R \left[ \bar{N}_1 \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \bar{N}_2 \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + 2\bar{N}_{12} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] dA - \int_{\partial R} (\bar{N}_n^b u_n^0 + \bar{N}_s^b u_s^0) ds$$

Burada  $dA = dx dy$ ,  $R$  plakanın bölgesidir.  $\bar{N}_n^b$  ve  $\bar{N}_s^b$   $R$ ' nin sınırına uygulanan düzlem içi yüklerle karşılık gelir.

Denge durumu için potansiyel enerji  $\Pi$  sabit olmalıdır. Sıcaklık değişimine maruz kalan çapraz tabakalı lamine plakanın denge denklemleri varyasyonel prensip kullanılarak gerilme-şekil değiştirme ve şekil değiştirme-yer değiştirme ilişkileri aracılığıyla türetilir. Bu denklemleri  $\delta \Pi = 0$  eşitliğini kullanarak elde edebiliriz (KJ, 1982).

Sonlu Elemanlar Formülasyonu: Genel olarak, burkulma problemleri için kapalı bir formda bir çözüm elde etmek zordur (KJ, 1982). Bu nedenle, yaklaşık bir çözüm bulmak için genellikle sayısal yöntemler kullanılır. Bu çalışmada, plakanın burkulma davranışını detaylı olarak incelemek için sekiz düğümlü Lagrange sonlu elemanları kullanılarak bir sonlu eleman analizi gerçekleştirilmiştir. Plakanın direngenlik matrisi minimum potansiyel enerji prensibini kullanarak elde edilmiştir. Eğilme rijitliği  $[K_b]$ , kayma rijitliği  $[K_s]$  ve geometrik rijitlik  $[K_g]$  matrisleri şöyle ifade edilebilir:

$$[K_b] = \int_A [B_b]^T [D_b] [B_b] dA \quad (8)$$

$$[K_s] = \int_A [B_s]^T [D_s] [B_s] dA \quad (9)$$

$$[K_g] = \int_A [B_b]^T [D_b] [B_b] dA \quad (10)$$

Burada;

$$[D_b] = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \quad [D_s] = \begin{bmatrix} k_1^2 A_{44} & 0 \\ 0 & k_1^2 A_{55} \end{bmatrix} \quad [D_g] = \begin{bmatrix} \bar{N}_1 & \bar{N}_{12} \\ \bar{N}_{12} & \bar{N}_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij}(1, z, z^2) dz \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (12)$$

$$(A_{44}, A_{55}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\bar{Q}_{44}, \bar{Q}_{55}) dz \quad (13)$$

$A_{44}$  ve  $A_{55}$  dikdörtgen kesit için kayma düzeltme faktörleridir ve şu şekilde verilir:  $k_1^2 = k_1^2 = 5/6$  (JM, 1973).

Eleman direngenlik ve geometrik direngenlik matrisleri birleştirilir. İlgili özdeğer problemi, herhangi bir standart özdeğer çıkarma yöntemi kullanılarak çözülebilir (W. J. Chen et al., 1991; KJ, 1982).

$$[[K_0] - \lambda_b [K_{0g}]] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} = 0 \quad (14)$$

Burada;

$$\begin{aligned} [K_0] &= [K_b] + [K_s], \\ -\lambda_b [K_{0g}] &= [K_g] \end{aligned} \quad (15)$$

$\lambda_b$ 'nin ve başlangıç tahmin değeri  $\Delta T$ ' nin çarpımı, kritik burkulma sıcaklığı  $T_{cr}$ ' yi verir.

$$T_{cr} = \lambda_b \Delta T \quad (16)$$

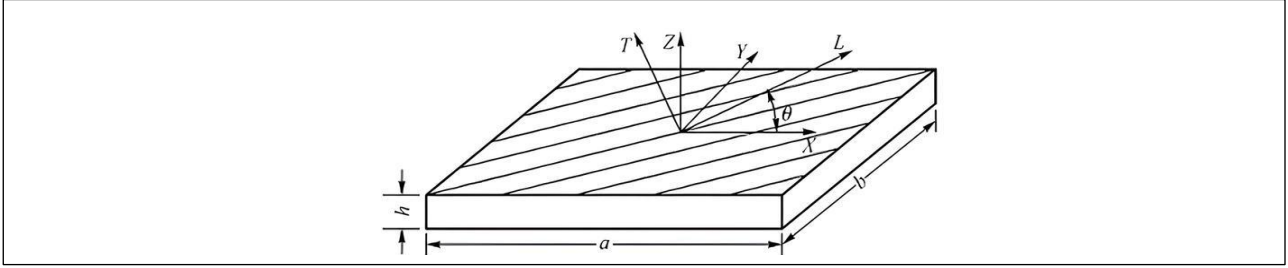
### Malzeme Özellikleri

E-Camı/Epoksi ve Boron/Epoksi kompozitler için ısı elastik özellikler hesaplamalar için dikkate alınmış olup, bu özellikler Tablo 1'de verilmiştir. Burada,  $E_1$  ve  $E_2$  sırasıyla 1 ve 2 yönlerindeki elastik modülleri,  $\nu_{12}$  Poisson oranını ve  $\alpha_1$  ve  $\alpha_2$  ise çözümlerde kullanılan malzemelerin ısı genleşme katsayılarını ifade etmektedir.  $\alpha_{12}$ 'nin etkisi ihmal edilmiştir. İki farklı malzeme kullanılarak gerçekleştirilen analizler için malzeme değerleri Uyaner ve arkadaşlarının çalışmasından alınmıştır (Avcı et al., 2005).

