

ATALETSEL SENSÖRLER KULLANARAK YÖNELİM BELİRLEMEDE FARKLI FİLTRE ALGORİTMALARININ KARŞILAŞTIRILMASI

Batu CANDAN¹
Roketsan A.Ş.
Ankara

Halil Ersin SÖKEN²
TÜBİTAK UZAY
Ankara

ÖZET

Bu çalışma, havadan satıha ve satıhtan satıha kullanılan hassas güdümlü mühimmatlar için geliştirilmesi planlanan, sadece ataletsel sensör ölçümlerinin kullanıldığı yönelim kestirim tekniğini sunmakta ve bu amaçla kullanılabilecek farklı kestirim algoritmalarının karşılaştırmasını yapmaktadır. Farklı Kalman Filtresi (KF) tabanlı yönelim kestirim algoritmaları çalışmanın bu aşamasında basit bir araç modeli üzerinde test edilmiştir. Her bir KF algoritmasının performansı bu doğrusal olmayan sistemlerde, ivmeölçer ile dönüölçer kayımı (bias) gibi hataları ve sistem-ölçüm belirsizliklerini de dikkate alarak araştırılmış, Monte Carlo koşulları ile algoritmanın hassasiyeti sınanmıştır. Dış ivmelenmenin kestirim üzerindeki etkisini azaltmak için bir Uyarlamalı Kalman Filtresi önerilmiş ve kestirim doğruluğu açısından diğer filtreler ile karşılaştırılmıştır.

GİRİŞ

Çağımızda ülkelerin askeri gücü için büyük önem teşkil eden savunma ve havacılık/uzay uygulamalarının her alanında karşımıza platform yönelimi belirleme problemi çıkmaktadır. Askeri amaçlar için kullanılmakta olan hassas güdümlü mühimmat/füze çeşitlerinde yönelim belirlemek amacı ile kullanılan sistemler Ataletsel Seyrüsefer Sistemleri (INS) ve bu sistemi doğrulamada (güncellemede) kullanılan, başta Küresel Seyrüsefer Uydu Sistemleri (GNSS) olmak üzere, doğrulayıcı referans sistemler olarak ikiye ayrılabilir. Söz konusu sistemler çeşitli avantajlara sahip olmakla beraber, tek başlarına kullanılmaları dezavantajları da beraberinde getirmektedir (Tablo 1). İki sistemin beraber, tümleştirilerek kullanılmasının en verimli metot olduğu pek çok çalışmada [Angrisano, 2010; Bar Shalom et al., 2001; Godha, 2006; Grewal et al., 2020; Groves, 2013; Hajiyev & Söken, 2016; Noureldin et al., 2013; Shin & Sheimy, 2002; Sveinsson, 2012; Yang, 2008; Wei et al., 2005] gösterilmiş olup, iki sistemin dezavantajlarını ortadan kaldıran bu tümleştirme işleminin arka planında durum/yönelim kestirim algoritmalarının bulunduğu bilinmektedir.

Tablo 1: INS ve GNSS Sistemlerinin Özellik Karşılaştırması [Noureldin et al., 2013]

Karakteristik	INS	GNSS
Seyrüsefer Doğruluğu	Kısa süreli	Uzun süreli
İlklendirme	Gerekli	Gerekli değil
Yönelim Bilgisi	Ulaşılabilir	Genellikle ulaşılabilir
Yerçekimi Hassasiyeti	✓	×
Kendi Kendine Yetebilme	✓	×
Parazit Bağışıklığı	✓	×
Veri Aktarım Hızı	Yüksek	Düşük

¹ Hassas Güdümlü Taktik Sistemler Uçuş Mekanikçi Mühendisi, E-posta: bcandan@etu.edu.tr

² Dr., Başuzman Araştırmacı, E-posta: ersin.soken@tubitak.gov.tr

INS/GNSS tümleştirme için kullanılan optimal algoritmalar Kalman Filtreleme (KF), Parçacık Filtreleme ve Yapay Zekâ (AI) algoritmaları olarak sayılabilir [Noureldin et al., 2013]. Söz konusu algoritma sınıflandırma konusuna farklı bir perspektif de Bar-Shalom tarafından getirilmiş olup, Tümleştirici Filtreleme (Complementary Filtering), Merkezi Tahmin Füzyonu (Centralized Estimation Fusion) ve Dağınık Tahmin Füzyonu (Decentralized Estimation Fusion) olarak üç kola ayrılmıştır [Bar-Shalom et al., 2001]. Fakat, bu çalışmanın da ele alacağı üzere INS/GNSS füzyonu her zaman uygulanabilir bir çözüm olmamakta, dolayısı ile alternatif bir çözüm olarak sadece INS ölçümlerinin kullanıldığı yönelim kestirim algoritmaları yoğun olarak araştırılmaktadır. GNSS'in uygulanabilir bir çözüm olmamasının altında yatan temel sebepler olarak da aynı görevi sadece INS ölçümleri yardımı ile yapabilirken, GNSS entegre edilen mühimmat uygulamalarında gereksiz maliyet artışı ve işgücü kaybı, ayrıca kısa süreli görev uçuşuna sahip bu satıh füzelerinde, GNSS sistemi çalıştırılmasının akılcı bir çözüm olmaması gösterilebilir. Bununla beraber GNSS dış bozuculara oldukça açık bir sistemken, INS ile yapılan çözümlerde bu risk yoktur. Sadece ataletsel sensörleri kullanarak yönelim kestiriminde bir çözüm platformun ilk yönelim bilgisi biliniyorsa, şüphesiz jiroskop ölçümlerini kullanarak yönelimi süreç boyunca ötelemek şeklinde olabilir. Fakat bu şekilde çözüme gidilen sistemlerde söz konusu jiroskopların çok hassas ve haliyle pahalı sistemler olması gerekir. Ayrıca öteleme için platformun ilk yönelimini her zaman bilmek mümkün olmayabilir. Dolayısı ile ataletsel sensörlerin ölçümlerini bir KF ile tümleştirerek yönelim kestiren bir yaklaşım sunmak gerekir. Bu projenin de temelini bu tarz bir yaklaşım oluşturmaktadır.

