8. ULUSAL HAVACILIK VE UZAY KONFERANSI **UHUK-2020-089**
9-11 Eylül 2020, Türk Hava Kurumu Üniversitesi, Ankara

SABİT KANAT HAVA ARAÇLARINDA FREKANS BÖLGESİNDE PARAMETRE KESTİRİMİ UYGULAMALARI

Hakan Tiftikci[1], Ethem Hakan Orhan[2]
Hüdai Alaylı[3], Halil Kaya[4]
TAI, Ankara

ÖZET

Bu çalışmada sabit kanat hava aracı aerodinamik katsayılarının kestiriminde kullanılagelen frekans bölgesi parametre kestirim ("frequency domain parameter estimation") tekniklerinin tanıtılması amaçlanmış ve bu kapsamda TAI bünyesinde tasarlanmış ve üretilmiş olan Pelikan İnsansız Hava Aracı için geliştirilmiş matematik modeller ile gerçekleştirilmiş bilgisayar benzetim sonuçları kullanılarak kestirim teknikleri denenmiş ve çeşitli açılardan değerlendirilmiştir. Uygulamada sorun teşkil eden kapalı-döngü-kestirim (İng. "closed-loop-parameter-estimation"), gecikme (İng. "delay"), ilk koşullar (İng. "initial conditions") gibi problemlerin nasıl ele alınacağına dair teknikler anlatılmıştır. Fourier Dönüşüm Regresyonu ve Modulasyon Fonksiyonu tekniği incelemeler ve karşılaştırmalar arasında öne çıkarılmıştır.

[1]Kıdemli Uzman Mühendis, E-posta: `htiftikci@tai.com.tr`
[2]Kıdemli Uzman Mühendis, E-posta: `horhan@tai.com.tr`
[3]Uzman Mühendis, E-posta: `hudai.alayli@tai.com.tr`
[4]Uzman Mühendis, E-posta: `hkaya@tai.com.tr`

SEMBOL	AÇIKLAMA
α, β	hücum ve yana kayış açıları
ϕ, θ, ψ	Euler açıları (yatış, yunuslama, sapma)
p, q, r	açısal hızlar
F_x, F_y, F_z	gövde eksen takımında kuvvetler
M_x, M_y, M_z	gövde eksen takımında momentler
C_ℓ, C_m, C_n	aerodinamik moment katsayıları
C_D, C_Y, C_L	aerodinamik kuvvet katsayıları
ϕ_n, ψ_n	modulasyon fonksiyonları
ρ	korrelasyon
σ	standart sapma
τ	gecikme

Tablo 1: değişkenler ve tanımları

KISALTMA	AÇIK	İNG. KISALTMA	İNG. AÇIK
FDR	Fourier Dönüşüm Regresyonu	**FTR**	Fourier Transform Regression
MF	Modulasyon Fonksiyonu	**MF**	Modulating Function
SFD	Sonlu Fourier Dönüşümü	**FFT**	Finite Fourier Transform
EH, DH	Eşitlik/Denklem Hatası	**EE**	Equation Error
ÇH	Çıktı Hatası	**OE**	Output Error
DDES	Düşük Derece Eşdeğer Sistem	**LOES**	Low Order Equivalent System
EKK	En Küçük Kareler	**LS**	Least Squares
KAS	Kararlılık Arttırıcı Sistem	**SAS**	Stability Augmentation System

Tablo 2: kısaltmalar

GİRİŞ

Frekans bölgesinde parametre kestirim tekniği, uçuş testinden elde edilen verilerin Fourier dönüşümleri $x(t) \rightarrow X(\omega) = \mathcal{F}[x(t)] = \int x(t) e^{-\jmath\omega t} \mathrm{d}t$ ile frekans bölgesine aktarılmasına ve dönüştürülmüş verilerin sonrasında sistem dinamiği denklemlerinin frekans uzayındaki karşılıklarında kullanılarak matematik model-test verisi uyuşumun/örtüşümünün eniyilenmesine [1] dayanmaktadır. Frekans uzayında parametre kestiriminde temel yaklaşımlar *spektral kestirim* ("spectral estimation"), *çıktı hatası* ("output error") ve *eşitlik hatası* ("equation error") başlıkları altında toplanabilir (Morelli ve Grauer, 2006). Bu çalışmada, sayılan üç yaklaşım içerisinden eşitlik hatası uygulamalarına yoğunlaşılmıştır. Eşitlik hatası metodunun [2] çok hassas sonuçlar verdiği ve gerçek zamanlı dinamik modellemede en iyi metod olarak bahsedildiği bildirilmektedir(Morelli ve Smith, 2009).

Literatür, havacılık uygulamaları özelinde incelendiğinde, frekans uzayı parametre kestiriminin özellikle gerçek zamanlı parametre kestiriminde tercih edildiği görülmektedir. Metodun uygulamasında, özel bir veri saklama gerektirmeksizin Özyineli Fourier Dönüşümü (İng. "Recursive Fourier Transform, RFT") adıyla anılan $X_n(\omega) = \sum_{i=0}^{n} x(t_i) e^{-\jmath\omega t_i} = X_{n-1}(\omega) + x(t_n) e^{-\jmath\omega t_n}$ ardaşık hesaplama yönteminin yer alması bu tercihin altında yatan neden olarak gösterilmektedir (Jameson ve Cooke, 2012). Bu avantajın yanısıra belli başlı sıralanabilecek diğer avantajlar arasında

- ölçülen verilerde olması mümkün olan sapma (İng. "bias") ve kayma (İng. "drift") değerlerini inceleme dışında tutarak bu değerlerin kötü etkilerinden kurtarması [3]
- incelenen modelin önkabülünde varsayılan frekans bölgelerine yoğunlaşma ve böylelikle ayrıca gürültü filtrelemesi yapmadan dinamiklere ve gürültünün baskın olmadığı bölgeleri inceleme kabiliyeti(Morelli ve Grauer, 2006)[4]
- zaman ekseninde hesabı ve/veya doğrudan ölçümü yapılamadığından problem teşkil eden $\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$ gibi türevi alınmış değişkenlerin, frekans uzayında türevsiz değişkenden $\mathcal{F}[\dot{p}], \mathcal{F}[\dot{q}], \mathcal{F}[\dot{r}] \rightarrow \jmath\omega\tilde{p}, \jmath\omega\tilde{q}, \jmath\omega\tilde{r}$ doğrudan hesaplanması[5]
- zaman uzayı tekniklerinde interpolasyon gerektirmesiyle ortaya çıkan gecikme kaynaklı problemlerin, frekans uzayında gecikmenin bir exponansiyele dönüşmesiyle $\mathcal{L}[z(t-\tau)] \rightarrow e^{\jmath\tau}\tilde{z}(s)$ ciddi bir problem olmaktan çıkması[6]

gösterilmektedir. Fourier dönüşümü temelli metodlar bu avantajlara sahipken, dikkat edilmesi gereken bazı hususları beraberinde getirmektir. Belli başlıları arasında

- verilerdeki eğilimin/davranışın (İng. "trend") Fourier dönüşümü temel (sinyalin peryodik olması) varsayımına uymamasından kaynaklı sorunlar
- Zaman uzayında eşitlik hatası metodunda ciddi bir etkisi olmayan ilk ve son değerlerin, den-

[1] genelde lineer veya lineer olmayan en-düşük-kareler metoduyla
[2] Fourier Dönüşümü Regresyonu (İng. "Fourier Transform Regression", FTR) adıyla da anılmaktadir
[3] düşük frekanslar Fourier analizi dışında bırakılabildiği takdirde
[4] "short-period"un sahip olduğu hızlı frekanslara yoğunlaşma gibi
[5] ilk bakışta avantaj addedilen bu özellik, ilk durum problemini ortaya çıkarmaktadır, fakat bu problemin çözümü için geliştirilmiş teknikler mevcuttur.
[6] getiri-götürü yönünden bakıldığında, bu özelliğin götürüsü problemi lineer problem olmaktan çıkartmasıdır.

klemlerde bilinmeyen olarak yer alır hale gelmesi[7]

$$\int_0^T \dot{x}(t)\, e^{-\jmath\omega t}\, \mathrm{d}t = x(t)\, e^{-\jmath\omega t}\big|_0^T - (-\jmath\omega) \int_0^T x(t)\, e^{-\jmath\omega t}\, \mathrm{d}t \quad (1)$$

$$\mathcal{F}[\dot{x}(t)] = x(T)\, e^{-\jmath\omega T} - x(0) + \jmath\omega \mathcal{F}[x(t)] \quad (2)$$

Literatür

(Morelli ve Grauer, 2006) uygulamada dikkat edilecek pek çok hususun özetini ve uygulama pratiklerini içermektedir. (Morelli ve Smith, 2009) test verisi gereksinimlerini özetlemekte ve kestirimi yapılacak katsayılara dair ön bilgilerin nasıl hesaba katılabileceğini göstermektedir. "Modified F-15B Fighter Jet" ve "S-2 Subscale Jet Transport" uçaklarına uygulamalara yer vermektedir. (Grauer ve Boucher, 2012) kapalı döngüde verilerden multisine girdiler ile yalın uçak dinamik MIMO model tahmininin "NASA T2 subscale" ve "X-56A MUTT Aeroelastic" gösterim uçaklarında uygulamalarını içermektedir. (Graueror ve Bouchery, 2018) giderilemeyen ölçüm hatalarını ele almak üzere geliştirdiği teknikte Wiener filtresi ve "deconvolution" işleminin kullanımını anlatmaktadır. (Morelli, 2018) ve (Grauer, 2018) "NASA Learn-to-Fly İnitiative" olarak adlandırdıkları projede gerçek zamanlı parametre kestirim ile kontrol sisteminin adaptif ayarlanmasını [8] ("adaptive tuning") kapalı döngü eşlenik model için sıkça kullanılan LOES modeli üzerinden anlatmaktadır. (Grauer ve Morelli, 2016) zaman uzayında gerçek zamanlı RLS metodunun uygulamasını ve belirsizliklerin tahminini anlatmakta, frekans uzayı tekniklerine karşılaştırma için bir örnek teşkil etmektedir. Frekans Uzayı yaklaşımları, Zaman-Frekans Analizi (İng. "Time-Frequency Analysis", TFA) ve dalgacık analizleri (İng "Wavelet Analysis") gibi daha güncel yaklaşımlar ile de ele alınabilir. Buna örnek olarak (Naruoka,Hino ve Tsuchiya, 2010) "wavelet" dönüşümlerini uyguladığı çalışması verilebilir.

Uygulama uzayının frekans veya zaman olmasından bağımsız, girdi tasarımı da metodun başarısında büyük önem teşkil etmektedir. Bu konuda mevcut pek çok çalışma arasından, optimal girdi tasarımının anlatıldığı (Licitra,Burger,Williams,Ruiterkamp ve Diehl, 2017), girdi formlarının etkilerinin incelendiği (Om ve Latt, 2017) ve D-optimal multisine tasarımlarının incelendiği (Lichota, 2016) örnek olarak verilebilir.

Fourier Modulasyon Fonksiyonunun (İng. "Fourier Modulating Function", FMF) havacılık uygulaması (Pearson, 1995) çalışmasında yer almaktadır. Temelleri Shinbrot M. tarafından atılan tekniğin dönemdaşı Pieter Eykhoff tarafından özetlendiği ve detaylandırıldığı bildirilmektedir.

Tezler arasında (Gillberg, 2006) metodların detaylı listesi ve matematik analizleri ile öne çıkmaktadır. Pek çok tezin küçük İHA larda uygulamasının olduğu görülmektedir. Örnek olarak (Dorobantu,Murchy,Mettlerz ve Balas, 2013),(Xu, 2014) ve (Dorobantu, Murchy, Mettlerz ve Balas, 2011) verilebilir.

Frekans uzayında özel problemlerin ele alındığı çalışmalara örnek olarak; α, β ölçümü olmaksızın parametre kestiriminin yapıldığı (Morelli, 2011), α, β değerlerinin Kalman filtresi ile kestirilip, "orthogonal LS" uygulanarak parametre kestiriminin yapıldığı (Tantrairatn ve Veres, 2015) ve gecikmelerin nasıl ele alınacağını göstermekte olan (Morelli, 2017) verilebilir.

[7] bu durum algılayıcı verilerinde hataların/dengenden sapma ölçümlerinin sıfıra yakın olduğu durumda problem teşkil etmezken, ölçüm gürültüleri scale/bias gibi bozuntular ile parametre kestirim hesap hatasını arttırmakta veya ilk durum değerlerini de yeni bilinmeyenler olarak sisteme katmaktadır. Literaturde bu problemin çözümune yönelik, verilerin önişlemede yüksek geçirgen (İng. "highpass") filtrelenmesi yer almaktadır (Morelli ve Grauer, 2006).

[8] verilen örnek çalışmada sönümleme katsayısını istenilen seviyeye gerirmeye calışmaktadır

Frekans Bölgesi Tekniklerine Genel Bakış

Genel hatlarıyla incelendiğinde, frekans uzayı tekniklerinin, seçilen matematik model (transfer fonksiyonu, vs) için ayrık frekans değerlerinde elde edilen (toplam) spektral içeriğin, aynı içeriğin uçuş verilerinden elde edilen değerlerine (parametrelerin eniyilemesi ile) yakınsatılmasından ibaret olduğu görülmektedir. Temel kurguda model-test verisi örtüşmesi için, matematik model ile veri arasındaki hatanın en küçük (kareler toplamı) değerine ulaşılmak istenirken, model/hata için çeşitli tanımlar kullanmak mümkündür. Genel bir transfer fonksiyonu $G(s) = ({}^{z}/_{u})\,(s) = {}^{N(s)e^{-\tau s}}/_{D(s)}$ için alternatiflerden EE ve OE tanımları

$$J_{EE} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left|D\left(\jmath\omega_i\right)\tilde{z}_i - N\left(\jmath\omega_i\right)\tilde{u}_i e^{-\jmath\omega_i\tau}\right|^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left|\tilde{e}_i\right|^2 = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{e}}^\top\tilde{\mathbf{e}}$$

$$J_{OE} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left|\tilde{z}_i - \tilde{y}_i\right|^2 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left|\tilde{v}_i\right|^2 = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{v}}^\top\tilde{\mathbf{v}}$$

olarak verilir. Faz ve genlik hatalarının ayrı terimlerle ele alındığı

$$\begin{aligned} J_{LS} \quad &= \quad \sum_{i=1}^{m}\left(20\log_{10}\left|\frac{\tilde{z}\left(\omega_i\right)}{\tilde{u}\left(\omega_i\right)}\right| - 20\log_{10}\left|\frac{\tilde{y}\left(\omega_i\right)}{\tilde{u}\left(\omega_i\right)}\right|_{LOES}\right)^2 \\ &\quad +0.0175\sum_{i=1}^{m}\left(\angle\left(\frac{\tilde{z}\left(\omega_i\right)}{\tilde{u}\left(\omega_i\right)}\right) - \angle\left(\frac{\tilde{y}\left(\omega_i\right)}{\tilde{u}\left(\omega_i\right)}\right)_{LOES}\right)^2 \end{aligned}$$

hata tanımına özellikle kullanım-nitelikleri (İng. "handling qualities") çalışmalarında rastlanılmaktadır.

<u>Örnekler:</u> Teknikleri örneklemek amacıyla aşağıda transfer fonksiyonu verilen LOES modeli seçilmiştir

$$\frac{\tilde{q}}{\tilde{\delta}_e} = \frac{K_{\dot{\theta}}\left(s + \frac{1}{T_{\vartheta_2}}\right)e^{-\tau_e s}}{s^2 + 2\omega_{sp}\zeta_{sp}s + \omega_{sp}^2} = \frac{(As + B)\,e^{-\tau_e s}}{s^2 + k_1 s + k_0} \tag{3}$$

[9]bu transfer fonksiyonu diferensiyel eşitlik olarak veya frekans uzayında ifade edilip

$$\begin{aligned} \ddot{q} + k_1\dot{q} + k_0 q =& A\dot{\delta}_e\left(t - \tau_e\right) + B\delta_e\left(t - \tau_e\right) \\ -\omega^2\tilde{q} + k_1\jmath\omega\tilde{q} + k_0\tilde{q} =& \ \jmath\omega A\tilde{\delta}_e e^{-\jmath\omega\tau_e} + B\tilde{\delta}_e e^{-\jmath\omega\tau_e} \end{aligned}$$

bütün bilinmeyenler bir tarafa toplandığında

$$-\omega^2\tilde{q} = \left[\begin{array}{cccc} \jmath\omega\tilde{q} & \tilde{q} & \jmath\omega A\tilde{\delta}_e e^{-\jmath\tau_e} & B\tilde{\delta}_e e^{-\jmath\tau_e} \end{array}\right]\left[\begin{array}{cccc} k_1 & k_0 & A & B \end{array}\right]^\top$$

Eniyileme için, girdileri bilinmeyen-parametreler $\Theta = \left[\begin{array}{ccccc} k_1 & k_0 & A & B & \tau_e \end{array}\right]$ olan , aday maliyet (İng. "cost") fonksiyonu

$$J\left(\Theta\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left(-\omega_i^2\tilde{q}_i + \left(k_0 + k_1\jmath\omega_i\right)\tilde{q}_i - \left(\jmath\omega_i A + B\right)e^{-\jmath\omega_i\tau_e}\tilde{\delta}_{e,i}\right)^2 =! \min$$

şeklinde tanımlanabilir. Gecikme τ_e etkisi ile lineerlik özelliğini kaybeden bu denklemin çözümü icin numerik teknikler gerektirmektedir[10]

[9] $A = K_{\dot{\vartheta}}, B = \frac{K_{\vartheta}}{T_{\vartheta_2}}, k_1 = 2\zeta_{sp}\omega_{sp}, k_0 = \omega_{sp}^2$

[10] gecikmenin bilindiği durumda bilinmeyenler gene lineer matris çözümünden elde edilecektir

Eşitlik Hatası (EE) metodunda türev operatörlerin girdi ve çıktılara doğrudan uygulanmasıyle rasyonel olmayan lineer formda eşitlik elde edilirken, aynı transfer fonksiyon Çıktı Hatası (OE) metodunda model çıktıları ile test verisinden elde edilen çıktılar arasındaki farkın kareler toplamı minimize edilir. LOES dinamiği $\tilde{q} = \frac{(A\jmath\omega+B)e^{-\tau_e \jmath\omega}}{-\omega^2+k_1\jmath\omega+k_0}\tilde{\delta}_e$ için modelleme hata fonksiyonu aşağıdaki şekilde tanımlanmaktadır

$$J(\Theta) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left(\tilde{q}_{E_i} - \tilde{q}_i(\Theta)\right) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}\left(\tilde{q}_{E_i} - \frac{(A\jmath\omega_i + B)\, e^{-\tau_e \jmath\omega_i}}{-\omega_i^2 + k_1\jmath\omega_i + k_0}\tilde{\delta_e}\right)$$

İlk Durum Problemi ve Modulasyon Fonksiyonları: FTR gibi integral dönüşüm kullanan metodlarda belirli/sonlu integralden ötürü ölçümlerin ilk ve son değerleri hesaba dahil olduğu ve problem teşkil ettigi önceki paragraflarda bahsedilmişti (Eşitlik 1). Fourier dönüşümü kullanıldığı durumlar için, literatürde (Morelli ve Grauer, 2006) bu probleme çözüm olarak yüksek geçirgen (İng. "high-pass") filtre kullanımı, eğilim alma (İng. "de-trending") ve ilk durumdan sapma değerlerinin kullanılması önerilmektedir. İlk (ve son) durum problemine getirilen diğer bir çözüm ise Modulasyon Fonksiyonu (İng "Modulating Function") tekniği adıyla anılan metottur. (Morelli ve Grauer, 2006) MF yaklaşımının frekans uzayında eşitlik hatası metoduna benzer olduğunu ancak de-trend gerektirmediğini ve uç nokta koşullarına karşı daha gürbüz olduğunu dile getirmektedir. Bu metotta lineer formda girdi ve çıktıların diferansiyellerini içeren bir diferansiyel denklemin

$$\begin{aligned} y^{(n)}(t) + \cdots + a_1 y^{(1)}(t) + a_0 y(t) &= b_m u^{(m)}(t) + \cdots + b_1 u^{(1)}(t) + b_0 u(t) + v(t) \\ \sum_{k=0}^{n} a_k y^{(k)} &= \sum_{k=0}^{m} b_k u^{(k)} \end{aligned} \tag{4}$$

ilkin bir test/ağırlıklandırma fonksiyonu ϕ ile çarpılıp denklemin belirli integrali alınır

$$\sum_{k=0}^{n} a_k \int \phi y^{(k)}\,\mathrm{d}t = \sum_{k=0}^{m} b_k \int \phi u^{(k)}\,\mathrm{d}t \tag{5}$$

daha sonra terimlere parçalı integral işlemi ardaşık q kez tekrar edildiğinde basitleştirici

$$\int_0^T \phi y^{(k)}\,\mathrm{d}t = \sum_{\ell=0}^{q}(-1)^{\ell}\,\phi^{(\ell)} y^{(k-\ell-1)}\Big|_0^T + (-1)^{q+1}\int_0^T \phi^{(q+1)} y^{(k-q-1)}\,\mathrm{d}t$$

ilişkisi elde edilir. Test fonksiyonunun

$$\phi^{(\ell)}(0) = \phi^{(\ell)}(T),\ \ell \in [1 \ldots k-1]$$

özelliklerini sağlayacak şekilde seçilmesi halinde ise ilk denklem bütün ilk durum değerlerinden arındırılmış olur. Böylece hesaplaması zor olan y ve u türevleri, hesaplanabilir test fonksiyonu ϕ türevleri ile yer değiştirmiştir.

