

ŞEKİL HAFIZALI ALAŞIM YAYI İLE MODELLENMİŞ KANAT PROFİLİNİN AEROELASTİK ANALİZİ

Osman DAĞLI* ve Ukte AKSEN†
Milli Savunma Üniversitesi, İstanbul
Aselsan A.Ş., Ankara

Metin Orhan KAYA‡
İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul

ÖZET

Şekil hafızalı alaşımlar (ŞHA), uygun termomekanik koşullar altında faydalı seviyeye kadar orijinal şekillerini geri kazanma yeteneğine sahip özel malzemelerdir. Standart malzemelerden daha büyük bir sönümleme kapasitesi sergileyen ŞHA'lar, lineer olmayan süperelastik özellikleri sayesinde, yükleme ve boşaltma arasındaki gerilim histerezisinin bir sonucu olarak fazla enerjinin sönümlenmesini sağlarlar. Bu tezin temel fikri, aeroelastik kanat profilinin ŞHA yaylarıyla modellenmesi, analizi, ve doğrulanmasının yanı sıra ŞHA'ların süperelastik histerezisinin bir uçak kanadı profilinin aeroelastik davranışları üzerindeki etkilerinin incelenmesidir. Bu bağlamda, ŞHA'lar için kayma gerilmesi ve kayma şekil değişimi ilişkisini içeren bir boyutlu model kullanılmıştır. İki serbestlik dereceli kanat profilinden hareket denklemleri elde edilip, aerodinamik yükleri belirtmek amacıyla, düzensiz aerodinamik model kullanılmıştır. Daha sonra, elde edilen hareket denklemleri sistemi, klasik integrasyon şemaları ile çözmek ve sonuçları elde etmek için durum-uzay formunda yazılmış ve sistemi çözmek için dördüncü dereceden Runge-Kutta yöntemi seçilerek çözümlenmiştir. Sonuç olarak çırpınma (flutter) ve çırpınma sonrası hızlarda salınımların kabul edilebilir sınır çevrim salınımlarına dönüştüğü gözlemlenmiştir.

GİRİŞ

Basitçe, çevresi ile etkileşime giren ve çevresel etkilere cevap verebilen malzemeler akıllı malzemeler olarak adlandırılır. Mühendislikte kullanılan en popüler akıllı malzeme türlerinden biri ŞHALardır. Akıllı malzeme kullanılan en popüler mühendislik olayları ise titreşim kontrolü ve sönümlemesi ve enerji hasadıdır. Klasik malzemeler pasif olarak kabul edilir, çünkü ortamdaki değişikliklere cevap veremezler ve tanımı itibari ile akıllı malzemeler aktif olarak kabul edilir. Bunun sebebi, kalsik malzemelerin ortam şartlarına göre davranışlarını değiştirmemeleridir. Akıllı malzemeler ise, algılama özelliklerinin sunduğu birtakım güçlü ve faydalı özelliklerden yararlanarak çevrelerindeki uyarılara karşı duyarlıdır ve istenmeyen etkileri telafi etmek için güçlü yeteneklere sahiptirler.

*Araştırma görevlisi, Havacılık ve Uzay Müh. Böl., E-posta: odagli@hho.msu.edu.tr

†Uzman mühendis, MGEO Sektör Bşk.lığı, E-posta: uaksen@aselsan.com.tr

‡Prof. Dr., E-posta: kayam@itu.edu.tr

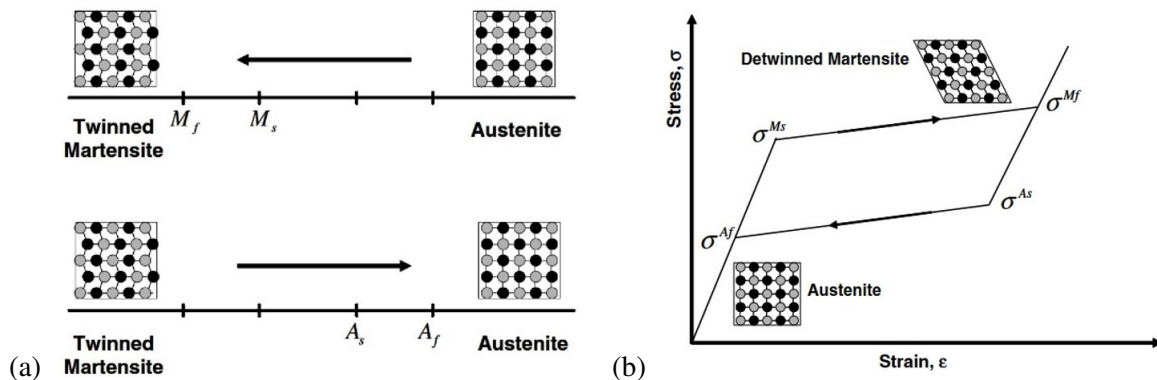
ŞHAlar, martenzit (M) ve östenit (A) olmak üzere farklı kristal yapıda iki faza sahiptir. Şekil hafızası özelliği bu iki faz arasındaki geçiş mekanizmalarıyla meydana gelmektedir. Aeroelastisite, ilk uçakların icadından günümüzdeki karmaşık yapıya kadar önemini kaybetmeyen bir titreşim problemi olarak karşımıza çıkmaktadır. Aeroelastisite temel olarak yapıları etkileyen aerodinamik, elastik ve eylemsizlik kuvvetlerine dayanır. Uçaklarda karşılaşılan yıkıcı tahribatlara neden olabilecek en yaygın aeroelastisite problemlerinden biri, çırpınma kararsızlığıdır. Bu tezin amacı klasik aeroelastik kanat kesitini ŞHA yayları ile modellemek, sayısal analizlerini yapmak ve farklı hava hızı ve yükleme koşulları altında etkilerini incelemektir. Bu çalışma, klasik aeroelastik kanat kesitinin aeroelastik davranışını değiştirmek için tamamen pasif bir sönümleme mekanizması olarak ŞHA yaylarının süperelastik özelliğinin kullanımına odaklanmaktadır [Malher, 2017] [Garafolo, 2018].

YÖNTEM

Bu bölümde ŞHAların temel modelleri, temel fikirleri ve genel davranışları tartışılacak ve sunulacaktır. Bunu takiben bu çalışmada kullanılacak ŞHA malzemesinden yapılan helisel yayın ana konsepti ve modeli açıklanacaktır. Daha sonra, ŞHA malzemesi ile modellenen bu helisel yay, süperelastik özelliklerinin etkilerini analiz etmek ve gözlemlemek için iki serbestlik dereceli iki boyutlu aeroelastik kanat kesitinin hareket denklemlerine eklenecek ve çözümlenmeler yapılacaktır.

