

MODÜLER TOPOLOJİ OPTİMİZASYONU YÖNTEMİ GELİŞTİRİLMESİ VE BİR HAVA ARACI BRAKETİ TASARIMINA UYGULANMASI

İstemihan GÖKDAĞ¹
Türk Havacılık ve Uzay Sanayii A.Ş., Ankara
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi,
Ankara

Prof. Dr. Erdem ACAR²
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi,
Ankara

ÖZET

Günümüz havacılık ve uzay sanayiinde tasarımların optimize edilmesi, ağırlık ve performans istekleri açısından kaçınılmaz hale gelmiştir. Yapısal optimizasyon çeşitlerinden bir tanesi olan topoloji optimizasyonu tasarımın bağlantı sayıları ve konumu gibi kritik bilgileri sunabildiğinden kavramsal tasarım aşamasında kullanılması ve aynı zamanda, mevcut tasarımların ağırlığının hafifletilmesi için en uygun optimizasyon çeşitidir. Bu çalışma kapsamında, bahsi geçen problemin çözümüne yönelik geliştirilen deterministik topoloji optimizasyonu yaklaşımı ve sonuçları sunulmuştur. Tamamen otomatik olarak geliştirilen optimizasyon yaklaşımı ilk olarak ankastre kirişte ve ikinci olarak Messerschmitt-Bolkow-Blohm (MBB) kirişinde denenmiş ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Son olarak, bir hava aracının braketine uygulanmış ve elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

GİRİŞ

Yapısal optimizasyon çeşitleri olan boyut, şekil ve topoloji optimizasyonu yöntemleri yapısal tasarım sürecini farklı şekillerde ele almaktadır. Standart bir boyut optimizasyonu probleminde, bir plakanın optimum kalınlığı veya kafes elemanlarının optimum kesit alanı bulunabilir. Örneğin, plaka tasarımında minimum deformasyon amacı ile tasarım değişkeni olarak plakanın kalınlığı seçilebilir ve tasarım değişkeni sayısı görece olarak düşüktür. Şekil optimizasyonu problemlerinde, belirlenen tasarım unsurlarının geometrik değişkenleri optimum tasarımı belirleyen unsurlar olarak görülmektedir. Topoloji optimizasyonu ise tasarım uzayında belirtilen deliklerin sayısı, konumu, şekli ayrıca tasarım uzayıyla bağlantısı gibi özelliklerin belirlenmesi için kullanılmaktadır. Topoloji optimizasyonu tasarım uzayında bir amaç fonksiyonu değerini en aza indiren optimum malzeme dağılımını bulduğundan, boyut ve şekil optimizasyonunun ön koşulu olarak düşünülmektedir [Bendsøe, Sigmund, 2004].

Topoloji Optimizasyonunun Temel Formülasyonu

Topoloji optimizasyonu problemini oluşturan amaç fonksiyonu ve kısıt fonksiyonları aşağıdaki gibi tanımlanabilmektedir [Bendsøe, Sigmund, 2004]:

$$\begin{aligned} \text{Minimum} \quad & f(\rho) \\ \text{Koşullar} \quad & \int_{\Omega} \rho \, dv \leq \bar{V} \\ & \rho(v) = 0 \text{ or } 1, \forall v \in \Omega \end{aligned} \tag{1}$$

¹ Teknoloji Geliştirme Mühendisi & Yüksek Lisans Öğrencisi, Makine Müh. Böl., E-posta: istemihan.gokdag@tai.com.tr, i.gokdag@etu.edu.tr

² Prof. Dr., Makine Müh. Böl., E-posta: acar@etu.edu.tr

Burada, tasarım değişkeni olarak tanımlanan ρ , her elemanın yapay yoğunluk değeridir. Yapay yoğunluk değeri, 0 ila 1 arasında değişmekte olup; 0 değeri sonlu elemanın boşluk olması gerektiği ve 1 değeri de tamamen dolu katı malzeme anlamına gelmektedir. $f(\rho)$ fonksiyonu problemin amaç fonksiyonudur. Kısıt fonksiyonları olarak ise, hacim kısıtı ve tasarım değişkenlerinin alt ve üst sınır değerleri tanımlanabilir.

Topoloji optimizasyonu için literatürde sıklıkla kullanılan yoğunluk tabanlı yaklaşımda optimum malzeme dağılımını bulmak için yapay yoğunluk değerleri kullanılarak problem tanımlanmaktadır. En yaygın yoğunluk tabanlı yöntemler; homojenizasyon yöntemi [Bendsøe ve Kikuchi, 1988; Suzuki ve Kikuchi, 1991; Allaire vd., 1997; Hassani ve Hinton, 1998] ve SIMP yöntemidir [Bendsøe 1989; Zhou ve Rozvany 1991; Rozvany vd., 1992]. Yoğunluk tabanlı yaklaşımlarda tasarım, bir tanesi boşluk fazı olma koşulu ile iki veya daha fazla faz ile ifade edilmektedir. Ayrıklaştırılan tasarım uzayında malzemenin mekanik özellikleri katı ve boşluk arasında interpolasyon yapan bir kuvvet yasası (*power law*) kullanılarak hesaplanmaktadır [Bendsøe 1989; Mlejnek 1992]. Tasarımı “siyah-beyaz” yapmayı amaçlayan bu kuvvet yasası literatürde “*Solid Isotropic Material with Penalization*” (SIMP) yöntemi olarak tanımlanmaktadır. Her elemanın elastik modülü standart SIMP yönteminde belirtilen Denklem (2) ile şu şekilde hesaplanır [Bendsøe, Sigmund, 2004]:

$$E_i = E(\rho_i) = \rho_i^p E \quad (2)$$

Burada, ρ her elemanın yapay yoğunluk değeri, E katı malzemenin elastik modülü ve p penaltı faktörüdür.

Sonlu elemanlara bölünmüş tasarımda elemanların komşu elemanlarla olan ilişkisini tanımlayabilmek ve dama tahtası etkilerini elimine etmek için filtrelerin probleme eklenmesi gerekmektedir [Bourdin, 2001]. Ek olarak, sonlu elemanlar analizi sırasında teklik problemini önlemek adına düşük elastik modüle sahip bir eleman denkleme eklenerek, değiştirilmiş SIMP yöntemi oluşturulmuştur. Değiştirilmiş SIMP yöntemi filtrelerin eklenmesi için birçok avantaj sunmaktadır ve Denklem (3)’teki formülasyon kullanılmaktadır [Sigmund, 2007].

$$E_i = E(\rho_i) = \rho_i^p (E_0 - E_{min}) + E_{min} \quad (3)$$

Topoloji optimizasyonunda oldukça sık kullanılan minimum esneklik amaç fonksiyonlu lineer olmayan programlama problemleri, ardışık karesel programlama (*sequential quadratic programming* [Wilson, 1963]) ve hareketli asimptotlar yöntemi (*method of moving asymptotes*, MMA [Svanberg 1987]) gibi ardışık konveks yaklaşımlar ile çözülebilmektedir. Tarihsel olarak daha eski bir yöntem olan Eniyilik Ölçütü (*Optimality Criteria*) yöntemi nümerik olarak basitliği ve verimliliği sayesinde halen en çok kullanılan yöntemlerden biridir [Christensen ve Klarbring, 2009].

Akademik uygulama problemlerine yönelik literatürde oldukça yaygın olarak kullanılan Liu’nun Matlab ortamında geliştirdiği TOP3D isimli algoritmanın çözüm hızı ve final topoloji açısından başarısı oldukça yüksektir. Ek olarak, algoritma kullanıcı tarafından geliştirmeye açık şekilde modüler olarak oluşturulmuştur. Ancak, bu algoritma tasarım uzayı sadece dikdörtgen prizma olan problemleri çözebilmektedir. Ayrıca, çözebileceği problemlerin çeşidi açısından konvansiyonel olarak endüstride kullanılan yazılımlara göre eksiktir. Dolayısıyla, TOP3D algoritmasının daha çok akademik çalışmalara uygun olduğu değerlendirilmiştir [Liu, Tovar, 2014]. Öte yandan, endüstride yaygın olarak kullanılan HyperWorks Optistruct, ANSYS, vb. yazılımlar çözüm hızı, doğruluğu, tasarımın kompleks veya düzensiz tasarım hacmine sahip olabilmesi gibi nedenlerden dolayı oldukça kullanışlıdır [Altair, 2015; ANSYS, 2013]. Yazılımların kullandıkları algoritmalar eklenti kabul etmemesi veya kullanıcı tarafından geliştirilememesi bu yazılımları kullanmanın olumsuz tarafıdır. Alternatif olarak, latis yapıların belirsizlik altında tasarımı için endüstride sıklıkla kullanılan HyperWorks Optistruct yazılımı, Chan vd. (2019) tarafından yürütülen çalışmada optimizasyon aracı olarak kullanılmamış, sadece sonlu elemanlar çözücüsü olarak kullanılıp, ek olarak geliştirilen bir komut dosyası (*script*) kullanılarak optimizasyon için kullanılmış ve hibrit yaklaşımların performansı konusunda literatüre girdi yapmıştır.