$$\int_0^T \phi y^{(k)}\,\mathrm{d}t = (-1)^k \int_0^T \phi^{(k)} y^{(0)}\,\mathrm{d}t$$

Bu ilişkinin 5 eşitliğinde kullanılmasıyla

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n} a_k \int \phi y^{(k)}\,\mathrm{d}t &= \sum_{k=0}^{m} b_k \int \phi u^{(k)}\,\mathrm{d}t \\ \sum_{k=0}^{n}(-1)^k a_k\left(\int_0^T \phi^{(k)} y\,\mathrm{d}t\right) &= \sum_{k=0}^{m}(-1)^k b_k\left(\int_0^T \phi^{(k)} u\,\mathrm{d}t\right) \end{aligned}$$

ilk koşulların yer almadığı a_k, b_k parametrelerinde lineer denklem seti elde edilir. Pearson(Pearson, 1995), Shinbrot tarafından geliştirilen bu tekniği aşağıda verilen ağırlık fonksiyonu ile uygulamıştır [11]

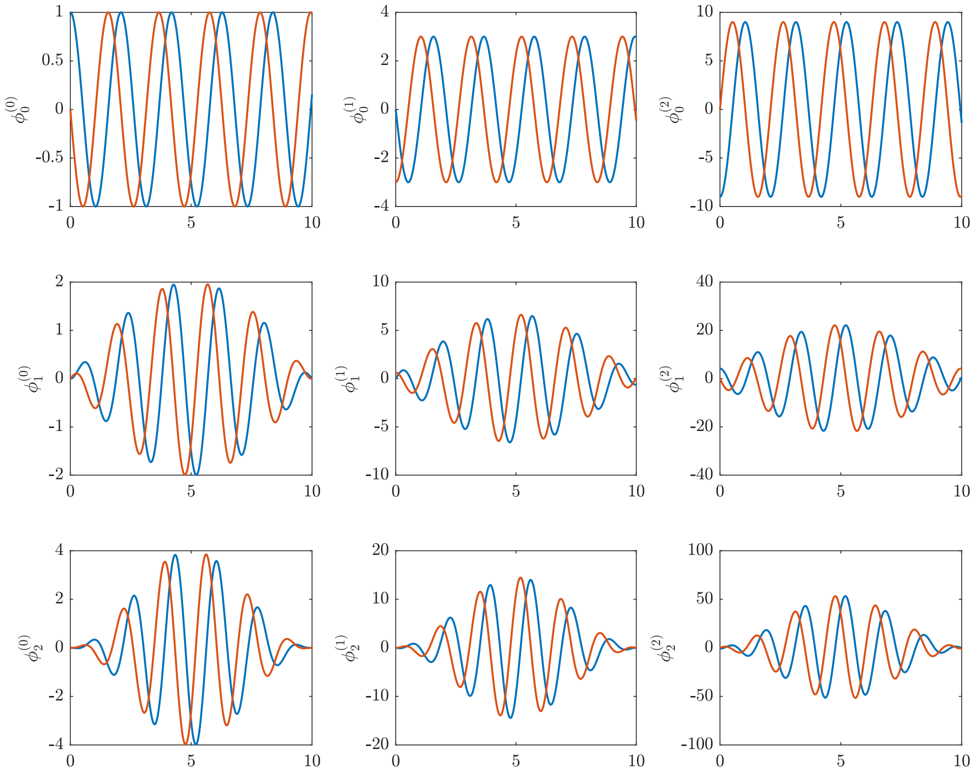
$$\begin{aligned}\phi_n\left(t;\omega,\omega_0\right) &= e^{-\jmath\omega t}\left(1-e^{-\jmath\omega_o t}\right)^n \\ &= \sum_{k=0} b_k e^{-\jmath(\omega+k\omega_0)t}\end{aligned}$$

Değişik n değerleri için ϕ_n ve ilk iki türevi Şekil 1 de verilmiştir. ϕ_n tanımının binom katsayılarla açılmış hali, türev hesabı ve gerçek zamanlı kullanım için daha uygundur. ϕ fonsiyonunun (i)ci türevi

$$\phi_n^{(i)}\left(t\right) = \sum_{k=0}^{n} b_k\left(-\jmath\left(\omega+k\omega_0\right)\right)^i\ e^{-\jmath(\omega+k\omega_0)t}$$

ile verilmektedir. Bu türevin bir değişken y ile skalar ("dot") çarpımı aşağıda verilmiştir

$$\begin{aligned}\int_0^T y\left(t\right)\phi_n^{(i)}\left(t\right)\,\mathrm{d}t &= \int_0^T y\left(t\right)\sum_{k=0}^{n} b_k\left(-\jmath\left(\omega+k\omega_0\right)\right)^i\ e^{-\jmath(\omega+k\omega_0)t}\,\mathrm{d}t \\ &= \sum_{k=0}^{n} b_k\left(-\jmath\left(\omega+k\omega_0\right)\right)^i\int_0^T y\left(t\right)e^{-\jmath(\omega+k\omega_0)t}\,\mathrm{d}t \\ &= \sum_{k=0}^{n} b_k\left(-\jmath\left(\omega+k\omega_0\right)\right)^i\ \tilde{y}\left(\omega+k\omega_0\right)\end{aligned}$$



Şekil 1: $\omega = 3\,\mathrm{Hz}$ ve $T = 10\,\mathrm{s}$ durumunda $n = 0, 1, 2$ derecelerinde Pearson ϕ fonksiyonu ile 1./2. turevleri

[11] $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ ve $b_k = (-1)^k\frac{n!}{k!\,(n-k)!}$

Literaturede rastgelinen diğer bir modulasyon fonksiyonu ise

$$\psi(t;\omega,n)=\sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{n}{k}\left(\cos\left((n+\omega-k)\,\omega_0 t\right)+\sin\left((n+\omega-k)\,\omega_0 t\right)\right)$$

ifadesiyle tanımlanan Hartley modulasyon fonksiyonudur(Gillberg, 2006).

Lineer Filtre Yöntemleri: Bu metotta temel diferansiyel denkleme (Eşitlik 4), $F(s)\sum_{k=0}^{n}a_k y^{(k)} = F(s)\sum_{k=0}^{m}b_k u^{(k)}$ şeklinde lineer bir filtre uygulanır, öyle ki uygun bir seçimle, hesaplaması problemli türevler, filtreli durumda hesaplanabilir duruma gelir (Gillberg, 2006). Filtre seçiminin $F(s)=\left(\frac{\lambda}{s+\lambda}\right)^n$ olarak alındığı durumda denklem seti

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{\lambda}{s+\lambda}\right)^n s^k a_k y &= \sum_{k=0}^{m}\left(\frac{\lambda}{s+\lambda}\right)^n s^k b_k u\\ \sum_{k=0}^{n}\left(\frac{\lambda s}{s+\lambda}\right)^n s^{k-n} a_k y &= \sum_{k=0}^{m}\left(\frac{\lambda s}{s+\lambda}\right)^n s^{k-n} b_k u\end{aligned}$$

halini alır. Bu tekniğin burada tanıtılma nedeni, yeni ifadenin filtrelenmiş türevleri (İng. "filtered-derivative") içeriyor olması, ve bir şekilde (düşük) frekans içeriğine geçiş yapıyor olmasıdır. Benzer bir bakış açısıyla FIR filtre bankalarının (İng. "Filter Bank") da benzer şekilde kullanılması mümkün gözükmektedir.

YÖNTEM

Boyutsuz Form

Aerodinamik momentler M_x, M_y, M_z ve boyutsuz karşılıkları moment katsayılar C_ℓ, C_m, C_n [12]uçuş testinden elde edilen, açısal hız değerleri p, q, r, bu hızların türevleri, dinamik basınç Q ve eylemsizlik momentleri $I_x, I_y, \ldots$ ile Newton-Euler hareket denklemlerinden hesaplanabilmektedir

$$\begin{aligned}M_x &= \dot{p}I_x-\dot{r}I_{xz}+qr\left(I_z-I_y\right)-qpI_{xz}\\ M_y &= \dot{q}I_y+pr\left(I_x-I_z\right)+\left(p^2-r^2\right)I_{xz}\\ M_z &= \dot{r}I_z-\dot{p}I_{xz}+pq\left(I_y-I_x\right)+qrI_{xz}\end{aligned}$$

Uçuştan hesaplanan kuvvet/moment ve boyutsuz aerodinamik kuvvet/moment katsayıları

$$\begin{aligned}M_x &= \bar{q}SbC_l & F_x &= \bar{q}SC_x-mg\sin\theta+T\\ M_y &= \bar{q}ScC_m+I_p\Omega_p r & F_y &= \bar{q}SC_y+mg\cos\theta\sin\phi\\ M_z &= \bar{q}SbC_n-I_p\Omega_p q & F_z &= \bar{q}SC_z+mg\cos\theta\cos\phi\end{aligned}$$

eşitlikleri aracılığı ile ilişkilendirilmektedir. Boyutsuz aerodinamik moment katsayıları, bu ilişkilerden çekildiğinde, aşağıdaki şekilde ifade edilebilmektedir

$$\begin{aligned}C_l &= \frac{\dot{p}I_x-\dot{r}I_{xz}}{\bar{q}Sb}+\frac{qr\left(I_z-I_y\right)-qpI_{xz}}{\bar{q}Sb}\\ C_m &= \frac{\dot{q}I_y}{\bar{q}Sc}+\frac{pr\left(I_x-I_z\right)+\left(p^2-r^2\right)I_{xz}-I_p\Omega_p r}{\bar{q}Sc}\\ C_n &= \frac{\dot{r}I_z-\dot{p}I_{xz}}{\bar{q}Sb}+\frac{pq\left(I_y-I_x\right)+qrI_{xz}+I_p\Omega_p q}{\bar{q}Sb}\end{aligned}$$

[12]İtki ve jiroskopik etkiler altında

Zaman ekseninde doğrudan ölçülemeyen ve hesaplanması ciddi bir sıkıntı olan zaman değişimini ifade eden $\dot{p}, \dot{r}$ gibi değişkenler Fourier dönüşümü yapıldığında $\jmath\omega\mathcal{F}[p], \jmath\omega\mathcal{F}[r]$ şeklinde hesaplanabilmektedir. Böylece aerodinamik katsayı ifadeleri

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_l &= \jmath\omega\mathcal{F}\left[\frac{pI_x - rI_{xz}}{\bar{q}Sb}\right] + \mathcal{F}\left[\frac{qr\left(I_z - I_y\right) - qpI_{xz}}{\bar{q}Sb}\right] \\
\tilde{C}_m &= \jmath\omega\mathcal{F}\left[\frac{qI_y}{\bar{q}Sc}\right] + \mathcal{F}\left[\frac{pr\left(I_x - I_z\right) + \left(p^2 - r^2\right)I_{xz} - I_p\Omega_p r}{\bar{q}Sc}\right] \\
\tilde{C}_n &= \jmath\omega\mathcal{F}\left[\frac{rI_z - pI_{xz}}{\bar{q}Sb}\right] + \mathcal{F}\left[\frac{pq\left(I_y - I_x\right) + qrI_{xz} + I_p\Omega_p q}{\bar{q}Sb}\right]
\end{aligned}$$

halini alır. Fourier transformun lineerite özelliği değişen dinamik basınç $\bar{q}$ nedeniyle uygulabilirliğini yitirmektedir, ancak inceleme yapılacak test süresinin kısa olması, test süresi içerisinde çok değişmemesi ve/veya çok hızlı değişmemesi gibi şartlar altında $\mathcal{F}\left[\frac{\dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz}}{\bar{q}Sb}\right] \simeq \jmath\omega\mathcal{F}\left[\frac{rI_z - pI_{xz}}{\bar{q}Sb}\right]$ yaklaşık eşitliği kabul edilebilmektedir (Morelli ve Smith, 2009).

Aerodinamik moment katsayıları için tipik açılımlar kullanıldığında katsayıların Fourier dönüşümleri

$$\begin{aligned}
\tilde{C}_l &= C_{l\beta}\tilde{\beta} + C_{lp}\tilde{p} + C_{lr}\tilde{r} + C_{l\delta_a}\tilde{\delta}_a e^{-\tau_a\omega\jmath} + \frac{C_{l0}}{\omega\jmath} \\
\tilde{C}_m &= C_{m\alpha}\tilde{\alpha} + C_{mq}\tilde{q} + C_{m\delta_e}\tilde{\delta}_e e^{-\tau_e\omega\jmath} + \frac{C_{m0}}{\omega\jmath} + C_{mv}\tilde{v} \\
\tilde{C}_n &= C_{n\beta}\tilde{\beta} + C_{np}\tilde{p} + C_{nr}\tilde{r} + C_{n\delta_r}\tilde{\delta}_r e^{-\tau_r\omega\jmath} + \frac{C_{n0}}{\omega\jmath}
\end{aligned}$$

şeklinde ifade edilir İncelenen uçağın dinamik karakteri göz önünde bulundurularak şeçilen ayrık frekans $\omega_1, \ldots, \omega_n$ değerlerinde bu eşitlikler aşağıda verilen denklem setine dönüşmektedir

$$\begin{bmatrix} \tilde{C}_l(\omega_1) \\ \tilde{C}_l(\omega_2) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\beta}(\omega_1) & \tilde{p}(\omega_1) & \tilde{r}(\omega_1) & \tilde{\delta}_a(\omega_1)e^{-\tau_a\omega_1\jmath} & \frac{1}{\omega_1\jmath} \\ \tilde{\beta}(\omega_2) & \tilde{p}(\omega_2) & \tilde{r}(\omega_2) & \tilde{\delta}_a(\omega_2)e^{-\tau_a\omega_2\jmath} & \frac{1}{\omega_2\jmath} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{l\beta} \\ C_{lp} \\ C_{lr} \\ C_{l\delta_a} \\ C_{l0} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{C}_m(\omega_1) \\ \tilde{C}_m(\omega_2) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}(\omega_1) & \tilde{q}(\omega_1) & \tilde{\delta}_e(\omega_1)e^{-\tau_a\omega_1\jmath} & \frac{1}{\omega_1\jmath} & \tilde{v}(\omega_1) \\ \tilde{\alpha}(\omega_2) & \tilde{q}(\omega_2) & \tilde{\delta}_e(\omega_2)e^{-\tau_a\omega_2\jmath} & \frac{1}{\omega_2\jmath} & \tilde{v}(\omega_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_\alpha \\ C_q \\ C_{\delta_e} \\ C_{m0} \\ C_{mv} \end{bmatrix} \tag{7}$$

MF tekniği uygulandığında ise uçuş verilerinin modulasyon fonksiyonu ile skalar çarpımı

$$\begin{aligned}
\int \phi_1 C_m \,\mathrm{d}t &= \int \phi_1 \frac{\dot{q}I_y}{\bar{q}Sc}\,\mathrm{d}t + \int \phi_1 \frac{pr\left(I_x - I_z\right) + \left(p^2 - r^2\right)I_{xz}}{\bar{q}Sc}\,\mathrm{d}t \\
&\simeq \int \frac{\mathrm{d}\phi_1}{\mathrm{d}t}\frac{qI_y}{\bar{q}Sc}\,\mathrm{d}t + \int \phi_1 \frac{pr\left(I_x - I_z\right) + \left(p^2 - r^2\right)I_{xz}}{\bar{q}Sc}\,\mathrm{d}t
\end{aligned}$$

istenmeyen $\dot{q}$ çarpanınından kurtarmakta ve q içerir hale getirmektedir. Modulasyon fonksiyonu $C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{mq}\frac{qc}{2v} + C_{m\delta} + C_{mv}\frac{v}{v_{ref}}$ modeline uygulandığında elde edilen denklem

$$\int \phi_1 C_m \,\mathrm{d}t = C_{m0}\int \phi_1 \,\mathrm{d}t + C_{m\alpha}\int \phi_1\alpha \,\mathrm{d}t + C_{mq}\int \phi_1 \frac{qc}{2v}\,\mathrm{d}t + \phi_1\int C_{m\delta}\delta \,\mathrm{d}t + C_{mv}\int \phi_1 \frac{v}{v_{ref}}\,\mathrm{d}t$$

matris formuna getirildiğinde ise[13]

$$\begin{bmatrix} \langle \phi_{1,\omega_1}, \alpha \rangle & \langle \phi_{1,\omega_2}, \alpha \rangle & \cdots \\ \langle \phi_{1,\omega_1}, \hat{q} \rangle & \langle \phi_{1,\omega_2}, \hat{q} \rangle & \cdots \\ \langle \phi_{1,\omega_1}, \delta \rangle & \langle \phi_{1,\omega_2}, \delta \rangle & \cdots \\ \langle \phi_{1,\omega_1}, 1 \rangle & \langle \phi_{1,\omega_2}, 1 \rangle & \cdots \\ \langle \phi_{1,\omega_1}, \upsilon \rangle & \langle \phi_{1,\omega_2}, \upsilon \rangle & \cdots \end{bmatrix}^\top \begin{bmatrix} C_{m\alpha} \\ C_{mq} \\ C_{m\delta} \\ C_{m0} \\ C_{m\upsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\langle \frac{\mathrm{d}\phi_{1,\omega_1}}{\mathrm{d}t}, \frac{qI_y}{\bar{q}Sc} \right\rangle + \left\langle \phi_{1,\omega_1}, \frac{pr(I_x - I_z) + (p^2 - r^2) I_{xz}}{\bar{q}Sc} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\mathrm{d}\phi_{1,\omega_2}}{\mathrm{d}t}, \frac{qI_y}{\bar{q}Sc} \right\rangle + \left\langle \phi_{1,\omega_2}, \frac{pr(I_x - I_z) + (p^2 - r^2) I_{xz}}{\bar{q}Sc} \right\rangle \\ \vdots \end{bmatrix}$$

halini alır.

Boyutlu Form

Hareket eksenlerinde izole uçuş test manevrası elde edilebildiği durumlarda moment denklemleri bir adım daha sadeleşmektedir. Örneğin izole yunuslama hareketinde $p \simeq r \simeq 0$ şartlarına yaklaşılmasıyla yunuslama hızının değişimi $\dot{q} = \frac{M_y}{I_y} = \frac{QS}{I_y}\left(C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{mq}\frac{qc}{2\upsilon} + C_{m\delta}\delta + C_{m\upsilon}\frac{\upsilon}{\upsilon_0}\right) = M_0 + M_\alpha\alpha + M_q q + M_{\delta e}\delta_e + M_\upsilon\upsilon$ halini almaktadır. Bu temel boyutlu ilişki $\dot{q} = M_0 + M_\alpha\alpha + M_q q + M_{\delta e}\delta_e + M_\upsilon\upsilon$ zaman uzayı ölçüm noktalarında matris formunda yazıldığında

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha(1) & q(1) & \delta_e(1) & \upsilon(1) \\ 1 & \alpha(2) & q(2) & \delta_e(2) & \upsilon(2) \\ \vdots & & & & \\ 1 & \alpha(n) & q(n) & \delta_e(n) & \upsilon(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ M_\alpha \\ M_q \\ M_{\delta e} \\ M_\upsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q}(1) \\ \dot{q}(2) \\ \vdots \\ \dot{q}(n) \end{bmatrix}$$

lineer sistemi elde edilir. Bu denklem seti LS çözümünden bilinmeyenler $\Theta = \begin{bmatrix} M_0 & M_\alpha & M_q & M_\delta & M_\upsilon \end{bmatrix}$ olarak elde edilir. Zaman ekseninde $\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$ türevlerin hesaplanması, sinyal gürültü bileşenlerinde genlik değişimi veya gecikme (faz farkı) götürüleri arasında seçim yapmayı gerektirmedir. Bu çalışmada zaman uzayında "offline" analizler yapıldığından, kayan pencere Savitzky-Golay filtresi ile sinyallerin gürültüden ayrılması ve 1./2. türev tahminleri birlikte yapılmıştır. SG filtresi "düşük" geçirgenlik özelliğine sahip olup yüksek frekanslı gürültü bileşenlerini filtrelerken, test girdilerinde kasıtlı olarak verilen sert değişimleri (adım, dublet girdileri gibi) [14] da yumuşatabilmekte ve kısmı bilgi kaybına neden olabilmektedir.