Şekil Hafızalı Alaşım

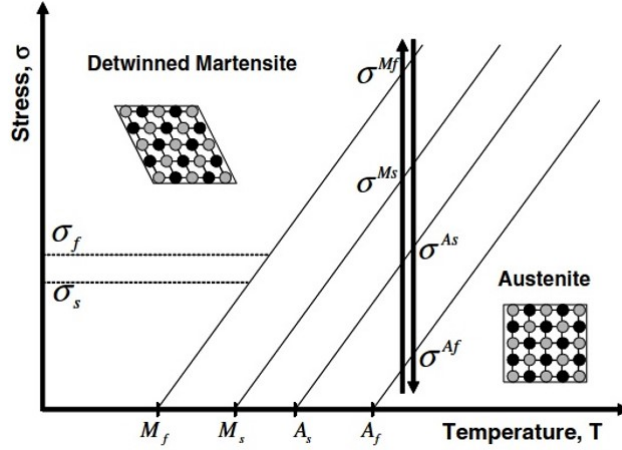
ŞHAların şekil geri kazanımı ve doğrusal olmayan özellikleri, alaşım malzemelerinin özelliklerine ve harici olarak uygulanan yüklere bağlıdır. Nispeten yüksek sıcaklıklarda ortaya çıkan faz östenittir. Benzer şekilde, nispeten düşük sıcaklıklarda, malzeme martenzit fazda bulunur ve ikizlenmiş ve ikizlenmemiş maertenzit olarak iki farklı türe sahip olabilir. Şekil hafızalı alaşımlarda, bahsedilen bu faz dönüşümleri sıcaklık ve gerilim histerezisi ortaya çıkarmaktadır. Dolayısıyla bu dönüşümleri tek bir sıcaklık veya gerilim değeriyle ifade etmek yetersiz kalmaktadır. Faz dönüşümleri ile ilgili Şekil 1'de görüldüğü gibi 4 belirli sıcaklık ve gerilim değerleri vardır. Bunlar östenit fazın ikizlenmiş martenzit faza dönüşmeye başladığı martenzit başlangıç sıcaklığı ve gerilimi (M_s ve σ^{Ms}), martenzit faz dönüşümünün tamamlandığı martenzit bitiş sıcaklığı ve gerilimi (M_f ve σ^{Mf}). Aynı şekilde malzeme ısıtıldığında aynı dönüşüm tersine doğru işlemektedir ve bu durumda iki farklı östenit başlangıç (A_s ve σ_{As}) ve östenit bitiş (A_f ve σ_{Af}) sıcaklık ve gerilim değerleri ortaya çıkmaktadır. Bu histerezis bölgelerinde bir miktar enerji kaybı yaşanmaktadır. Bu enerji kayıpları ŞHAların sönümleyici etkisinin kaynağıdır. Eğer daha düşük sıcaklıklarda kalınırsa eğrimiz şekil değiştirme ekseninde sıfıra dönmeyecektir.



Şekil 1: (a) Sıcaklık Histerezisi (b) Gerilim Histerezisi

Şekil 2'de görüldüğü üzere, eğer malzemeyi östenit bitiş sıcaklığının üzerinde yani östenit fazda tutarsak ve yeteri kadar gerilim uygularsak östenit fazdan doğrudan ikizlenmemiş martenzit faza

geçiş yapabiliriz. Daha sonra uygulanan gerilimi kaldırmamız halinde ise tamamiyle şekil geri kazanımı elde ederiz. Bu süreç ise süperelastisite olarak adlandırılmaktadır. Eğer bu işlem östenit bitiş sıcaklığının altında yapılırsa şekil geri kazanımı tam olarak elde edilemez. Ayrıca, daha önce bahsettiğimiz kritik faz geçişi için gerekli olan minimum gerilim değerleri uygulanan sıcaklığın artmasıyla doğru orantılı olarak artmaktadır. Aynı şekilde gerilim arttıkça da kritik sıcaklık değerleri de artmaktadır. Dolayısıyla yeni ve bir öncekilerden daha yüksek kritik faz dönüşüm değerleri ortaya çıkmaktadır [Lagoudas, 2008] [Wang, 2020].



Şekil 2: Süperelastisite ve Kritik Değerlerin Değişimi

Literatürde ŞHAların kompozisyonunu tanımlamak için birkaç iç ve dış durum değişkenleri belirtilmiştir. Bunların en önemlisi martenzit oranı (ξ) olarak adlandırılan malzemenin hangi kristal yapı fazında olduğunu gösteren değişkendir ve 0 ile 1 arasında değişmektedir. $\xi = 1$, malzemenin tamamen martenzit fazda olduğunu, $\xi = 0$ ise tamamen östenit fazda olduğunu belirtir. Literatürde, bu durum değişkenlerine göre ŞHA'ların davranışlarını tanımlayan bir boyutlu Brinson modeli Denklem 1'deki gibi tanımlanmıştır.

$$\sigma - \sigma_0 = E(\xi)\varepsilon - E(\xi_0)\varepsilon_0 + \Omega(\xi)\xi - \Omega(\xi_0)\xi_0 + \Theta(T - T_0) \quad (1)$$

Burada σ gerilimi, E elastisite modülünü, ε şekil değişimini, Ω faz dönüşümü faktörünü, ξ martenzit oranını, Θ ısıl genleşme katsayısını, T malzeme sıcaklığını ve 0 indisleri ise başlangıç değerlerini göstermektedir. Yukarıdaki eşitlikte görüldüğü üzere Brinson, bazı değişkenlerin martenzit oranına bağlı olduğunu belirtmiştir. Bu sebeple faz dönüşümleri sırasında martenzit oranının belirlenmesi için Brinson tarafından kosinüs fonksiyonları içeren iki yaklaşım sunulmuştur. Bunlar faz dönüşümü için gerekli olan kritik gerilme değerleri arasında geçerlidir. Bunlardan ilki, ileri faz dönüşümü olarak adlandırılan östenit fazdan martenzit faza geçişte geçerli olan Denklem 2'deki yaklaşım;

$$\xi = \frac{1 - \xi_0}{2} \cos\left(\frac{\pi[\sigma - \sigma^{Mf}]}{\sigma_s - \sigma_f}\right) + \frac{1 + \xi_0}{2} \quad \sigma_s^M < \sigma < \sigma_f^M \quad (2)$$

ve ikincisi, geri faz dönüşümü olarak adlandırılan martenzit fazdan östenit faza geçişte geçerli olan Denklem 3'deki yaklaşımdır [Brinson, 1993].

$$\xi = \frac{\xi_0}{2} \cos\left(\frac{\pi[\sigma^{As} - \sigma]}{A_f - A_s}\right) + 1 \quad \sigma_s^A > \sigma > \sigma_f^A \quad (3)$$

Aeroelastik sistemlerde yer değiştirmeler ve katılıklar yaylarla modellenmektedir. Bu sebeple ŞHA malzemesini aeroelastik sisteme dahil edebilmek için ŞHADan yapılmış bir yay modeli kullanmak gerekmektedir. Ayrıca kristal yapıdaki ikizlenme mekanizmaları kayma şeklinde olduğu ve ŞHA'ların bir çok mühendislik uygulamasında kayma deformasyonundan faydalandığı için ŞHA modelinin kayma gerilmeleri cinsinden yazılması gerekmektedir. Dolayısıyla Von Mises kayma-normal gerilme ilişkisini kullanarak Denklem 1'i Denklem 4'deki gibi yazabiliriz;

$$\tau - \tau_0 = G(\xi)\gamma - G(\xi_0)\gamma_0 + \bar{\Omega}(\xi)\xi - \bar{\Omega}(\xi_0)\xi_0 + \bar{\Theta}(T - T_0) \quad (4)$$

Burada τ kayma gerilmesini, $G(\xi)$ martenzit oranına bağlı kayma modülünü, γ kayma gerinimini, $\bar{\Omega}(\xi)$ martenzit oranına bağlı faz dönüşümü faktörünü, $\bar{\Theta}$ kayma geilmesi yaklaşımına göre ısı genleşme katsayısını göstermektedir. Martenzit oranına bağlı olan terimler ise Denklem 5, 6 ve 7'deki bağıntılardan elde edilebilmektedir.

$$E(\xi) = E_A + \xi(E_M - E_A) \quad (5)$$

$$G(\xi) = \frac{E(\xi)}{2(1 + \mu_p)} \quad (6)$$

$$\bar{\Omega}(\xi) = -G(\xi)\varepsilon_{res} \quad (7)$$

Burada E_A östenitik ($\xi = 0$) elastisite modülünü, E_M martenzitik ($\xi = 1$) elastisite modülünü, μ_p Poisson oranını, ε_{res} ise kalıcı şekil değiştirmeyi göstermektedir.