Bu çalışma kapsamında geliştirilen topoloji optimizasyonu yöntemi; düzensiz tasarım hacmine sahip problemleri çözebilme yeteneği ile TOP3D algoritmasından, geliştirmeye açık ve modüler bir yapıya sahip olması sayesinde ise endüstriyel yazılımlardan ayrılmaktadır.

YÖNTEM

Topoloji optimizasyonu problemleri amaç ve kısıt fonksiyonlarına göre değişik şekilde formüle edilebilir. Bu çalışma kapsamında, tasarımın optimum topolojisini bulmak için minimum esneklik (*minimum compliance*) problemi kullanılmıştır. Problemin amacı, uygulanan kuvvetler altında tasarımın kısıtlanmış hacminde minimum gerinim enerjisi (*strain energy*) oluşturmaktır. Minimum esneklik problemi şu şekilde formüle edilebilir [Sigmund, 2001]:

$$\begin{aligned} \text{Minimum} \quad & C(\rho) = u^T K(\rho) u \\ \text{Koşullar} \quad & K(\rho) u = f \\ & \sum_{i=1}^N \rho_i v_i - \bar{V} \leq 0 \\ & 0 \leq \rho_{min} \leq \rho \leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

Burada, ρ tüm tasarım değişkenlerini içeren yapay yoğunluk vektörü, C yapının esneklik matrisi, K global direngenlik matrisi, u deplasman vektörü, f dış kuvvet vektörü, v_i sonlu elemanın hacmi, N toplam eleman sayısı, $\bar{V}$ tasarım uzayının kısıtlanan hacim değeri ve ρ_{min} teklik problemi önlemek için sıfıra yakın bir sayıdır. Her elemanın elastik modülü Denklem (3) ile hesaplanmaktadır.

Formüle edilen topoloji optimizasyonu problemi, gradyan tabanlı bir optimizasyon yöntemi ile çözüldüğünden esneklik matrisinin $C(\rho)$ tasarım değişkenlerine göre türevlerine ihtiyaç duyulmaktadır. Türevler, adjoint değişken yöntemi ile Denklem (5)'te belirtildiği gibi hesaplanmıştır:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C(\rho)}{\partial \rho_i} &= -u^T \frac{\partial K(\rho)}{\partial \rho_i} u \\ \frac{\partial K(\rho)}{\partial \rho_i} &= \frac{\partial}{\partial \rho_i} \sum_{i=1}^N [E_{min} + \rho_i^p (E_0 - E_{min})] K_i^0 = p \rho_i^{p-1} (E_0 - E_{min}) K_i^0 \end{aligned} \quad (5)$$

Burada, K_i^0 eleman direngenlik matrisinin global halidir. Bu matris global seviyeden eleman seviyesine indirilerek Denklem (5)'te yerine konulursa Denklem (6) elde edilebilir:

$$\frac{\partial C(\rho)}{\partial \rho_i} = -p [\rho_i^{p-1} (E_0 - E_{min})] u_i^T K_i u_i \quad (6)$$

Burada, u_i sonlu elemanın düğüm noktalarının deplasman vektörü ve K_i ise elemanın lokal direngenlik matrisidir.

Topoloji optimizasyonu yönteminde sonlu elemanlar ağına bağlılık (mesh-dependency), dama tahtası davranışı (checkerboard pattern) ve lokal minimum gibi nümerik zorluklar yaşanmaktadır [Bendsoe, Sigmund, 2003]. Düzenleme tekniklerinden yaygın olarak kullanılan bir türü olan yoğunluk filtreleme (density filter) yöntemi nümerik zorlukları azaltmak için kullanılmaktadır. Çalışma kapsamında, Denklem (7)'de belirtildiği şekilde yoğunluk filtre fonksiyonu kullanılmıştır [Bruns, Tortorelli, 2001]:

$$\tilde{x}_i = \frac{\sum_{j \in N_i} H_{ij} v_j x_j}{\sum_{j \in N_i} H_{ij} v_j} \quad (7)$$

Burada, N_i , v_i hacmine sahip x_i sonlu elemanının komşuluk terimidir. Komşuluk terimi hesaplanırken öncelikle her sonlu elemanın merkezinin diğer tüm sonlu elemanların merkezleri ile arasındaki mesafe hesaplanır. Ardından, belirli bir filtre boyutu, R , ile Denklem (8) kullanılarak bir ağırlık faktörü görevi gören komşu elemanlar arasındaki mesafe fonksiyonu, H_{ij} , hesaplanır [Liu, Tovar, 2014].

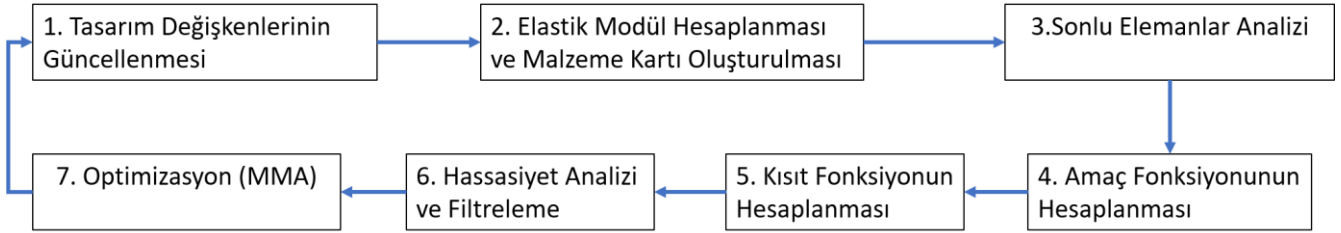
$$H_{ij} = R - \text{dist}(i, j) \quad (8)$$

Burada, R , komşuluk boyutu veya filtre boyutudur ve $\text{dist}(i, j)$ terimi i sonlu elemanı ile j sonlu elemanının merkezleri arasındaki mesafeyi hesaplayan bir fonksiyondur.

Komşuluk terimi tanımlanırken sonlu elemanların merkezleri arasındaki mesafenin belirlenen filtre boyutundan az olduğu durumlar incelenir ve Denklem (9)'daki gibi ifade edilir [Liu, Tovar, 2014]:

$$N_i = \{j: dist(i, j) \leq R\} \quad (9)$$

Topoloji optimizasyonunun zorluklarından birisi fazla tasarım değişkeni ve orta büyüklükte kısıt fonksiyonları olan problemi matematiksel programlamaya entegre etmektir [Bendsøe, Sigmund, 2004]. Büyük boyutlu topoloji optimizasyonu problemleri için kısa sürede oldukça iyi sonuçlar veren Svanberg'in geliştirdiği MMA yöntemini kullanan algoritma bu çalışma kapsamında kullanılmıştır. Bu çalışma kapsamında geliştirilen topoloji optimizasyonu yönteminin akış şeması Şekil 1'de verilmiştir.