Tablo 1: Malzeme Özellikleri

Malzeme	$E_1$ (GPa)	$E_2$ (GPa)	$G_{12}$ (GPa)	$\nu_{12}$	$\alpha_1$ (°C <sup>-1</sup> )	$\alpha_2$ (°C <sup>-1</sup> )
E-Camı/Epoksi (M1)	15	6	3	0.3	$7.0 \times 10^{-6}$	$2.30 \times 10^{-5}$
Boron/Epoksi (M2)	207	19	4.8	0.21	$4.14 \times 10^{-6}$	$1.91 \times 10^{-5}$

### Sınır Koşulları:



Şekil 1: Dikdörtgen Tabakalı Kompozitin Koordinat Sistemi ve Geometrisi

SSSS: Basit Mesnet

$$u = w = \phi_y = 0 \quad ; x=0, a$$

$$v = w = \phi_x = 0 \quad ; y=0, b$$

CCCC: Ankastre Mesnet

$$u = v = w = \phi_x = \phi_y = 0 \quad ; x=0, a$$

$$u = v = w = \phi_x = \phi_y = 0 \quad ; y=0, b$$

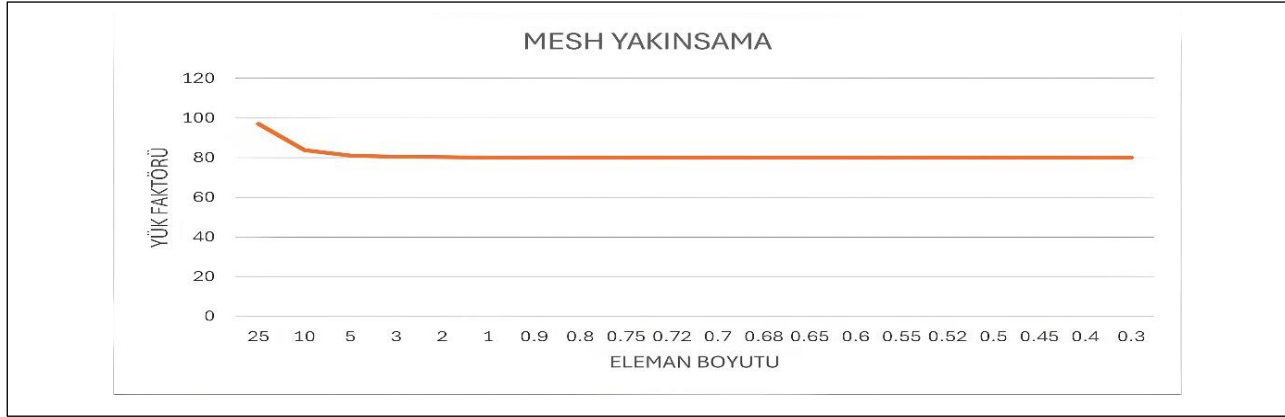
$u, v, w$  sırasıyla  $(x, y, z)$  eksenlerde yer değiştirmeler ve  $\phi_x, \phi_y$  sırasıyla  $x$  ve  $y$  eksenlerinin orta düzleme dik olan normal eğilme dönüşleridir.

### Doğrulama Çalışmaları

**Mesh Doğrulama:** Bu çalışmada, yapılan analizlerin doğruluğunu ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla mesh yakınsama testi gerçekleştirilmiştir. Mesh yakınsama testi, sayısal analizlerin doğruluğunu etkileyen önemli bir parametre olan mesh yoğunluğunun sonuçlar üzerindeki etkisini belirlemek için kullanılır. Bu test, çözüm doğruluğunu artırmak ve sonuçların mesh bağımsızlığını sağlamak için gereklidir.

Mesh yakınsama testi, çeşitli mesh yoğunlukları kullanılarak aynı model üzerinde bir dizi analiz gerçekleştirilerek uygulanmıştır. Her analizde, ağ yoğunluğu artırılarak sonuçlar karşılaştırılmış ve

belirli bir yoğunluktan sonra sonuçların değişmediği, yani yakınsadığı nokta belirlenmiştir. Şekil 2' de yük faktörünün mesh boyutuna göre değişimi gösterilmektedir.



Şekil 2: Yük Faktörünün Mesh Boyutuna göre Değişimi

**Analiz Doğrulama:** Yapılan çalışmalar literatürde gerçekleştirilen birçok analiz sonucu ile karşılaştırılmıştır. ANSYS üzerinde yapılan analizlerin karşılaştırılması aşağıdaki tablolarda verilmiştir. Farklı sınır koşullarının kritik burkulma sıcaklığı üzerindeki etkisini gösteren referans çalışması ve analiz sonucu Tablo 2' de gösterilmektedir. Uzunluk/ kalınlık oranının kritik burkulma sıcaklığına etkisi ve analiz hata değerini azaltmak için hangi oranın daha optimum sonuçları sağladığı Tablo 3' te gösterilmektedir. Farklı oryantasyon diziliminin kritik sıcaklığa etkisi, referans çalışmalarla karşılaştırılması ayrıca Tablo 5' te verilmiştir. Son olarak değişen açıklık oranının kritik burkulma sıcaklığına etkisi Tablo 4' te verilmiştir.