Liang ve Rogers ŞHAlar için helisel bir yay modeli sunmuşlardır ve bu yayın kayma gerilmesini Denklem 8'deki gibi ifade etmişlerdir.

$$\tau = \frac{2FR}{\pi r^3} \quad (8)$$

Burada F yaya uygulanan kuvveti, R yay yarıçapını ve r yay teli yarıçapını göstermektedir. Yaya bir kuvvet uyguladığımızda, yayın boyunda oluşan sehinden şekil değişimini bulabiliriz. Bu şekil değişiminden dolayı yayda bir burulma açısı meydana gelecektir ve bu burulma açısı, burulmalar için Hooke kanunu uyguladığımızda Denklem 9'deki gibi ifade edilebilir.

$$\gamma = \frac{\tau}{G} = \frac{2FR}{\pi r^3 G} \quad (9)$$

Böylelikle, bu şekil değişiminden yayın boyunda oluşan sehimi aşağıdaki Denklem 10 ile elde edebiliriz.

$$y = \frac{4FR^3 N}{r^4 G} \quad (10)$$

Daha sonra yay sabiti, yukarıda bulduğumuz sehim bağıntısından yola çıkarak Denklem 11'deki gibi bulabiliriz.

$$k = \frac{F}{y} = \frac{r^4 G}{4R^3 N} \quad (11)$$

Çalışmamızın esas konusu olan ŞHA malzemeleri göz önüne aldığımızda kayma modülü martenzit oranına bağlı olduğundan, yay sabiti de martenzit oranına bağlı olacaktır ve Denklem 12'deki gibi ifade edilebilecektir.

$$k(\xi) = \frac{r^4 G(\xi)}{4R^3 N} \quad (12)$$

Bu noktadan sonra kayma gerilmesi cinsinden yazılmış Brinson ŞHA modeline ortam şartlarını ve başlangıç koşullarını ($\tau_0 = \gamma_0 = \xi_0 = 0$ ve $T = T_0$) uygularsak Denklem 13'deki modeli elde ederiz.

$$\tau = G(\xi)\gamma + \bar{\Omega}(\xi)\xi \quad (13)$$

Bu modele göre burulma açısı karşımıza Denklem 14'deki gibi çıkar.

$$\gamma = \frac{\tau - \bar{\Omega}(\xi)\xi}{G(\xi)} \quad (14)$$

Yine, bu şekil değişiminden yayın boyunda oluşan sehim aşağıdaki Denklem 15 ile elde edebiliriz.

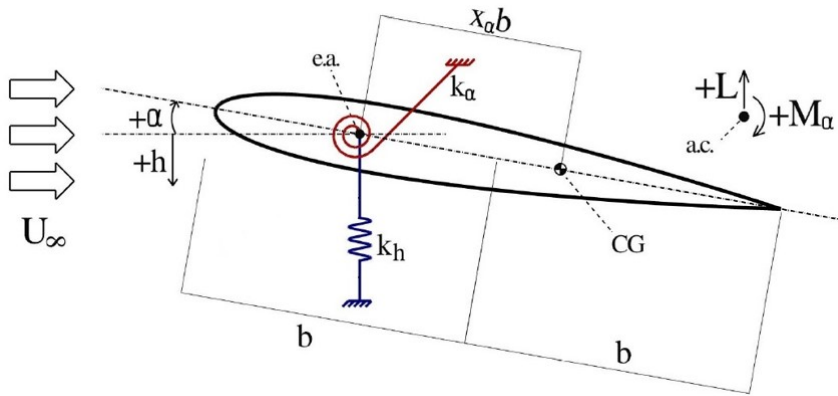
$$y = \frac{2\pi R^2 N}{r} \gamma \quad (15)$$

Son olarak, Denklem 12 ve Denklem 15'ten ŞHA yayının kuvveti Denklem 16'daki bağıntı ile bulunabilir [Liang ve Rogers, 1997].

$$F^{sma} = k(\xi)y + Y(\xi) \quad (16)$$

ŞHA Yaylı Aeroelastik Kanat Kesiti Modeli

Tezimizde dinamik kararsızlıkların sınırlarını elde etmek ve bu sınırları sınır çevrim salınımlarına dönüştürmek için iki boyutlu aeroelastik kanat kesitinin çarpınma analizi dikkate alınacaktır. Çözüm yöntemi, analitik yaklaşımlara dayanmaktadır ve kararsız aerodinamik teori kullanılacaktır. Bunu yapmak için Şekil 3'teki gibi iki serbestlik dereceli, iki boyutlu bir model göz önüne alınmıştır.



Şekil 3: 2 Serbestlik Dereceli 2 Boyutlu Aeroelastik Kanat Kesiti Modeli

Kanat kesiti modelindeki yunuslama ve dalma yer değiştirmelerinden yola çıkarak oluşturulan kinetik ve potansiyel enerji denklemlerine, Lagrange denklemleri uygulanarak ikinci dereceden, iki bilinmeyenli, iki hareket denklemi Denklem 17 ve 18'deki bağıntılar ile bulunmuştur [Nan, 2019].

$$I_\alpha \ddot{\alpha} + mx_\alpha b \ddot{h} + d_\alpha \dot{\alpha} + k_\alpha \alpha = M_\alpha \quad (17)$$

$$mx_\alpha b \ddot{\alpha} + (m + m_f) \ddot{h} + d_h \dot{h} + k_h h = -L \quad (18)$$

Burada I_α eylemsizlik momenti, α yunuslama açısı, m birim uzunluk başına düşen kanat ağırlığı, x_α elastik eksen ile ağırlık merkezi arasındaki uzaklık, b veter yarı uzunluğu, h dalma yer değiştirmesi, d_α yunuslama hareketi için sönümlenme katsayısı, d_h dalma hareketi için sönümlenme katsayısı, k_α yunuslama hareketi için sertlik değeri, k_h dalma hareketi için sertlik değeri, m_f sabitleyici ağırlığı, M_α yunuslama momenti ve L taşıma kuvvetidir. Tüm üst noktalar zamana göre türevi göstermektedir. Daha sonra büyüklükleri karşılaştırabilmek adına denklemler boyutsuzlaştırılarak Denklem 19 ve 20'deki iki hareket denklemi elde edilmiştir.

$$r_\alpha^2 \alpha'' + x_\alpha \bar{h}'' + \zeta_\alpha \alpha' + \eta_\alpha^2 r_\alpha^2 \alpha = \bar{M}_\alpha \quad (19)$$

$$x_\alpha \alpha'' + \mu \bar{h}'' + \zeta_h \bar{h}' + \bar{h} = -\bar{L} \quad (20)$$

Burada r_α jirasyon yarıçapını, ζ_α yunuslama hareketi için sönümlenme oranı, ζ_h dalma hareketi için sönümlenme oranı, η_α frekans oranı ve μ ağırlık oranıdır. Tüm üssüler boyutsuz zamana göre türevi göstermektedir. Sayısal analiz için daha kullanışlı olması ve kullanılacak olan Edwards kararsız aerodinamik modelin de durum-uzay formunda olması açısından, elde edilen hareket deklemleri sistemi durum-uzay formunda Denklem 21'deki bağıntıyla gösterilmiştir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_\alpha^2 & x_\alpha \\ 0 & 0 & x_\alpha & \mu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha' \\ \bar{h}' \\ \alpha'' \\ \bar{h}'' \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ \eta_\alpha^2 r_\alpha^2 & 0 & \zeta_\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \zeta_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \alpha \\ \bar{h} \\ \alpha' \\ \bar{h}' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{M}_\alpha \\ -\bar{L} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

[Theodorsen, 1935] kararsız aerodinamik modelinde M_α ve L terimleri Denklem 22 ve 23'deki gibi verilmektedir.

$$M_\alpha = -\rho b^2 \left[\pi \left(\frac{1}{2} - a \right) U b \dot{\alpha} + \pi b^2 \left(\frac{1}{8} + a^2 \right) \ddot{\alpha} - \pi b a \ddot{h} \right] + 2\pi \rho U b^2 \left(a + \frac{1}{2} \right) C(\kappa) f(t) \quad (22)$$

$$L = -\rho b^2 (U \pi \dot{\alpha} + \pi \dot{h} - \pi b a \ddot{\alpha}) - 2\pi \rho U b C(\kappa) f(t) \quad (23)$$