Aynı denklem seti Fourier transformu ile

$$\jmath\omega\tilde{q} = M_0\tilde{1} + M_\alpha\tilde{\alpha} + M_q\tilde{q} + M_{\delta e}\tilde{\delta}_e + M_\upsilon\tilde{\upsilon}$$

halini almaktadır. Seçilen analiz frekans noktalarında $\Omega = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n)$ matris formunda yazıldığında

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{1} & \tilde{\alpha}(\omega_1) & \tilde{q}(\omega_1) & \tilde{\delta}_e(\omega_1) & \tilde{\upsilon}(\omega_1) \\ \tilde{1} & \tilde{\alpha}(\omega_2) & \tilde{q}(\omega_2) & \tilde{\delta}_e(\omega_2) & \tilde{\upsilon}(\omega_2) \\ \vdots & & & & \\ \tilde{1} & \tilde{\alpha}(\omega_n) & \tilde{q}(\omega_n) & \tilde{\delta}_e(\omega_n) & \tilde{\upsilon}(\omega_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_0 \\ M_\alpha \\ M_q \\ M_{\delta e} \\ M_\upsilon \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \jmath\omega_1\tilde{q}(\omega_1) \\ \jmath\omega_2\tilde{q}(\omega_2) \\ \vdots \\ \jmath\omega_n\tilde{q}(\omega_n) \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}(\boldsymbol{\Omega})\,\boldsymbol{\Theta} &= \mathbf{b}(\boldsymbol{\Omega}) \end{aligned}$$

lineer denklem seti elde edilir.

[13] skalar çarpım $\langle f, g \rangle \equiv \int f(t)\, g(t)\, \mathrm{d}t$ notasyonu ile

[14] filtre de seçimi yapılan pencere boyu ve polinom derece değerlerine bağlı olarak, genellikle pencere genişliği arttığında ve/veya polinom derecesi küçüldüğünde yumuşatma artmaktadır

Fourier Dönüşüm (İng. "Fourier Transform") Hesabı Üzerine

Bahsedilen ana frekans uzayı yaklaşımların tümünde de Fourier (veya benzeri) dönüşüm kullanılmaktadır ve bu yüzden Fourier Dönüşüm hesaplamasında bazı ayrıntılara dikkat etmek gerekmektedir. Analizlerde yer alan Sonlu Fourier Dönüşümü (Ing. "Finite (Duration) Fourier Transform")

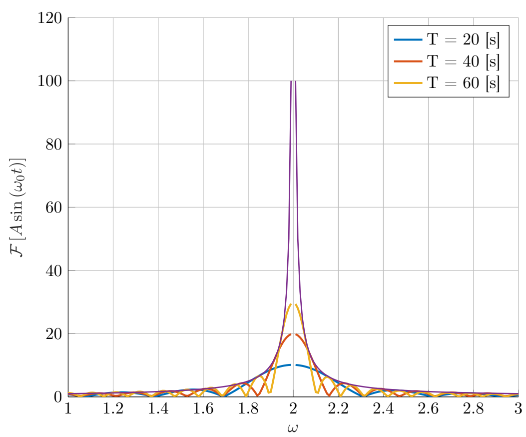
$$\mathcal{F}\left[x\left(t\right)\right] \equiv \tilde{x}\left(\omega\right) \equiv \int_0^T x\left(t\right) e^{-\jmath\omega t}\,\mathrm{d}t$$

şeklinde tanımlanmıştır. Dönüşümün yaklaşık hesabı için $x\left(i\right) \equiv x\left(i\Delta t\right), T = N\,\Delta t$ ile $\tilde{x}\left(\omega\right) \simeq \Delta t \sum_{k=0}^{N-1} x\left(k\right) e^{-\jmath\omega k\Delta t}$ kullanılabilir. Eşitliğin sağında yer alan toplam $X_N\left(\omega\right) \equiv \sum_{k=0}^{N-1} x\left(k\right) e^{-\jmath\omega k\Delta t}$ Ayrık Zaman Fourier Dönüşümü (İng "Discrete Time Fourier Transform", DFT) olarak tanımlanmaktadır. Bu basit Euler yaklaşık değer hesabının iyileştirilme imkanı olmasına rağmen (Morelli ve Smith, 2009) örnekleme hızının yüksek olması durumunda hassasiyet sorunlarının yaşanmayacağını belirtmektedir. Sabit örnekleme zamanı durumunda Δt eşitliklerin her iki tarafında da yer alacağından DFT tanımı ile ilerlemek mümkündür.

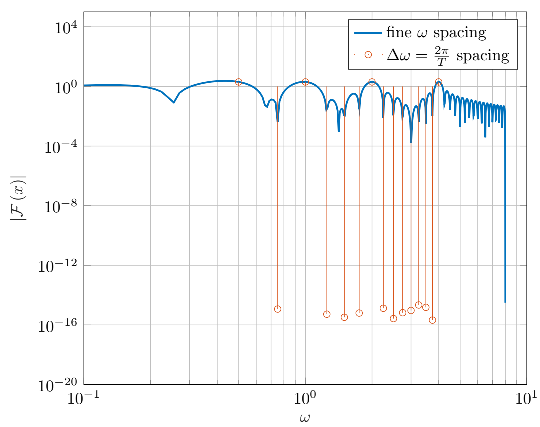
$A\cos\left(\omega_0 t\right), A\sin\left(\omega_0 t\right)$ fonksiyonlarının Sonlu Fourier Dönüşümü analitik biçimde hesaplanabilmektedir:

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}\left[A\cos\left(\omega_0 t\right)\right] &= \frac{AT}{2}\left(e^{-\jmath(\omega+\omega_0)T/2}\mathrm{sinc}\left(\left(\omega+\omega_0\right)T/2\right) + e^{-\jmath(\omega-\omega_0)T/2}\mathrm{sinc}\left(\left(\omega-\omega_0\right)T/2\right)\right)\\
\mathcal{F}\left[A\sin\left(\omega_0 t\right)\right] &= \frac{AT}{2\jmath}\left(e^{-\jmath(\omega+\omega_0)T/2}\mathrm{sinc}\left(\left(\omega+\omega_0\right)T/2\right) - e^{-\jmath(\omega-\omega_0)T/2}\mathrm{sinc}\left(\left(\omega-\omega_0\right)T/2\right)\right)
\end{aligned}$$

elde edilen bu ifadelere göre merkez frekansın dışında görülmesi beklenen/istenen 0 değeri ancak $\frac{(\omega\pm\omega_0)T}{2} = k\pi \; k \in I$ veya $\omega = \frac{2\pi k}{T} \pm \omega_0$ değerlerinde de elde edilmektedir. Burdan en az kaçak (İng. "leakage") için analiz frekansları arasında değerin $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}\,\mathrm{rad/s}, \frac{1}{T}\,\mathrm{Hz}$ olması gerektiği de görülmektedir. İlk örnekte, değişen ölçüm süreleri için $\sin\left(\omega_0 x\right)$ sinyali spektral içeriği Şekil 2a de gösterilmiştir. Şekil merkez frekansta yoğunlaşma için toplam örnekleme süresinin artması gerektiğini göstermektedir. Diğer bir örnekte $t \in [0, 4]$ zaman aralığında $\omega = [\frac{1}{2}, 1, 2, 4]\,\mathrm{Hz}$ frekanslarında birim genlik ile oluşturulan test sinyali $x\left(t\right) = \sin\left(2\pi\frac{1}{2}\right) + \sin\left(2\pi 1\right) + \sin\left(2\pi 2\right) + \sin\left(2\pi 4\right)$ spektral içeriği Şekil 2b de verilmiştir. $\Delta\omega = \frac{2\pi}{T}$ frekans aralıklarında sıfırlandığı ve daha sık aralıklarda incelendiğinde harmoniklerin yakınında kaçaklar (İng. leakage) görülmektedir.



(a) $\sin\left(\omega_0 x\right)$ fonksiyonun Sonlu Fourier dönüşümü genliği, $\omega_0 = 2\,\mathrm{Hz}$



(b) Frekans uzayında Fourier dönüşümü kaçak (İng. Leakage) gösterimi

Şekil 2: spektral kaçak örneği

En Küçük Kareler (İng."Least Squares") Üzerine

$z(i) = a_1(i)\theta_1 + \cdots + a_n(i)\theta_n + \varepsilon(i)$ tipinde bağıntıların matris satırlarında bir araya getirilmesiyle matris formunda elde edilen genel $\mathbf{Z} = \mathbf{A\Theta} + \varepsilon$ denklemi için tanımlanan $J(\Theta) = \frac{1}{2}\varepsilon^\top\varepsilon = \frac{1}{2}(\mathbf{A} - \mathbf{A\Theta})^\top(\mathbf{A} - \mathbf{A\Theta})$ maliyeti (İng. "cost") ile parametreler için çözüm ve parametre kovaryans matrisi

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{\Theta}} &= \left(\mathbf{A}^\top\mathbf{A}\right)^{-1}\mathbf{A}^\top\mathbf{Z}\\ \mathrm{Cov}\left(\hat{\mathbf{\Theta}}\right) &= \sigma^2\left(\mathbf{A}^\top\mathbf{A}\right)^{-1}\end{aligned}$$

ile verilmektedir.σ^2 verilerden $\hat{\sigma}^2 = \frac{\varepsilon^\top\varepsilon}{N-n_p}$ ifadesi ile kestirililmektedir. Komplex matris durumunda çözüm

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{\Theta}} &= \left[\Re\left(\mathbf{A}^\top\mathbf{A}\right)\right]^{-1}\Re\left(\mathbf{A}^\top\mathbf{Z}\right)\\ \mathrm{Cov}\left(\hat{\Theta}\right) &= \sigma^2\left[\Re\left(\mathbf{A}^\top\mathbf{A}\right)\right]^{-1}\end{aligned} \tag{8}$$

ile verilmekte ve bu durumda $\hat{\sigma}^2 = \frac{\tilde{\varepsilon}^\top\tilde{\varepsilon}}{N-n_p}$ ile hesaplanmaktadır.

Komplex durumda çözüm normal denklemlerin gerçek ve sanal kısımlarına ayrıldığında $(\mathbf{A}_r + \jmath\mathbf{A}_i)\mathbf{\Theta} = \mathbf{Z}_r + \jmath\mathbf{Z}_i$ gösterimine sahip sisteme kareleştirme işlemi uygulanması ile [15] gerçek ve sanal kısımlardan iki denklem elde edilir

$$\begin{aligned}\left(\mathbf{A}_r^\top\mathbf{A}_r + \mathbf{A}_i^\top\mathbf{A}_i\right)\mathbf{\Theta} &= \mathbf{A}_r^\top\mathbf{Z}_r + \mathbf{A}_i^\top\mathbf{Z}_i\\ \left(\mathbf{A}_r^\top\mathbf{A}_i - \mathbf{A}_i^\top\mathbf{A}_r\right)\mathbf{\Theta} &= \mathbf{A}_r^\top\mathbf{Z}_i - \mathbf{A}_i^\top\mathbf{Z}_r\end{aligned}$$

Bu denklemlerden ilki

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}\mathbf{A}_r\\ \mathbf{A}_i\end{bmatrix}\mathbf{\Theta} &= \begin{bmatrix}\mathbf{Z}_r\\ \mathbf{Z}_i\end{bmatrix}\\ \begin{bmatrix}\mathbf{A}_r^\top & \mathbf{A}_i^\top\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{A}_r\\ \mathbf{A}_i\end{bmatrix}\mathbf{\Theta} &= \begin{bmatrix}\mathbf{A}_r^\top & \mathbf{A}_i^\top\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{Z}_r\\ \mathbf{Z}_i\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{9}$$

ikincisi ise

$$\begin{bmatrix}-\mathbf{A}_i^\top & \mathbf{A}_r^\top\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{A}_r\\ \mathbf{A}_i\end{bmatrix}\mathbf{\Theta} = \begin{bmatrix}-\mathbf{A}_i^\top & \mathbf{A}_r^\top\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{Z}_r\\ \mathbf{Z}_i\end{bmatrix}$$

matris gösterimine denktir. Bu çalışmada yer alan denemelerde 9 formunun 8 çözümüne göre numerik yönden daha kararlı olduğu gözlemlenmiştir.

[15]

$$\begin{aligned}(\mathbf{A}_r + \jmath\mathbf{A}_i)^\top(\mathbf{A}_r + \jmath\mathbf{A}_i) &= \mathbf{A}_r^\top\mathbf{A}_r + \mathbf{A}_i^\top\mathbf{A}_i + \jmath\left(\mathbf{A}_r^\top\mathbf{A}_i - \mathbf{A}_i^\top\mathbf{A}_r\right)\\ (\mathbf{A}_r + \jmath\mathbf{A}_i)^\top(\mathbf{Z}_r + \jmath\mathbf{Z}_i) &= \mathbf{A}_r^\top\mathbf{Z}_r + \mathbf{A}_i^\top\mathbf{Z}_i + \jmath\left(\mathbf{A}_r^\top\mathbf{Z}_i - \mathbf{A}_i^\top\mathbf{Z}_r\right)\end{aligned}$$

Kapalı Döngü Parametre Kestirimi Üzerine

Kapalı döngüde parametre kestirimi, açık döngü kestirimlerine göre tanımlanabilirlik yönünden zorluklar içermektedir, Bu probleme çözüm olarak literatürde sıkça kullanılan ve gerçek uçuş test uygulamalarıyla da kendini kanıtladığı görülen bir teknikte, uygun bir spektral içerikle oluşturulmuş bir fonksiyon kontrolcüden çıkan eyleyici komutlanarına eklenir ve eyleyici spektral içeriği zenginleştirilmiş bu yeni komut ile sürülür. En çok tercih edildiği gözlemlenen çoklu sinus (İng. "multisine") adıyla anılan girdi tipinde kullanıcı tarafından belirlenen $\frac{2\pi k}{T}$ frekanslarında ve a_i genliklerinde oluşturulan sinusoid $u\left(t\right) = \sum a_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t + \phi_k\right)$, her bir harmoniğin faz açıları ϕ_i ile oynanarak toplam sinyal genliğini minimize edecek şekilde en iyilenebilir. Bu girdi tipinde genelde harmonik genlikleri için ilk seçim $a_k = {}^{A_j}/\sqrt{M_j}$ alınmaktadır. Toplam genliği minimize etmekte Göreli-Tepe-Etkeni (İng "Relative Peak Factor") adlı $\mathrm{RPF}\left(u\right) = \frac{\max(u) - \min(u)}{2\sqrt{2}\,\mathrm{rms}(u)}$ [16] ile tanımlanmış olan normalize edilmiş toplam sinyal değişimini gösteren maliyet (İng "cost") tanımı kullanılmaktadır. Literatürde yaygın rastlanan bir seçim Schroeder tarafından belirlenmiş olan faz açısı seçimleridir. RPF değerini minimize etmek üzere pekçok yaklaşımın kullanıldığı çalışmaların mevcut olduğu görülmektedir.

Genlik değerleri, yapısal rezonansların bastırılması ve phugoid modunu sürmemek için aşırı hava hızı değişimlerine müsade edilmemesi gibi özel amaçlar için ayarlanabilmektedir (Grauer ve Boucher, 2012). Çoklu-Sinüs girdilerin diğer avantajları (Grauer ve Boucher, 2012); herbir harmoniğin birbirine "ortogonal" olması nedeniyle bir çok kontrol kanalına ve ayrılmış (İng. "split") kontrol yüzeylerine aynı anda uygulanabilir olması ve durağan durum (İng. "Steady State") tepkileri [17] üretebilmesidir

UYGULAMA

'Pelikan' İnsansız Hava Aracı (İHA) ve 'Pelikan' Matematik Modeli Üzerinde Uygulamalar

Bu çalışmada TAI tarafından çeşitli test ve geliştirme faaliyetlerinde kullanılmak üzere tasarlanmış 'Pelikan' İnsansız Hava Aracı için oluşturulan 6 serbestlik dereceli bir benzetim modeli kullanılmıştır. Bahsedilen modelde kullanılan aerodinamik katsayılar, enstrümante edilen Pelikan hava aracıyla gerçekleştirilen bir dizi açık döngü sistem tanımlama test verileri esas alınarak, hem zaman bölgesi (İng. time domain) (Haser, 2013) hem de frekans bölgesi (İng. frequency domain) (Simsek, 2015) tanımlama yöntemleri uygulanarak elde edilmiştir (Simsek, 2016).

Pelikan, yüksek kanatlı, çift motorlu, uzatma kuyruk (İng. boom tail) konfigürasyonunda bir hava aracıdır. İki kanatta birer flap ve birer kanatçık, iki dikey kuyrukta birer yön dümeni ve yatay kuyrukta iki adet irtifa dümeninden oluşan konvansiyonel kontrol yüzeyleri ile yönlendirilmektedir. Üç eksendeki (yatış, yön ve yunuslama) ayrık kontrol yüzeyleri birlikte hareket etmektedir. Hava aracının fiziksel özellikleri Tablo 3'de, görünümü ise Şekil 3'de verilmiştir.