Tablo 2: a/b=1 ve a/h=100 Olan İki Farklı Sınır Koşulu için Değişken Açılarda Kritik Burkulma Sıcaklıkları

[ $\theta_1 - \theta_2$ ] <sub>2</sub>	SSSS					CCCC				
	15	35	45	65	90	15	35	45	65	90
(Hacıoğlu, 2008)	17.30	42.17	43.92	28.54	11.88	34.9	84.5	95.32	51.04	26.93
<b>ANSYS</b>	17.62	44.93	46.99	29.34	11.89	35.01	84.31	95.2	50.87	27.18
<b>Hata (%)</b>	1.8	6.55	6.99	2.81	0.13	0.33	0.23	0.12	0.33	0.94

Tablo 3: a/b=1(SSSS) için Değişken Uzunluk Kalınlık Oranlarında Kritik Burkulma Sıcaklıkları

[ $\pm 45$ ] <sub>3</sub>	a/b=1 (SSSS)					
	a/h	10	30	50	80	100
<b>KPT (Lee, 1997)</b>		12.34	1.37	0.49	0.1929	0.1234
<b>BDKT (Lee, 1997)</b>		9.3	1.32	0.49	0.1919	0.123
<b>ANSYS</b>		7.18	1.2	0.47	0.18858	0.12212
<b>Hata (%)</b>		22.8	9.34	4.6	1.73	0.72

Tablo 4: Farklı Açıklık Oranlarında Kritik Burkulma Sıcaklıkları

a/b	SSSS	
	0.125	0.625
(W. C. Chen & Liu, 1993)	45.356	100.528
(L. W. Chen & Chen, 1989b, 1991)	45.6	101.12
<b>ANSYS</b>	46.111	96.708
<b>Hata (%)</b>	1.66	3.8

Tablo 5: Farklı Oryantasyon Dizilimlerinde Kritik Burkulma Sıcaklıkları

Oryantasyon	[45/-45] <sub>2</sub>	[0/90/0/90]
(Singh, 2014)	4.1706	4.257
ANSYS	4.047	4.138
Hata (%)	2.96	2.8

### Nümerik Sonuçlar ve Tartışma

ANSYS üzerinde gerçekleştirilen analizlerde farklı açıklık oranları, mesnet koşulları, tabaka sayısı, malzeme türü ve oryantasyon dizilimleri dikkate alınmıştır. M2 malzemesi için yapılan analiz sonuçlarında elde edilen kritik burkulma sıcaklıkları Tablo 6' da verilmiştir. M1 malzemesine ait kritik burkulma sıcaklıkları Tablo 7' de verilmiştir. M1 ve M2 malzemesinin tabakalı dizilimine ait kritik burkulma sıcaklıkları Tablo 8' de verilmiştir. Analizlerde a=150 mm değerinde sabit tutulmuştur. Toplam kalınlık tüm analizlerde h= 1.5 mm olacak şekilde ayarlanmıştır. Böylece analiz sonuçlarında en az hata oranına sahip olan a/h=100 oranının sabit tutulması sağlanmıştır. Notasyonlarda B, G harfleri sırasıyla Boron/Epoksi ve E-Cam/Epoksi' yi temsil etmektedir.

Tablo 6: M2 Malzemesinin Değişen Koşullarda Kritik Burkulma Sıcaklığı

Sınır Koşulları	En-Boy Oranı	Katman Sayısı	Oryantasyon dizilimi	S-S-S-S					C-C-C-C				
				a/b					a/b				
				2/5	2/3	1.0	3/2	5/2	2/5	2/3	1.0	3/2	5/2
4	[45 <sub>B</sub> , -45 <sub>B</sub> ] <sub>2</sub>	4	[45 <sub>B</sub> , -45 <sub>B</sub> ] <sub>2</sub>	11.581	17.153	25.143	37.822	69.716	30.591	36.577	49.629	81.136	183.44
				13.196	12.762	15.612	28.601	81.153	37.721	41.537	50.907	92.338	224.48
8	[45 <sub>B</sub> , -45 <sub>B</sub> ] <sub>4</sub>	8	[45 <sub>B</sub> , -45 <sub>B</sub> ] <sub>4</sub>	12.183	18.135	26.551	39.978	73.237	33.824	40.538	55.075	90.037	203.62
				13.036	12.75	15.748	28.584	80.349	41.809	46.079	56.442	102.46	249.1
12	[45 <sub>B</sub> , -45 <sub>B</sub> ] <sub>6</sub>	12	[45 <sub>B</sub> , -45 <sub>B</sub> ] <sub>6</sub>	12.29	18.308	26.798	40.358	73.861	34.422	41.271	56.083	91.684	207.35
				12.99	12.745	15.77	28.575	80.084	42.568	46.922	57.469	104.35	253.72