Edwards kararsız aerodinamik modelinde [Edwards, 1979] fonksiyonu yaklaşımı aşağıdaki Denklem 24'deki ile verilmiştir.

$$C(\kappa) f(t) = (C_0 + C_1 + C_2) f(t) + C_3 C_4 (C_1 + C_2) x_{a1} + (C_1 C_3 + C_2 C_4) \dot{x}_{a2} \quad (24)$$

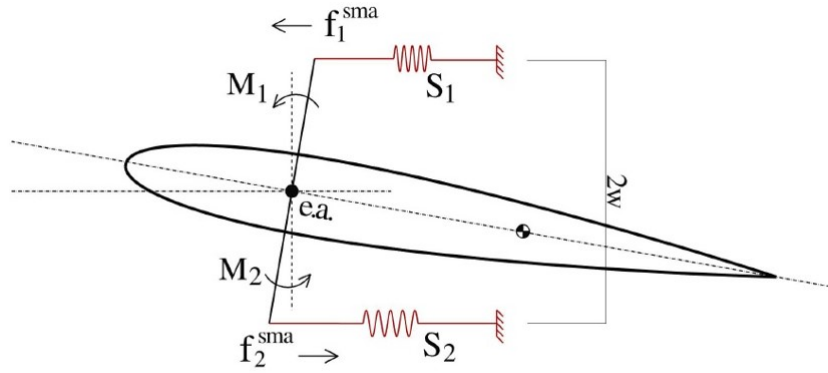
Burada x_a terimleri aerodinamik durum vektörü elemanlarıdır. Gerekli düzenlemeler ve sadeleştirmeler yapılıp, Edwards aerodinamik modeli denklem sistemine eklendiğinde ortaya çıkan durum-uzay formundaki sistem Denklem 25'deki gibidir.

$$\begin{Bmatrix} x_s' \\ x_s'' \\ x_a' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B & M^{-1}D \\ \bar{I}^{-1}E_1 & \bar{I}^{-1}E_2 & \bar{I}^{-1}F_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ x_s' \\ x_a \end{Bmatrix} \quad (25)$$

Burada $x_s = \{\alpha \quad \bar{h}\}^T$, $x_a = \{x_{a1} \quad x_{a2}\}^T$, $M = M_s - M_{nc}$, $K = K_s - K_{nc}$, $B = B_s - B_{nc}$. s indisi olan terimler hareket denklemlerinden kütle, rijitlik ve sönümlenme matrisleridir. Aynı şekilde nc indisi olan terimler aerodinamik modelden gelen kütle, rijitlik ve sönümlenme matrisleridir. D , E_1 , E_2 , ve F_p ise diğer aerodinamik matrisler olup detayları [Edwards, 1979]'da bulunmaktadır. Yukarıda verilen durum-uzay formunu basitleştirilmiş bir biçimde göstermek istersek Denklem 26'daki bağıntıyı elde edebiliriz.

$$\mathbf{x}' = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (26)$$

Burada x durum vektörünü ve A ise durum matrisini göstermektedir. Şekil 4'de, klasik aeroelastik kanat kesitinin yunuslama serbestlik derecesindeki yayın, ŞHA yayı ile değiştirilmiş hali görülmektedir. Yunuslama yayı iki yatay ŞHA yayı ile değiştirilerek, bu yayların bir ucu elastik eksenenden geçen kütsüz rijit bir çubuğa bağlanır. ŞHA yaylarının diğer uçları ise, yunuslama hareketinde sabit fakat dalma hareketinde serbestçe hareket edebilecek şekilde tasarlanmıştır.



Şekil 4: ŞHA Yaylı 2 Serbestlik Dereceli 2 Boyutlu Aeroelastik Kanat Kesiti Modeli

Boyutsuzlaştırılmış aeroelastik hareket denklem sistemi, ŞHA yayının etkilerini içerecek şekilde yeniden düzenlenirse Denklem 27 ve 28'deki denklemler elde edilir.

$$r_\alpha^2 \alpha'' + x_\alpha \bar{h}'' + \zeta_\alpha \alpha' + \vartheta(\alpha, \xi_1, \xi_2) = \bar{M}_\alpha \quad (27)$$

$$x_\alpha \alpha'' + \mu \bar{h}'' + \zeta_h \bar{h}' + \bar{h} = -\bar{L} \quad (28)$$

Bu denklemde $\vartheta(\alpha, \xi_1, \xi_2)$, ŞHA bazlı moment terimidir ve geri çağırıcı ($\eta_\alpha^2 r_\alpha^2 \alpha$) momentin yerini almıştır. Bu terim Denklem 29'daki bağıntıyla yazılabilmektedir.

$$\vartheta(\alpha, \xi_1, \xi_2) = \frac{w}{mlb^2 \omega_h^2} [-F_1^{sma}(\alpha, \xi_1) + F_2^{sma}(\alpha, \xi_2)] \quad (29)$$

Burada F_1^{sma} ve F_2^{sma} daha önce formülize ettiğimiz ŞHA yay kuvvetleri, ξ_1 ve ξ_2 ise martenzit oranlarıdır. Eğer daha önce belirlediğimiz durum-uzay gösterimini ŞHA etkilerini içerecek şekilde yeniden düzenlersek, Denklem 30'daki durum-uzay formunu elde ederiz.

$$\begin{Bmatrix} x'_s \\ x'_y \\ x'_a \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -M^{-1}K & -M^{-1}B & M^{-1}D \\ \bar{I}^{-1}E_1 & \bar{I}^{-1}E_2 & \bar{I}^{-1}F_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_s \\ x'_y \\ x_a \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -M^{-1}K_1 & -M^{-1}K_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1(\alpha) \\ y_2(\alpha) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (30)$$

Burada K_i terimleri Denklem 31'deki gibi verilmektedir.

$$K_i = \frac{w}{mlb^2\omega_h^2} \begin{bmatrix} k(\xi_i) & Y(\xi_i) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad i = 1, 2 \quad (31)$$

Yeni basitleştirilmiş durum-uzay gösterimi de Denklem 32'deki gibi yazılabilir [Sousa, 2014].

$$x' = Ax + ax_c \quad (32)$$

Burada a ŞHA yaylarının doğrusal olmayan etkilerini içeren katsayı matrisi ve x_c ise ŞHA yayı durum vektörüdür. Bu denklem sistemleri 4. dereceden Runge-Kutta yöntemiyle çözülmüş ve sonuçlar alınmıştır. Bu yöntemde başlangıçta martenzit oranı ve gerilimin bilinmediği, fakat, hareket denklemlerinin çözümünden yunuslama açılarının bilindiği varsayılmıştır. Bu açılardan yola çıkılarak yaylardaki yer değiştirmeler bulunur. Bu yer değiştirmelerden yola çıkarak da yayların şekil değişimleri bulunur. Bulunan bu şekil değişimlerinden yola çıkarak burulmalar için Hooke kanunu formülü kullanılarak kayma gerilmeleri bulunur. Bulunan bu gerilmeler sadece ŞHA yayının kritik gerilme değerleri arasında olup olmadığını saptamak için kullanılacaktır. Eğer kritik değerler arasında ise martenzit oranı hesaplamak için daha önce verilen formüller kullanılacaktır. Her adımda bulunan martenzit oranı ile, bir sonraki adımdaki martenzit oranına bağlı olan değişkenler güncellenerek, sonraki diğer adımlarda bu işlemler yinelenenektir. Eğer gerilme değerleri kritik değerler arasında değil ise ŞHA yayı normal çelik yay gibi davranmaktadır. Bu yüzden iterasyon yapılmasına gerek yoktur.