Sadece ataletsel sensörler kullanarak yönelim belirleme üzerine literatürde birçok çalışma mevcuttur. Bunlar sadece INS ölçümleri kullanarak yunuslama ve yuvarlanma açılarının kestirildiği çalışmalar ve INS'e ek olarak manyetometre ölçümlerinin de kullanılarak 3 eksen tam yönelim kestirimi yapılan çalışmalar olarak kategorilenebilir. Yalnızca INS ölçümlerinin kullanıldığı ve yönelim açılarının kestirildiği çalışmalarda tümleştirici ve KF stratejilerini baz alan temel yaklaşımlar mevcuttur. Tümleştirici filtreleme yaklaşımına giren çalışmalarda; Mahony, yönelim belirlemek için, kuaternion uzayında jiroskop ve ivmeölçer sensörleri arasındaki füzyonu çizgisel olmayan bir kazanç ile sağlar iken Madgwick ve Fourati ise "Dereceli Alçalma" (Gradient Descent) tabanlı algoritmalar ile aynı füzyonu sağlayıp, yönelim belirleme amacına ulaşmaya çalışmışlardır. Wu ise söz konusu füzyon çalışmalarına manyetometre de dahil ederek, tümleyici filtreleme literatürünü genişletmiştir [Fourati, 2015; Madgwick et al., 2011; Mahony et al., 2008; Wu et al., 2016]. Öte yandan, Kalman filtreleme yaklaşımı kullanan çalışmalarda yakın geçmiş trend içindeki temel mantık filtre parametrelerinin (özellikle gürültü kovaryans matrisinin) gürbüz şekilde ayarlanması/seçilmesi ve dışsal ivme etkisi altında filtre dinamiklerini değiştirmek iken, son çalışmalarda bu trende ek olarak jiroskop kayımının da bağımsız bir KF ile tahmin edilmesi üstüne çalışılmaktadır [Javed et al., 2020; Kang & Park, 2009; Soken & Hajiyev, 2013; Suh, 2010]. Yakın geçmiş çalışmalardan örnek olarak Harada [Harada et al., 2003], ölçüm gürültü matrisini, dışsal ivmenin etkisine bağlı olarak, değişimli adaptif bir yapıya kavuştururken, Lee dışsal ivmeye karakteristik bir matematiksel model tanımlama ve ölçüm gürültüsü kovaryansını bu modele bağlı olarak kurma yoluna gitmiştir [Lee et al., 2012]. Günümüze dönüldüğünde ise Zihajehzadeh ve Javed'in çalışmalarında da kendine yer bulan jiroskop kayımının ve sistem yöneliminin, birbirini besleyen (cascaded) filtreler aracılığı ile kestirilmesi literatürde sık rastlanır çalışmalardan olmuştur [Javed et al., 2020; Zihajehzadeh et al., 2015]. Zihajehzadeh, ölçüm gürültü kovaryansını Lee'nin çalışmasında yer alan tasarım ile aynı tutarken, Javed bu tasarımı değiştirmiş ve filtreleme operasyonunu daha adaptif bir hale getirmeye çalışmıştır.

Tümleştirici filtreleme yaklaşımlarının hesaplama yükünün hafif olmasının ve basit yapısının getirdiği avantaj, Javed'in de belirttiği üzere bu filtrelerin yönelimi kestirmeye çalışırken dışsal ivme unsurlarını göz ardı etmesi ve uzun süreli dinamik senaryolarda tahmin kalitesinin monoton şekilde düşmesi sebebi ile dezavantaja dönmetedir [Javed et al., 2020]. Halbuki KF tabanlı yaklaşımlar, söz konusu dışsal ivme unsurlarını filtreleme operasyonu sırasında göz önünde bulundurduğundan dolayı tümleştirici filtreleme uygulamalarına karşı önemli bir koza sahiptir.

Öte yandan, KF tabanlı yaklaşımlarda da sorun farklı dinamik senaryolar esnasında filtre parametrelerinin söz konusu senaryolara göre ayarlanması gerekliliğidir. Lee'nin çalışmasının en önemli dezavantajı da söz konusu parametreleri filtreleme süreci içinde sabit bırakması ve jiroskop kayımını göz ardı etmesidir [Lee et al., 2012]. Bağlantılı iki filtre ve adaptif bir parametre ayarlama metodolojisi ile bu soruna cevap arayan Javed'in çalışmasında ise ayarlanması gereken fazla sayıda parametre olması ve kompleks tasarım bu metodun dezavantajları olarak karşımıza çıkmaktadır [Javed et al., 2020]. Referans metotlar alt başlığında iki strateji de detaylı şekilde irdelenecektir.

Bu çalışmadaki amaç ise yukarıda açıklanmış çalışmalar ile aynı güdümden olarak sadece ataletsel sensör ölçümlerinin kullanılması ve belirli varsayımlar altında yönelim kestirimi yapılmasıdır. Yukarıda değinilen çalışmalardan temel fark yönelim kestirimlerinin varsayımlardan gelen hata ve belirsizliklere karşı daha gürbüz olmasının hedeflenmesidir. Bu amaçla Söken ve Hajiyeve tarafından önerilen bir KF uyarlama algoritması [Söken & Hajiyeve, 2016], mevcut probleme uygulanmış ve sonuçları Javed ve Lee'nin algoritmaları ile karşılaştırılmıştır. Çalışmanın bu aşamasında benzetimler doğrusal yolda ilerleyen ve sürecin farklı aşamalarında farklı ivmelenmelere sahip bir araç modeli üzerinde test edilmiştir. Gerçek yönelim değerlerinin değişmediği bu basit model bize algoritmaları etkin bir şekilde karşılaştırma imkânı vermesinin yanı sıra, çalışmanın bir sonraki adımında benzer bir platformdan alınacak gerçek ölçümleri kullanarak, önerilen çözümü sınamayı mümkün kılacaktır.

Çalışmanın, Özet ve Giriş bölümlerinden sonra izleyeceği genel başlıklar ise problemin ve sunulan filtreleme çözümünün, karşılaştırma yapılacak çözümler ile beraber irdelendiği Yöntem kısmı ve çözümlerden gelen sonuçların incelendiği ve tartışıldığı Uygulamalar/Sonuçlar kısmı olacaktır.

YÖNTEM

Problem Tanımı

Platform üstünde GNSS ve INS entegrasyonunun mümkün olmaması sebebi ile geliştirilecek filtreleme algoritması sadece INS'in verilerini kullanacaktır. Söz konusu veriler üstünden bir yönelim kestiriminin yapılabilmesi için ivmeölçer ve jiroskop çıktılarının yönelim açıları ile olan ilişkisi ortaya konmalıdır.

Bahsi geçen ilişki ortaya konmadan önce, ivmeölçer ve jiroskop modellerinin oluşturması bu çalışmanın ileri bölümleri için faydalı olacaktır.

$$\mathbf{y}_G = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{b}_G + \mathbf{n}_G \quad (1)$$

$$\mathbf{y}_A = \mathbf{g} + \mathbf{a} + \mathbf{n}_A \quad (2)$$

Denklem (1) ve (2) sırası ile, bu çalışmada kullanılan jiroskop ve ivmeölçer modellerini göstermektedir. $\boldsymbol{\omega}, \mathbf{b}_G, \mathbf{n}_G$ sırası ile ideal jiroskop çıktı vektörü, jiroskop kayım vektörü ve gürültü vektörü iken, $\mathbf{g}, \mathbf{a}, \mathbf{n}_A$ sırası ile yerçekimi vektörü, ideal ivmeölçer çıktı vektörü ve gürültü vektörüdür.

Sensör gürültüsü her iki sensör için de bağıntısız/ilintisiz ve sıfır ortalamaya sahip Gaussian dağılıma sahip beyaz gürültü olarak modellenmiştir.