Tablo 7: M1 Malzemesinin Değişen Koşullarda Kritik Burkulma Sıcaklığı

Sınır Koşulları	En-Boy Oranı	Katman Sayısı	Oryantasyon dizilimi	S-S-S-S					C-C-C-C				
				a/b					a/b				
				2/5	2/3	1.0	3/2	5/2	2/5	2/3	1.0	3/2	5/2
4	[45 <sub>G</sub> , -45 <sub>G</sub> ] <sub>2</sub>	4	[45 <sub>G</sub> , -45 <sub>G</sub> ] <sub>2</sub>	6.1454	8.0132	11.274	17.938	38.082	19.562	21.262	27.721	47.743	121.43
				6.2439	7.3289	9.8928	16.438	38.814	20.83	21.937	27.857	49.266	129.15
8	[45 <sub>G</sub> , -45 <sub>G</sub> ] <sub>4</sub>	8	[45 <sub>G</sub> , -45 <sub>G</sub> ] <sub>4</sub>	6.2054	8.1169	11.43	18.171	38.457	19.959	21.728	28.35	48.792	123.93
				6.2741	7.3563	9.9259	16.501	39.006	21.307	22.457	28.497	50.435	132.11
12	[45 <sub>G</sub> , -45 <sub>G</sub> ] <sub>6</sub>	12	[45 <sub>G</sub> , -45 <sub>G</sub> ] <sub>6</sub>	6.2164	8.1359	12.429	18.214	38.525	20.032	21.814	30.897	48.986	124.39
				6.2796	7.3614	10.773	16.512	39.041	21.395	22.554	31.059	50.651	132.66

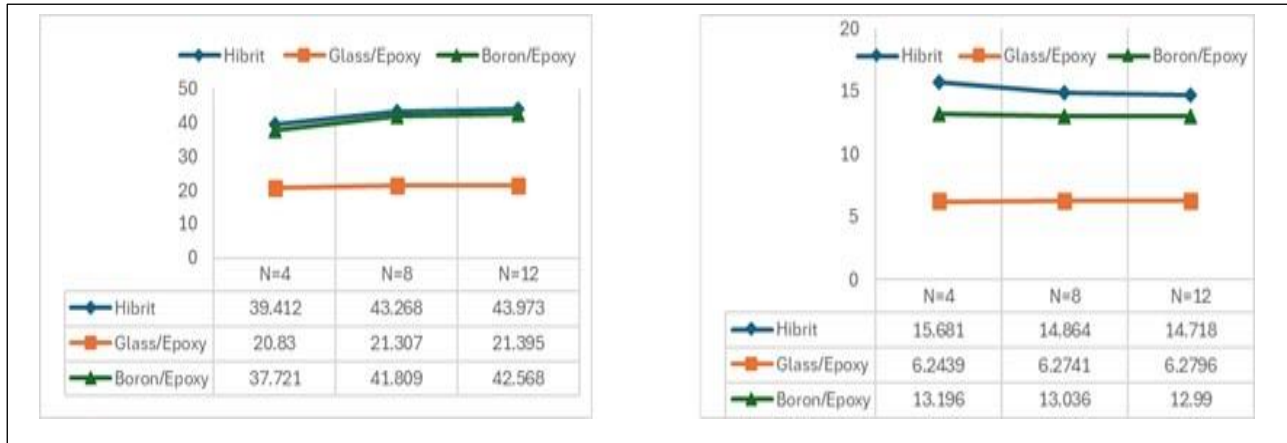


Tablo 8: M1 ve M2 Malzemesinin Hibrit Dizilimin Değişen Koşullarda Kritik Burkulma Sıcaklığı

Sınır Koşulları		S-S-S-S					C-C-C-C				
En-Boy Oranı	Katman Sayısı	a/b					a/b				
		2/5	2/3	1.0	3/2	5/2	2/5	2/3	1.0	3/2	5/2
4	[45 <sub>B</sub> , -45 <sub>G</sub> ] <sub>2</sub>	9.822	13.346	19.172	29.696	60.159	26.21	29.367	38.889	65.522	159.15
	[0 <sub>B</sub> , 90 <sub>G</sub> ] <sub>2</sub>	15.681	16.027	15.633	18.008	34.492	39.412	41.481	45.091	54.722	118.18
8	[45 <sub>B</sub> , -45 <sub>G</sub> ] <sub>4</sub>	9.5774	13.184	18.963	29.302	58.576	28.674	31.88	42.101	71.117	173.94
	[0 <sub>B</sub> , 90 <sub>G</sub> ] <sub>4</sub>	14.864	15.079	14.907	17.493	34.021	43.268	45.75	50.26	58.58	120.6
12	[45 <sub>B</sub> , -45 <sub>G</sub> ] <sub>6</sub>	9.5311	13.15	18.919	29.221	58.278	29.123	32.333	42.678	72.126	176.64
	[0 <sub>B</sub> , 90 <sub>G</sub> ] <sub>6</sub>	14.718	14.911	14.476	17.397	33.935	43.973	46.534	51.21	59.294	121.04

Analizler incelendiğinde beklendiği üzere Boron/Epoksi malzemesinin kritik burkulma sıcaklığı aynı koşullarda E-Cam/Epoksi' den daha yüksektir. Ancak bu durum bu malzemelerin hibrit dizilimleri için geçerli değildir.