UYGULAMALAR

ŞHA Yayı ile Aeroelastik Analiz

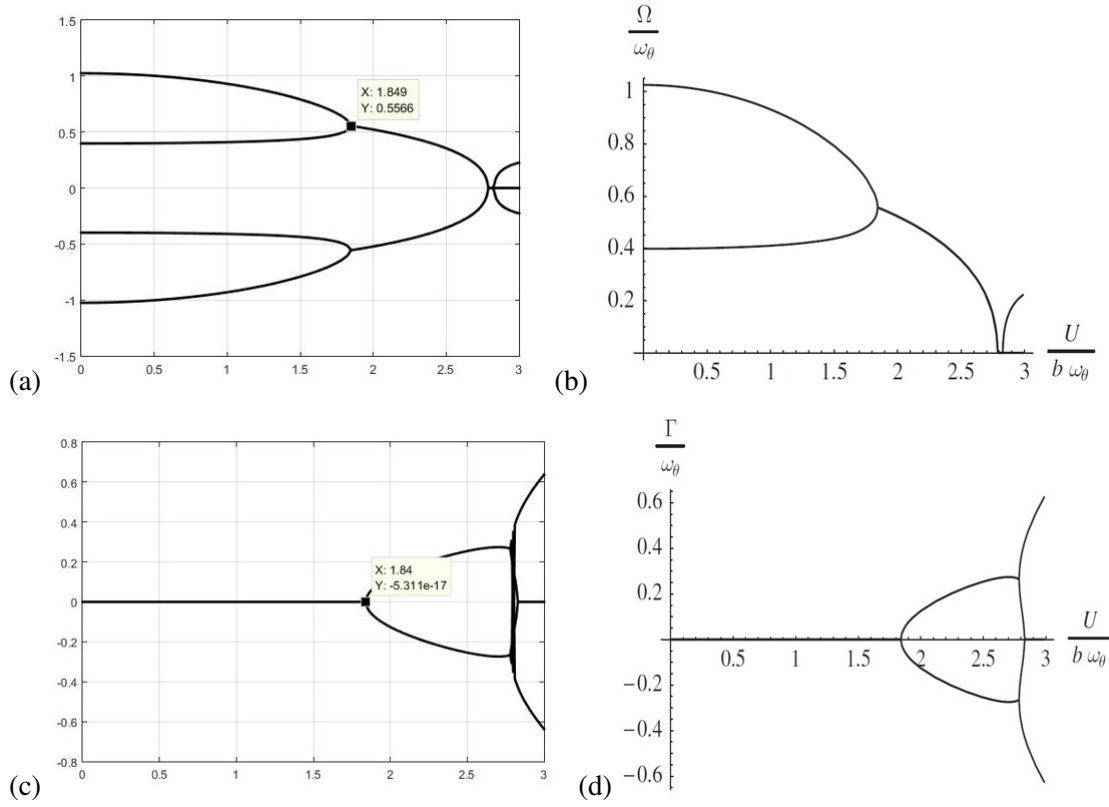
Analizler 3 bölümde yapılmıştır. Birincisinde NiTi ŞHA malzemesinin lineer olmayan yapısal davranışları, ikincisinde ŞHA yayının çarpınma hızındaki etkileri, üçüncüsünde ŞHA yayının çarpınma hızının üstündeki hızlarda etkileri incelenmiştir.

Kod doğrulaması: Kodlar çarpınma hızını, modal sönümlenmeleri ve frekansları, ŞHA yayının yapısal davranışlarını ve aeroelastik davranış üzerindeki etkilerini bulmak için geliştirilmiştir. Kodları doğrulamak için literatürden bir kaç örnek bulunmuş ve bu örneklerin parametreleri kodlarımızda uygulanmıştır.

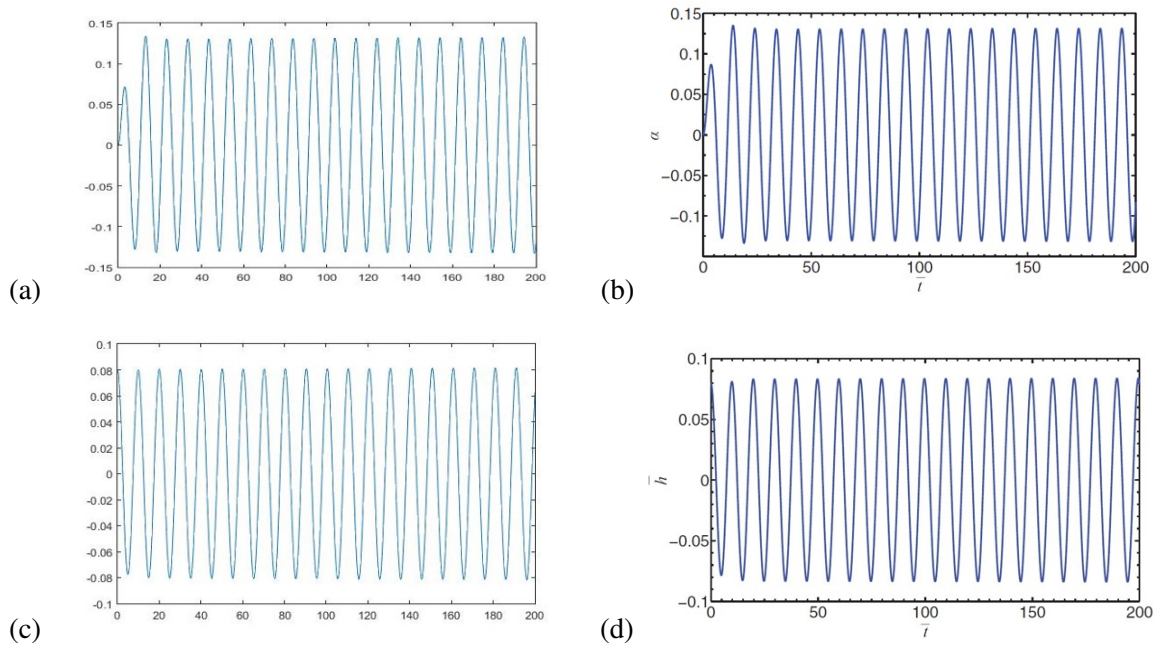
Birinci örnek, [Hodges ve Pierce, 2011]'dan iki serbestlik dereceli aeroelastik kanat profili problemidir. Sonuçlar karşılaştırıldığında Şekil 5'te görüldüğü üzere büyük ölçüde benzerlik olduğu gözlemlenmiştir. Çarpınma hızı 1.849 bulunmuştur ve bu değer referanstaki değere çok yakındır.

İkinci örnek, [Sousa, 2014]'dan yine iki serbestlik dereceli aeroelastik kanat profili problemidir. Sonuçlar karşılaştırıldığında Şekil 6'da görüldüğü üzere büyük ölçüde benzerlik olduğu gözlemlenmiştir. Çarpınma hızı 11.62m/s bulunmuştur ve bu değer referanstaki değere çok yakındır.

Ayrıca bizim kodumuzun sonuçları ve referansın sonuçlarının hata oranları Şekil 7'deki gibi gözlemlenmiştir.