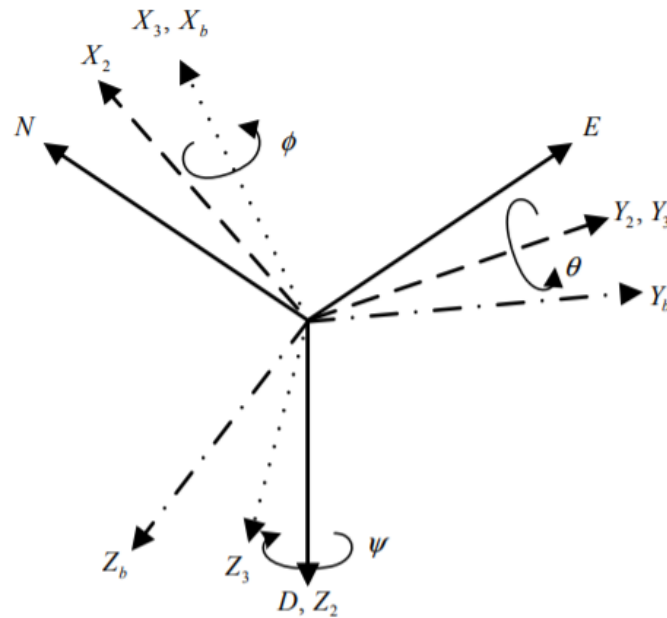
$$\mathbf{DCM} = {}^i_s\mathbf{R}^s = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\theta & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\theta \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\theta & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\theta \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{R_{32}}{\sqrt{R_{31}^2 + R_{33}^2}}\right) \quad (4)$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-R_{31}}{\sqrt{R_{32}^2 + R_{33}^2}}\right) \quad (5)$$

Denklem (3)'de bulunan ve Yönelim Kosinüs Matrisi (DCM) olarak adlandırılan kare matrisin son satırının sadece yuvarlanma (ϕ) ve yunuslama (θ) açısına ait bilgi içerdiği görülmektedir. Dolayısı ile söz konusu satırdaki bilgi kullanılarak yuvarlanma ve yunuslama açısı, Denklem (4) ve (5)'de görüldüğü gibi elde edilebilir. Burada dikkat edilmesi gereken husus, daha önce de belirtildiği üzere DCM'in platform eksen takımı (s) ve durağan eksen takımı (i) arasındaki dönüşümü gerçekleştirmesidir. Filtreleme operasyonu süresince gövde ve seyrüsefer eksen takımları arasındaki dönüşümlerde standart Z-Y-X (3-2-1) Euler formasyonu kullanılmıştır.

Şekil 2'de simüle edilecek sistem için de navigasyon eksen takımı olarak seçilen Kuzey-Doğu-Aşağı eksen takımında yuvarlanma (ϕ), yunuslama (θ) ve yanca (ψ) açıları görülmektedir.



Şekil 2: Euler Açılarının Kuzey-Doğu-Aşağı (NED) Eksen Takımında Gösterimi

Yerçekimi etkisinin de platform eksen takımına R matrisinin son satırı ile taşınabildiği şu şekilde ile gösterilebilir ($g = 9.81m/s^2$).

$$g = g[R_{31} \quad R_{32} \quad R_{33}]^T \quad (6)$$

Dolayısı ile, R matrisinin son satırının yanca kanalından bağımsız yönelim belirleme/kestirme ve bu kestirim esnasında yerçekimi etkisinin sistemin yönelimine olan etkisinin soyutlanması amacı ile kullanılabileceği görülmektedir.

Yönelim Kestirimi için Çözüm Algoritması

Önceki bölümden görüleceği üzere DCM'in son satırının bir durum vektörü olarak kullanılması ile doğrusal bir KF uygulamasının gerçekleştirilmesi yönelim kestirim problemi için çözüm olarak seçilmiştir. Sadece INS verilerinin kullanılacağı göz önüne alındığında, oluşturulacak filtre algoritmasının süreç modeli ve ölçüm modeli de INS verilerini kullanmak zorundadır.

Süreç Modeli: Durum değişkenlerinin yer aldığı durum vektörünün DCM'in son satırı kullanılarak ifade edilmiş şekli aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\mathbf{x} = [\mathbf{R}_{31} \quad \mathbf{R}_{32} \quad \mathbf{R}_{33}]^T \quad (7)$$

Böylece süreç modeli, söz konusu durum vektörünü kullanarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{F}_{t-1}\mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{w}_{t-1} \quad (8)$$

Denklem (8)'de yer alan $\mathbf{F}$ matrisi sistem durum taşınım matrisi iken, $\mathbf{w}$ ise sürecin gürültüsünü barındıran, bağıntısız ve Gaussian gürültü dağılımına sahip bir vektördür.

DCM matrisi olan $\mathbf{F}$ 'in $t - 1$ zamanından t zamanına ötelenmesi, durum vektörünün nasıl öteleneceği hakkında da fikir verecektir. $\mathbf{R}$ 'nin zaman içinde ötelenmesi Noureldin'in de bahsettiği üzere genel bir bilgidir ve ifadesi aşağıdaki gibidir [Noureldin et. al, 2013].

$$\mathbf{R}_t = \mathbf{R}_{t-1}(\mathbf{I}_3 + \Delta t \tilde{\boldsymbol{\omega}}_{t-1}) \quad (9)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 0 & -v_3 & v_2 \\ v_3 & 0 & -v_1 \\ -v_2 & v_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

"Tilde" operatörü bir vektörün çapraz çarpımını (cross-product) nitelemektedir ve herhangi bir üç elemana sahip $\mathbf{v}$ vektörünü Denklem (10)'da görüleceği üzere kare matris formuna getirmektedir.

$$\mathbf{x}_t = (\mathbf{I}_3 - \Delta t \mathbf{y}_{G_{t-1}})\mathbf{x}_{t-1} - \Delta t \tilde{\mathbf{x}}_{t-1} \mathbf{n}_G \quad (11)$$

Ayriyeten, DCM matrisinin yalnızca son satırı yani filtrenin durum vektörü kestirime dahil olduğundan, Denklem (1), (9) ve (10) kullanılarak Denklem (11) yazılabilmektedir.

Denklem (11), (8) ile karşılaştırıldığında durum taşınım matrisi ve süreç gürültü vektörü aşağıdaki gibi tanımlanabilir. Süreç gürültüsünün kovaryans matrisi ise süreç gürültü vektöründen elde edilmektedir.

$$\mathbf{F}_{t-1} = \mathbf{I}_3 - \Delta t \mathbf{y}_{G_{t-1}} \quad (12)$$

$$\mathbf{w}_{t-1} = -\Delta t \tilde{\mathbf{x}}_{t-1} \mathbf{n}_G \quad (13)$$

$$\mathbf{Q}_{t-1} = E[\mathbf{w}_{t-1} \mathbf{w}_{t-1}^T] = -\Delta t^2 \tilde{\mathbf{x}}_{t-1} \boldsymbol{\Sigma}_G \tilde{\mathbf{x}}_{t-1} \quad (14)$$

$\boldsymbol{\Sigma}_G$ terimi jiroskopun gürültüsünün kovaryans matrisini göstermekte ve üç eksene eşit dağıldığı kabul edilen $\sigma_G^2 \mathbf{I}_3$ değerlerinden oluşmaktadır.

Ölçüm ve Dışsal İvme Modeli: İvmeölçer ölçümleri baz alınarak kurulan ölçüm modeli, zaman ile biriken kestirim hatalarını düzeltmesi amacı ile kullanılmaktadır.

Genel denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilecek standart bir ölçüm modeli için, KF operasyonu sırasında kullanılacak terimler aşağıdaki gibi elde edilebilir.