Şekil 1: Çalışma kapsamında geliştirilen IGEA topoloji optimizasyonu yönteminin akış şeması

Matlab yazılımı kullanılarak tamamen otomatik olarak işleyen akış şemasındaki adımların detaylı açıklamaları şu şekildedir:

1. İlk iterasyonda kullanıcı tarafından belirlenen tasarım değişkenleri, her iterasyonda optimizasyon algoritması tarafından güncellenir.
2. Tüm sonlu elemanların yoğunlukları optimizasyon probleminin tasarım değişkenleri olduğundan, her elemana özgü elastik modül değiştirilmiş SIMP yönteminde kullanılan Denklem (3) ile hesaplanır ve Özellik Kartı (Property Card) kullanılarak ilgili elemana atanır.
3. Malzeme kartlarının girdisi olan elastik modül değerleri Hypermesh programının giriş dosyasına işlenir. Otomatik olarak çağrılan Hypermesh programına, oluşturulan giriş dosyası yüklenir ve sonlu elemanlar analizi yapılır. Sonlu elemanlar analizi, Altair HyperWorks Optistruct çözücüsü kullanılarak yapılır. Tüm işlemler tamamlandıktan sonra program kapatılır.
4. Formüle edilen topoloji optimizasyonunun amaç fonksiyonu minimum esneklik matrisidir. Denklem (2)'de global halde belirtilen esneklik matrisi, eleman seviyesinde aşağıda bulunan Denklem (10) ile ifade edilebilir. Denklem (10)'a göre global esneklik matrisinin, her sonlu elemanın gerilme enerjisinin toplamı olduğu açıkça görülmektedir.

$$C(\rho) = u^T K(\rho) u = \sum_{i=1}^N u_i^T K_i u_i \quad (10)$$

5. Hacim kısıt fonksiyonu, her iterasyonda Denklem (11) ile hesaplanır ve kısıtın ihlal edilip edilmediği kontrol edilir.

$$\sum_{i=1}^N \rho_i v_i - \bar{V} \leq 0 \quad (11)$$

6. MMA optimizasyon algoritması gradyan tabanlı bir algoritma olduğundan, amaç fonksiyonunun tasarım değişkenlerine göre türevlerinin hesaplanması gerekir. Bu türevler Denklem (12) ile hesaplanır. Denklem (7)'de belirtilen nümerik zorlukları azaltmak adına kullanılan yoğunluk filtresi ile hesaplanan türevler filtrelenir ve optimizasyona girdi yapar.

$$\frac{\partial c(\rho)}{\partial \rho_i} = -p[\rho_i^{p-1}(E_0 - E_{min})]u_i^T K_i u_i \quad (12)$$

7. Amaç ve kısıt fonksiyonları ile bu fonksiyonların filtrelenen tasarım değişkenlerine göre türevleri optimizasyona girdi yaparak bir sonraki iterasyonda kullanılacak tasarım değişkenlerinin oluşturulmasını sağlar. Güncellenen tasarım değişkenleri yeni döngüye başlamadan yoğunluk filtresi kullanılarak filtrelenir ve yakınsama elde edilene kadar akış şemasındaki döngü yinelenir.

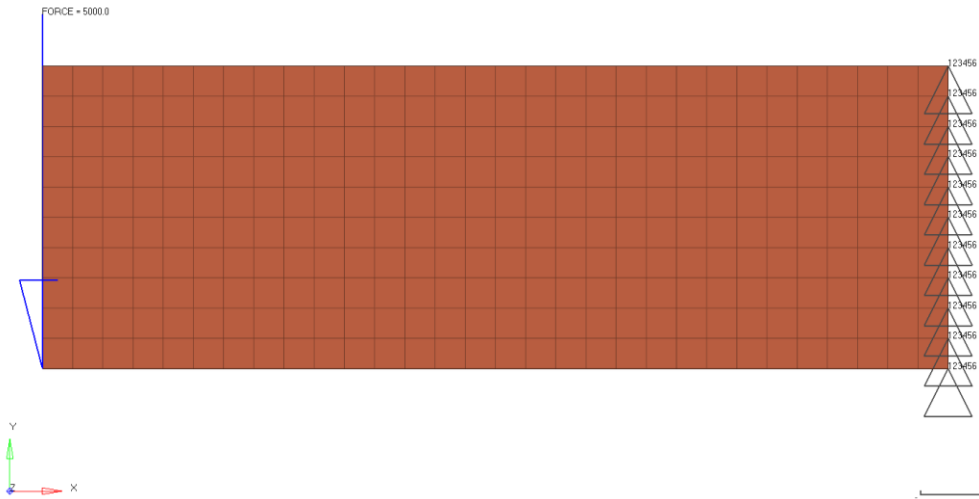
UYGULAMALAR

Geliştirilen topoloji optimizasyonu yönteminin doğruluk ve etkinliği öncelikle literatürde sıklıkla kullanılan ankastre kiriş problemi ve MBB kiriş problemi üzerinde test edilmiş, ardından havacılık braket tasarımı problemine uygulanmıştır. Bu problemler, hem çalışma kapsamında geliştirilen yöntem hem de Altair Optistruct topoloji optimizasyonu yazılımı kullanılarak çözülmüş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

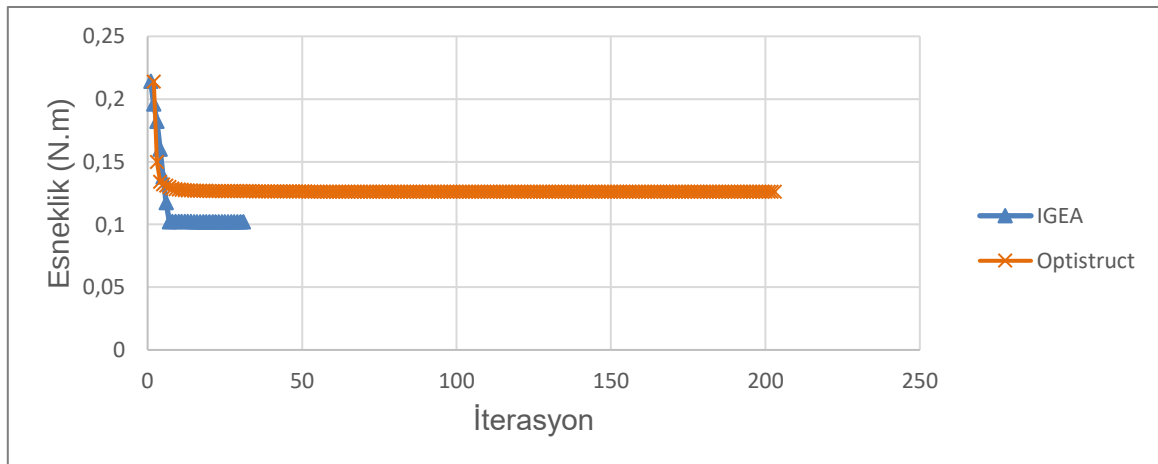
Test Problem 1: Ankastre Kiriş Problemi

Birinci test problemi olarak, literatürde sıklıkla kullanılan ankastre kiriş problemi seçilmiştir. Şekil 2’de belirtildiği gibi kiriş x, y ve z eksenlerinde sırasıyla 30, 10 ve 2 eleman kullanılarak toplamda 600 sonlu elemana bölünmüştür ve kirişe z eksenı boyunca 5000 N büyüklüğünde sabit yayılı yük uygulanmıştır. Hacim kısıtı olarak, tasarımın son hacminin ilk hacmine oranının 0,7 olması gerektiği belirlenmiştir (yani optimum tasarımın başlangıç tasarımına oranla en az %30 daha hafif olması hedeflenmiştir). Denklem (3)’te kullanılan penaltı faktörü 3 olarak seçilmiştir [Bendsøe, Sigmund, 2004].

MMA optimizasyon algoritması kullanılan çalışmada, ilk iterasyonda tüm elemanların tasarım değişkeni belirlenen hacim kısıt oranına eşitlenmiştir. Optimizasyon, iki iterasyon arasındaki amaç fonksiyonlarının göreceli değişiminin 10^{-6} değerinden küçük olana dek sürmüştür. Geliştirilen algoritma, “IGEA” kısaltması ile isimlendirilmiştir ve sonuçlar incelendiğinde Altair Optistruct yazılımının elde ettiği esneklik değerinden daha düşük bir değer elde edilmiştir. Sonuç olarak, 31 iterasyonda yakınsayan IGEA yöntemi ve 202 iterasyonda yakınsayan Optistruct yazılımı ile çözülen optimizasyon probleminin iterasyonlara göre amaç fonksiyonunun değişimi Şekil 3’te belirtilmiştir.