Şekil 5: (a) ve (c) Bizim Sonuçlarımız (b) ve (d) Referans Sonuçları



Şekil 6: (a) ve (c) Bizim Sonuçlarımız (b) ve (d) Referans Sonuçları

	Dağlı	Sousa	Hata Oranı (%)
Maks. germe yunuslama yer değiştirmesi	0,1338	0,13317	0,470852018
Min. sıkıştırma yunuslama yer değiştirmesi	-0,1328	-0,13317	-0,278614458
Maks. germe dalma yer değiştirmesi	0,0817	0,0822	-0,611995104
Min. sıkıştırma yunuslama yer değiştirmesi	-0,0819	-0,0822	-0,366300366
Max. çekme gerilmesi	47,015	47	0,031904711
Min. basma gerilmesi	-47,347	-47	0,732886983
Çırpınma hızı	11,62	11,6	0,172413793

Şekil 7: Bizim ve Referansın Sonuçlarının Karşılaştırması

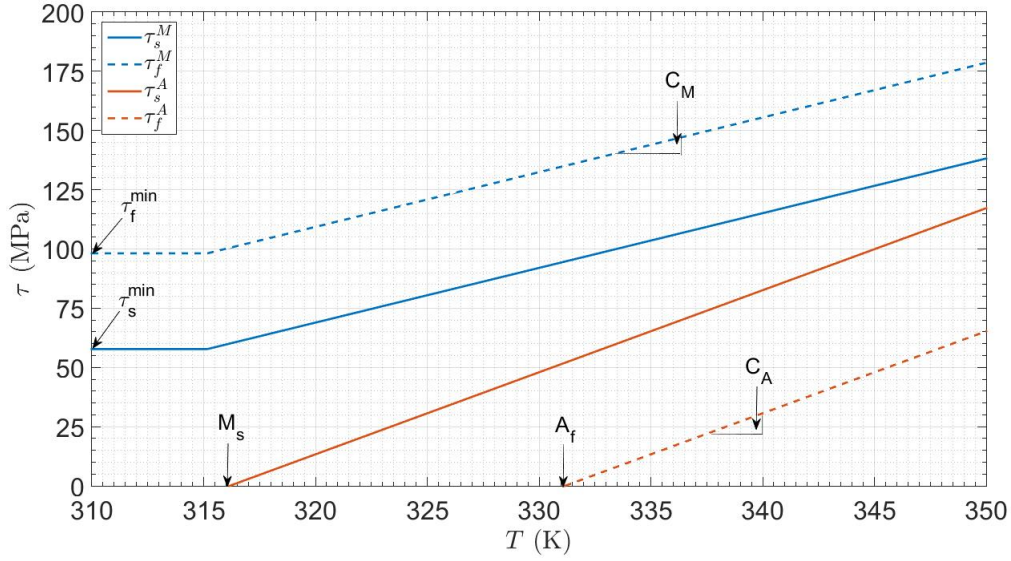
ŞHA yayının yapısal davranışı: Aşağıdaki Tablo 1'de [Aguir ve Pacheco, 2010]'dan alınan, tüm analizler boyunca kullanılan ŞHA parametreleri görülmektedir.

Table 1: Şekil Hafızalı Alaşım Parametreleri

Parametre	Değer	Birim
M_f	302	K
M_s	315	K
A_s	316	K
A_f	331	K
C_M	4	MPa/K
C_A	6	MPa/K
σ_s^{min}	100	MPa
σ_f^{min}	170	MPa
ϵ_{res}	6.7	%
G_M	11.5	GPa
G_A	14.5	GPa
μ_p	0.3	-

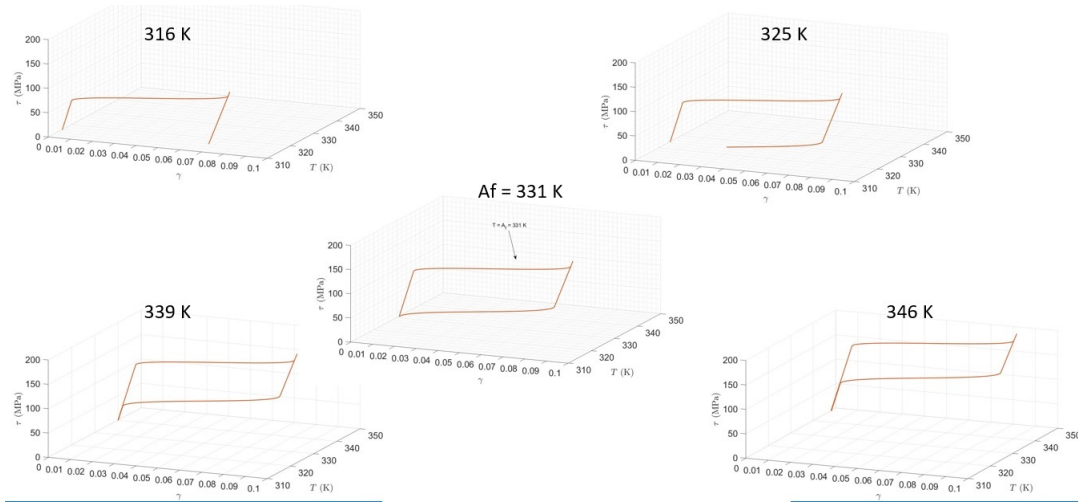
İleri faz dönüşümü ($M \rightarrow A$) kayma gerilmesi minimum başlangıç gerilmesine ulaştığı zaman başlar ($\tau \geq \tau_s^{min}$ ve $\tau_s^{min} = \sigma_s^{min} / \sqrt{3}$) ve kayma gerilmesi minimum bitiş gerilmesine ulaştığında biter. ($\tau \geq \tau_f^{min}$ ve $\tau_f^{min} = \sigma_f^{min} / \sqrt{3}$). Bu kritik gerilmeler M_s sıcaklığına ulaşana kadar sıcaklıkla değişmez. Bu sıcaklık değerinden sonra, artan sıcaklıkla beraber kritik gerilmeler de artmaya başlar. Tablo 4'deki parametrelere göre, kullandığımız ŞHA malzemesinin sıcaklık ve gerilim grafiği Şekil 8'de görülmektedir.

Grafikte de görüldüğü üzere ŞHAların kritik gerilme değerleri sıcaklıkla değişmektedir. Bu değerler martenzit başlangıç sıcaklığına kadar sabit kalmaktadır. Fakat bu sıcaklıktan itibaren, kritik gerilme değerleri artan sıcaklıkla beraber doğrusal olarak artmaktadır. Analizleri yaptığımız östenit bitiş sıcaklığı olan 331 K'deki kritik gerilmeler ise $k = 174.75 N/m$, $\tau_s^M = 95 MPa$, $\tau_f^M = 135 MPa$, $\tau_s^A = 52 MPa$ and $\tau_f^A = 0 MPa$ olarak bulunmuştur. Şekil 9'da ŞHA malzemesinin farklı sıcaklıklarda gerilme-şekil değiştirme grafikleri görülmektedir. Görüldüğü üzere, 331 Kelvine kadar olan sıcaklıklarda yapılan dönüşümlerde malzemede "artık şekil değiştirme" kalmaktadır. Östenit bitiş sıcaklığından itibaren malzeme, süperelastik davranışı sayesinde histerezis oluşturmakta ve şekil değişimi tamamen geri döndürülmektedir. Sıcaklığın artmasıyla beraber artan kritik gerilmeler



Şekil 8: Kritik Gerilme Değerlerinin Sıcaklıkla Değişimi

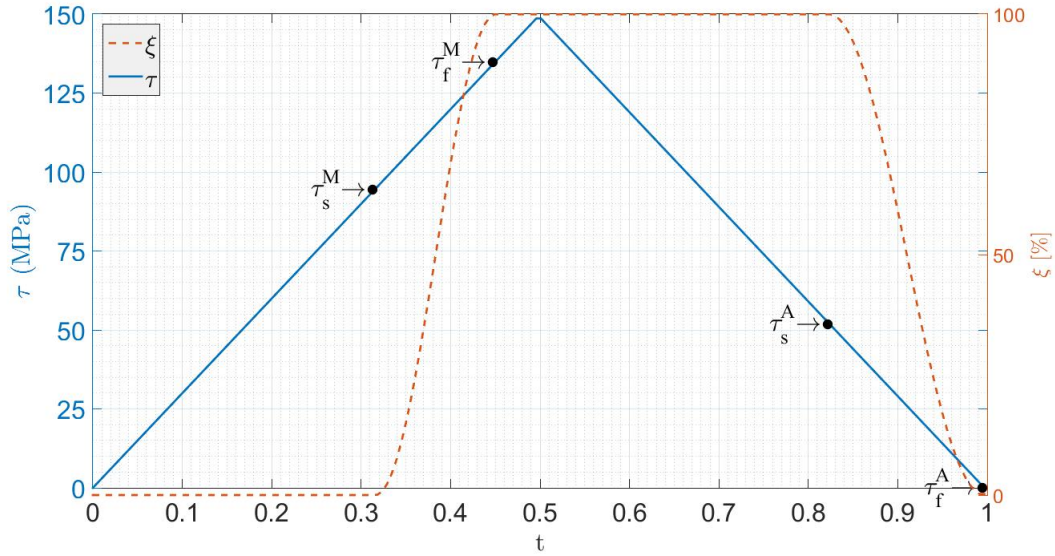
sebebiyle histerezisler de gitgide yukarı kaymakta ve küçülmektedir.