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{H} \mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t \quad (15)$$

Ölçüm modeli içindeki gözlem matrisini, ölçüm vektörünü ve ölçüm gürültüsü kovaryans matrisini elde etmeden önce, dışsal ivme modeli ve bu modelin ölçüm modeli ile olan ilişkisini ortaya koymak yararlı olacaktır.

$$\mathbf{a}_t = c_a \mathbf{a}_{t-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (16)$$

$$c_a = \begin{cases} c_a, & \alpha_t = 1 \\ 0, & otherwise \end{cases} \quad (17)$$

Lee'nin öne sürdüğü ve etkinliği geçmiş çalışmalarda gösterilen, bu çalışmada da birinci dereceden beyaz gürültü olarak modellenen dışsal ivme Denklem (16)'de görülebilmektedir [Lee et al., 2012]. Birimsiz c_a sabiti dış ivme için birinci dereceden beyaz gürültünün kesilme frekansı iken, $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ ise zaman içindeki süreç hatasını göstermektedir. Denklem (17)'de ise Javed'in adaptasyonuna benzer şekilde [Javed et al., 2020] dışsal bir ivmenin varlığında c_a sabiti sisteme entegre edilirken, kalan durumda bu sabite sıfır değeri verilmiştir. Tahmin edilen ivme $\mathbf{a}_t^-$ ve kestirilen ivme $\mathbf{a}_{t-1}^+$ şeklinde etiketlenir ise, Denklem (16)'nın ışığında aşağıdakiler yazılabilir.

$$\mathbf{a}_t^- = c_a \mathbf{a}_{t-1}^+ \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{a}_t - \mathbf{a}_t^- \quad (19)$$

(18) ve (19), (2) içine yerleştirilirse ortaya çıkacak olan denklem aşağıdaki gibidir.

$$\mathbf{y}_{A_t} - c_a \mathbf{a}_{t-1}^+ = \mathbf{g} \mathbf{x}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{n}_A \quad (20)$$

Denklem (20), (15) ile karşılaştırıldığında elde edilmek istenen terimler sırası ile aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{y}_{A_t} - c_a \mathbf{a}_{t-1}^+ \quad (21)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{g} \mathbf{I}_3 \quad (22)$$

$$\mathbf{v}_t = \boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{n}_A \quad (23)$$

Ölçüm Gürültüsü Kovaryans Matrisi Tasarımı: İleriki bölümlerde referans metotlar da tanıtılırken görüleceği üzere yönelim kestirimindeki en önemli detaylardan birinin ölçüm gürültüsünün kovaryans matrisi olduğu aşikardır.

$$\mathbf{M}_t = E[\mathbf{v}_t, \mathbf{v}_t^T] = \boldsymbol{\Sigma}_{acc} + \boldsymbol{\Sigma}_A \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{acc} = \frac{c_a^2 \|\mathbf{a}_{t-1}^+\|^2 \mathbf{I}_3}{3} \quad (25)$$

Denklem (24) ile ifade edilebilen bu matrisin iki bileşenden oluştuğu kabul edilmiştir. Birincisi, dışsal ivme modelinin filtreleme süreci esnasında sahip olduğu model hatasının kovaryansı iken, diğer terim üç eksene eşit dağılan ivmeölçer gürültüsünün $\sigma_A^2 \mathbf{I}_3$ değerini alan ifadesidir. Denklem (25)'deki ilk terimin tasarımı için ise Lee ve Javed'in getirdiği farklı yaklaşımlar ileriki bölümlerde kendine yer bulacaktır. Bu çalışmada, dışsal ivme modeli hatasının kovaryans matrisi için seçilen yol Lee ile benzer şekilde, (25)'de görüleceği üzere dışsal ivmeyi eşit şekilde dağıtan köşegenleştirme mantığını kullanmaktadır [Lee et al., 2012; Javed et al., 2020].

Fakat bir yenilik olarak, ölçüm gürültüsü kovaryans matrisine bir ölçeklendirme tanımlanmaktadır. Bu ölçeklendirmeden kısaca bahsedilecek olursa giriş bölümünde bahsedilen Söken'in KF operasyonunu gürbüz ve adaptif bir yapıya kavuşturmak için yaptığı çalışmalara bakılabilir [Hajiyev ve Söken, 2013]. Söz konusu çalışmalardan hareket ile, bu çalışma için de bir $\mathbf{M}_t$ adaptasyonu (gürültü kovaryans ölçeklendirmesi) geliştirmek mümkündür.

Filtre kazancını (Kalman Gain) eniyilemek için yapılan söz konusu bu adaptasyonda, S_k ölçüm gürültüsü ölçeklendirme faktörü olmak üzere, kazanç sonunda aşağıdaki gibi tanımlanabilecektir.

$$S_k = \frac{\tilde{e}_k^T \tilde{e}_k - \text{tr}\{H_k P_{k,k-1} H_k^T\}}{\text{tr}\{M_k\}} \quad (26)$$

$$K_k = P_k^- H^T (H P_k^- H^T + S_k M_k)^{-1} \quad (27)$$

Söz konusu denklemlerde $\text{tr}\{\cdot\}$ kare matrisin köşegen elemanlarının toplamı yani matrisin izini belirten operatör ve $\tilde{e}_k$ inovasyon kovaryansının kare matrise dönüştürülmüş halidir. Denklem (25)'de yer alan ve (26)'da Kalman kazancına katılan ölçeklendirme faktörü iki farklı şekilde bu çalışmadaki algoritmaya yerleştirilebilir. Bunlardan ilki, Denklem (26)'da verildiği gibi ölçeklendirme faktörünü tek boyutlu bir skaler olarak tutmak iken diğer metot ise söz konusu bu faktörü bir matris haline getirerek kullanmaktır [Hajiyev ve Söken, 2016]. Bu çalışmada aktif olarak kullanılan ölçeklendirme diyagonal matris faktörü kullanılarak yapılacak ve ölçeklendirme faktörünün kestirim kalitesine etkisi ilerleyen bölümlerde gösterilecektir. Filtre kazancının, farklı dinamik senaryolar içinde bahsedilen metot yardımı ile ölçeklendirilmesi sonucunda jiroskop kayımını tahmin etmeye ve Javed'in çalışmasında görülen ikili filtre yapısına gerek kalmayacaktır.

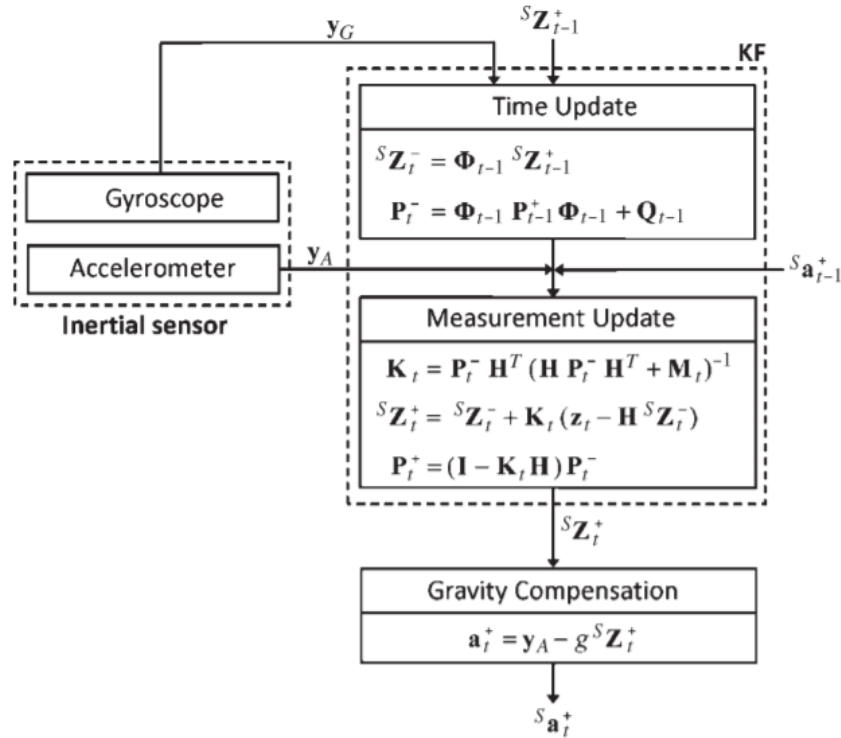
Referans Metotlar

Giriş bölümünde karşılaştırma yapılması planlanan metotlar olarak bahsi geçen, bu çalışma ile aynı amaca yönelik uğraş içeren Lee'nin ve Javed'in filtrelerinin kısa özeti aşağıdaki gibi verilebilir.