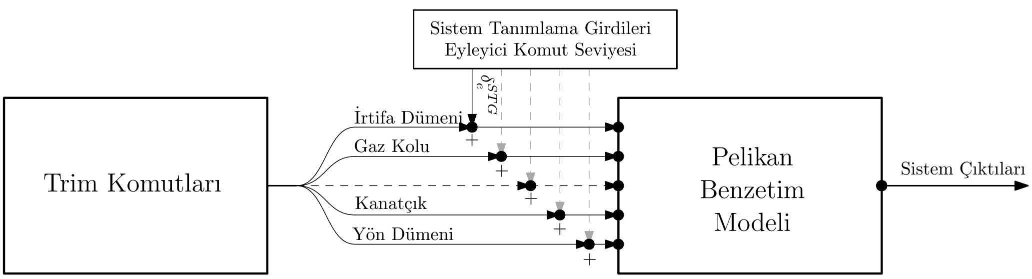
[16] bazı referanslarda "crest factor" tanımı ile bahsedilmekte
[17] geçici tepkilerin sönümlenmesinden sonra

Şekil 3: Pelikan - İHA

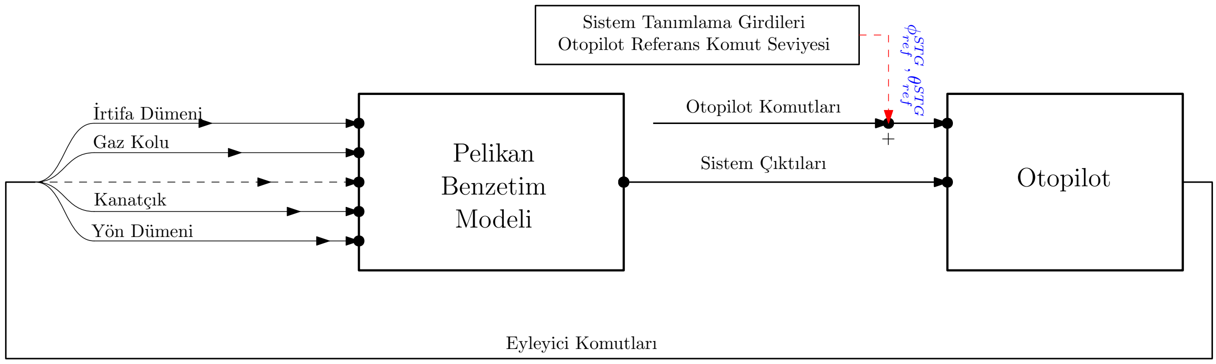
Parametre	Sembol	Değer	Birim
Hava aracı ağırlığı	m	40.0	kg
Eylemsizlik Momenti - x	I_{xx}	16.5	$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$
Eylemsizlik Momenti - y	I_{yy}	39.9	$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$
Eylemsizlik Momenti - z	I_{zz}	55.1	$\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$
Kanat alanı	S	1.5	m
Kanat açıklığı	b	4.0	m
Aerodinamik veter	c	0.37	m
Hava hızı	V_{seyir}	40.0	kts

Tablo 3: Pelikan fiziksel özellikleri

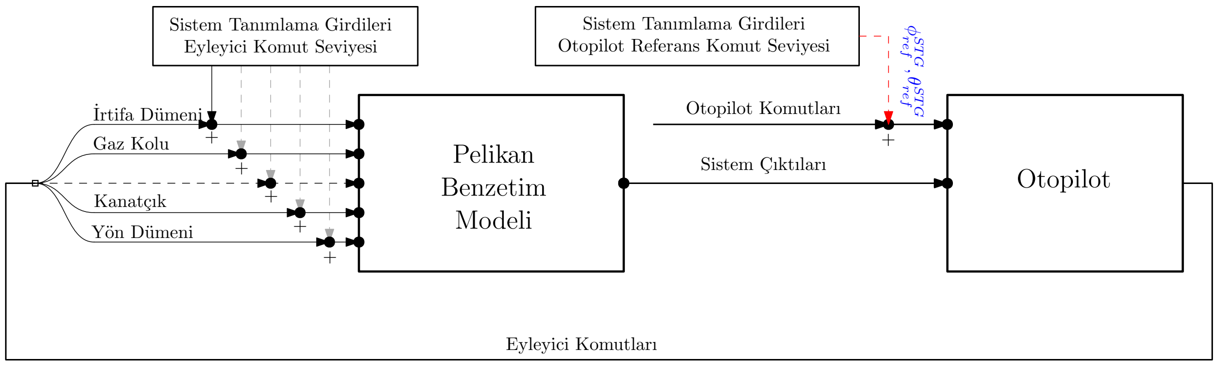
Pelikan İHA üzerinde yunuslama, yatış ve hız tutma otopilotları ve yön ekseninde salınım sönümleyicisi uygulanmıştır. Bu çalışmada, açık döngü hava aracı matematiksel modeli üzerinde bu kontrolcünün uygulandığı kapalı döngü model kullanılarak simulasyonlar gerçekleştirilmiştir. Açık döngü simulasyonlarda girdiler doğrudan kontrol yüzeyi girdileri şeklinde verilmiş (Şekil 4), kapalı döngü simulasyonlarda ise iki farklı yöntem uygulanmıştır. İlkinde girdiler otopilot referans komutları olarak verilmiş (Şekil 5), ikincisinde ise otopilot referansları sabit kalmak kaydıyla kontrol yüzeyleri üzerinde girdiler ilave (İng. additive) olarak uygulanmıştır (Şekil 6). Çalışmada, sistem tanımlama uygulamaları sadece boylamasına eksende, irtifa dümeni girdileri kullanılarak gerçekleştirilmiştir.



Şekil 4: Açık döngü simulasyon yapısı



Şekil 5: Kapalı döngü simulasyon - refereans girdiler



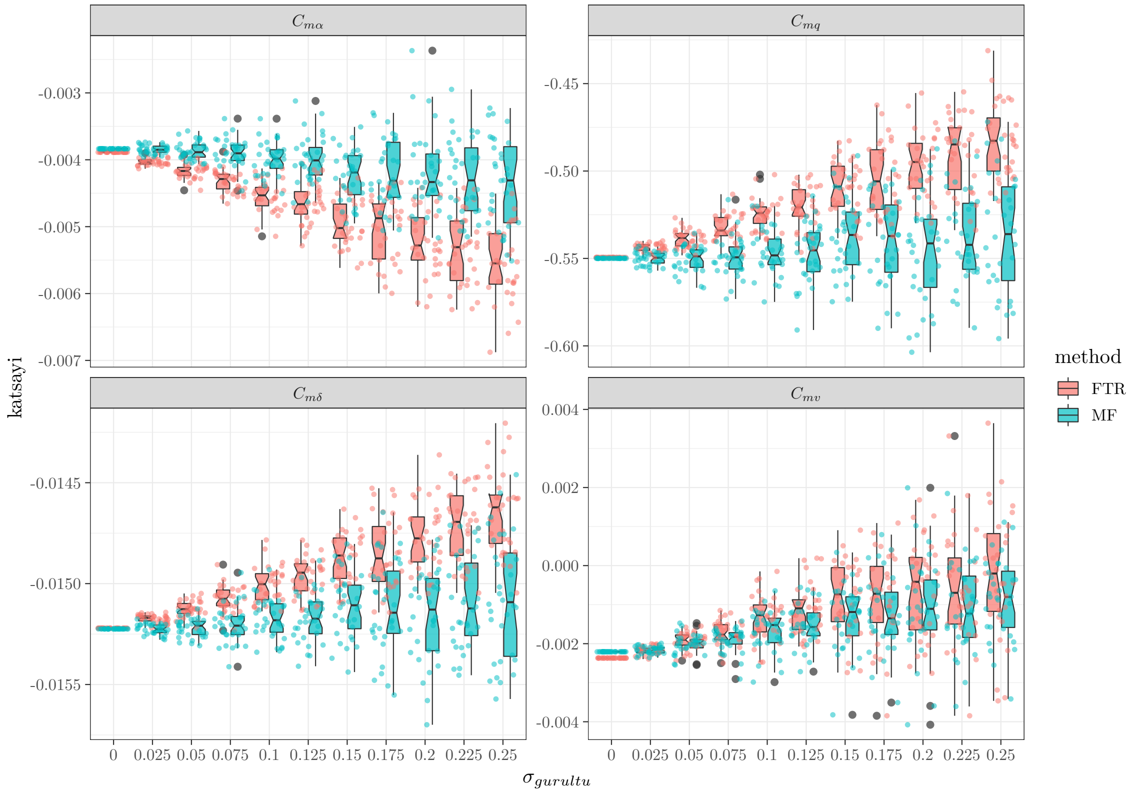
Şekil 6: Kapalı döngü simulasyon - kontrol yüzeyleri

Gürültülü Durum - Frekans ve Zaman Uzayları

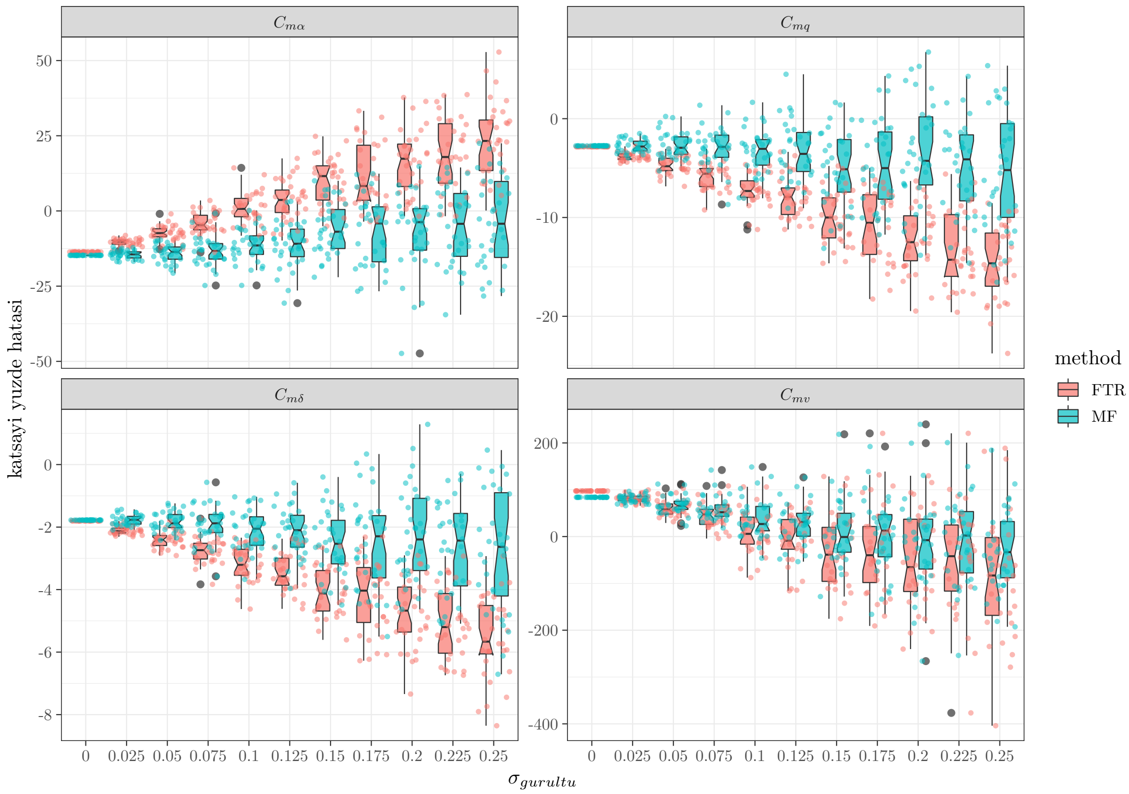
Gürültü ve ilk durum hatalarının FTR ve MF metodlarında etkisini incelemek üzere Monte-Carlo çalışması gerçekleştirilmiştir. Gürültüler Matlab normal dağılım rastgele sayı üretici ile $\sigma_{gurultu} = 0 : 0.025 : 0.25$ ayrık değerlerinde üretilmiştir. Yunuslama analizinde yer alan yunuslama dönü hızı ve hava hızı ölçümlerine gürültü eklenmiştir

$$q \leftarrow q + \mathcal{N}(0, \sigma_q)$$
$$v \leftarrow v + \mathcal{N}(0, \sigma_v)$$

Her bir gürültü seviyesi için 32 kez yeni üretilen gürültü verileri ile parametre kestirimi tekrar edilmiştir. Analizlerde kullanılan frekans degerleri $\omega = 0.1 : 0.025 : 2\,\text{Hz}$ olarak seçilmiştir. Sadece gürültü eklendiği durumda sonuçlar Şekil 7 ve 8 de verilmiştir. Gürültü arttıkça MF metodunun FTR metoduna göre daha düşük hata seviyelerinde kaldığı görülmektedir



Şekil 7: sadece gürültünün olduğu durum

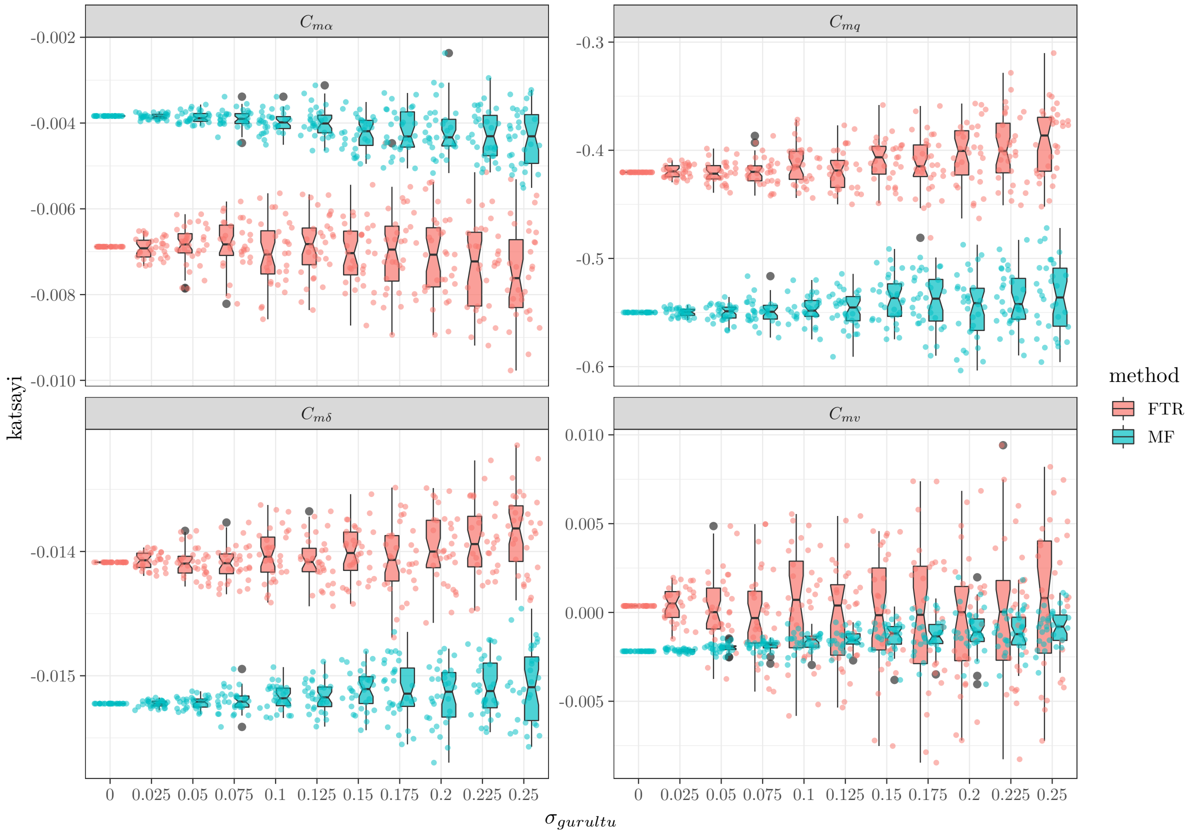


Şekil 8: sadece gürültünün olduğu durum yüzde hata

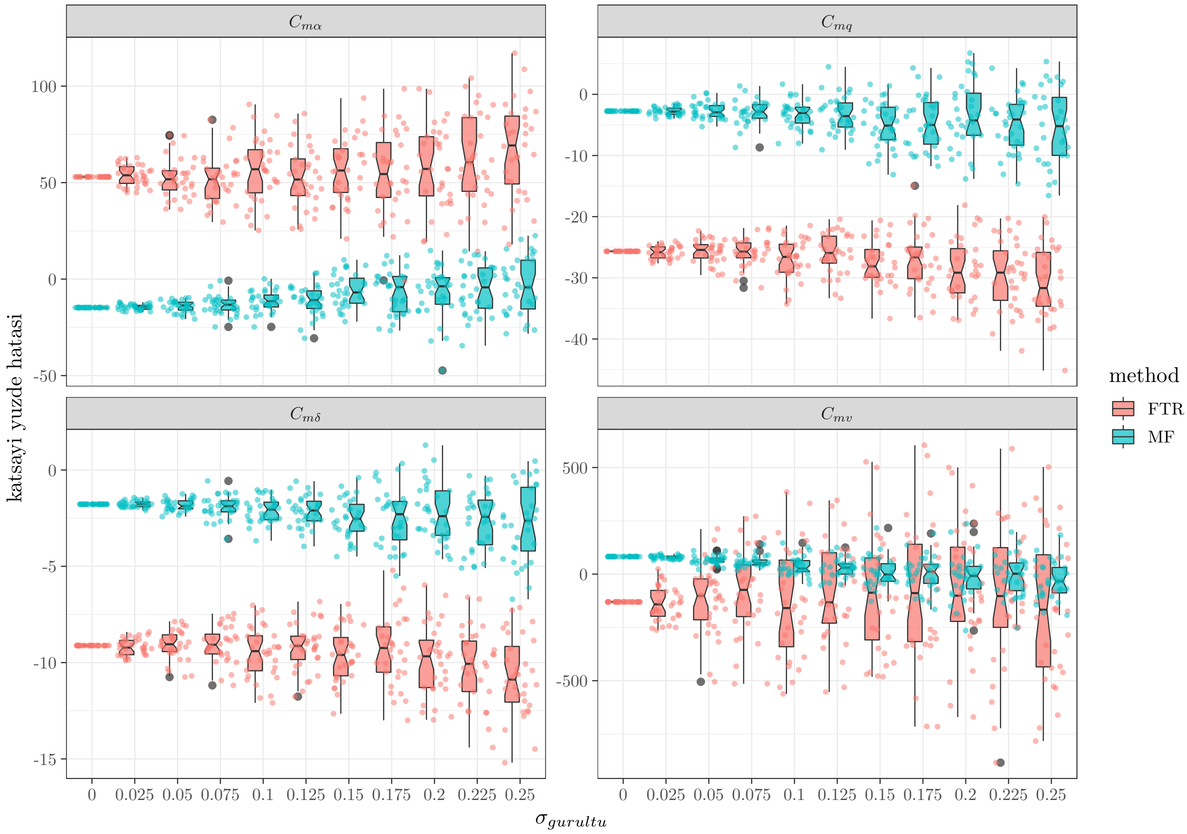
Gürültü ekleme senaryosunda ilk durum ve son durum değerleri bu noktalara denk gelen rastgele sayılar ile değişmektedir, ancak sonuçlar incelendiginde ilk/son durum değerlerinin sonuçlara etkisinin SNR değerinin gölgesinde kalmış olabileceği değerlendirilmiştir bu amaçla ilk ve son durum koşullarında abartılı değişiklikler yapmak üzere için ilk ve son değerlere

$$q(t_0) \leftarrow q(t_0) + \min(q, t \in [t_0, t_1]) \qquad q(t_1) \leftarrow q(t_1) + \max(q, t \in [t_0, t_1])$$
$$v(t_0) \leftarrow v(t_0) + \min(v, t \in [t_0, t_1]) \qquad v(t_1) \leftarrow v(t_1) + \max(v, t \in [t_0, t_1])$$

atamaları yapılmıştır. Bu durumda beklendiği gibi FTR metodunda sonuçlarının MF sonuçlarından ayrıldığı/ötelendiği ve gürültü artışı ile beraber (Sekil 9 ve 10) bir önceki duruma benzer belirsizlik artışları gösterdiği görülmektedir.



Şekil 9: gürültü ilk durum hatasının olduğu durum



Şekil 10: gürültü ilk durum hatasının olduğu durum, yüzde hata

Kapalı Döngü Parametre Kestirimi - Problemin Tanımı

Bu kısımda, kapalı döngü parametre kestiriminde görülen temel zorluğu yorumlamak üzere birbirine bir şekilde eş 3 bakış açısı sunulmuştur. Yorumlar arasında ortak nokta, testten elde edilen bilgi içeriğinin azalmasıdır.

Kontrolcünun Sistem Dinamiğine Etkileri Yorumu: Kapalı döngüde yapılan testlerin parametre kestirimine olan etkilerini basitçe incelemek için, bir boylamsal SAS altında çalışan uçağın yunuslama momenti katsayısı incelenebilir. Yalın uçağın yunuslama momenti açılımı $C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{mq}\frac{qc}{2\upsilon} + C_{m\delta}\delta$ iken örnek bir yunuslama sönümleyici (İng. "pitch damper")/SAS ile kontrol yüzeyi komutu $\delta = \delta_p - k_q q - k_\alpha \alpha$ şeklini almaktadır. bu ifadenin orijinal açılıma yerleştirilmesiyle

$$\begin{aligned} C_m &= C_{m0} + C_{m\alpha}\alpha + C_{mq}\frac{qc}{2\upsilon} + C_{m\delta}\left(\delta_p - k_q q - k_\alpha \alpha\right) \\ &= C_{m0} + \left(C_{m\alpha} - C_{m\delta}k_\alpha\right)\alpha + \left(C_{mq} - \frac{2C_{m\delta}k_q\upsilon}{c}\right)\frac{qc}{2\upsilon} + C_{m\delta}\delta_p \end{aligned}$$

bu ifade ile etkin aerodinamik türevlerin farklılaştığı görülmektedir [18,19]

$$\begin{aligned} C'_{m\alpha} &= C_{m\alpha} - C_{m\delta}k_\alpha \\ C'_{mq} &= C_{mq} - \frac{2C_{m\delta}k_q\upsilon}{c} \end{aligned}$$

bu değişimler neticesinde sönümlemesi artan hareket modlarına ait bilgi içeriği azalacak ve neticesinde parametre kestirimlerinde kendini hata olarak gösterecektir

Regressörler arası bağıntı- Genel En Küçük Kareler Yorumu: Kontrol yüzeyi ölçümleri ile inceleme yapılmak istendiğinde ise kontrol yüzeyi sapma açısı δ değerinin diğer regressörler α, q ile bağıntılı (İng. "correlated") olduğu [20]

$$\begin{aligned} \rho_{\delta,q} &= -k_q \\ \rho_{\delta,\alpha} &= -k_\alpha \end{aligned}$$

görülmektedir. Yüksek bağıntı katsayısı LS probleminde iyi bilinen probleme işaret etmektedir. Genel bir LS probleminde

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\Theta &= \mathbf{b} \\ \left[\ \mathbf{a}_1 \ | \ \cdots \ | \ \mathbf{a}_n \ \right]\Theta &= \mathbf{b} \\ \theta_1\mathbf{a}_1 + \cdots + \theta_n\mathbf{a}_n &= \mathbf{b} \end{aligned}$$

regressorler arası aşağıda verildiği gibi bir bağıntı (İng. "correlation") (veya lineer bağımlılık (İng."linear dependence")) olduğunda

$$\mathbf{a}_i = \rho\mathbf{a}_j + \epsilon_{ij}$$

normal denklemler bir regressor eksilerek

$$\begin{aligned} \theta_i\mathbf{a}_i + \theta_j\mathbf{a}_j + \sum_{k\neq[i,j]}\theta_k\mathbf{a}_k &= \mathbf{b} \\ \underbrace{(\theta_i\rho + \theta_j)}_{\tilde{\theta}_j}\mathbf{a}_j + \epsilon_{ij} + \sum_{k\neq[i,j]}\theta_k\mathbf{a}_k &= \mathbf{b} \end{aligned}$$

indirgenmiş (İng ."reduced") sistemde j ninci regressöre ait bilinmeyen $\tilde{\theta}_j = \theta_i\rho + \theta_j$ değerinin, indirgenmemiş sistemde yer alan θ_i, θ_j bilinmeyenlerinin sonsuz çözümüne karşılık geldiği görülmektedir.