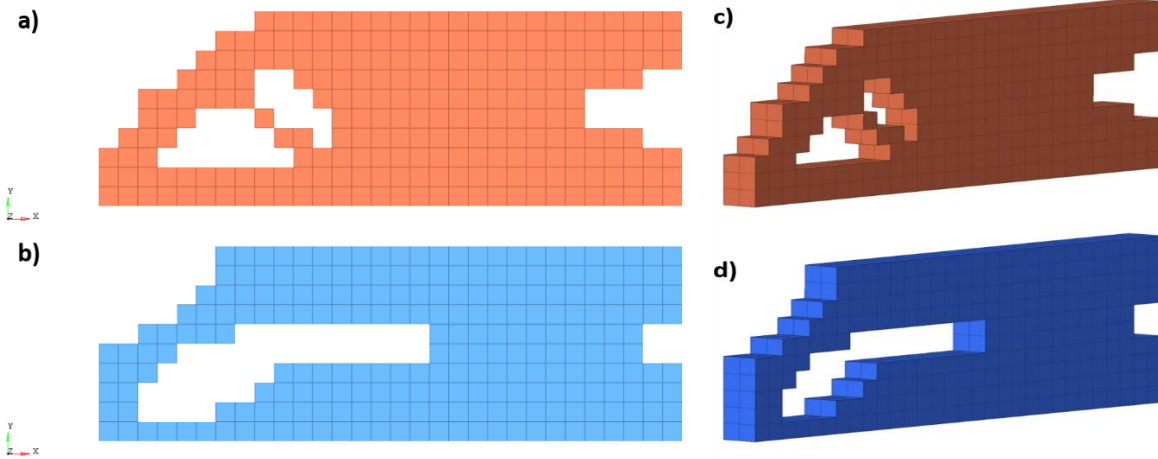


Şekil 2: Ankastre kiriş problemi için başlangıç tasarımı, yükleme ve sınır koşulları



Şekil 3: Ankastre kiriş probleminde amaç fonksiyonunun iterasyonlara göre değişimi

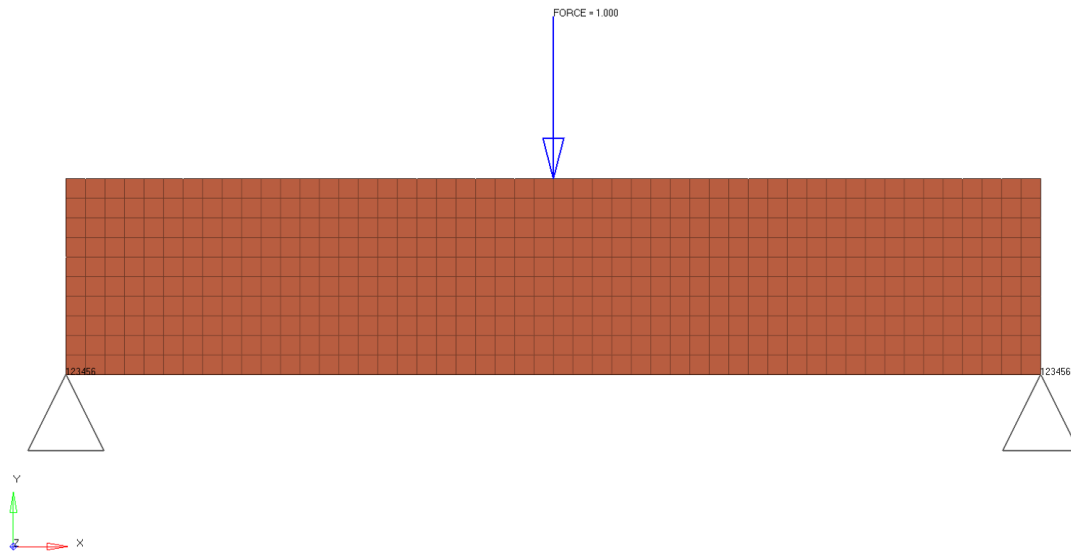
Optimizasyon sonucunda oluşturulan tasarımın final topolojisi Optistruct yazılımının ham sonuçları ile karşılaştırılmıştır (bkz. Şekil 4). Ham sonuçlar, yazılımın son iterasyonunda tasarım değişkenleri için elde edilen değerlere göre oluşturulmuştur. Bunun nedeni, yazılımın post-proses programının final topolojiyi görselleştirirken ekstra bir filtre kullanmasından dolayı sonuçların yanlış yorumlanmasını engellemek içindir. Şekil 4'te karşılaştırılan iki tasarımın ana hatları ile birbirine benzediği, ancak bazı farklılıkların da bulunduğu görülmektedir. Sonuç olarak, Şekil 3'te belirtildiği gibi esneklik performansı açısından IGEA yönteminin tasarımı daha başarılıdır.



Şekil 4: Ankastre kiriş problemi için; a) Optistruct yazılımı ile elde edilen tasarımın önden görünüşü, b) IGEA yöntemi ile elde edilen tasarımın önden görünüşü, c) Optistruct yazılımı ile elde edilen tasarımın izometrik görünüşü, d) IGEA yöntemi ile elde edilen tasarımın izometrik görünüşü

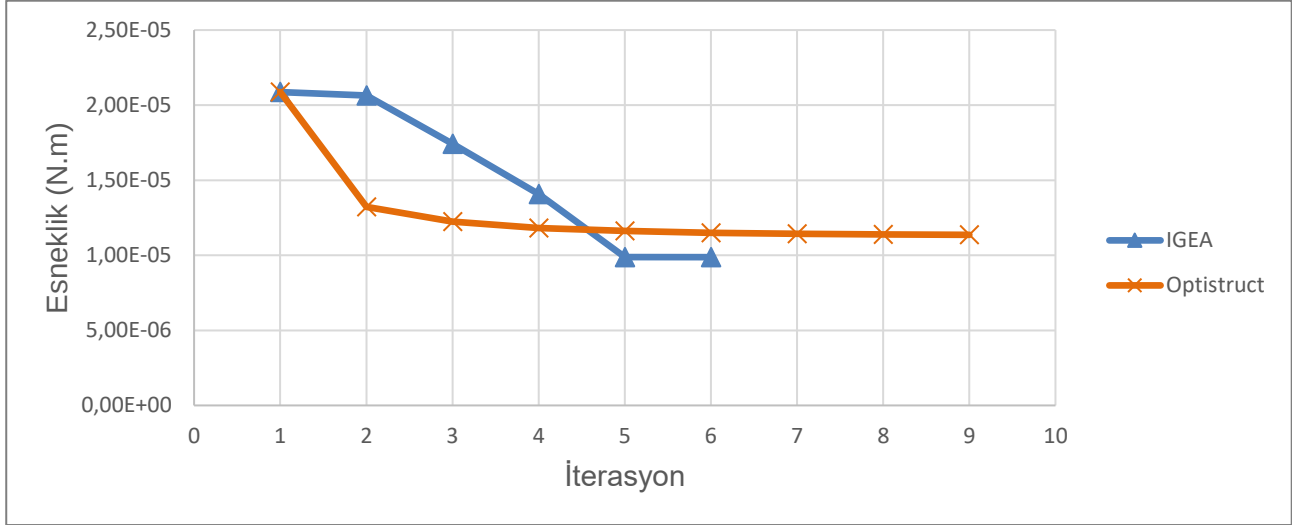
Test Problem 2: MBB Kiriş Problemi

İkinci uygulama problemi ise yine literatürde sıklıkla kullanılan MBB kiriş problemidir. MBB kiriş problemi için başlangıç tasarımı, yükleme ve sınır koşulları Şekil 5'te gösterilmiştir. MBB kirişi; x, y ve z eksenlerinde sırasıyla 30, 10 ve 2 eleman kullanılarak toplamda 600 sonlu elemana bölünmüş, kirişe z eksenı boyunca 1 N büyüklüğünde sabit yayılı yük uygulanmıştır. Hacim kısıtı ve penaltı faktörü gibi parametreler birinci uygulama problemi (ankastre kiriş problemi) ile aynı seçilmiştir.