Lee'nin Filtresi [Lee et al., 2012]: Problem tanımında bahsedilen soruna Lee'nin geliştirdiği çözüm, bu çalışmada sunulan çözüm gibi DCM'in son satırını durum vektörü olarak kullanıp, süreç modelini jiroskop çıktıları ile ölçüm modelini ise ivmeölçer çıktıları ile inşa etmesidir. Fakat, Lee, sensör modellerine kayımın etkisi olmadığını varsaymış ve ayrıyeten yerçekiminden bağımsız sisteme etkiyen dışsal ivmenin sistem eksen takımına eşit şekilde dağıldığını kabul etmiştir. Bu çalışma ile benzer süreç (8), ölçüm (15) ve dışsal ivme modelini (16) kullanan Lee, birimsiz c_a sabitini dış ivmenin kesilme (cut-off) frekansını belirlemek için kullanmıştır.

Söz konusu bu sabitin 0 ve 1 arasında bir değer alabileceğini ve kullanıcı tarafından belirleneceğini öne süren Lee'nin yerçekimi etkisinin dışsal ivmeden ayrılması için ortaya koyduğu dış ivme modeli kestirim kalitesini kısa sürelerde artırırken, uzun süreli uygulamalarda, ileriki bölümlerde karşılaştırmalar sırasında da gösterileceği üzere, beklenen verimi sağlayamamıştır. Bu sonucun en büyük temel sebepleri ise Javed'in de gösterdiği gibi Lee'nin tahmin ettiği dış ivmelenmeyi üç eksene eşit dağıtması ve söz konusu dışsal ivmenin, tek KF operasyonu ile tahmin edilmeye çalışılmasıdır.

Jiroskop kayımının dahil edilmediği veya ölçüm gürültü kovaryans matrisinde ölçeklendirme yapılmadığı böyle bir filtreleme uygulamasında zaman ile dışsal ivme kestirimindeki hata artacak ve filtre gerçek sonuçlardan ırsayacaktır [Javed et. al, 2020]. Ayrıyeten c_a sabitinin filtreleme süreci boyunca değişmeden sabit kalması da kestirim kalitesinde düşüşlere sebep olmaktadır. Şekil 3'te Lee'nin çalışmasının özet hali görülebilmektedir.



Şekil 3: Lee'nin Filtresinin Özet Blok Diyagramı [Lee et. al, 2012]

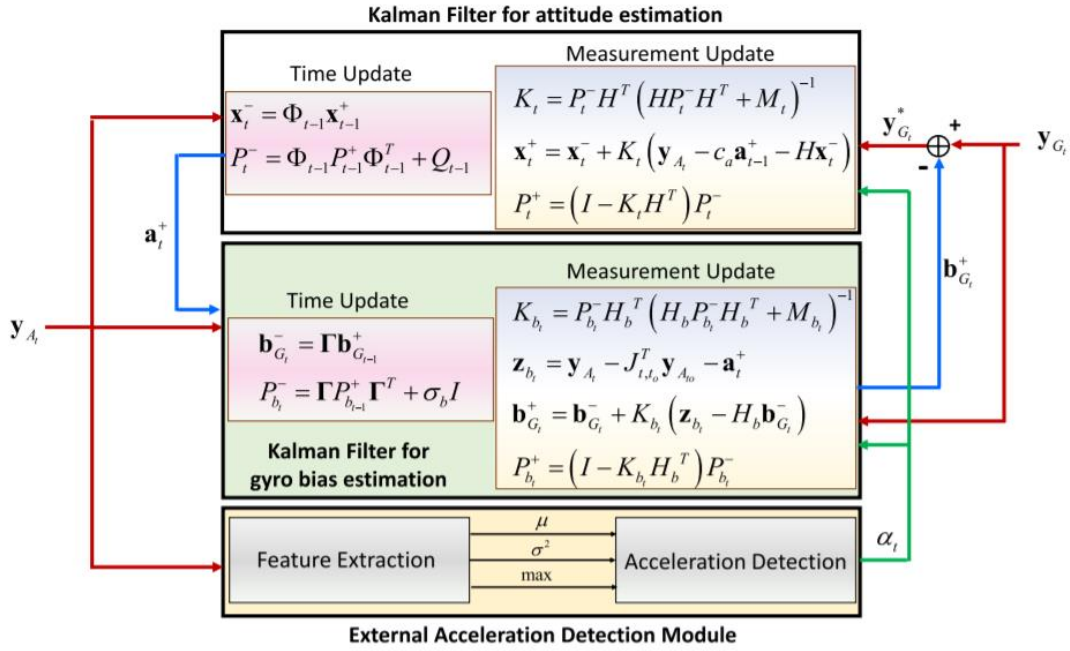
Ölçüm modeli kısmında Lee tarafından geliştirilen yaklaşım ise bu çalışmada da farklı bir türünün denendiği ölçüm-gürültü kovaryans matrisinin (M_t) tasarımıdır. Lee, söz konusu matrisi, ivmeölçerin ölçüm gürültüsünün kovaryans matrisi ($\Sigma_A = \sigma_G^2 I_3$) ve dışsal ivme modeli için varsaydığı model hatasının kovaryans matrisinin (Σ_{acc}) toplamı olarak, bu çalışmada da (24)'de görüleceği gibi ifade etmiştir.

Söz konusu denklemdeki önemli nokta, zaman ile değişen Σ_{acc} matrisinin analitik olarak belirlenememesi ve bunun sonucunda Lee'nin söz konusu kovaryans matrisine getirdiği yaklaşımdır. Bu yaklaşım ile Lee, daha önce belirtildiği gibi dışsal ivmenin etkisini filtre içinde karşılamak için dışsal ivme tahmininin vektör normunu diyagonal olarak üç eksene eşit olarak dağıtmış ve bunu yaparken bu çalışmada da kullanılan (25)'den yararlanmıştır. Böylelikle filtrenin, sisteme etkiyebilecek dış kuvvetlerin varlığında, ölçüm gürültü matrisinin değerini değiştirerek kestirim kalitesinin artırılması hedeflenmiştir.