Regressörler Arası Bağıntı- Cebir/Geometri Yorumu: Astrom ve Wittenmark tarafından verilen örnek (Astrom ve Wittenmark, 2008) takip edilecek olursa kontrolcü etkisinde kontrol yüzeyi ifadesinin bir sabit bilinmeyen ρ ile çarpılıp C_m ifadesine eklenmesiyle elde edilen

$$\begin{aligned} C_m &= C_m + \rho\left(-\delta + \delta_p - k_q q - k_\alpha\alpha\right) \\ &= C_{m0} + \left(C_{m\alpha} - \rho k_\alpha\right)\alpha + \left(C_{mq} - \rho k_q\frac{2\upsilon}{c}\right)\frac{qc}{2\upsilon} + \left(C_{m\delta} - \rho\right)\delta + \rho\delta_p \end{aligned}$$

[18] kontrolcü durum geribeslemesi ile uçağın karakterini değiştirdiği için

[19] genel linear sistem notasyonunda $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$ ve $\mathbf{y} = \mathbf{C}\,\mathbf{x}$ ile verilen uçak modeli, durum geribeslemesi regulatoru $\mathbf{u} = \mathbf{u}_o - \mathbf{K}\mathbf{y}$ altında
$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\left(\mathbf{u}_0 - \mathbf{K}\mathbf{C}\,\mathbf{x}\right) = \left(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{C}\right)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}_0$ ifadesine dönüşür. Sistem dinamiği bilgilerini içeren $\mathbf{A}$ matrisi regulator kapalı döngüsünde$\mathbf{A}_{kd} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{C}$ halini almakta, ve sistem dinamikleri değişmektedir. Normalde gözlemlebilen hareket modları kontrolcü/regulator altında zayıf gözlenebilir hale gelmektedirler.

[20] $\rho_{q,\alpha} = 0$ olduğu takdirde

eşitliğini sağlayacak sonsuz çözümün olduğu görülmektedir.

$$C'_{m\alpha} = C_{m\alpha} - \rho k_\alpha \qquad -\rho = \frac{C'_{m\alpha} - C_{m\alpha}}{k_\alpha} \qquad C'_{m\alpha} = C_{m\alpha} + k_\alpha \frac{C'_{mq} - C_{mq}}{k_q \frac{2v}{c}}$$

$$C'_{mq} = C_{mq} - \rho k_q \frac{2v}{c} \qquad \frac{C'_{mq} - C_{mq}}{k_q \frac{2v}{c}} \qquad C'_{m\alpha} = C_{m\alpha} + k_\alpha \left(C'_{m\delta} - C_{m\delta}\right)$$

$$C'_{m\delta} = C_{m\delta} - \rho \qquad C'_{m\delta} - C_{m\delta}$$

denklemlerinin 3 boyutlu $\left(C'_{m\alpha}, C'_{mq}, C'_{m\delta}\right)$ uzayında ifade ettiği düz çizgi üzerindeki her bir nokta bir çözüm kümesine aittir ve böylelikle tanımlanabilirlikte kayıp olduğu net bir biçimde görülür.

Kapalı Döngü Parametre Kestirimi - Frekans Uzayı

Bu kısımda üç inceleme yer almaktadır:

1. eyleyici komutlarına eklenen multisine komutlar kullanıldığı durumda, frekans analiz aralığı ve inceleme frekansları arası artımların FTR ve MF metotları sonuçlarında etkileri
2. analiz frekans aralığı sabit tutulduğu durumda, *sadece* analiz frekansları arası artımın FTR ve MF metotları sonuçlarında etkileri
3. Açık ve kapalı döngüde parametre kestirimi karşılaştırmaları

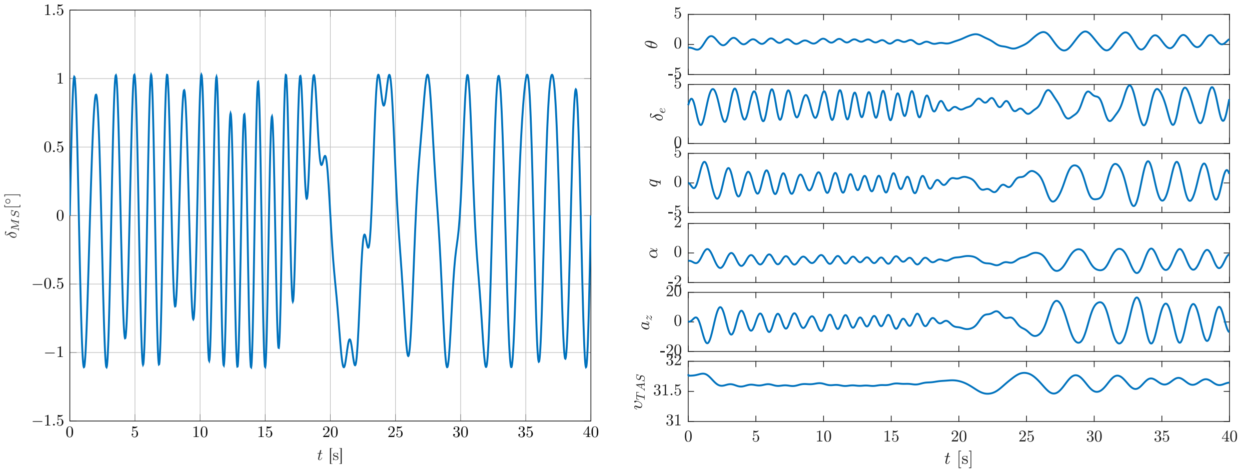
Çözüm Teknikleri ve Yeralan Parametrelerin Etki İncelemesi-1: Bu kısımda FTR ve MF teknikleri kullanımında aşağıda sıralanan

- ÖİF (**Ö**nerilen **İ**lk **F**rekans):frekans aralığı başlangıcının ω_{lo} değerinin $\frac{1}{T}$ katı olmaması : $\omega_{lo} = k\frac{1}{T}$, $k \in Z$
- ÖFA (**Ö**nerilen **F**rekans **A**dımı):ayrık frekans değerlerinin seçiminde $\Delta\omega = \frac{1}{T}$ kullanılıp kullanılmadığı: $\Delta\omega = k\frac{1}{T}$,$k \in Z$
- DFD (**D**üşük **F**rekans **D**ahil):düşük frekansların analize dahil edilip edilmediği: $\omega_{lo} \to 0$

çözüm seçeneklerinin ve bunun yanısıra modelde DC terimin C_{m0} olup olmamasının etkileri incelenmiştir. Test matrisi Tablo 4 de verilmiştir. Benzetim girdileri ve çıktıları zaman ekseninde Şekil 11 de gösterilmiştir. Regressörler ve kestirilen katsayılar arası korrelasyon değerleri Şekil 12 de verilmiştir. Şekil 13 multisine girdisinin spektral içeriğini vermektedir. Bu girdinin uçak tepkisinde oluşturduğu spektral içerik Şekil 14 de gösterilmektedir. Sonuçlar MF metodunun genelde daha iyi sonuç verdiği ancak şaşırtıcı şekilde özellikle aerodinamik katsayı sabiti C_{m0} mevcut olduğunda çözüm parametrelerinden daha az etkilendiğini göstermektedir.

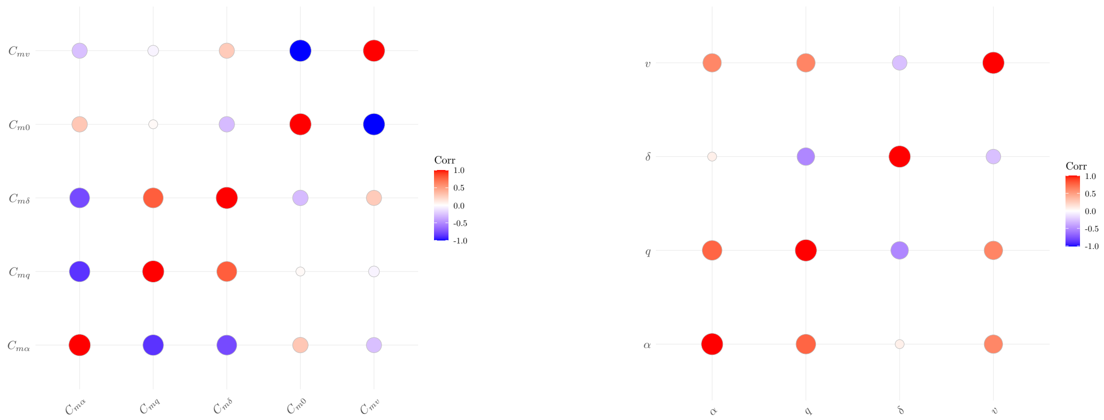
ÖİF,ÖFA,DFD	0,0,0	1,0,0	0,1,0	1,1,0	0,0,1	1,0,1	0,1,1	1,1,1
ω_{lo} Hz	0.110	0.100	0.110	0.100	0.010	0.025	0.010	0.025
$\Delta\omega$ Hz	0.030	0.030	0.025	0.025	0.030	0.030	0.025	0.025

Tablo 4: etki çalışması çözüm parametreleri seçimler,



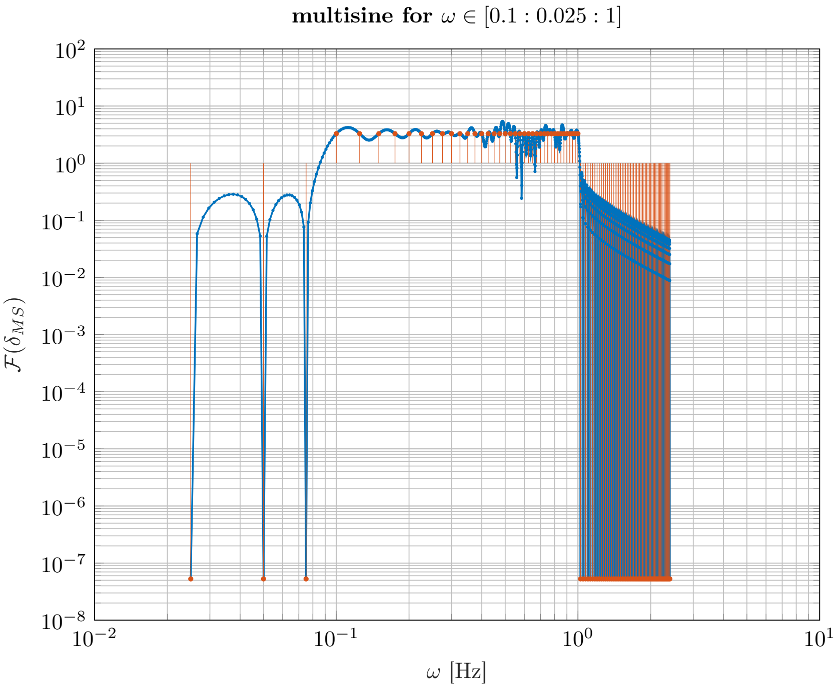
(a) “multisine“ girdisi (b) Pelikan benzetim sonuçları

Şekil 11: $\omega = [0.1 : 0.025 : 1]$ Hz için 40 saniyelik multisine girdisi ve uçak tepkisi

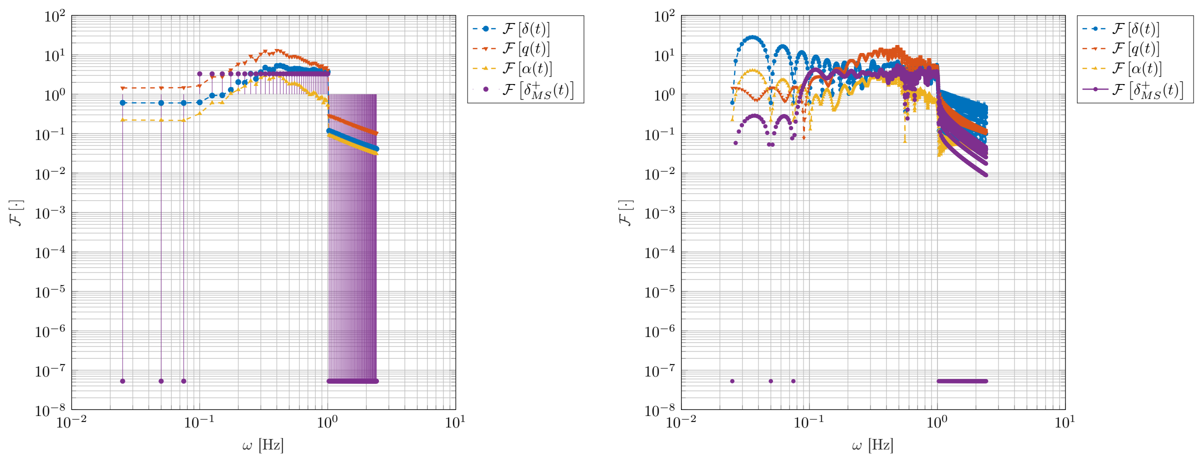


(a) parametreler arası (b) regressörler arası

Şekil 12: “multisine“ test için korrelasyon (ÖİF=1,ÖFA=1,DFD=1)



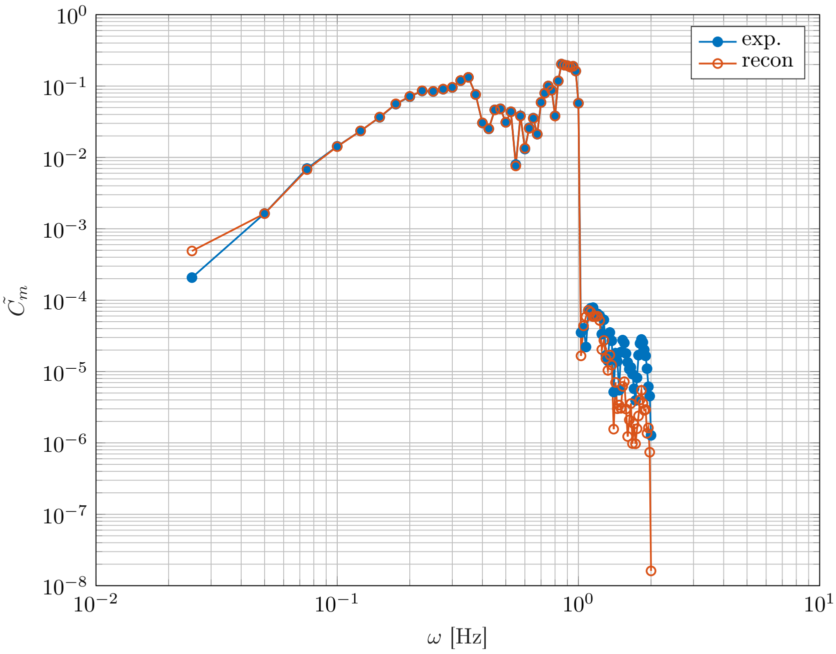
Şekil 13: $\omega = [0.1 : 0.025 : 1]$ Hz için 40 saniyelik "multisine" frekans içeriği



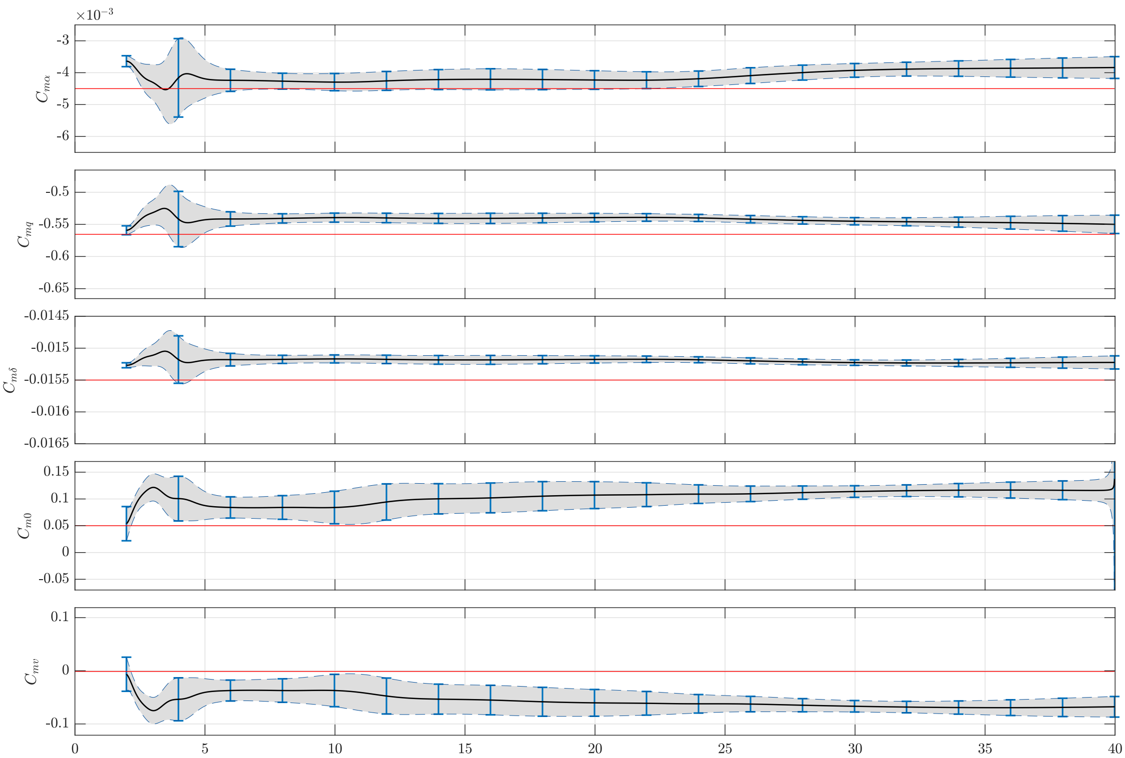
(a) $\frac{1}{T}$Hz aralıklarda

(b) sık frekans aralıklarında ($\Delta\omega \ll \frac{1}{T}$Hz)