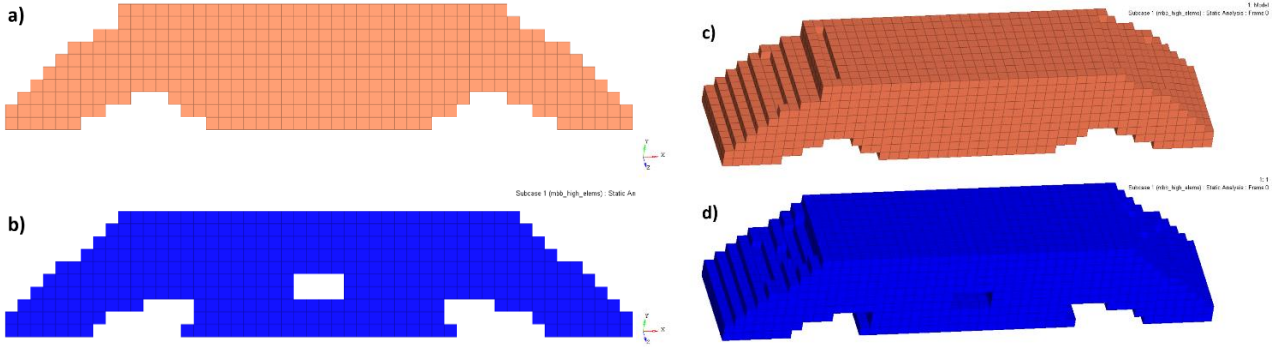
Şekil 5: MBB kiriş problemi için başlangıç tasarımı, yükleme ve sınır koşulları

MBB kirişi probleminde amaç fonksiyonunun iterasyonlara göre değişimi Şekil 6'da verilmiştir. Elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, IGEA yönteminin optimum sonuca 6 iterasyonda, Optistruct yazılımının ise 9 iterasyonda yakınsadığı görülmektedir. Ayrıca, amaç fonksiyonunun optimum değerleri kıyaslandığında, IGEA yöntemi ile elde edilen esneklik değerinin Optistruct ile elde edilen esneklik değerinden 0.86 kat daha az olduğu görülmektedir.

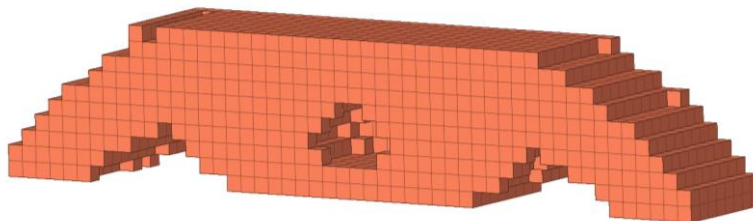


Şekil 6: MBB kiriş probleminde amaç fonksiyonunun iterasyonlara göre değişimi

Şekil 7'de karşılaştırılan iki tasarımın ana hatları ile birbirine benzemekte olup, iki tasarım arasındaki en büyük farklılık IGEA yöntemi ile elde edilen optimum tasarımın ortasında bulunan boşluktur. Ancak, Optistruct yazılımının sonucu detaylı incelendiğinde, 10 eleman bulunan z ekseninde öndeki eleman sırası maskelendiğinde, Şekil 8'de görüldüğü üzere bu tasarımın da ortasında boşluk bulunmaktadır. Dolayısıyla, IGEA ve Optistruct ile elde edilen tasarımların kabul edilebilir ölçüde benzediği değerlendirilmiştir.



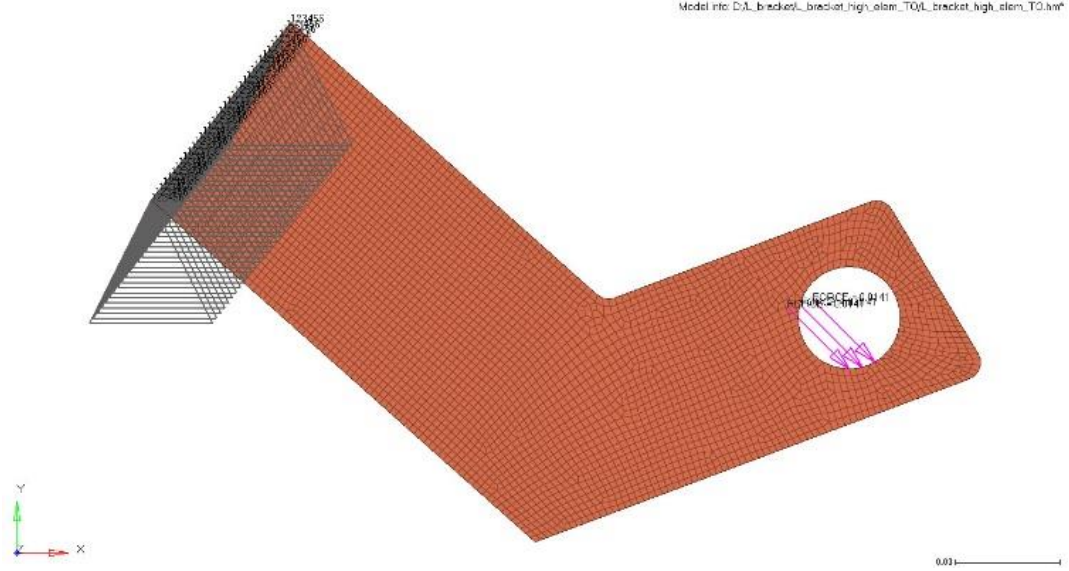
Şekil 7: MBB kiriş problemi için; a) Altair Optistruct yazılımı ile elde edilen tasarımın önden görünüşü, b) IGEA yöntemi ile elde edilen tasarımın önden görünüşü, c) Altair Optistruct yazılımı ile elde edilen tasarımın izometrik görünüşü, d) IGEA yöntemi ile elde edilen tasarımın izometrik görünüşü



Şekil 8: Altair Optistruct sonucundaki tasarımın ortasında bulunan boşluk

Uygulama Problemi: Havacılık Braketi Tasarımı

Bu çalışmada uygulama problemi olarak, TUSAŞ bünyesinde tasarımı ve üretimi yapılan hava araçlarında kullanılmak üzere bir braketin tasarımı yapılmıştır. Boyutsal sınırlar kullanılarak x, y ve z eksenlerinde sırasıyla 0.2, 0.1 ve 0.03 m olacak şekilde tasarım hacmi belirlenmiştir. Parçanın yükleme koşulları olarak x ve y eksenlerinde 100 N sabit yayılı yükleme, sınır koşulları olarak ise Şekil 9'da gösterilen yerlere ankastre mesnet koşulları uygulanmıştır.



Şekil 9: Havacılık braketini problemi için başlangıç tasarımı, yükleme ve sınır koşulları

Bu çalışma kapsamında geliştirilen IGEA topoloji optimizasyonu yönteminin literatürde sıklıkla kullanılan TOP3D isimli akademik optimizasyon aracına göre öne çıkan özelliği düzensiz tasarım hacmini de çözebilmesidir. TOP3D isimli araç sadece düzenli (x, y ve z eksenlerinde boyutları değişmeyecek şekilde) tasarım hacimlerini çözebilmektedir. Bu nedenle, Şekil 9'da gösterilen geometriye sahip problemi TOP3D yazılımı çözemez iken, IGEA yöntemi çözebilmektedir.