Her üç kombinasyonun ortak özellikleri incelendiğinde göze çarpan hususlar şunlardır: Üç malzemede ortak olarak aynı açıklık oranı ve oryantasyonda ankastre mesnetin kritik burkulma sıcaklığının basit mesnetten daha yüksek olduğu gözlemlenmektedir. Aynı şekilde açıklık oranını artışına bağlı olarak ankastre mesnette ve basit mesnette her üç malzemenin açılı dizilimi ([45, -45]) için kritik burkulma sıcaklığında artış gözlenmektedir. Ancak bu durum çapraz dizilimli ([0,90]) basit mesnet için geçerli değildir. Basit mesnet kullanılarak gerçekleştirilen analiz sonuçlarında kritik burkulma sıcaklığının genel seyrinde artış hâkim olsa da özellikle açıklık oranının birden küçük olduğu durumlarda küçük miktarda azalış ve ardından artış olabilmektedir. Ek olarak, ankastre mesnet kullanılarak üç durumdaki dizilim için aynı kalınlıkta aynı açıklık oranında tabaka sayısı artışı kritik burkulma sıcaklığını arttırmaktadır. Her üç kombinasyonda da en yüksek kritik sıcaklıklar açıklık oranının en yüksek olduğu değerlerde elde edilmektedir.



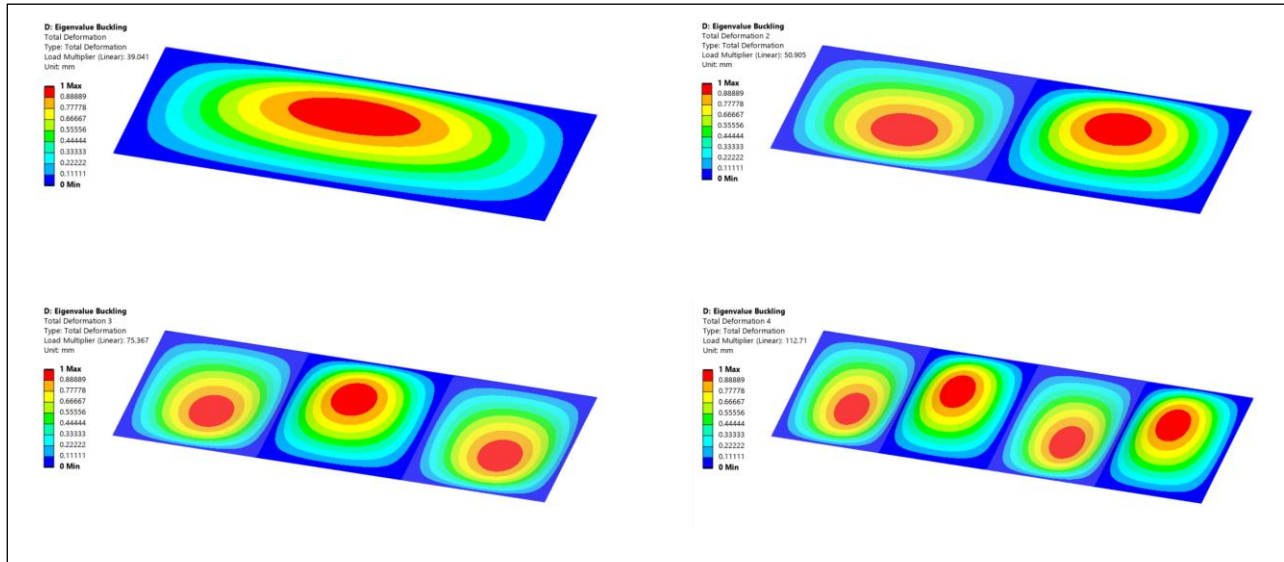
Şekil 3: Çapraz Dizilime Sahip a/b=2/5 Oranında Elde Edilen Kritik Burkulma Sıcaklıkları Sırasıyla (CCCC-SSSS)



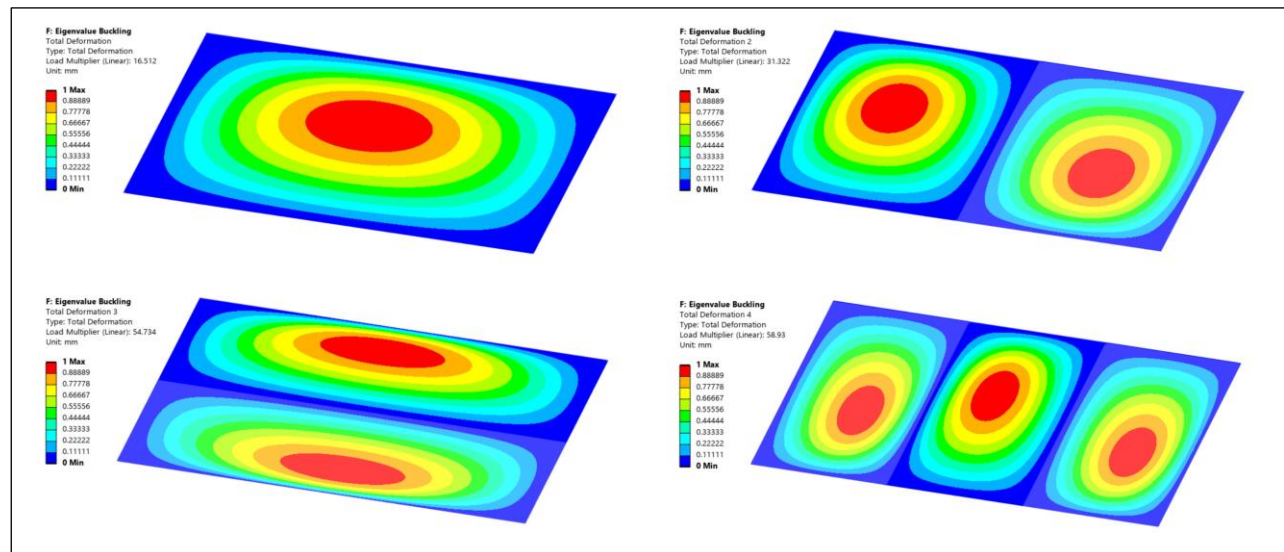
Şekil 4: Çapraz Dizilime Sahip  $a/b=2/3$  Oranında Elde Edilen Kritik Burkulma Sıcaklıkları (SSSS)