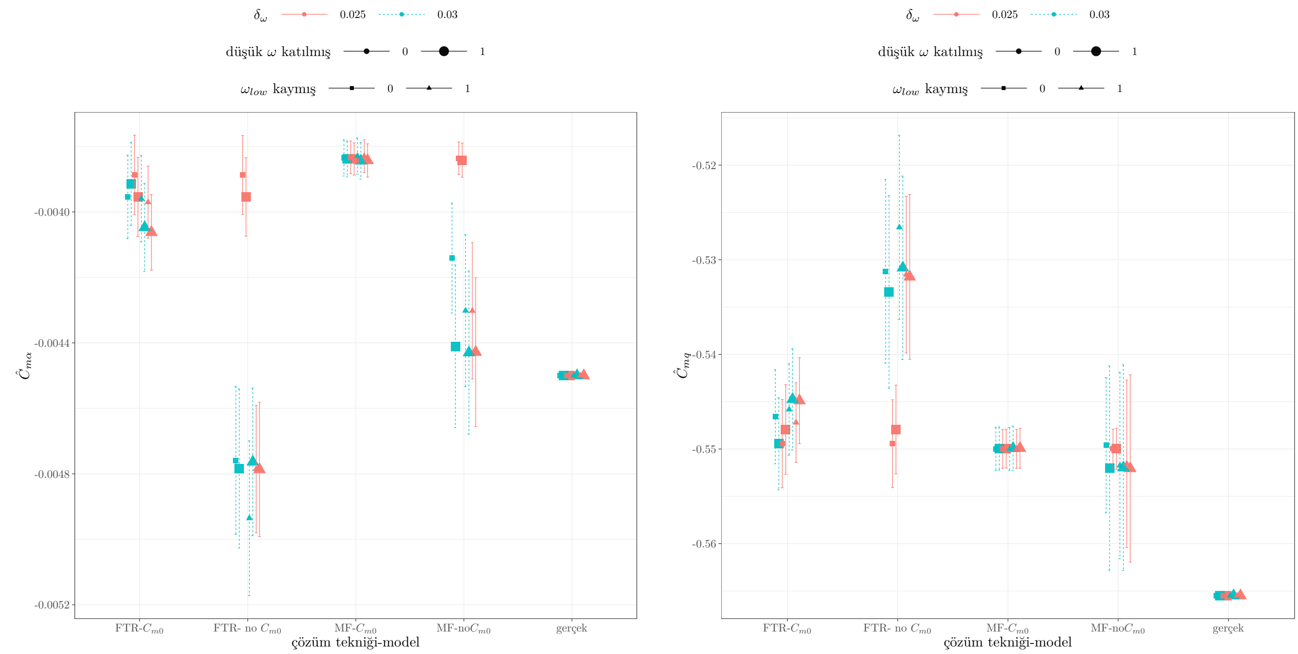
Şekil 14: $\omega = [0.1 : 0.025 : 1]$ Hz için 40 saniyelik "multisine" frekans içeriği (q, α, δ) dahil edilmiş



Şekil 15: $\omega = [0.1 : 0.025 : 1]$ Hz için 40 saniyelik "multisine" C_m frekans içeriği (deney ve EKK çözümü)

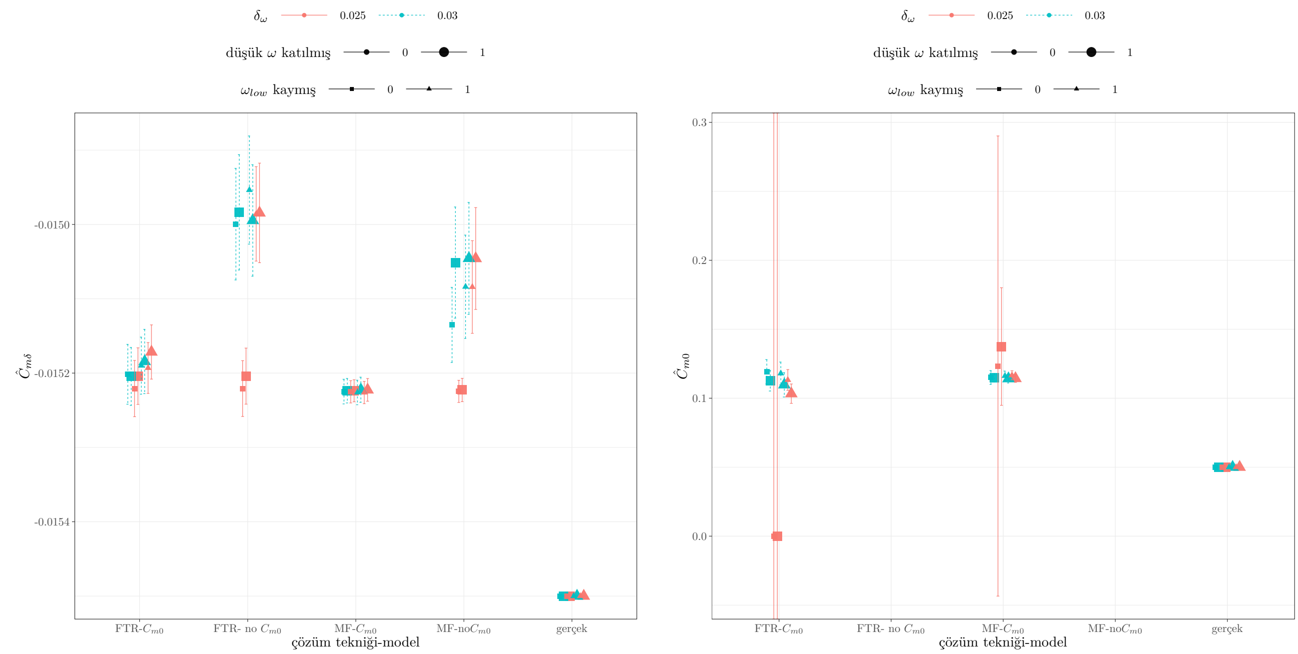


Şekil 16: boylamsal parametrelerin gerçek zamanda FTR metodu çözüm gelişimi (3σbantları ile) , $\omega_{lo} = 0.025$ Hz,$\Delta\omega = 0.025$ Hz, (hata bantları çizimde 10 kat büyütülmüştür)



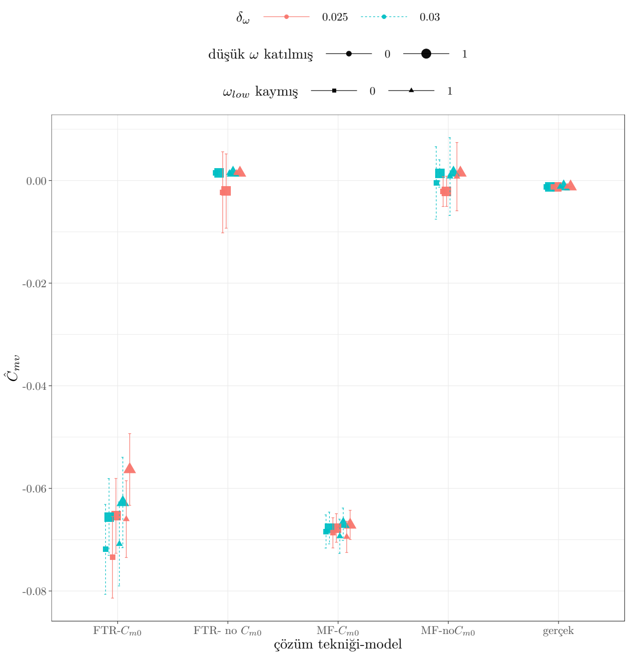
(a) $C_{m\alpha}$ kestirimleri (b) C_{mq} kestirimleri

Şekil 17: $C_{m\alpha}$ ve C_{mq} kestirimleri



(a) $C_{m\delta}$ kestirimleri (b) C_{m0} kestirimleri

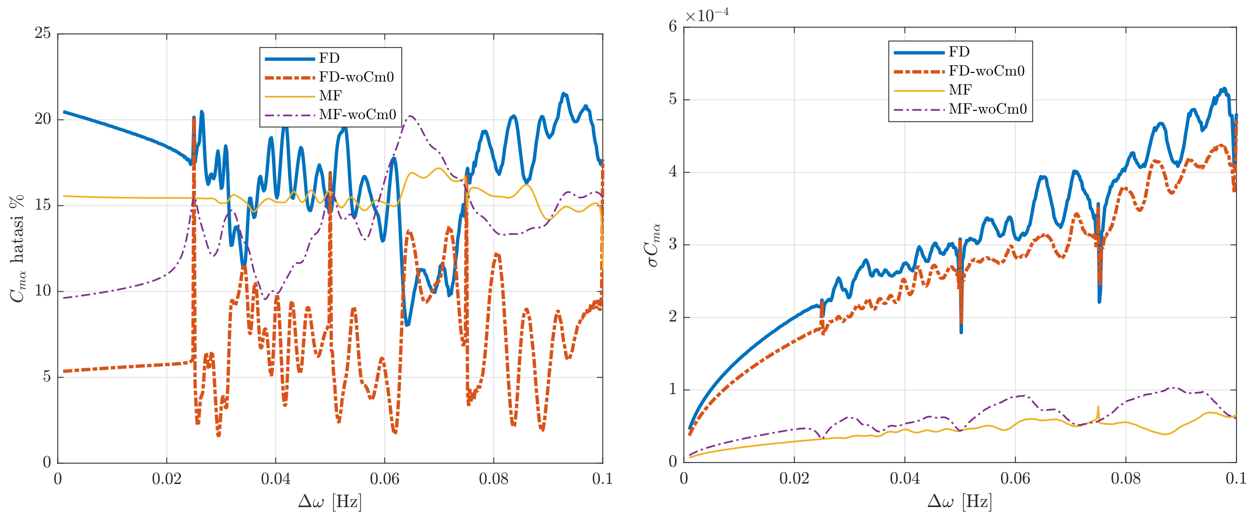
Şekil 18: $C_{m\delta}$ ve C_{m0} kestirimleri



Şekil 19: C_{mv} kestirimleri

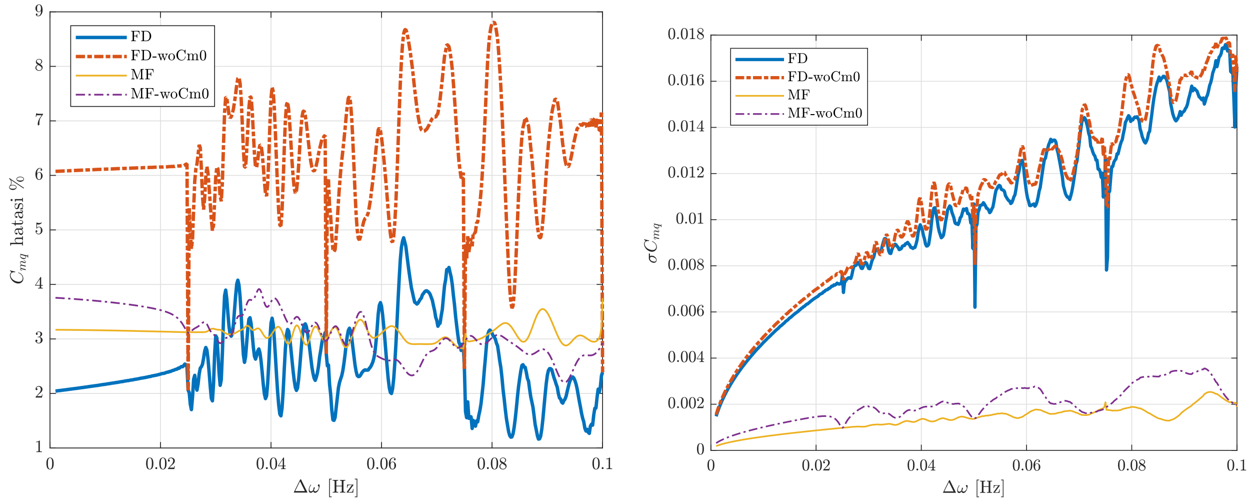
Çözüm Teknikleri ve Yeralan Parametrelerin Etki İncelemesi-2: Bu kısımda yer alan incelemede, bir önceki kısımda yer alan aynı uçuş test senaryosunda, analiz frekans aralığının $\omega_{lo} = 0.05\,\text{Hz}$,$\omega_{hi} = 2\,\text{Hz}$ sabit seçimi için değişen $\Delta\omega$ değerlerinde çözümler elde edilmiştir. 40 saniye test süresine karşılık gelen $\Delta\omega = 0.025\,\text{Hz}$ noktalarında beklendiği gibi çözümlerde ani değişimler gözlemlenmiştir, ancak beklenmeyen bir şekilde bu bütün katsayılar için ani değişimin iyileşme yönünde olmadığı görülmektedir.

Bütün çözümler arasında C_{m0} olmaksızın MF metodunun en az $\Delta\omega$ bağımlılığı/hassasiyeti sergilediği görülmektedir.



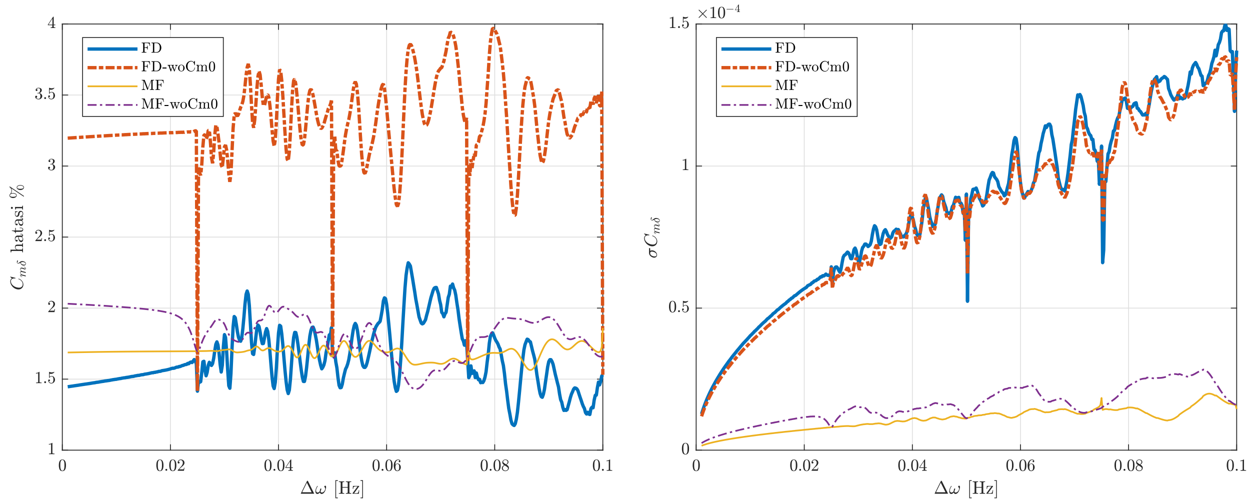
(a) $\varepsilon\,(C_{m\alpha})$ (b) $\sigma\,(C_{m\alpha})$

Şekil 20: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz $C_{m\alpha}$ katsayı hatası % ve standart sapması



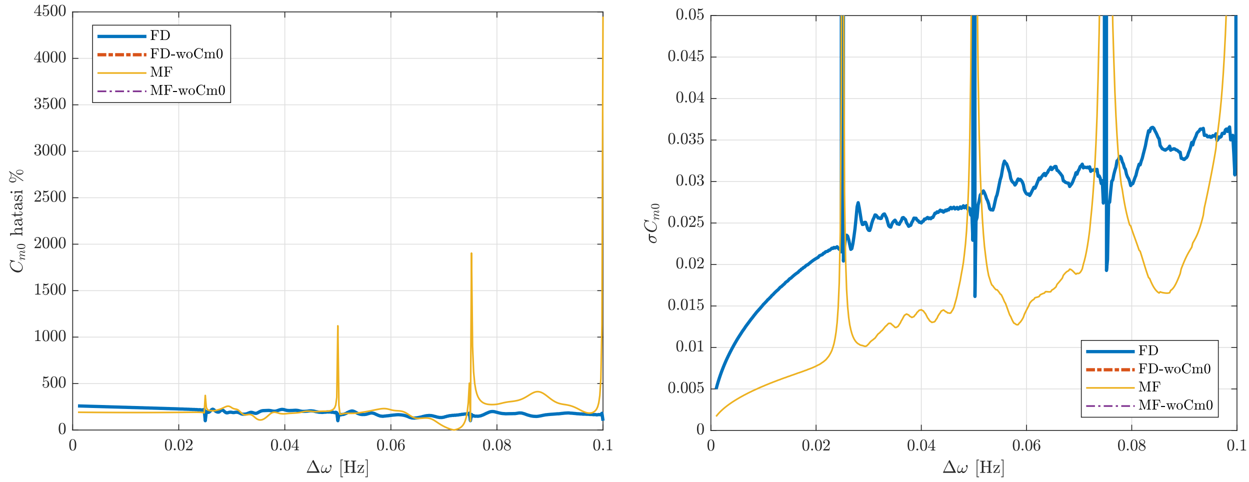
(a) $\varepsilon\,(C_{mq})$ (b) $\sigma\,(C_{mq})$

Şekil 21: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz C_{mq} katsayı hatası % ve standart sapması



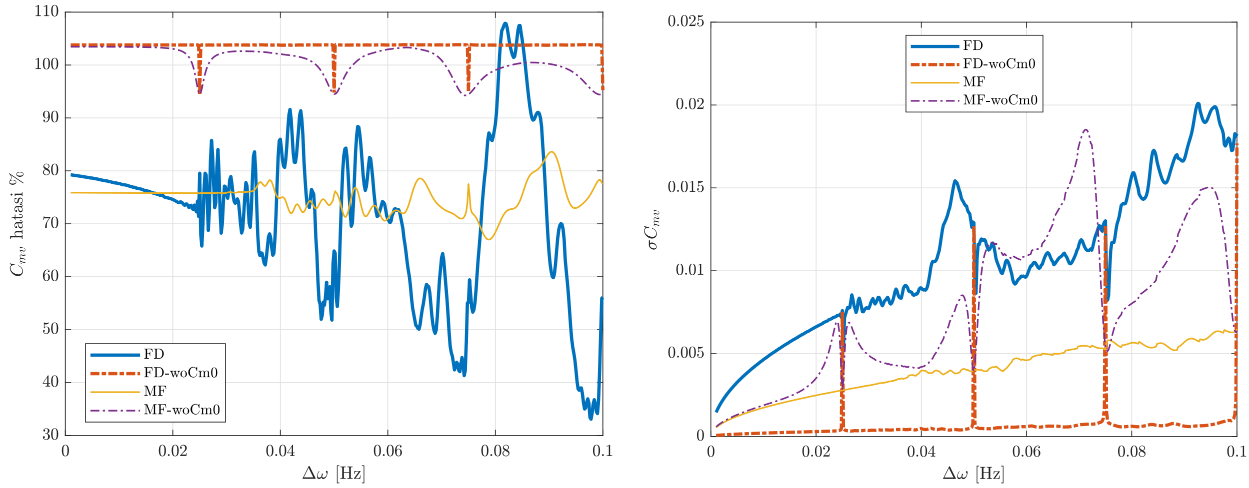
(a) $\varepsilon\,(C_{m\delta})$ (b) $\sigma\,(C_{m\delta})$

Şekil 22: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz $C_{m\delta}$ katsayı hatası % ve standart sapması



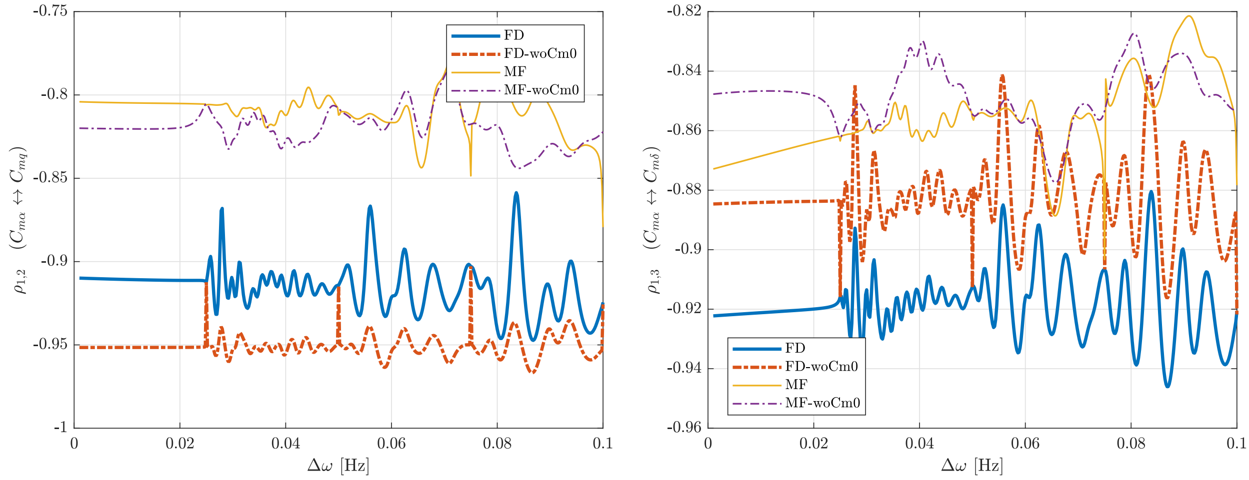
(a) $\varepsilon\,(C_{m0})$ (b) $\sigma\,(C_{m0})$