Javed'in Filtresi [Javed et al., 2020]: Bu çalışma ve Lee'nin çalışması ile aynı eş güdüme sahip Javed, çalışmasında, Lee'nin çalışmasının bir önceki bölümde belirtilen kusurlarına çözüm getirmek için bağlantılı/basamaklı bir KF yapısı kullanmış ve dışsal ivmenin sisteme etkisine farklı bir perspektif getirmiştir. Yönelim kestirimi için Lee ile benzer süreç modelini kullanan Javed, ölçüm modelinde ise Lee'nin kusuru olarak gördüğü noktalara düzeltmeler yapmıştır.

Şekil 4'te Javed'in çalışmasının özet hali yer almaktadır ve söz konusu düzeltmelerden en kritiğinin, Javed'in ihmal edilmemesi gerektiğini öne sürdüğü jiroskop kayımını tahmin etmesi için geliştirilen bağlantılı bir KF olduğu görülmektedir.

Bu çalışmada ise Javed'in c_a sabiti için tanımladığı adaptif yapı kullanılırken, ölçüm gürültü kovaryansı için pek çok ayarlama (tuning) gerektirdiği görülen Javed'in metodu yerine Lee'nin metodundan esinlenilmiş, jiroskop kayımı tahmin edilmeden ölçeklendirmeye gidilmiştir. Böylece ek bir KF çalıştırılmasına gerek duyulmamış ve işlem yoğunluğu azaltılmıştır.



Şekil 4: Javed'in Filtresinin Özet Blok Diyagramı [Javed et. al, 2020]

Ayriyeten; Javed, Lee'nin dışsal ivme modelini aynı şekilde kullanır iken, (kullanıcı tabanlı ve süreç boyu değişmeyen bir sistem) bu modele aşağıdaki denklemde görülebileceği üzere adaptif bir yapı kazandırmış ve dış ivme varlığını hassas bir şekilde belirleyebilmek için bir modül geliştirmiştir.

$$c_a = \begin{cases} c_a, & \alpha_t = 1 \\ 0.5c_a, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (28)$$

Dış ivme tespit modülünün içinde yer alan α , ikili sistemde ifade edilen bir değişkendir ve dışsal ivmenin varlığında 1, aksi halde 0 değerini almaktadır. Eşik tabanlı ikili sistem kullanılan tespit modülü için detaylı bilgi Javed'in makalesinde bulunabilir [Javed et. al, 2020]. Oluşturulan bu adaptif yapı ölçüm gürültüsü kovaryans matrisine yeni bir yaklaşım getirilmesine yol açmıştır. Lee ile aynı şekilde Denklem (25)'deki gibi bir matris yapısı öne süren Javed, analitik olarak belirlenmesi mümkün olmayan Σ_{acc} matrisine aşağıdaki yaklaşımı getirmiştir.

$$\Sigma_{acc} \approx (c_a^2 \|a_{t-1}^+\|^2 + \|\|y_{A_t}\|^2 - g\|) I_3 W \quad (29)$$

$$W = \frac{\text{diag}(a_{x_{t-1}}^+, a_{y_{t-1}}^+, a_{z_{t-1}}^+)}{|a_{x_{t-1}}^+| + |a_{y_{t-1}}^+| + |a_{z_{t-1}}^+|} \quad (30)$$

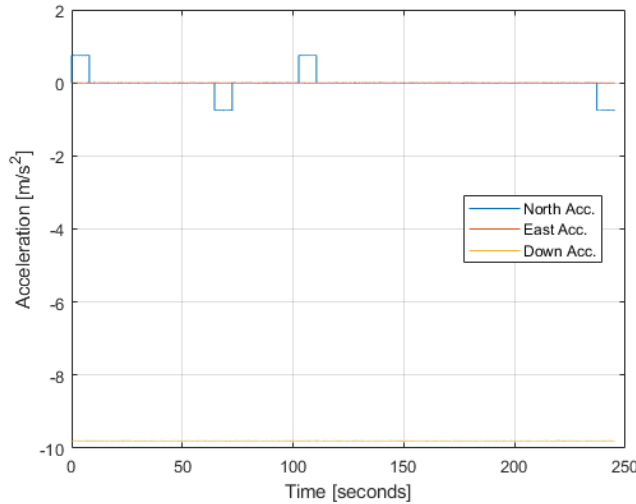
Denklem (29) ve (30)'da görüleceği üzere, bu yaklaşım Lee'den farklı olarak dışsal ivmenin üç eksene eşit olarak dağılacağı varsayımını reddetmiş, diyagonal bir ağırlık matrisi (W) ile ölçüm gürültüsü kovaryans matrisini optimal şekilde tasarlamayı hedeflemiştir. Fakat daha önce de bahsedildiği üzere, ortaya çıkan filtrenin optimal ayarlara getirilmesi ve bu sürecin deneme-yanılma ile fazla uzun sürmesi dolayısı ile söz konusu ölçüm gürültü kovaryans matrisi dizaynı kullanılmamış, Javed'in adaptif c_a yapısı korunurken, ölçüm gürültü kovaryansı dizaynında ise Lee'den esinlenilmiştir [Lee et al., 2012; Javed et al., 2020].

UYGULAMALAR VE SONUÇ

Simülasyon

Bu çalışmada sunulan metot ve performans karşılaştırılması için seçilen Lee'nin ve Javed'in çalışmalarının sınanması için bir simülasyon ortamına ihtiyaç duyulmuştur. MATLAB ortamında geliştirilen basit bir INS modeli, yaklaşık 245 saniye boyunca farklı periyotlarda kuzey yönünde ivmelenen, sabit hız ile hareket eden, duran ve bu süreç içinde herhangi bir dönme manevrası yapmayan bir araç hareketi senaryosuna entegre edilmiştir. Simülasyonun örnekleme hızı 100 Hz, ivmeölçer ve jiroskop için sabit kayım değeri sırası ile 30 mg ve 50 deg/h değerine sahiptir. Fakat ivmeölçer kayımının etkisi, sensör bir süre çalıştıktan sonra stabil hale geleceği varsayıldığından dolayı ihmal edilmiştir [Lee et. al, 2012]. Sensörlerin gürültü şiddetinin varyansı ise ivmeölçer için $45 \mu\text{g}/\text{Hz}^{0.5}$ ve jiroskop için $0.005 \text{ deg}/\text{h}^{0.5}$ değerlerini almaktadır. Başlangıç konumu orijin, başlangıç yönelimi ise üç Euler açısı için de sıfır derecedir.

Kestirim hataları, sonuçların görsel hali ve tartışmaya geçmeden önce, sistemin hareketi boyunca maruz kaldığı ivme, gürültünün dahil edildiği ivmeölçer modelinde Şekil 5'teki gibi gösterilebilir.