Tasarımı yapılacak braketin üretimi için kullanılacak yöntem olarak eklemeli imalat yöntemi seçilmiştir. Bu yöntem sayesinde geometrinin karmaşıklığı konusundaki sınırlar nispeten ortadan kalkmıştır. Braketin malzemesi ise havacılık kalitesine uygun alüminyum malzemesine yakın özellikler taşıyan SLM Solutions firmasının sağladığı 30 µm boyutundaki AISi10Mg tozudur ve mekanik özellikleri Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1: Üretim için kullanılacak AISi10Mg tozunun mekanik özellikleri (SLM Solutions, AISi10Mg)

	Üretim Açısı	Ortalama	Standart Sapma
Elastik Modül (GPa)	0° (Yatay)	58	5
	45°	63	12
	90° (Dikey)	52	4
Akma Gerilmesi (MPa)	0° (Yatay)	152	5
	45°	155	4
	90° (Dikey)	150	6

Tasarım yaparken güvenli bölgede kalmak adına Tablo 1'de belirtilen değerlerden en düşük mekanik özelliklere sahip 90° üretim açısı ile üretilmiş numunenin test sonuçları kullanılmıştır. Şekil 9'da gösterilen geometri toplam 58224 sonlu elemana bölünmüştür ve optimizasyon probleminde kullanılacak olan penaltı faktörü 3 olarak seçilmiştir. Denklem (13)'te belirtilen optimizasyon problemi hem Optistruct yazılımı ile hem de IGEA yöntemi ile çözülmüştür. Optimizasyon probleminde amaç fonksiyonu olarak esneklik (tüm elemanların gerinme enerji toplamı), kısıt fonksiyonları olarak ise sırasıyla Hook Kanunu'ndan gelen kuvvet eşitliği, hacim kısıtı ve tasarım

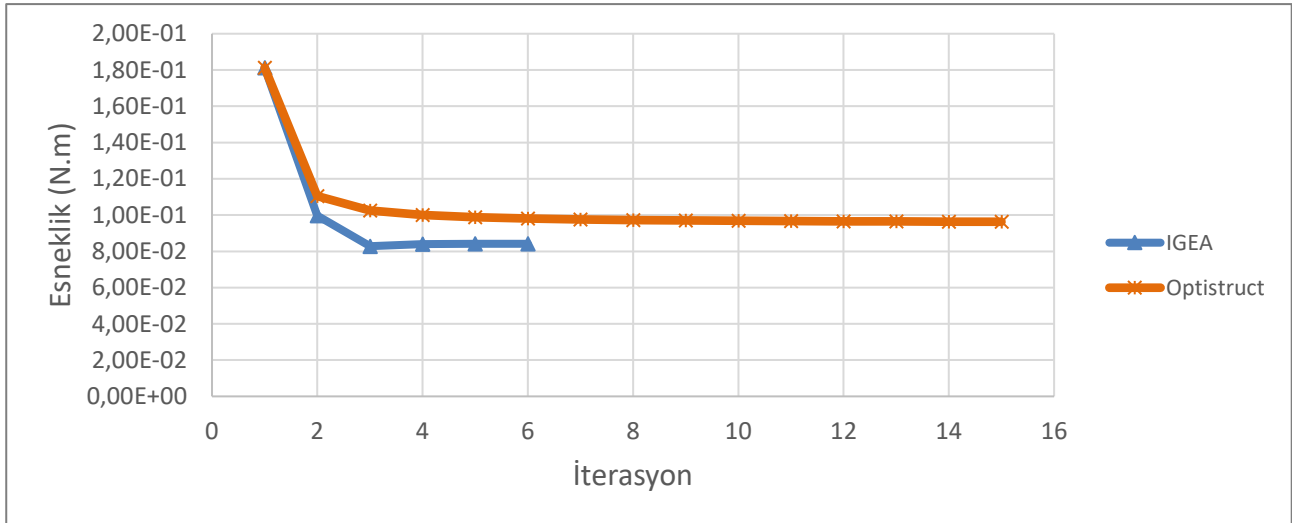
değişkenlerin alt ve üst limiti kullanılmıştır. Optimizasyon parametreleri olarak ise ρ_{min} değeri 0.01 ve final hacmin ilk hacme oranı $\bar{V} = 0.7$ olarak seçilmiştir. MMA optimizasyon yöntemi ile iki iterasyon arasındaki amaç fonksiyonlarının göreceli değişiminin 10^{-3} değerinden küçük olana dek iterasyonlar sürdürülmüştür.

$$\begin{aligned} \text{Minimum} \quad & C(\rho) = u^T K(\rho) u \\ \text{Koşullar} \quad & K(\rho) u = f \\ & \sum_{i=1}^N \rho_i v_i - \bar{V} \leq 0 \\ & 0 \leq \rho_{min} \leq \rho \leq 1 \end{aligned} \quad (13)$$

Performans kriteri olarak Denklem (14)'te belirtilen güvenlik marjini kullanılmıştır. Üretim yöntemi olarak eklemeli imalat seçildiğinden dolayı güvenlik faktörü olarak $SF=1.5$ seçilmiştir [Orme, 2018]. Bu değer, eklemeli imalat teknolojisinin tam olarak kendini kanıtlamamış olmasından dolayı konvansiyonel yöntemlerle üretilecek tasarımlarda kullanılan güvenlik faktöründen büyüktür. Denklem (14) kullanılarak final tasarımda oluşmasına izin verilecek maksimum gerilmenin 50 MPa olacağı belirlenmiştir.

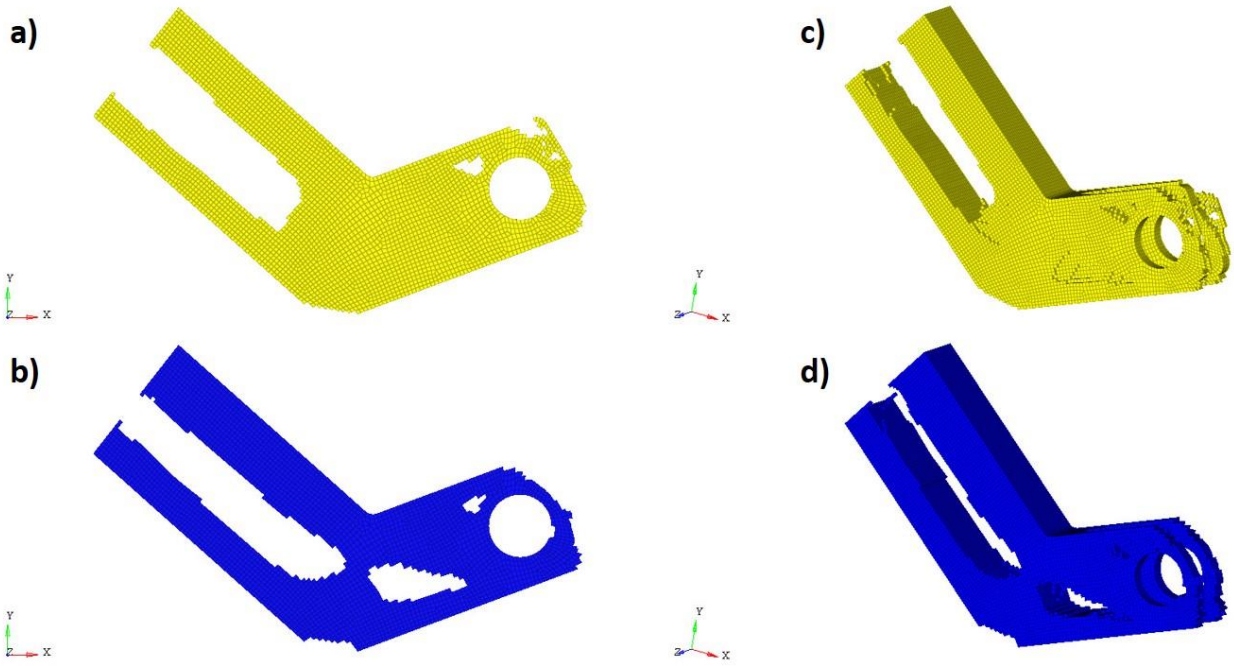
$$\text{Güvenlik Marjini} = \frac{\sigma_{akma}}{SF \sigma_{maks}} - 1 \geq 1 \quad (14)$$

Havacılık braketinde amaç fonksiyonunun iterasyonlara göre değişimi Şekil 10'da verilmiştir. Elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, IGEA yönteminin optimum sonuca 6 iterasyonda, Optistruct yazılımının ise 15 iterasyonda yakınsadığı görülmektedir. Ayrıca, amaç fonksiyonunun optimum değerleri kıyaslandığında, IGEA yöntemi ile elde edilen esneklik değerinin Optistruct ile elde edilen esneklik değerinden 0.87 kat daha az olduğu görülmektedir.