Görülen önemli bulgulardan birisi Şekil 3 ve Şekil 4' te gösterilmiştir. Burada özellikle SSSS sınır koşulunda çapraz açılı dizilimlerde açıklık oranının birden küçük olduğu değerlerde yapılan analizlerde hibrit dizilimin daha yüksek kritik burkulma sıcaklığı verdiği saptanmıştır. Aynı şekilde  $a/b=2/5$  değerinde ankastre mesnetler için de bu durum görülmektedir.

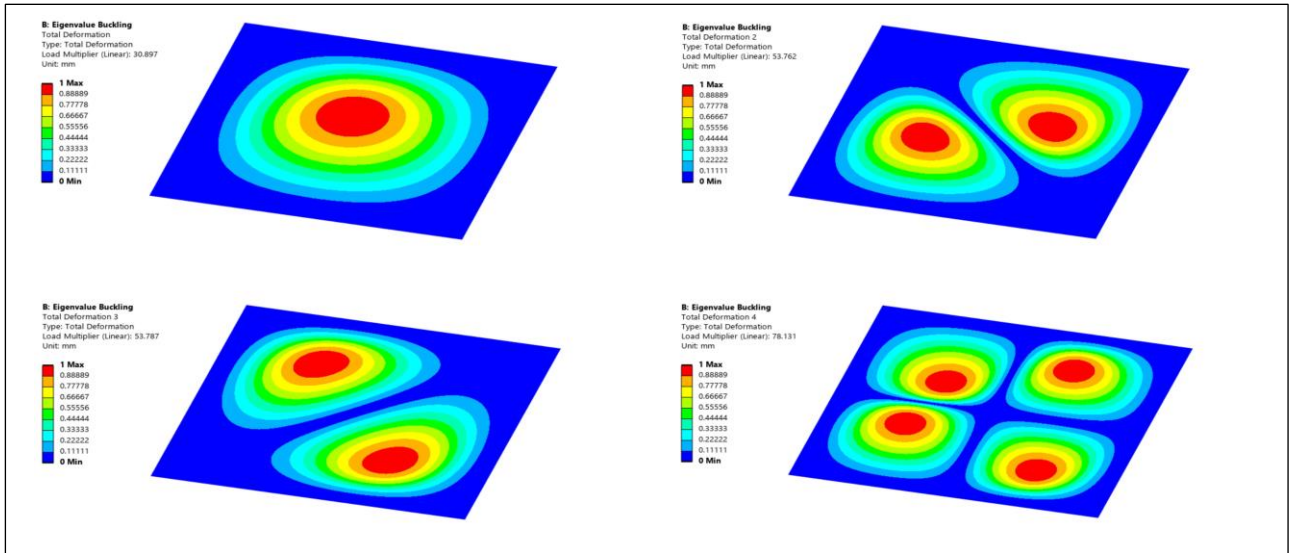
#### Plakların Kritik Burkulma Mod Resimleri:



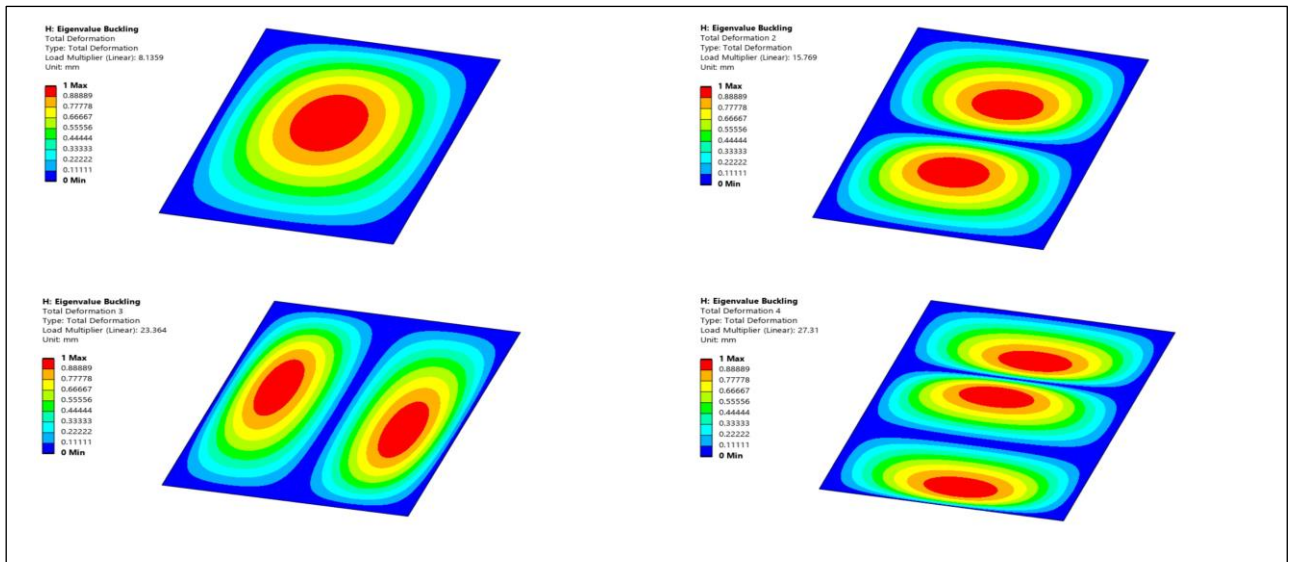
Şekil 5: Tabakalı Kompozitlerin  $a/b= 5/2$  için İlk Dört Burkulma Modu