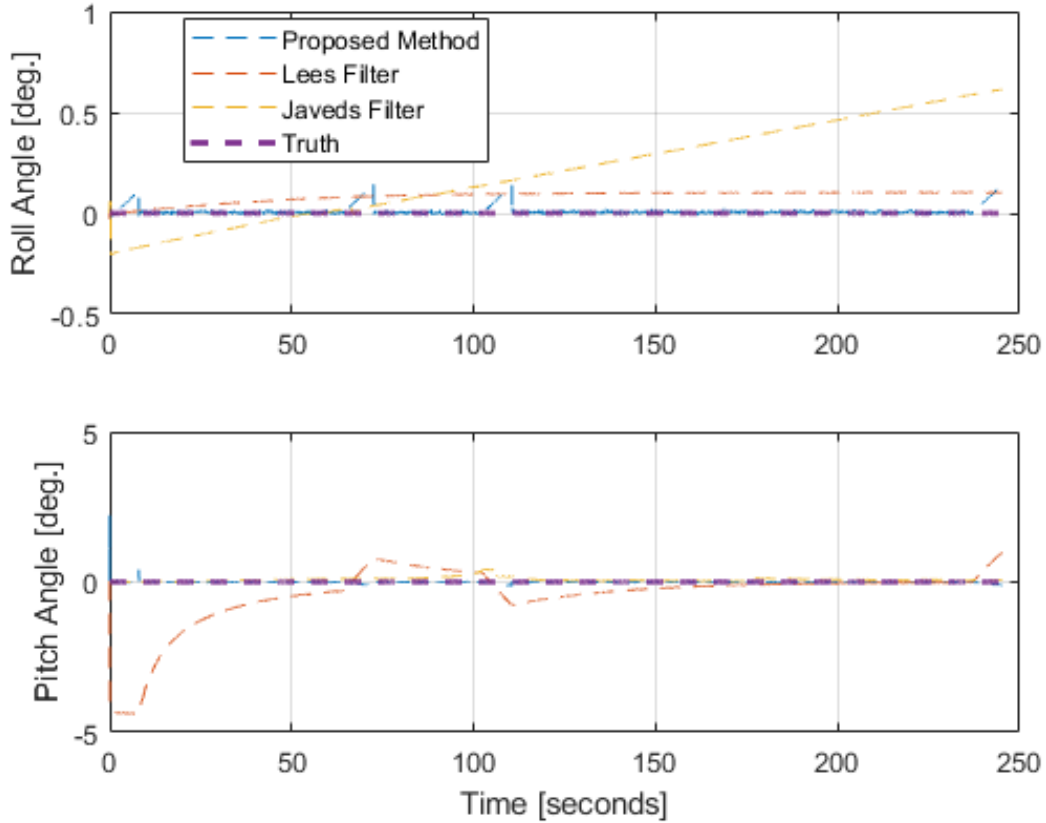
Şekil 5: İvmeölçerin Hissettiği Dışsal İvme ve Yerçekimi Etkisi

Sonuçlar ve Tartışma

Söz konusu harekete dışsal ivmenin de etkimesi ile beraber, bu çalışmada sunulan filtre algoritması, ölçüm kovaryans matrisinin değerini değiştirecek ve kestirim kalitesinin düşmemesi için ölçeklendirme yöntemi ile filtreyi optimal hale getirmeye çalışacaktır. Sunulan filtre algoritmasının yönelim kestirimi için ortaya koyduğu performans ortalama hata kareleri kökü şeklinde Tablo 2'de ifade edilmiştir.

Tablo 2: Yönelim Kestirimi için Ortalama Hata Kareleri Kökü (RMSE) Değerleri

	Yunuslama [deg.]	Yuvarlanma [deg.]
[Lee et. al, 2012]	1	0.09
[Javed et. al, 2020]	0.04	0.3
Sunulan Metot	0.027	0.028



Şekil 6: Filtrelerin Yönelim Kestirim Sonuçları

Tablo 2'deki hata değerleri ve kestirim sonuçlarının görselleştirilmiş hali Şekil 6'dan da anlaşılacağı üzere, öne sürülen metot dışsal ivmenin sistemde aktif durumda olduğu zaman aralıklarında c_a sabitin in değerini 1 yapmakta ve ölçüm gürültüsü kovaryans matrisini büyütmektedir (10^4 kat). Böylece algoritmanın ivmeölçer ölçümlerine olan güveni azalırken matematiksel modele olan güveni artırılmakta, ölçüm düzeltmesinin etkisi minimize edilmektedir. Aksi durumda, sistemde herhangi bir ivmenin mevcut olmadığı herhangi bir zaman aralığında c_a sabiti 0 değerine çekilirken, ivmeölçer ölçümlerine olan güvenin sistemde dışsal ivme olmadığından dolayı artırılması için ölçeklendirme faktörü ile kovaryans matrisi küçültülmektedir (10^{-5} kat). c_a sabitinin değeri deneme-yanılma/Monte-Carlo koşulları metodolojisi ile belirlenmiştir. Sistemde dışsal ivmenin var olup olmaması ise ivmeölçer modeli üstüne yazılan eşik tabanlı bir algoritma ile sağlanmıştır. Bu algoritmaya göre, üç eksendeki toplam ivme değeri belirli bir değerin üstüne çıktığında c_a sabiti 1, altında kaldığında ise 0 olarak beslenmektedir.

Söz konusu adaptif yapının bir sonucu olarak, sisteme etki eden dış ivmenin yönelim bozucu etkisi minimuma indirilmiş ve Şekil 6'da görüleceği üzere, dışsal bozucuların etkisi algoritma üstünde sadece ihmal edilebilecek bir aşım (overshoot) sebep olmuştur. Ölçüm gürültüsünün kovaryans matrisinin basit ve adaptif şekilde ayarlanması ile ölçümlere güvenilmemesi gereken (dış bozucuların etkisinin hissedildiği) zaman aralıklarında, ölçümlerin kestirime etkisi devre dışı bırakılmıştır.

Performans karşılaştırması için seçilen Lee ve Javed'in filtre algoritmaları da bu çalışma gibi MATLAB ortamında oluşturulmuş ve simülasyonda test edilmiştir. İki çalışmanın da yunuslama açısının kestirimi konusunda belirli bir süre sonucunda başarıya ulaştığı gözükmemekte fakat Lee'nin filtresindeki optimal karar mekanizmasından uzak yapı (filtre parametrelerinin süreç içinde aynı kalması), çözüme stabil bir şekilde ulaşmayı zorlaştırmaktadır.

Öte yandan Javed'in filtresinin yunuslama kestirimini kabul edilebilir hata sınırları içinde yapabildiği gözlenmiştir. Önerilen filtre algoritmasının ise yunuslama açısının kestirimi konusunda iki çalışmaya göre de üstünlüğü Tablo 2'de görülmektedir. Bu üstünlüğün arkasında jiroskop kayımının kestirimine ihtiyaç duymadan, filtre parametrelerini kendi içindeki adaptif karar mekanizması ile ayarlayabilen gürbüz bir algoritma yer almaktadır.

Yuvarlanma açısının kestiriminde ise Lee'nin algoritması, filtreleme sürecinde kendi parametrelerini değiştirmekten yoksun olduğundan ve jiroskop kayımı Lee'nin çalışmasında dikkate alınmadığından dolayı, kestirimde jiroskop kayımına yakın bir kayma/sapma gözlenmektedir. Javed'in algoritması ise, algoritma içindeki kendi parametrelerini hassas ayarlayamamasından dolayı kestirimde ıraksamıştır. Bu çalışmada sunulan yöntemin ise yuvarlanma açısının kestirimde de referans metotlara karşı üstünlüğünü koruduğu gözlemlenmiştir [Lee et al., 2012; Javed et al., 2020].