Şekil 9: Farklı Sıcaklıklar İçin Gerilme - Şekil Değiştirme Grafiği

Östenit bitiş sıcaklığında yapılan dönüşüm detaylandırıldığında Şekil 10'daki grafik elde edilebilir. Grafikte gerilim ve martenzit oranı arasındaki ilişki gösterilmiştir. Görüldüğü üzere gerilim, martenzit başlangıç değerine ulaştığı zaman martenzit oranı artmaya başlamaktadır. Tam olarak martenzit bitiş gerilmesine ulaştığında martenzit oranı 1 olmaktadır. Tam tersi şekilde martenzitten östenite dönüşümde martenzit oranı 0'a doğru azalmaktadır. Kritik değerler dışında ise martenzit oranı sabit kalmaktadır.

Analizde kullandığımız aeroelastik kanat kesiti parametreleri ve şekil hafızalı alaşım yayı geometrisi Tablo 2'deki gibidir. Ayrıca yay uzunluğu da 36.7mm ve başlangıç dalma yer değiştirmesi (h_0) 0.08 ve başlangıçta malzemenin östenitik fazda ($\xi = 0$) olduğu varsayılmaktadır. Tablodaki değerlere ve başlangıç koşullarına göre başlangıç yay sabiti $174,74\text{ kN}$ bulunmuştur.



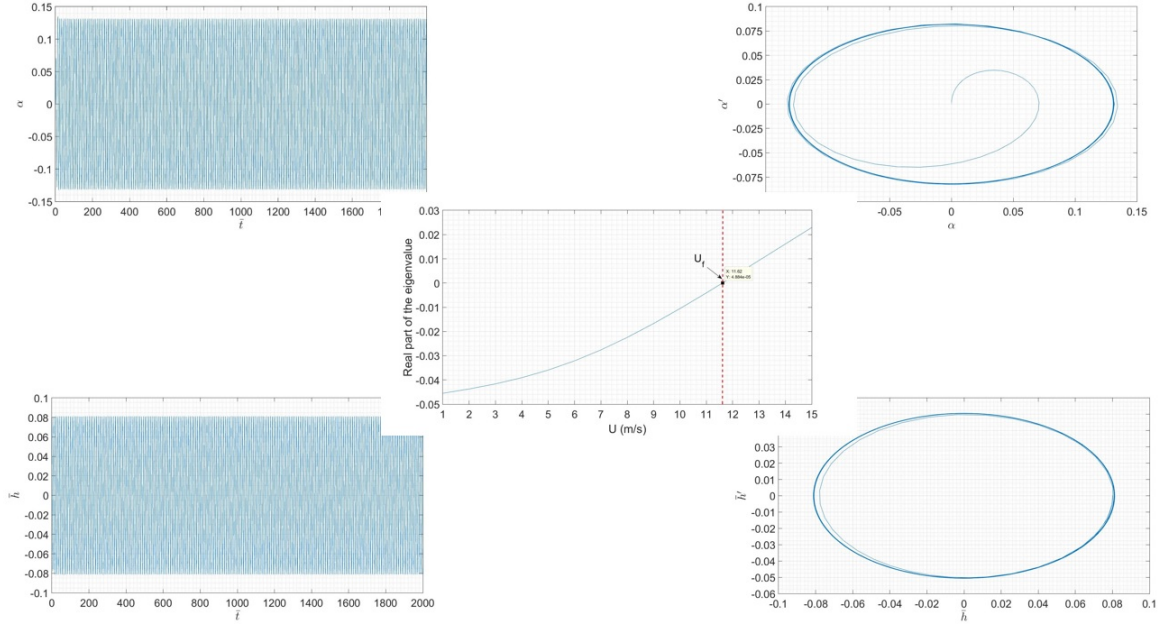
Şekil 10: Yükleme ve Boşaltma Durumunda Martenzit Oranındaki Değişim

Table 2: Aeroelastik Kanat Kesiti Parametreleri

Parametre	Değer	Birim
l	0.5	m
b	0.125	m
c	-0.5	-
x_α	0.256	-
m	1.542	kg/m
m_f	2.548	kg/m
I_α	0.0072	$kg.m$
k_α	5.08	N/rad
k_h	4200	N/m^2
ζ_α	0.088	-
ζ_h	0.0035	-
w	0.085	m
r	0.00095	m
R	0.008	m
N	16.5	-

ŞHA yayının çarpınma hızındaki etkileri: Çarpınma analizi göz önüne alındığında, çarpınma (flutter) hızının üstündeki hızlarda, kanat kararsız davranış ve salınımlar gösterir ve bu da kırma yol açabilir. Aynı durum eğer faz dönüşümü olmazsa ŞHA yaylı model için de geçerlidir. Diğer bir deyişle ŞHA yayı faz dönüşümü olmadığı sürece çelik yay gibi davranmaktadır. Çarpınma hızı bulunurken özdeğer analizi yaklaşımını benimseyen p metodu kullanılmıştır. Bulunan bu özdeğerlerden birinin, sıfırdan geçen gerçek kısmının hız ekseninde denk geldiği nokta bize çarpınma hızını vermektedir. Bizim problemimiz için bu hız Şekil 11'deki grafikte görüldüğü gibi $11.62m/sn$ bulunmuştur. Ayrıca çarpınma hızında meydana gelen yunuslama ve dalma yer değiştirmeleri ve bu yer değiştirmelerin faz portreleri bu grafikteki gibi bulunmuştur.

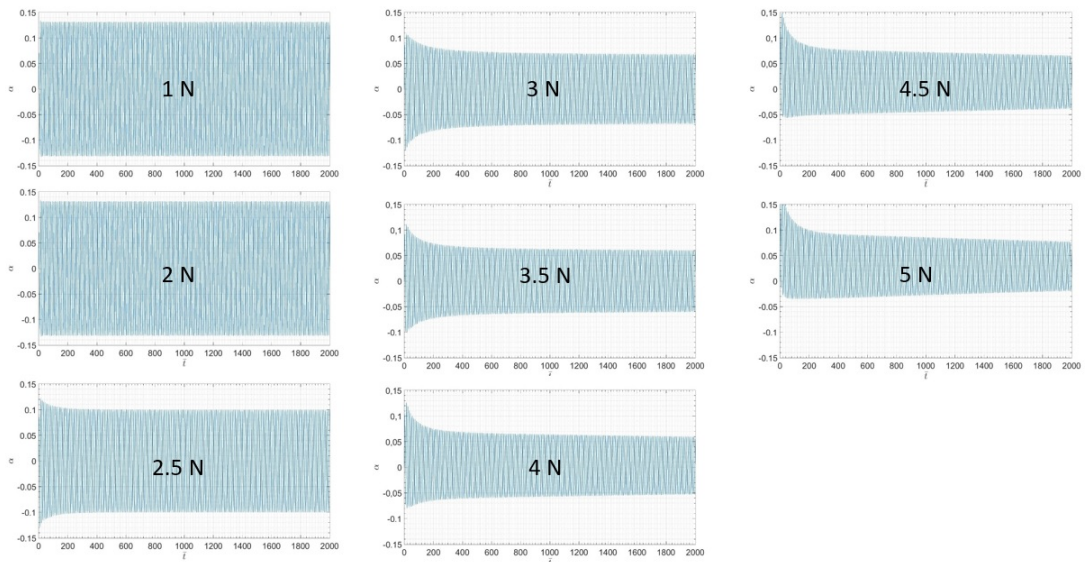
Yunuslama açılarından yola çıkılarak bulunan en yüksek yay yer değiştirmesi $11mm$ bulunmuştur ve buna tekabül eden en yüksek gerilme değeri $47MPa$ bulunmuştur. Bulunan bu en yüksek gerilme değeri faz dönüşümü için gerekli olan kritik değerden azdır. Bu bağlamda, ŞHA yayı etkilerini gözlemleyebilmek için kritik gerilme değerine ulaşmalı ve bunun içinde yaylara bir ön yükleme