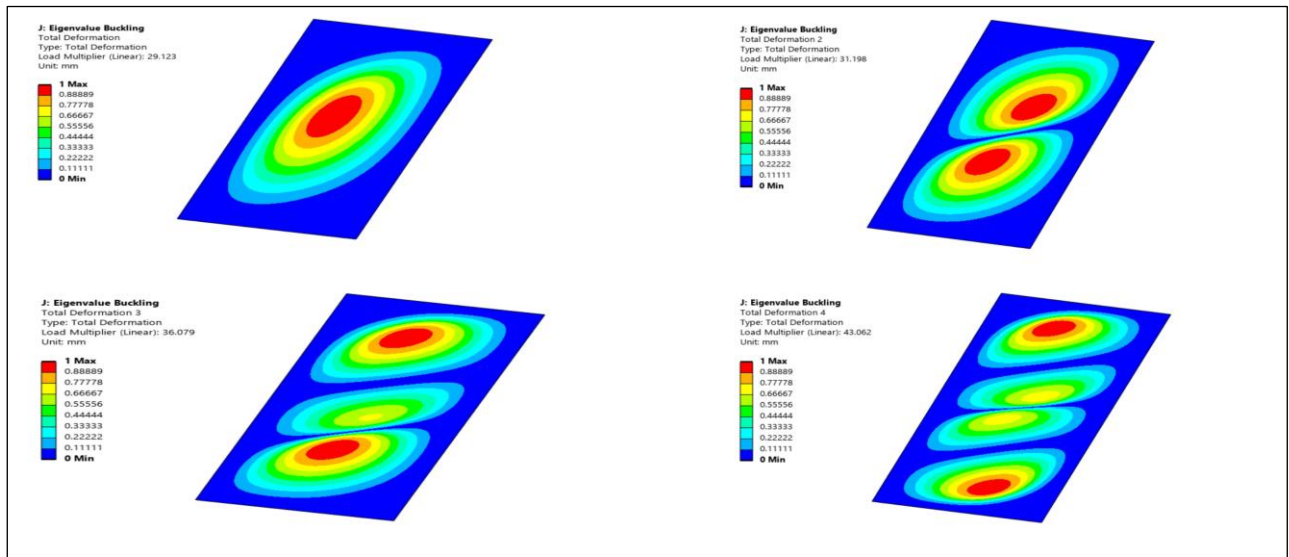
Şekil 6: Tabakalı Kompozitlerin  $a/b= 3/2$  için İlk Dört Burkulma Modu



Şekil 7: Tabakalı Kompozitlerin a/b= 1 için İlk Dört Burkulma Modu



Şekil 8: Tabakalı Kompozitlerin a/b= 2/3 için İlk Dört Burkulma Modu



Şekil 9: Tabakalı Kompozitlerin a/b= 2/5 için İlk Dört Burkulma Modu

## SONUÇ

Bu çalışmada, anti simetrik açılı tabaka ve çapraz tabakalı kompozitlerin farklı sınır koşulları, açıklık oranları, tabaka sayıları, malzeme türleri ve oryantasyonları dikkate alınarak ANSYS üzerinde analizler gerçekleştirilmiştir. Özellikle M1 ve M2 malzemeleri için yapılan analizlerde elde edilen kritik burkulma sıcaklıkları kapsamlı bir şekilde incelenmiş ve sonuçlar Tablo 6, Tablo 7 ve Tablo 8'de sunulmuştur.

Sınır koşullarının kritik burkulma sıcaklığını etkilediği gözlemlenmiştir. Bu bağlamda, ankastre mesnetlerin, basit mesnetlere göre daha avantajlı olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, açıklık oranı ve katman sayısının kritik sıcaklığa olan etkileri, malzeme ve sınır koşullarına bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Önemli bulgulardan biri, hibrit dizilimin kritik burkulma sıcaklığına nasıl etkisi olabileceğidir. Yapılan analizler, Boron/Epoksi malzemesinin kritik burkulma sıcaklığının, E-Cam/Epoksi malzemesine göre daha yüksek olduğunu, ancak hibrit dizilimlerde bu üstünlüğün korunmadığını ortaya koymuştur. Çalışma, belirli koşullar altında hibrit dizilim ile kritik burkulma sıcaklığının artırılabilirliğini göstermektedir.