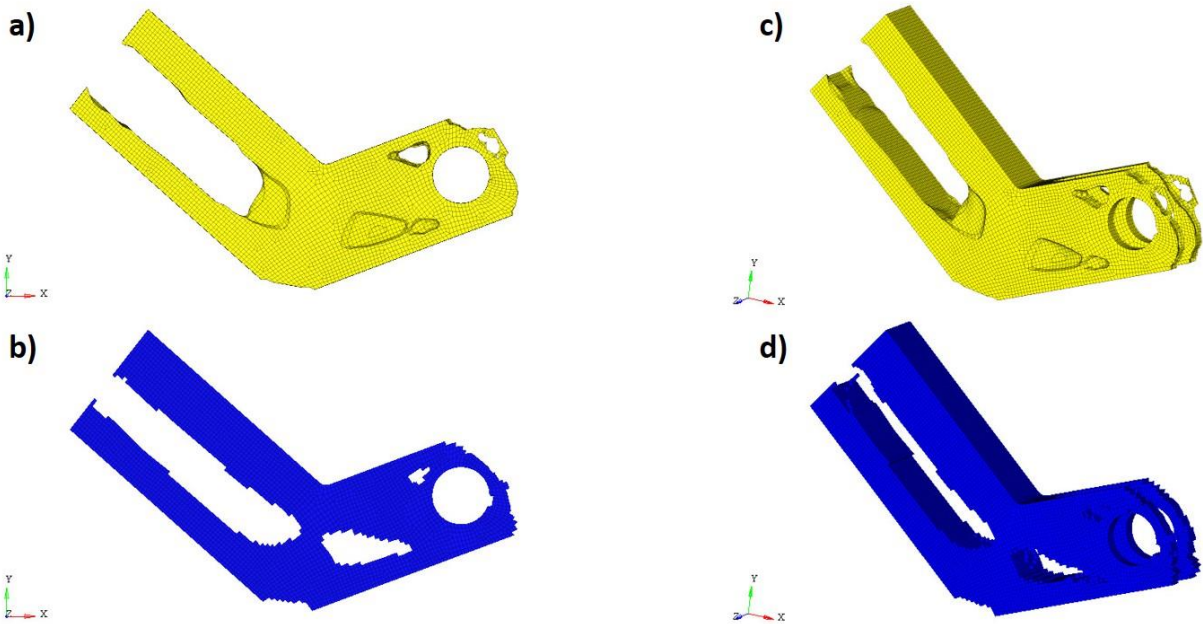
Şekil 10: Havacılık braketinde amaç fonksiyonunun iterasyonlara göre değişimi

Optimizasyon sonucunda IGEA yöntemi ile elde edilen final topoloji Optistruct yazılımının ham sonuçları ile karşılaştırılmış ve Şekil 11'de gösterilmiştir. Kullanılan optimizasyon yöntemleri farklı olduğu için tasarımlarda farklılıklar görülmektedir. Şekil 11-a ve b incelendiğinde, sınır koşulu ile kısıtlanan bölgenin çevresinin benzer bir şekilde oluşturulduğunu gözlenmektedir. Şekil 11-c ve d incelendiğinde ise delik çevresinde benzer bir malzeme dağılımı olduğu gözlenmiştir.

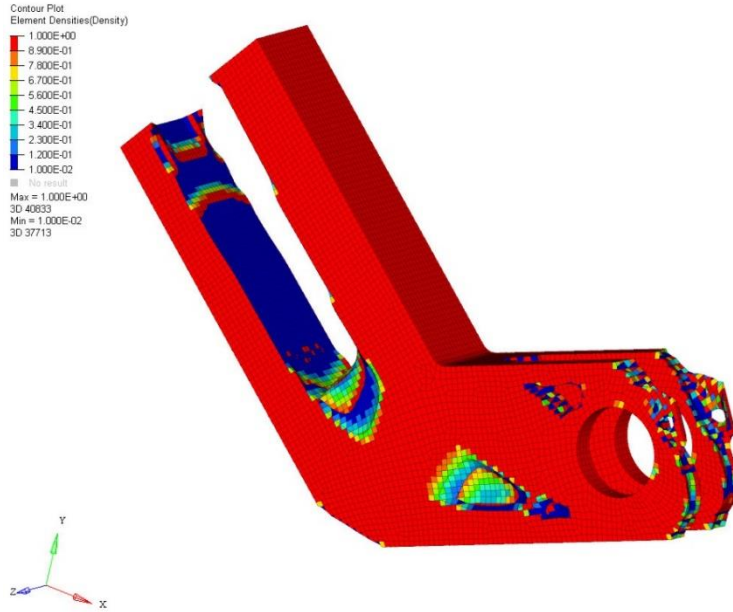


Şekil 11: Havacılık braket problemi için; a) Optistruct yazılımı ile elde edilen tasarımın önden görünüşü, b) IGEA yöntemi ile elde edilen tasarımın önden görünüşü, c) Optistruct yazılımı ile elde edilen tasarımın yandan görünüşü, d) IGEA yöntemi ile elde edilen tasarımın yandan görünüşü

Şekil 12’de IGEA yöntemi ile elde edilen sonuçlar ek görüntüleme filtresi ile görselleştirilen Optistruct yazılımının sonuçları ile de karşılaştırılmıştır. Şekil 12 incelendiğinde, tasarımların ana hatları ile birbirine benzerliği Şekil 11’e göre daha fazla belli olmaktadır. Ek görüntüleme filtresi ardıl işlemler için kullanılmaktadır, ancak sonuçları hatalı bir şekilde manipüle edebilmektedir. Örneğin, Şekil 13’te belirtilen ek filtreli sonuçlar incelendiği yapay yoğunluk değeri 0 olan elemanların bir kısmının hala tasarımda korunduğu, daha yüksek yoğunluk değerine sahip elemanların bazı elemanları ise silindiği görülmektedir. Bu nedenle, final topolojilerin karşılaştırılma esnasında karar verilirken Optistruct yazılımının ham sonuçları kullanılmıştır.

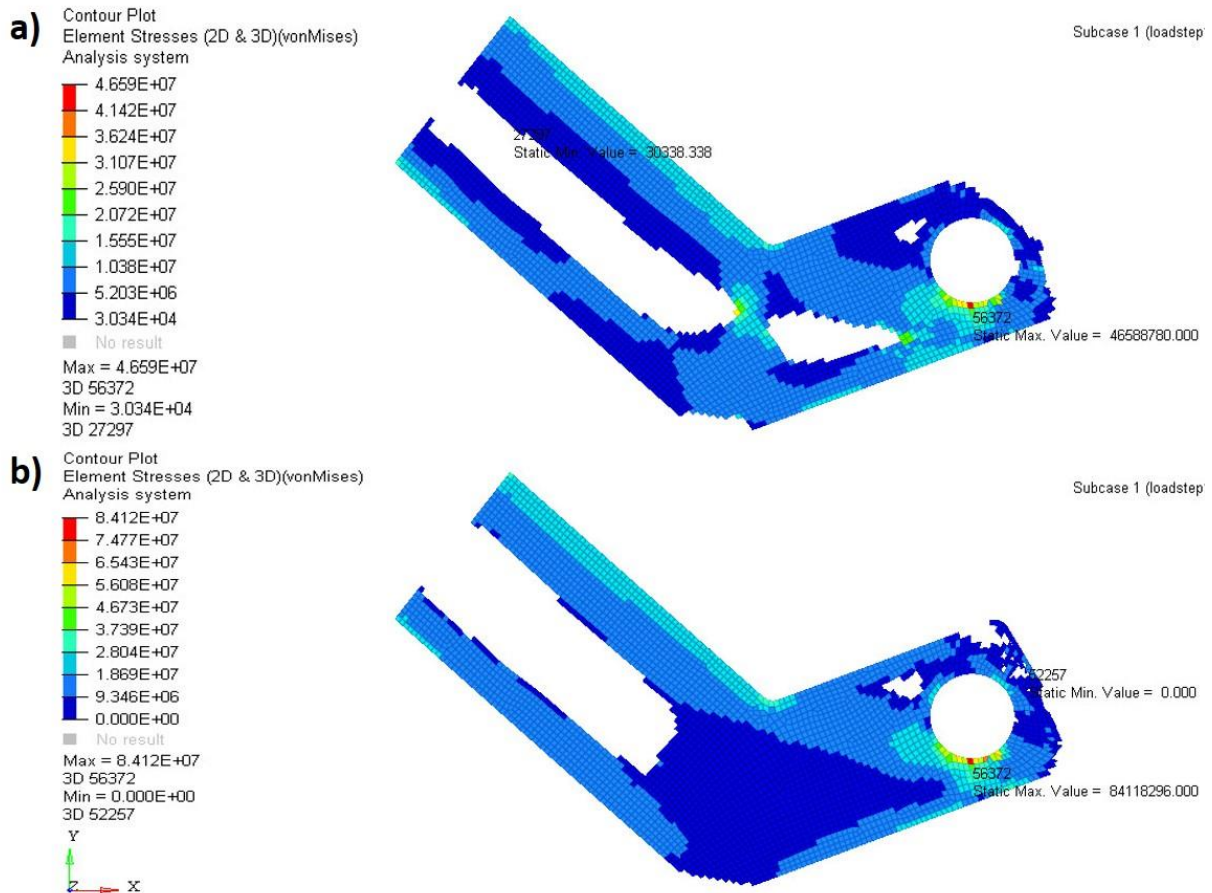


Şekil 12: Havacılık braket problemi için; a) Optistruct yazılımı ile elde edilen tasarımın ek görüntüleme filtresi ile önden görünüşü, b) IGEA yöntemi ile elde edilen tasarımın önden görünüşü, c) Optistruct yazılımı ile elde edilen tasarımın ek görüntüleme filtresi ile izometrik görünüşü, d) IGEA yöntemi ile elde edilen tasarımın izometrik görünüşü