Gelecek Çalışmalar

Tam oryantasyon kestirimi de bu çalışmada sunulan yönelim kestirimi problemi gibi üstüne pek çok çalışma olan bir konudur. Yanca açısının kestirimini de dikkate alan bu problem için literatürde pek çok çalışma yer almaktadır. Yazarlar, bu çalışmanın ilerleyen evrelerinde oryantasyon kestirimi için jiroskop, ivmeölçer ve manyetometrenin füzyonunu gerçekleştiren bir çalışma yapmayı hedeflemektedir. Öte yandan söz konusu bu çalışmanın simülasyon ortamından gerçek ortama aktarılması ve algoritmanın pratikte sınanması için, Roketsan A.Ş. ve 5. Ana Bakım Fabrika Müdürlüğü ile dönerkanat platformlarından cansız ve canlı mühimmat atışları ve algoritmanın farklı atış verileri üstünde sınanması planlanmaktadır.

Teşekkür

Yazarlar, bu çalışmanın ortaya çıkmasına katkı veren ve destekleyen kurumlardan olan Roketsan A.Ş. ve 5. Ana Bakım Fabrika Müdürlüğü'ne teşekkürü borç bilmektedir.

Kaynaklar

- A. Angrisano. (2010). "GNSS/INS Integration Methods," PhD Thesis, Department of Applied Sciences, Parthenope University of Naples, Italy.
- Bar-Shalom, Yaakov & Li, X.-Rong & Kirubarajan, Thia. (2004). Estimation with Applications to Tracking and Navigation: Theory, Algorithms and Software. 10.1002/0471221279.ch11.
- Crassidis, John & Markley, Landis & Cheng, Yang. (2007). Survey of Nonlinear Attitude Estimation Methods. *Journal of Guidance Control and Dynamics- J GUID CONTROL DYNAM.* 30. 12-28. 10.2514/1.22452.
- Fourati, Hassen. (2015). Heterogeneous Data Fusion Algorithm for Pedestrian Navigation via Foot-Mounted Inertial Measurement Unit and Complementary Filter Design. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement.* 64. 221-229. 10.1109/TIM.2014.2335912.
- Godha, S. (2006). Performance evaluation of low cost MEMS-based IMU integrated with GPS for land vehicle navigation application (Unpublished master's thesis). University of Calgary, Calgary, AB.
- Grewal, Mohinder & Andrews, Angus & Bartone, Chris. (2020). Global Navigation Satellite Systems, Inertial Navigation, and Integration. 10.1002/9781119547860.
- Groves, Paul. (2013). Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems, Second Edition.
- Hajiyev, C. and Soken, H.E., (2016). Fault tolerant estimation of UAV dynamics via robust adaptive Kalman filter. In *Complex Systems, Part of the Studies in Systems, Decision and Control*, vol. 55, pp. 369-394. Springer
- Harada, T., Uchino, H., Mori, T., & Sato, T. (2003). Portable orientation estimation device based on accelerometers, magnetometers and gyroscope sensors for sensor network. *Proceedings of IEEE International Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems, MFI2003.*, 191-196.
- Ibarra-Bonilla, M. N., Escamilla-Ambrosio, P. J., & Ramirez-Cortes, J. M. (2015). Attitude estimation using a Neuro-Fuzzy tuning based adaptive Kalman filter. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 479-488. <https://doi.org/10.3233/IFS-141183>
- Javed, Muhammad & Tahir, Muhammad & Ali, Khurram. (2020). Cascaded Kalman Filtering Based Attitude and Gyro Bias Estimation With Efficient Compensation of External Accelerations. *IEEE Access.* PP. 1-1. 10.1109/ACCESS.2020.2980016.
- Kang C. W. and C. G. Park, "Attitude estimation with accelerometers and gyros using fuzzy tuned Kalman filter," *2009 European Control Conference (ECC)*, Budapest, 2009, pp. 3713-3718.
- Lee, J. K., E. J. Park, and S. N. Robinovitch, "Estimation of attitude and external acceleration using inertial sensor measurement during various dynamic conditions," *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 8, pp. 2262–2273, 2012.
- Li, X., & Li, Q. (2017). External acceleration elimination for complementary attitude filter. *2017 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA)*, 208-212.
- Loianno, Giuseppe & Brunner, Christopher & Mcgrath, Gary & Kumar, Vijay. (2016). Estimation, Control, and Planning for Aggressive Flight With a Small Quadrotor With a Single Camera and IMU. *IEEE Robotics and Automation Letters.* PP. 1-1. 10.1109/LRA.2016.2633290.

- Madgwick, Sebastian & Harrison, Andrew & Vaidyanathan, Ravi. (2011). Estimation of IMU and MARG orientation using a gradient descent algorithm. IEEE ... International Conference on Rehabilitation Robotics : [proceedings]. 2011. 5975346. 10.1109/ICORR.2011.5975346.
- Mahony, Robert & Hamel, T. & Pflimlin, J.-M. (2008). Nonlinear Complementary Filters on the Special Orthogonal Group. Automatic Control, IEEE Transactions on. 53. 1203-1218. 10.1109/TAC.2008.923738.
- Manon Kok, Jeroen D. Hol and Thomas B. Schön (2017), "Using Inertial Sensors for Position and Orientation Estimation", Foundations and Trends® in Signal Processing: Vol. 11: No. 1-2, pp 1-153.
- Noureldin, Aboelmagd & Karamat, Tashfeen & Georgy, Jacques. (2013). Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and Their Integration. 10.1007/978-3-642-30466-8_10.
- Shin, E.-H. and El-Sheimy, N. (2002). Accuracy Improvement of Low Cost INS/GPS for Land Applications, ION NTM, San Diego, CA, pp. 146-157.
- Soken, Halil & Hajiyeve, Chingiz. (2013). Robust Adaptive Kalman Filter for Estimation of UAV Dynamics in the Presence of Sensor/Actuator Faults. Aerospace Science and Technology. 28. 376–383. 10.1016/j.ast.2012.12.003.
- Suh, Young. (2010). Orientation Estimation Using a Quaternion-Based Indirect Kalman Filter With Adaptive Estimation of External Acceleration. IEEE T. Instrumentation and Measurement. 59. 3296-3305. 10.1109/TIM.2010.2047157.
- Sveinsson, A. (2012). "INS/GPS Error Analysis and Integration", M.Sc. Thesis, Reykjavik University.
- Yang, Y. (2008). Tightly coupled MEMS INS/GPS integration with INS aided receiver tracking loops (Unpublished doctoral thesis). University of Calgary, Calgary, AB. doi:10.11575/PRISM/2130
- Zhang, Z., Zhou, Z., Wu, J., Du, S., & Fourati, H. (2018). Fast Linear Attitude Estimation and Angular Rate Generation. 2018 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 206-212.
- Zihajehzadeh, Shaghayegh & Loh, Darrell & Lee, Matthew & Hoskinson, Reynald & Park, Edward. (2015). A cascaded Kalman filter-based GPS/MEMS-IMU integration for sports applications. Measurement. 73. 10.1016/j.measurement.2015.05.023.
- Wei, Wang & Zongyu, Liu & Rongrong, Xie. (2005). An improved tightly coupled approach for GPS/INS integration. 2004 IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics. 1164- 1167 vol.2. 10.1109/RAMECH.2004.1438085.
- Welch, Greg & Bishop, Gary. (2006). An Introduction to the Kalman Filter. Proc. Siggraph Course. 8.
- Wu, Jin & Zhou, Zebo & Chen, Jingjun & Fourati, Hassen & Li, R.. (2016). Fast Complementary Filter for Attitude Estimation Using Low-Cost MARG Sensors. IEEE Sensors Journal. 16. 1-1. 10.1109/JSEN.2016.2589660.