### Kaynaklar

- Avci, A., Sahin, Ö. S., & Uyaner, M. (2005). Thermal buckling of hybrid laminated composite plates with a hole. *Composite Structures*, 68(2), 247–254. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2004.03.017>
- Chandrashekhara, K. (1992). Thermal buckling of laminated plates using a shear flexible finite element. *Finite Elements in Analysis and Design*, 12(1), 51–61. [https://doi.org/10.1016/0168-874X\(92\)90006-X](https://doi.org/10.1016/0168-874X(92)90006-X)
- Chen, L. W., & Chen, L. Y. (1989a). Thermal buckling behavior of laminated composite plates with temperature-dependent properties. *Composite Structures*, 13(4), 275–287. [https://doi.org/10.1016/0263-8223\(89\)90012-3](https://doi.org/10.1016/0263-8223(89)90012-3)
- Chen, L. W., & Chen, L. Y. (1989b). Thermal buckling behavior of laminated composite plates with temperature-dependent properties. *Composite Structures*, 13(4), 275–287. [https://doi.org/10.1016/0263-8223\(89\)90012-3](https://doi.org/10.1016/0263-8223(89)90012-3)
- Chen, L. W., & Chen, L. Y. (1991). Thermal postbuckling behaviors of laminated composite plates with temperature-dependent properties. *Composite Structures*, 19(3), 267–283. [https://doi.org/10.1016/0263-8223\(91\)90031-S](https://doi.org/10.1016/0263-8223(91)90031-S)
- Chen, W. C., & Liu, W. H. (1993). Thermal buckling of antisymmetric angle-ply laminated plates— an analytical levy-type solution. *Journal of Thermal Stresses*, 16(4), 401–419. <https://doi.org/10.1080/01495739308946237>
- Chen, W. J., Lin, P. D., & Chen, L. W. (1991). Thermal buckling behavior of thick composite laminated plates under nonuniform temperature distribution. *Computers and Structures*, 41(4), 637–645. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(91\)90176-M](https://doi.org/10.1016/0045-7949(91)90176-M)
- Christensen, R. M. (1984). Mechanics of Composite Materials. In *National SAMPE Symposium and Exhibition (Proceedings)*.
- Gossard, M. L., Seide, P., & Roberts, W. M. (1952). *THERMAL BUCKLING OF PLATES*.
- Hacıoğlu, E. (2008). PLAKLARIN TERMAL BURKULMASI. *Society*, 3(2), 464.
- Hoff, N. J. (1956). Thermal Buckling of Supersonic Wing Panels. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 23(11), 1019–1028. <https://doi.org/10.2514/8.3715>
- JM, W. (1973). Shear correction factors for orthotropic laminates under static load. 32(2), 302–304. <https://doi.org/https://doi.org/10.1115/1.3422950>
- KJ, B. (1982). Finite element procedures in engineering analysis. In *Insect Pathology, Second Edition* (pp. 367–394). <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-384984-7.00010-5>
- Lee, J. (1997). *THERMALLY INDUCED BUCKLING OF LAMINATED COMPOSITES BY A LAYERWISE THEORY*. 65(6), 917–922. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0045-7949\(96\)00232-5](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0045-7949(96)00232-5)
- Nath, Y., & Shukla, K. K. (2001). Post-buckling of angle-ply laminated plates under thermal loading. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 6(1), 1–16. [https://doi.org/10.1016/S1007-5704\(01\)90022-X](https://doi.org/10.1016/S1007-5704(01)90022-X)
- Prabhu, M. R., R. D. (1989). Thermal buckling of laminated composite plates. *Journal of Thermal Stresses*, 10(4), 12. [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(89\)90413-6](https://doi.org/10.1016/0045-7949(89)90413-6)

- Shariyat, M. (2007). Thermal buckling analysis of rectangular composite plates with temperature-dependent properties based on a layerwise theory. *Thin-Walled Structures*, 45(4), 439–452. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2007.03.004>
- Shiau, L. C., Kuo, S. Y., & Chen, C. Y. (2010). Thermal buckling behavior of composite laminated plates. *Composite Structures*, 92(2), 508–514. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.08.035>
- Singh, R. K. (2014). Thermal Buckling Analysis of Laminated Composite Shell Panel Embedded with Shape Memory Alloy Fibre under TD and TID. *Thesis*.
- Singha, M. K., Ramachandra, L. S., & Bandyopadhyay, J. N. (2001). Thermal postbuckling analysis of laminated composite plates. *Composite Structures*, 54(4), 453–458. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(01\)00117-9](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(01)00117-9)
- Thornton, E. A. (1993). Thermal buckling of plates and shells. *Applied Mechanics Reviews*, 46(10), 485–506. <https://doi.org/10.1115/1.3120310>
- Walker, M., Reiss, T., Adali, S., & Verijenko, V. E. (1997). Optimal design of symmetrically laminated plates for maximum buckling temperature. *Journal of Thermal Stresses*, 20(1), 21–33. <https://doi.org/10.1080/01495739708956089>
- William L. Ko. (2004). Thermal buckling analysis of rectangular panels subjected to humped temperature profile heating. *Structural Mechanics*, 57(January), 1–34.
- Yavuz, M. T., Ozkol, I., & Arikoglu, A. (2023). Thermal Buckling Analysis of Rectangular Plate Structures by Differential Quadrature Method. *Proceedings of 10th International Conference on Recent Advances in Air and Space Technologies, RAST 2023*. <https://doi.org/10.1109/RAST57548.2023.10197653>