Şekil 13: Havacılık braketleri problemi için ek görüntüleme filtresi ile alınan sonucun yapay yoğunluk dağılımı

Düşük yapay yoğunluklu elemanların filtrelenip modelden çıkarılması ile elde edilen final topolojilerin yükleme koşullarındaki performanslarını kontrol edebilmek adına, elde edilen tasarımların aynı yükleme koşulları ile tekrar sonlu elemanlar analizi yapılmıştır. Şekil 14'te gösterilen statik analiz sonuçlarına göre, IGEA yöntemi ile elde edilen tasarımda $\sigma_{max} = 46.6$ MPa iken, Optistruct yazılımı ile elde edilen tasarımda $\sigma_{max} = 64.1$ MPa olarak gözlenmiştir. Bu sonuçlara göre, Denklem (14)'te belirtilen güvenlik marjini isterini sadece IGEA yöntemi ile elde edilen tasarım sağlamaktadır.



Şekil 14: Havacılık braketleri problemi için; a) IGEA yöntemi ile elde edilen final topolojinin performans analizi, b) Optistruct yazılımı ile elde edilen final topolojinin performans analizi

SONUÇ

Bu çalışmada, modüler bir yapıya sahip, Matlab yazılımı kullanılarak tamamen otomatik bir şekilde çalışan bir topoloji optimizasyonu yöntemi geliştirilmiştir. Bu çalışma kapsamında geliştirilen IGEA topoloji optimizasyonu yöntemi; düzensiz tasarım hacmine sahip problemleri çözebilme yeteneği ile literatürde oldukça yaygın olarak kullanılan TOP3D isimli algoritmadan, geliştirmeye açık ve modüler bir yapıya sahip olması sayesinde ise endüstriyel yazılımlardan ayrılmaktadır. IGEA yönteminin doğruluk ve etkinliği öncelikle literatürde sıklıkla kullanılan ankastre giriş problemi ve MBB giriş problemi üzerinde test edilmiş, ardından havacılık braket tasarımına problemine uygulanmıştır. Bu problemler, hem IGEA yöntemi hem de Altair Optistruct topoloji optimizasyonu yazılımı kullanılarak çözülmüş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Test problemler için elde edilen optimizasyon sonuçları kıyaslandığında, IGEA yönteminin Optistruct yazılımına göre daha düşük amaç fonksiyonu değerleri sağladığı ve daha az sayıda iterasyonda optimum sonuca yakınsadığı gözlenmiştir. Ayrıca, optimizasyon çıktısı final topolojiler karşılaştırıldığında büyük farklılıkların olmadığı gözlemlenmiş ve IGEA yöntemin doğru bir şekilde çalıştığı kabul edilmiştir. Ardından, IGEA yöntemi bir hava aracı braketinin tasarımı için uygulanmıştır. Uygulama sonucunda, IGEA yöntemi ile daha az sayıda iterasyonda elde edilen optimum tasarımın Optistruct ile elde edilen optimum tasarıma göre performansının daha iyi olduğu belirlenmiştir.

İleriye Yönelik Çalışmalar

Katmanlı imalat yönteminde parçanın tablaya göre konumu mekanik özellikleri ciddi bir şekilde etkilemektedir. Tasarımlar güvenli bölgede kalmak adına minimum mekanik özelliklere göre yapılmakta ve bu nedenle olması gerekenden daha ağır tasarımlar ortaya çıkabilmektedir. Dolayısıyla, üretim kaynaklı değişen mekanik özelliklere karşı daha az hassas olacak şekilde gürbüz (*robust*) topoloji optimizasyonu yönteminin geliştirilmesi teknolojik olarak önemlidir. Bu çalışmada geliştirilen IGEA yöntemi, gelişmeye devam eden bir teknoloji olan eklemeli imalat yönteminde tasarımın performansını önemli derecede etkileyen belirsizlik altında tasarım yapabilme kabiliyeti kazanma imkânı oluşturulmasını destekleyecek modüler bir yapıya sahiptir. IGEA yöntemi, ilerleyen çalışmalarda daha da geliştirilerek, üretim tablasına olan açıdan bağımsız tasarımların ve eklemeli imalat teknolojileri kapsamında var olan belirsizlik modelleme çalışmalarına ışık tutabilecek modellerin iyileştirilmesi mümkün olabilecektir.

Kaynaklar

- Altair Engineering 2015. The Optistruct User's Manual Versiyon 13.0
- Allaire G., Bonnetier E., Francfort G., Jouve F., 1997. Shape optimization by the homogenization method. *Numer Math* 76(1):27–68
- ANSYS Inc., 2013. ANSYS Mechanical User's Guide
- Bendsøe MP., Sigmund O., 2004. *Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications*. Berlin: Springer
- Bendsøe MP., Kikuchi N., 1988. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Comput Methods Appl Mech Eng* 71(2):197–224
- Bendsøe MP., 1989. Optimal shape design as a material distribution problem. *Struct Multidiscip Optim* 1(4):193–202
- Bourdin B., 2001. Filters in topology optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 50(9):2143–2158
- Bruns T., Tortorelli D., 2001. Topology optimization of non-linear structures and compliant mechanisms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 190. 3443-3459. 10.1016/S0045-7825(00)00278-4
- Chan Y., Shintani K., Chen W., 2019. Robust topology optimization of multi-material lattice structures under material and load uncertainties. *Frontiers of Mechanical Engineering*. 10.1007/s11465-019 0531-4
- Christensen PW., Klarbring A., 2009. *An introduction to structural optimization*. Springer
- Hassani B., Hinton E., 1998. A review of homogenization and topology optimization. I–Homogenization theory for media with periodic structure. *Comput Struct* 69(6):707–717
- Liu K., Tovar A., 2014. An efficient 3D topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*. 50. 10.1007/s00158-014-1107-x
- Mlejnek H., 1992. Some aspects of the genesis of structures. *Struct Optim* 5(1–2):64–69
- Orme M., Madera, I., Gschweidl M., Ferrari M., 2018. Topology Optimization for Additive Manufacturing as an Enabler for Light Weight Flight Hardware. *Designs*. 2. 51. 10.3390/designs2040051
- Rozvany GIN., Zhou M., Birker T., 1992. Generalized shape optimization without homogenization. *Struct Multidisc Optim* 4(3):250–252
- Sigmund O., 2001. A 99 line topology optimization code written in Matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization* 21(2):120–127
- Sigmund O., 2007. Morphology-based black and white filters for topology optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 33(4–5): 401–424
- Svanberg K., 1987. The method of moving asymptotes—A new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 24(2): 359–373
- Svanberg K., 2007. MMA and GCMMA—Two Methods for Nonlinear Optimization. Technical Report
- Suzuki K., Kikuchi N., 1991. A homogenization method for shape and topology optimization. *Comput Methods Appl Mech Eng* 93(3):291–318
- Wilson RB., 1963. A simplicial method for convex programming, PhD thesis, Harvard University
- Zhou M., Rozvany G., 1991. The COC algorithm, part II: topological, geometrical and generalized shape optimization. *CompMeth Appl Mech Eng* 89:309–336