Şekil 23: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz C_{m0} katsayı hatası % ve standart sapması



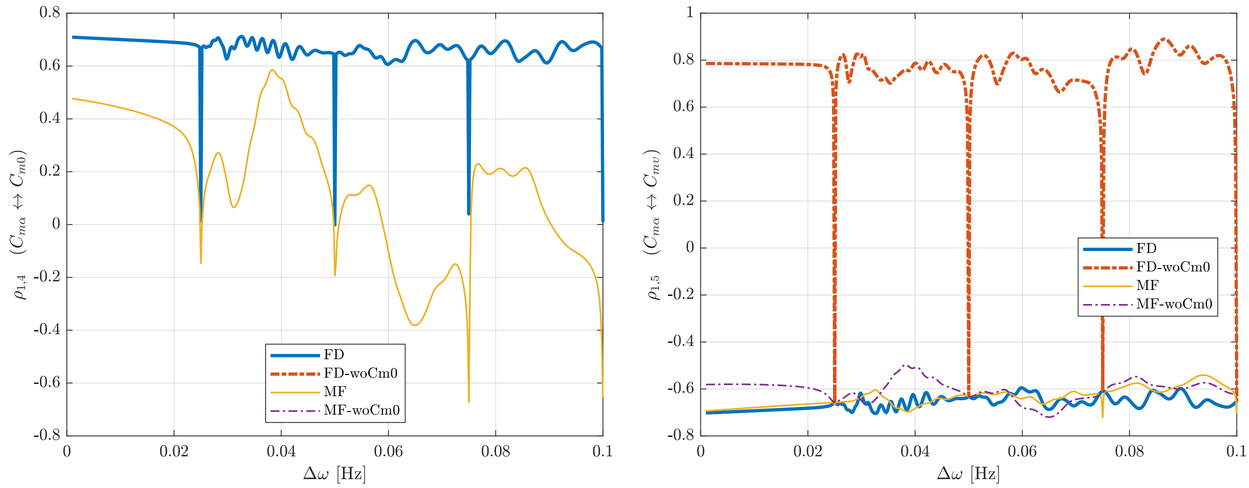
(a) $\varepsilon\,(C_{mv})$ (b) $\sigma\,(C_{mv})$

Şekil 24: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz C_{mv} katsayı hatası % ve standart sapması



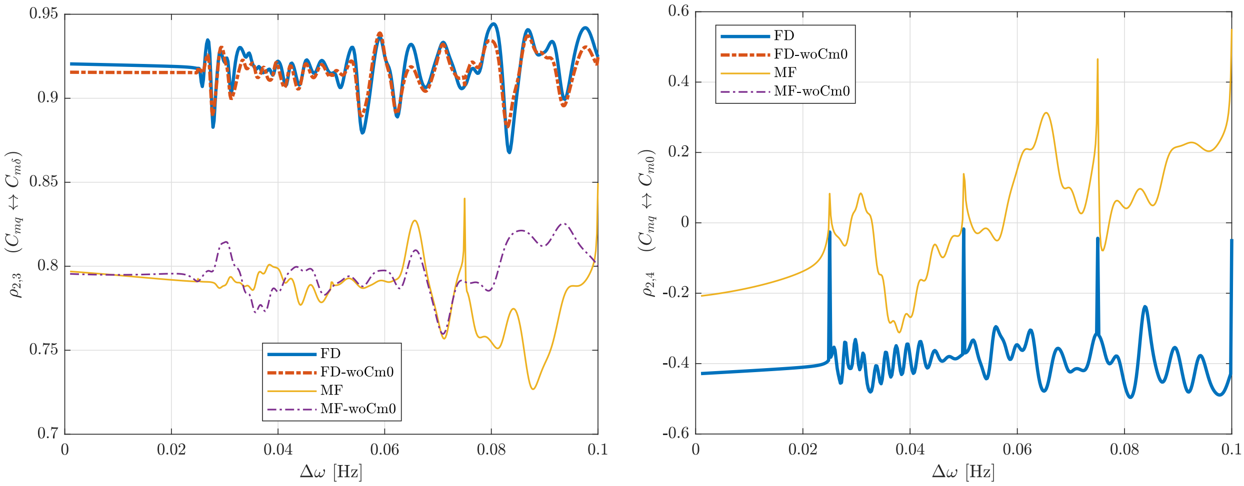
(a) $\rho_{1,2}$ (b) $\rho_{1,3}$

Şekil 25: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz korrelasyon $\rho_{1,2}, \rho_{1,3}$



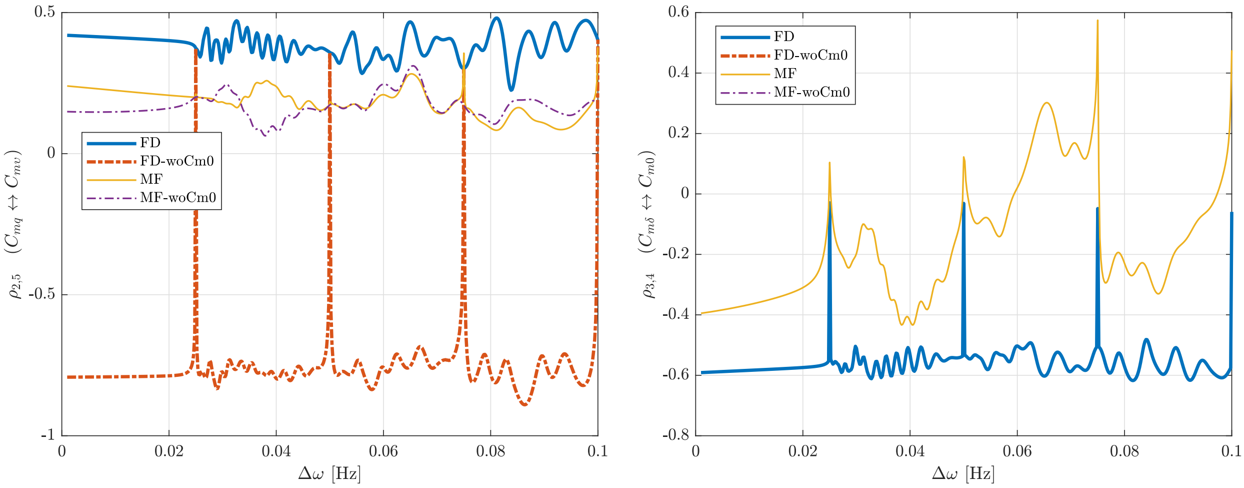
(a) $\rho_{1,4}$ (b) $\rho_{1,5}$

Şekil 26: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz korrelasyon $\rho_{1,4}, \rho_{1,5}$



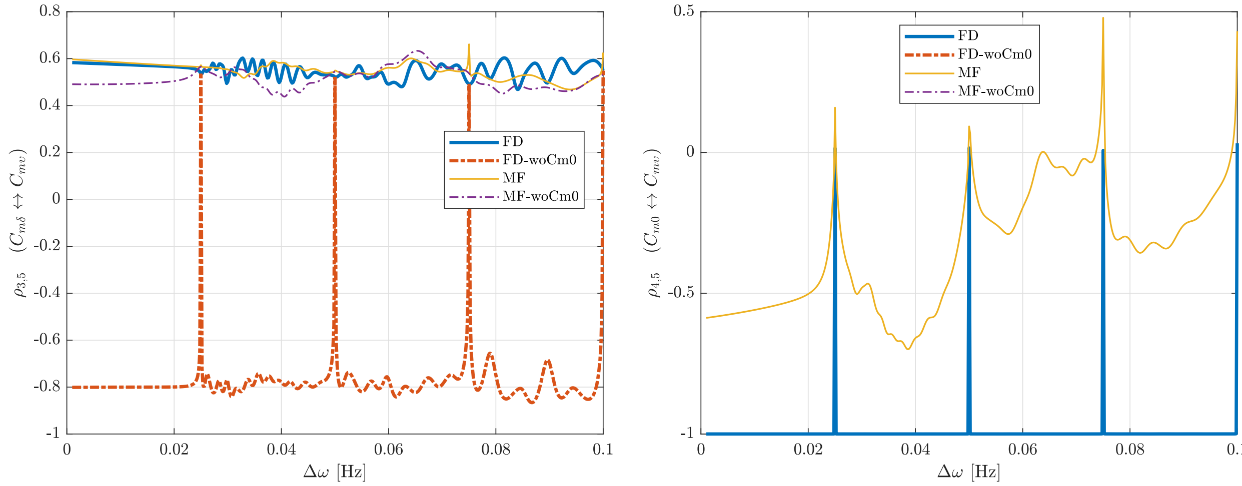
(a) $\rho_{2,3}$ (b) $\rho_{2,4}$

Şekil 27: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz korrelasyon $\rho_{2,3}, \rho_{2,4}$



(a) $\rho_{2,5}$ (b) $\rho_{3,4}$

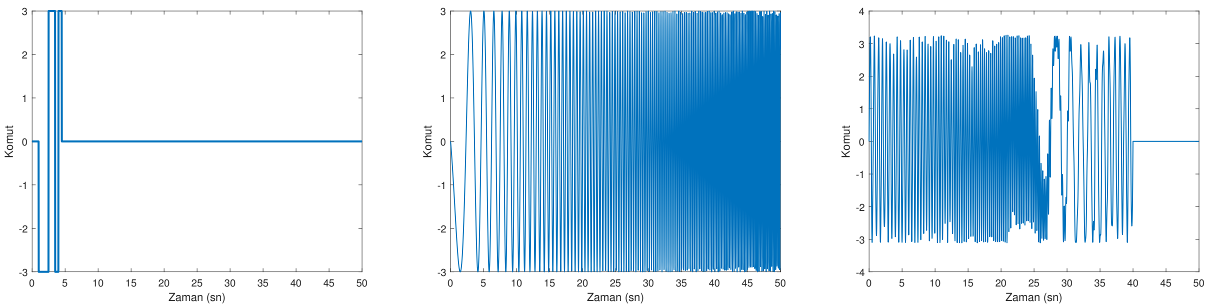
Şekil 28: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz korrelasyon $\rho_{2,5}, \rho_{3,4}$



(a) $\rho_{3,5}$ (b) $\rho_{4,5}$

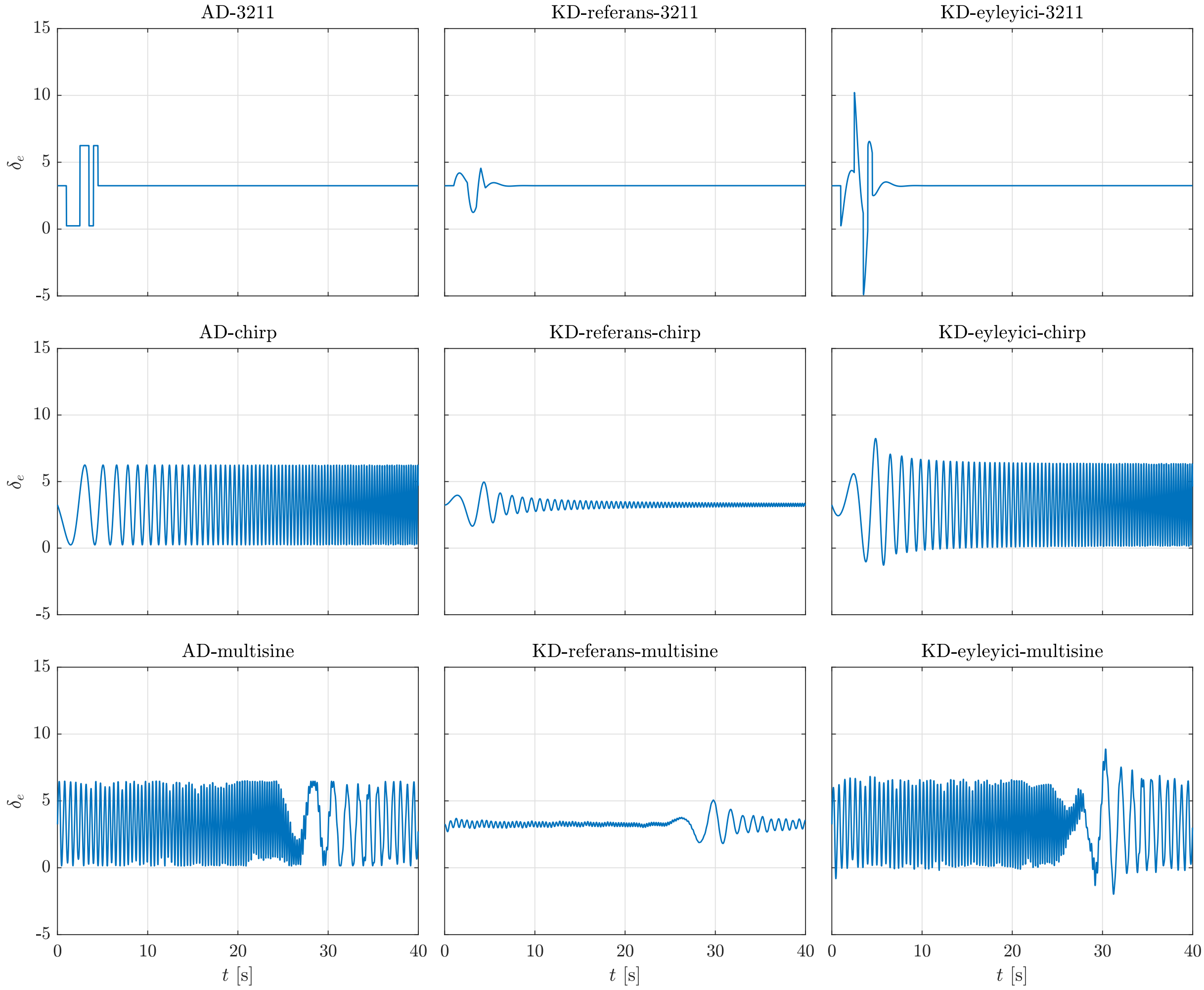
Şekil 29: frekans aralığı taramaları $(\omega_{lo}, \omega_{hi}) = (0.05, 2)$ Hz korrelasyon $\rho_{3,5}, \rho_{4,5}$

Açık Döngü Parametre Kestirimi (Açık/Kapalı Döngü Karşılaştırması): Açık döngü simulasyonlarda irtifa dümenine üç farklı girdi profili uygulanmıştır: 3-2-1-1 sekansı (Şekil 30a), frekans taraması (Şekil 30b) ve çoklu sinüs girdisi (Şekil 30c). 3-2-1-1 sekansı, insanlı hava aracı sistem tanımlama çalışmalarında sıkça tercih edilen, pilot tarafından uygulaması kolay ve doğru şekilde tasarlandığında sistem dinamiğini geniş bir frekans aralığında tetiklemek için uygun girdiyi sağlayabilen bir profildir (Jategaonkar, 2006). Bu çalışmada komut yönü sırasıyla 1.5sn, 1.0sn, 0.5sn ve 0.5sn aralıkla değiştirilmiştir. Frekans taraması girdisi, 0.1Hz'ten başlayarak 40sn içerisinde 4.0Hz frekansa çıkan sabit genlikli sinüs formlu bir profil şeklinde uygulanmıştır. Çoklu sinüs girdisi, yine 0.1Hz - 4.0Hz aralığında farklı frekanslı sinüs sinyallerinin, belirlenen bir genliği aşmayacak şekilde uygun faz farkıyla üstüste bindirilmesi sonucu elde edilen bir profildir (Klein ve Morelli, 2006). Bu çalışmada kullanılan çoklu sinüs girdisinin frekans-faz dağılımı Şekil 36'de verilmiştir.

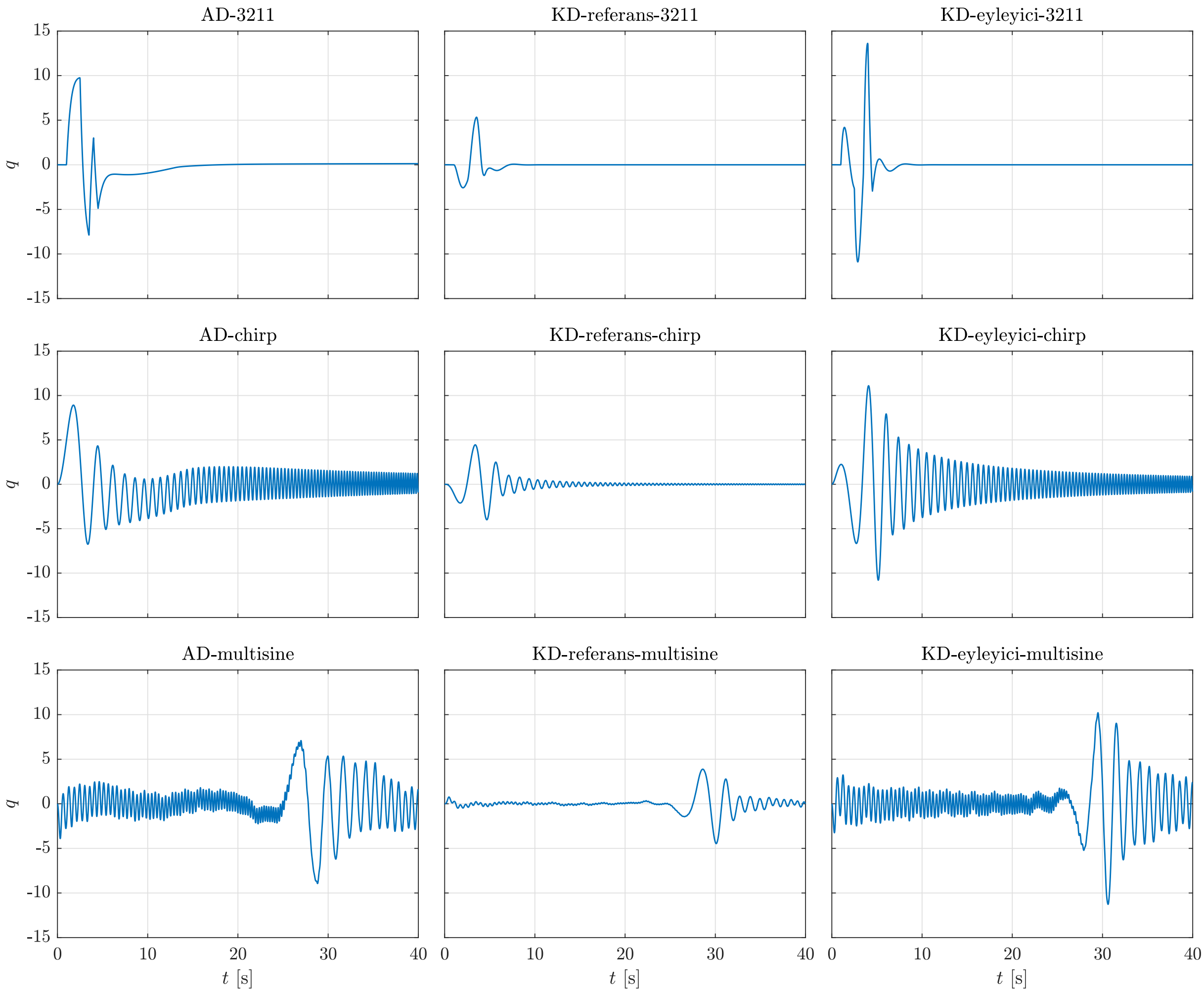


(a) 3-2-1-1 girdileri (b) Frekans taraması girdileri (c) Çoklu sinüs girdileri

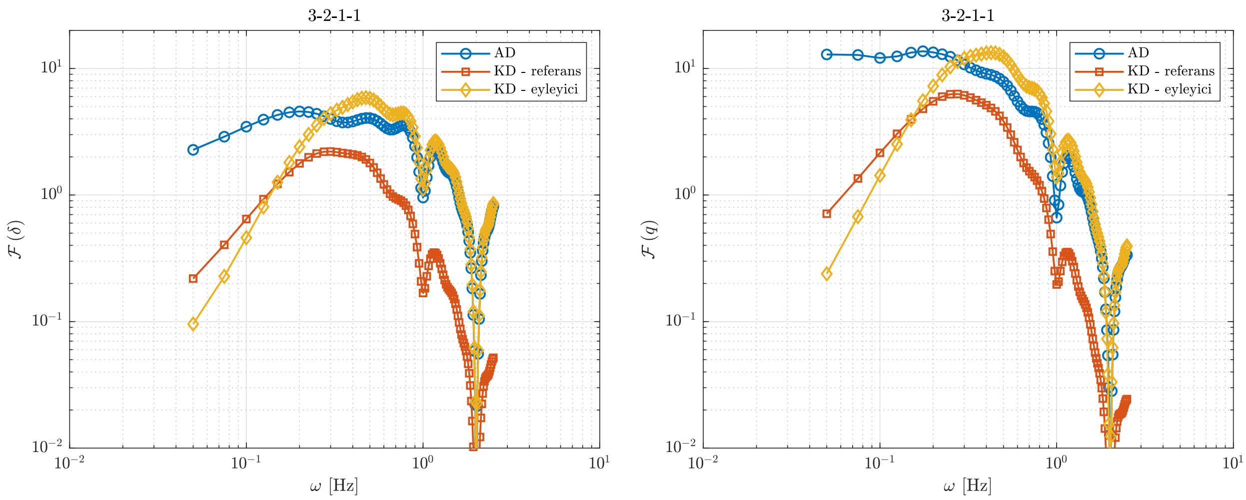
Şekil 30: girdiler



Şekil 31: Açık Döngü (AD) / Kapalı Döngü (KD) karşılaştırmalarında irtifa dümeni komutları