Şekil 11: Çırpınma Hızı Tespiti ve Çırpınma Hızındaki Yer Değişirmeler

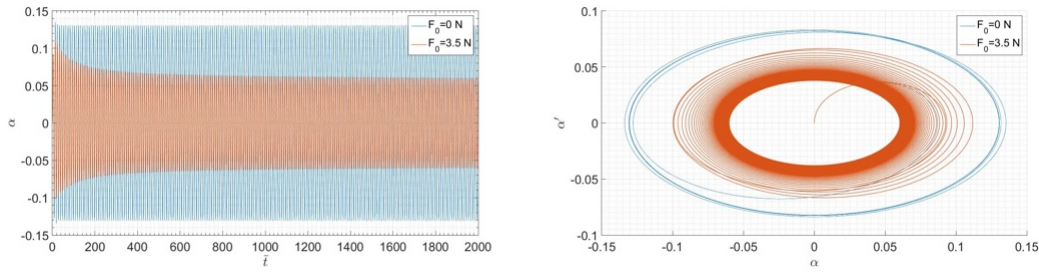
yapmamız gerekmektedir. Bu yüzden birkaç farklı değerde ön yükleme, yaylara uygulanarak yaylarının faz dönüşümüne girmesi sağlanmış ve davranışları incelenmiştir.

1 N ile 5 N arasında ön yükleme değerleri ŞHA yayına uygulanmış ve sonuçlar yunuslama ve dalma yer değiştirmeleri açısından Şekil 12'deki grafiklerle elde edilmiştir. Grafiklerde görüldüğü üzere ŞHA yayının lineer olmayan etkileri dolayısıyla salınımlar, artan ön yükleme değerleri ile azalmaktadır. 4.5 N 'luk ön yüklemeden sonra büyüklükler yarı yarıya düşmektedir. Bu noktadan itibaren azalmalar çok küçüktür ve salınımlar sınır çevrim salınımlarına dönüşmüştür diyebiliriz. Bu, ŞHA yayının doğrusal olmayan sönümleyici etkisi sebebiyle olmaktadır.



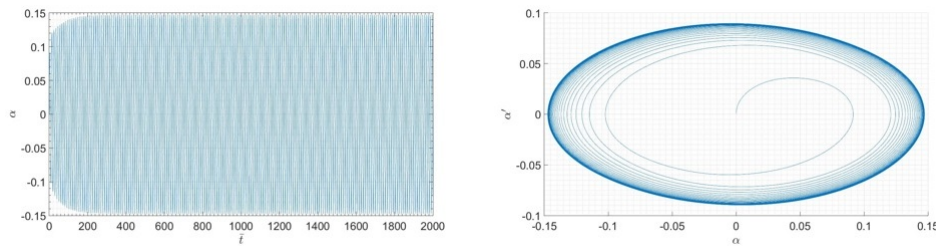
Şekil 12: Artan Ön Yüklemeler ile Yunuslama Yer Değişirmesinin Değişimi

Ayrıca ŞHA yayının etkisini daha iyi görebilmek için, ön yükleme olmadan ve 3.5 N ön yükleme uygulanmış olarak alınan sonuçlar Şekil 13'te görüldüğü gibi tek bir grafikte karşılaştırılmıştır.



Şekil 13: 0 ve 3.5 N Ön Yükleme Uygulanan ŞHA Yaylarının Etkilerinin Karşılaştırması

ŞHA yayının çarpınma hızı üzerindeki hızlarda etkileri: Son aşama olarak, ŞHA yayının çarpınma hızı üzerindeki hızlarda davranışı incelenmiştir. Bu bölgedeki kararsız salınımları, sınır çevrim salınımlarına dönüştürmek uçuş güvenliği için faydalı olacaktır. Şekil 14'de 14 m/sn hava hızı ve yaylara uygulanan 3.5 N ön yükleme ile yapılan analizde kararsız salınımların sınır çevrim salınımlarına dönüşümü görülmektedir.



Şekil 13: 14 m/sn Hava Hızı ve 3.5 N Ön Yükleme Uygulandığında Yunuslama Yer Değiştirmesi

SONUÇ

Şekil hafızalı alaşım yaylı aeroelastik sistemin, belirli bir ön yükleme değeri limitine kadar çelik yay ile aynı davranışları sergilediği gözlemlenmiştir. Artan ön yükleme değerleri ile faz dönüşümü için gerekli olan kritik gerilme değerine ulaştıktan sonra salınımların genliklerinin, şekil hafızalı alaşım yayının doğrusal olmayan süperelastik etkileri tarafından sönümlendiği ve %50'ye kadar azaldığı gözlemlenmiştir. ŞHA yayının bu özellikleri sayesinde çarpınma ve çarpınma sonrası hızlarda salınımların kabul edilebilir sınır çevrim salınımlarına dönüştükleri gözlemlenmiştir. Bulunan sonuçlar, değerler ve karşılaştırmalar grafiklerle görsel amaçlı aktarılmıştır. Sonraki aşamalarda ŞHA malzemesinin 3 serbestlik dereceli kanat profillerinde veya ince plak malzemelerde etkilerinin araştırılması için çalışılacaktır.

Kaynaklar

- Aguiar, R.A.A. ve Pacheco, P., 2010. *Experimental and numerical investigations of shape memory alloy helical springs*, Smart Materials and Structures, 19(2), 025008
- Brinson, L., 1993. *One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 4(2), 229-242
- Edwards, J.W., 1979. *Unsteady aerodynamic modeling for arbitrary motions*, AIAA Journal, 17(4), 365-374

- Garafolo, N.G. ve McHugh, G.R., 2018. *Mitigation of flutter vibration using embedded shape memory alloys*, Journal of Fluids and Structures, 76(1), 592-605
- Hodges. D. ve Pierce. G., 2011. *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*, Cambridge University Press, Cambridge, s.175-206
- Lagoudas. D., 2008. *Shape Memory Alloys*, Springer, New York, s.5-15
- Liang, C. ve Rogers, C., 1997. *Design of shape memory alloy springs with applications in vibration control*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 8(4), 314-322
- Malher, A., Doare, O. ve Touze, C., 2017. *Influence of a hysteretic damper on the flutter instability*, Journal of Fluids and Structures, 68(1), 356-369
- Nan, G., Ding, D. ve Wang, W., 2019. *Aeroelastic analysis of preset angle for A typical airfoil section with cubic nonlinear stiffness*, 3rd International Conference on Fluid Mechanics and Industrial Applications, Taiyun, 29-30 June.
- Sousa, V.C., 2014. *Effect of pseudoelastic hysteresis of shape memory alloy springs on the aeroelastic behavior of a typical airfoil section*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 27(1), 1-17
- Theodorsen, T., 1935. *General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter*, Washington : National Advisory Committee for Aeronautics., (Report No. 496)
- Wang, J., Cao, Y., Gu, X., Xu, Y., Zhu, J. ve Zhang, W., 2020. *Finite element modeling of the damping capacity and vibration behavior of cellular shape memory alloy*, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 29(15), 2142-2155