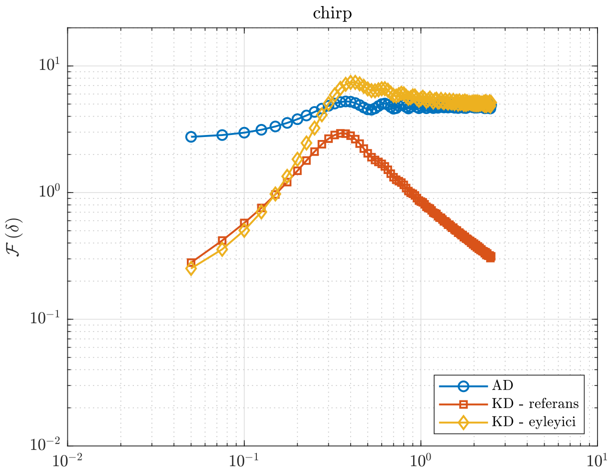


Şekil 32: Açık Döngü (AD) / Kapalı Döngü (KD) karşılaştırmalarında yunuslama hızı q

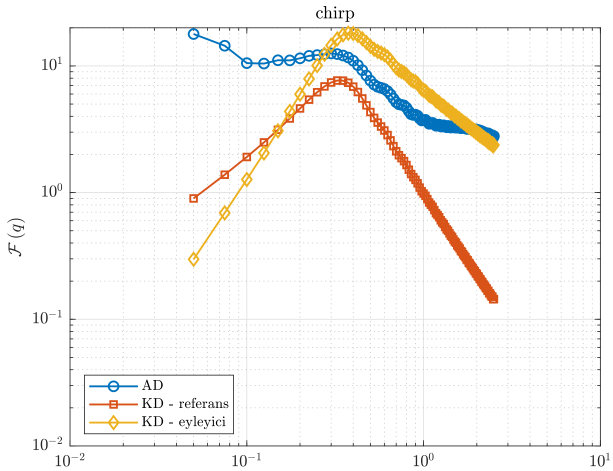


(a) irtifa dümeni (b) yunuslama hızı

Şekil 33: Açık Döngü (AD) / Kapalı Döngü (KD) karşılaştırmalarında 3211 sinyali spektral içeriği

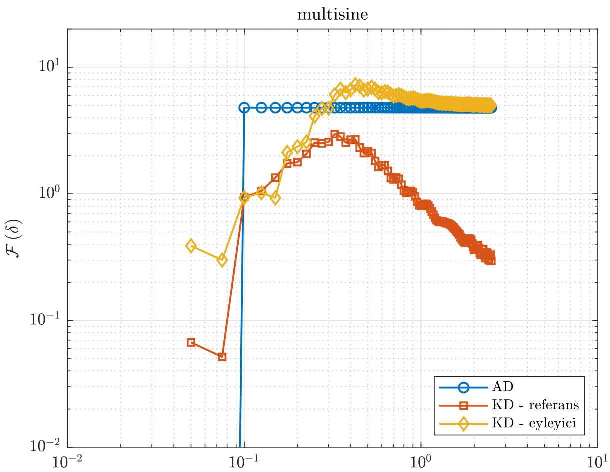


(a) irtifa dümeni

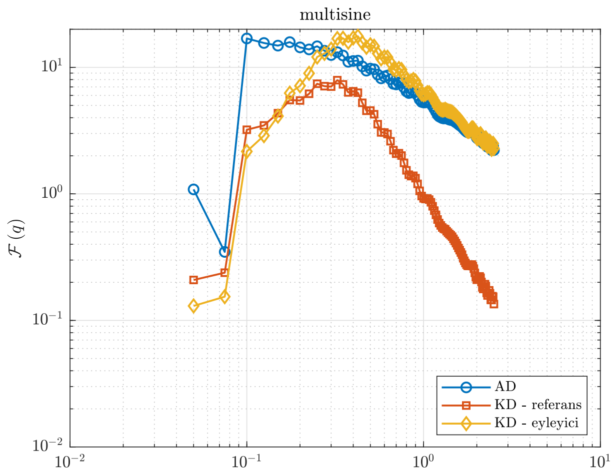


(b) yunuslama hızı

Şekil 34: Açık Döngü (AD) / Kapalı Döngü (KD) karşılaştırmalarında "chirp" sinyali spektral içeriği

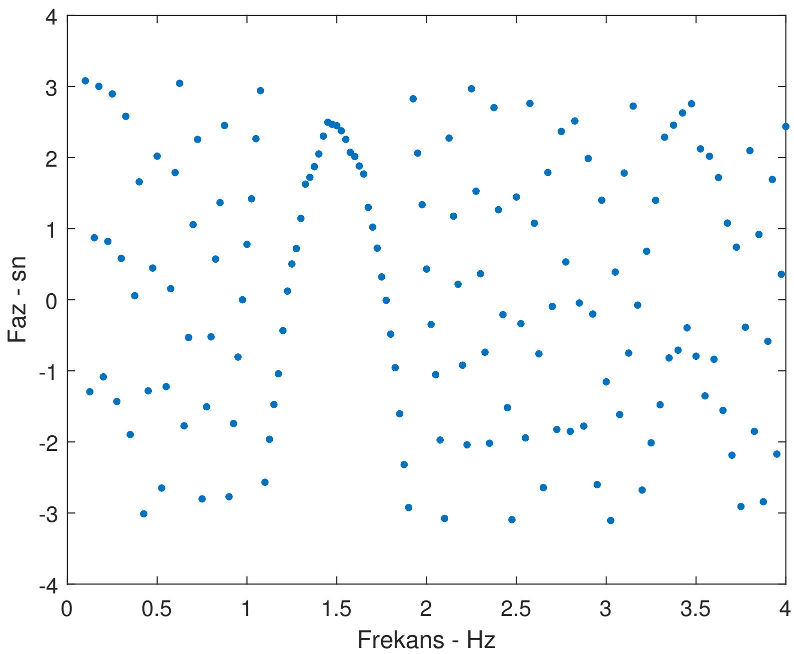


(a) irtifa dümeni



(b) yunuslama hızı

Şekil 35: Açık Döngü (AD) / Kapalı Döngü (KD) karşılaştırmalarında çoklu-sinüs sinyali spektral içeriği



Şekil 36: Çoklu sinüs, frekans - faz dağılımı

Parametre kesitirimi, simulasyon sonuçları üzerine normal dağılımlı bir gürültü eklendikten sonra basit denklem hatası (İng. Equation error) yöntemi ile önce zaman bölgesi, sonra frekans bölgesinde gerçekleştirilmiştir. Frekans bölgesi kestirimde denklemdeki sabitin (bizim uygulamamızda C_{m_0}) belirlenmesi mümkün olmadığından, bu değer diğer katsayıların frekans bölgesi kestirim sonuçları kullanılarak, zaman bölgesinde ayrıca kestirilmiştir.

Zaman bölgesi ve frekans bölgesi kestirim sonuçları, parametrelerin gerçek değerleri ve kesitim hatalarını da içerecek şekilde, sırasıyla Tablo 5 ve Tablo 6'de sunulmuştur.

	3-2-1-1		Frek.Tar.		Çoklu Sinüs		Gerçek Değer
C_{m_α}	-0.0069	53%	-0.0059	31%	-0.0096	113%	-0.0045
C_{m_q}	-0.2622	-54%	-0.3996	-29%	-0.322	-43%	-0.5655
$C_{m_{\delta_e}}$	-0.0129	-17%	-0.0144	-7%	-0.0141	-9%	-0.0155
C_{m_0}	0.0903	81%	0.0855	71%	0.0566	13%	0.0500
C_{m_V}	-0.0016	33%	-0.0015	25%	-0.0005	-58%	-0.0012

Tablo 5: Zaman bölgesi parametre kestirim - açık döngü

	3-2-1-1		Frek.Tar.		Çoklu Sinüs		Gerçek Değer
C_{m_α}	-0.0056	24%	-0.0045	0%	-0.0042	-7%	-0.0045
C_{m_q}	-0.4322	-24%	-0.5154	-9%	-0.5587	-1%	-0.5655
$C_{m_{\delta_e}}$	-0.0144	-7%	-0.0149	-4%	-0.015	-3%	-0.0155
C_{m_V}	-0.0013	8%	-0.0009	-25%	-0.0011	-8%	-0.0012
C_{m_0}	0.0487	-3%	0.0502	0%	0.0468	-6%	0.0500

Tablo 6: Frekans bölgesi parametre kestirim - açık döngü

Sonuçlar incelendiğinde zaman bölgesi kestirim hatalarının, girdi yönteminden bağımsız olarak, oldukça yüksek olduğu gözlenmiştir. Verideki yüksek frekanslı gürültünün zaman bölgesi kestirimi üzerindeki bozucu etkisi, frekans ortamı kestirimlerinde kaydadeğer oranda azalmıştır. Frekans taraması girdileri kullanılarak yapılan kestirim C_{m_V} dışındaki parametreleri, çoklu sinüs girdileri kullanılarak yapılan ise tüm parametreleri düşük hata ile tespit etmiştir.

Kapalı Döngü Parametre Kestirimi (Açık/Kapalı Döngü Karşılaştırması): Kontrolcünün aktif olduğu kapalı döngü bir sistemde, hava aracı aerodinamik karakteristiklerinin kestirimi, açık döngü bir sisteme göre daha zordur (Jategaonkar, 2006). Bu çalışmada, kapalı döngüde kestirim için frekans bölgesinde denklem hatası (İng. equation error) yöntemi uygulanmıştır. Bir önceki bölümde bahsedilen açık döngü simulasyonlarına benzer şekilde, analizler üç farklı girdi profili için elde edilen simulasyon sonuçları kullanılarak yapılmıştır. Girdi profilleri önce kontrolcü referans komutları (Şekil 5) olarak uygulanmış, sonra kontrolcü komutlarına ilave edilerek doğrudan kontrol yüzeylerine (Şekil 6) verilmiştir. Bu iki uygulamada elde edilen kestirim sonuçları sırasıyla Tablo 7 ve 8'de sunulmuştur.

	3-2-1-1		Frek.Tar.		Çoklu Sinüs		Gerçek Değer
C_{m_α}	-0.0057	27%	-0.0057	27%	-0.0057	27%	-0.0045
C_{m_q}	-0.4528	-20%	-0.4523	-20%	-0.4529	-20%	-0.5655
$C_{m_{\delta_e}}$	-0.0142	-8%	-0.0143	-8%	-0.0143	-8%	-0.0155
C_{m_V}	-0.0018	50%	-0.0022	83%	-0.0022	83%	-0.0012
C_{m_0}	0.0447	-11%	0.0455	-9%	0.0457	-9%	0.0500

Tablo 7: Frekans bölgesi parametre kestirim - kapalı döngü - kontrolcü ref.

	3-2-1-1		Frek.Tar.		Çoklu Sinüs		Gerçek Değer
C_{m_α}	-0.0053	18%	-0.0041	-9%	-0.0041	-9%	-0.0045
C_{m_q}	-0.4752	-16%	-0.541	-4%	-0.5417	-4%	-0.5655
$C_{m_{\delta_e}}$	-0.0145	-6%	-0.0152	-2%	-0.0152	-2%	-0.0155
C_{m_V}	-0.0033	175%	-0.0024	100%	-0.0018	50%	-0.0012
C_{m_0}	0.0477	-5%	0.0497	-1%	0.0490	-2%	0.0500

Tablo 8: Frekans bölgesi parametre kestirim - kapalı döngü - kontrol yüzeyi ilave komut

Sonuçlar incelendiğinde, girdi profilinin kontrolcü referansı olarak uygulandığı koşulda, her üç girdi profili için yapılan kestirimlerin birbirlerine benzer şekilde, yüksek hatalı olduğu gözlenmiştir. Girdilerin kontrol yüzeylerine ilave edilerek verildiği ikinci koşulda ise, 3-2-1-1 girdi profilinde kestirim kataları nispeten yüksek iken, hem frekans taraması ve hem de çoklu sinüs kestirim hataları, C_{m_V} istisna kalmak kaydıyla, açık döngü kestirim sonuçlarıyla benzer ölçüde başarılıdır.

SONUÇ

Bu çalışmada frekans bölgesinde parametre kestirim teknikleri özetlenmiş ve TAİ de tasarlanmış ve üretilmiş Pelikan İnsansız Hava Aracı matematik modeli üzerinde yürütülen benzetimler ile örneklendirilmiştir. Gerçek uçuş testlerinde görülen dış etkilerden gürültü, ilk/son durum hataları FTR ve MF tekniklerinin uygulamalarında Monte Carlo analizleri ile incelenmiş, MF metodunun dış etkenlere daha gürbüz olduğu gösterilmiştir. Numerik çözümde seçime tabi ilk ve son frekans ve frekans aralıklarının etkileri, Kartezyon çarpım bir test matrisi altında incelenmiş ve yine FTR ve MF metodlarının farklılıkları göz önüne serilmeye çalışılmıştır. Sonuçlarda $\Delta\omega = \frac{1}{T}\,\mathrm{Hz}$ seçiminin çok önemli olduğu ancak her bir aerodinamik katsayı için iyileşme yönünde olmadığı görülmüştür.

Bu beklenmedik gözlem için henüz bir açıklama getirilememiştir. Kapalı döngü sistem parametre kestirimine dair yapılan denemelerde, eyleyici komutuna eklenen özel frekans içeriğine sahip olacak şekilde tasarlanmış girdilerin, frekans uzayı teknikleri kullanıldığında belirgin bir başarıya sahip olduğu görülmüştür.

Devam edecek çalışmalarda, daha detaylandırılmış Monte-Carlo analizleri ile daha fazla etki-sonuç incelemelerinin yapılması, Zaman-Frekans analizi tekniklerinin ("STFT", "Wavelet Analysis", "Filter Bank" gibi) denenmesi planlanmaktadır.

Kaynaklar

Astrom, K.J., Wittenmark B., 2008. *Adaptive Control, Second Edition*, Dover Publications

Dorobantu A., Murchy A., Mettlerz B., and Balas G. *System Identication for Small, Low-Cost, Fixed-Wing Unmanned Aircraft*, Journal of Aircraft. 50. 1117-1130. 10.2514/1.C032065.

Dorobantu A., Murchy A., Mettlerz B., and Balas G. *Frequency Domain System Identication for a Small, Low-Cost, Fixed-Wing UAV* , AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. 10.2514/6.2011-6719.

Grauer J.A. , Boucher M.J., *Identification of Bare-Airframe Dynamics from Closed-Loop Data Using Multisine Inputs and Frequency Responses*, School of Engineering, Cranfield

Gillberg J., *Frequency Domain Identification of Continuous-Time Systems :Reconstruction and Robustness*, Linköping Studies in Science and Technology. Dissertations. No. 1031

Grauer, J.A. *A Learn-to-Fly Approach for Adaptively Tuning Flight Control Systems*, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference June 25-29, 2018

Grauer J.A. , Bouchery M.J., *Frequency-Domain Deconvolution for Flight Dynamics Applications*, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference June 25-29, 2018

Grauer, J.A., Morelli, E.A., *Parameter Uncertainty for Aircraft AerodynamicModeling using Recursive Least Squares*, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference 4-8 January 2016

Haser, S.A., 2013 *Time domain system identification for an UAV using flight test data* , 7.Ankara International Aerospace Conference, Ankara, 11-13 Eylül

Jameson, P.D. 2013. *Post-Manoeuvre and Online Parameter Estimation for Manned and Unmanned Aircraft*, School of Engineering, Cranfield University

Jameson P.D., Cooke A. *Developing Real-Time System Identification for UAVs* , UKACC International Conference on Control 2012 Cardiff, UK, 3-5 September 2012

Jategaonkar, R.V., 2006. *Flight vehicle system identification: a time domain methodology*, AIAA Progress in Aeronautics and Astronautics, Cilt.216

Klein, V. ve Morelli, E.A., 2006. *Aircraft system identification theory and practice*, AIAA Education Series

Licitra,G. , Burger,A. , Williams,P. , Ruiterkamp, R. , Diehl, M. *Optimal Input Design for Autonomous Aircraft*, Control Engineering Practice. 77. 10.1016/j.conengprac.2018.04.013.

Lichota, P., *Inclusion of the D-optimality in multisine manoeuvre design for aircraft parameter estimation*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics 54, 1, pp. 87-98, Warsaw 2016

Morelli, E.A., *Low Order Equivalent System Identification for the Tu-144LL Supersonic Transport Aircraft*, Journal of Guidance Control and Dynamics. 26. 10.2514/2.5053.

Morelli, E.A., *Real-Time Aerodynamic Parameter Estimation without Air Flow Angle Measurements* , Journal of Aircraft. 49. 10.2514/6.2010-7951.

Morelli, E.A. *Dynamic Modeling from Flight Data with Unknown Time Skews*, Journal of Guidance, Control, and Dynamics Vol. 40, No. 8, August 2017

Morelli, E.A., *Practical Aspects of Real-Time Modeling for the Learn-to-Fly Concept*, AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference June 25-29, 2018

Morelli, E.A. ve Grauer. J.A., 2020. *Practical aspects of frequency-domain approaches for aircraft system identification*, AIAA-Journal of Aircraft, Cilt.57, Sayı.2

Morelli, E.A., ve Smith, M.S., 2009 *Real-Time Dynamic Modeling – Data Information Requirements and Flight Test Results*, Journal of Aircraft, V.46/6, pp.1894-1905

Naruoka, M., Hino, T., Tsuchiya, T. *Real-Time System Identification of Aircraft Dynamics using the Time-Frequency Wavelet Analysis*, 27th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences 2010, ICAS 2010. 4.

Om, M.H., Latt, K.Z., *Influence Analysis of Input Signal Forms on the Accuracy of Aerodynamic Parameter Identification in Aircraft Longitudinal Motion*, Cloud of science, vol. 4, no. 4, 2017, pp. 636-649.

Pearson, A.E. *Aerodynamic Parameter Estimation Via Fourier Modulating Function Techniques*, NASA Contractor Report 4654

Simsek, O., Tekinalp O., 2015. *System Identification and Handling Quality Analysis of a UAV from Flight Test Data*, AIAA Athmospheric Flight Mechanics Conference, Kissimmee, Florida, 5-9 Ocak

Simsek, O., Haser, S.A., Orhan, E.H., Tekinalp O., 2016. *Comparison of Time and Frequency Domain Identification of a Fixed-Wing UAV*, AIAA Athmospheric Flight Mechanics Conference, San Diego, California, 4-8 Ocak

Tantrairatn, S., Veres, S., *Onboard System Identification for Improved Flight Control of UAS* , IFAC-PapersOnLine. 48. 368-375. 10.1016/j.ifacol.2015.09.485.

Xu, K. *Frequency Domain System Identification of Fixed-Wing Unmanned Aerial Vehicles* , Department of Mechanical Engineering, The University of Manitoba